8
47 H G
7

Digitized by Google

Digitized by Google

B. S. Blasij Monti ... 8.47.G.7

PRIMVM MOBILE

DVODECIM LIBRIS CONTENTVM,

In quibus habentur

TRIGONOMETRIA SPHÆRICORVM, ET
Aſtronomica, Gnomonica, Geographicaq;
Problemata, ac pręterea

MAGNVS TRIGONOMETRICVS CANON
Emendatus, et auctus, ac

MAGNA PRIMI MOBILIS TABVLA
Ad decades Primorum Scrupulorum per utrumq; latus ſupputata.

Auctore
JO: ANTONIO MAGINO PAT.
Inclyti Bon. Gymnaſij publico
Mathematico.

Cum Priuilegijs
ad decennium.

BONONIÆ Impenſis Ipſius Auctoris Anno MDCIX. *Oliuerius Gatti Incidit.*

Ex libris Antonij Santinij

Digitized by Google

Digitized by Google

SERENISSIMO DOMINO
D. VINCENTIO GONZAGÆ
MANTVAE, ET MONTISFERRATI
DVCI, &c.

CV'M annis ſuperioribus ad pręſtantiſſimam illam Aſtronomię materiem explicandam, quę Primum Mobile appellatur, adiunxiſſem animum, ac diuino fauente numine ſuſceptæ veluti nauigationis portũ feliciter tenuiſſem, dum mihi ipſi magno hoc labore perfuncto, dum ſtudioſis quorum gratia eum ſuſceperam, gratulandum eſſe exiſtimabam, pręter expectationem meam factum eſt, vt dolendi cauſſam inuenerim. Etenim bibliopola, qui cum de eius editione tranſegeram, per integrum quinquennium, ob varios caſus, quibus ipſe iactatus eſt, rem ducendo, ac varias procraſtinandi cauſſas nectendo, mihi verba dedit: ita vt rapidum illum, & nunquam deficientem Primi illius Orbis motum, quem nulla vis hominum retardare vnquam valuit, vnius hominis impotentia, & imbecillitas ſtitiſſe, & cohibuiſſe non ſine riſu dici poſſit. Ergo ad tuam Celſitudinem mihi confugiendum video, quæ commendatum ſibi, ac dicatum hoc opus hilari fronte ſuſcipiens, benigno illo intuitu ſuo, & motum ipſi & celeritatem quaſi reſtituat, ita vt vniuerſum terrarum Orbem rapido curſu circumagatur, & in rerum huiuſmodi nobiliſſimarum ignoratione, ac veluti nocte verſantibus lucem ferat. Mirabitur fortaſſe Celſitudo tua, me pleraque ingenij mei monumenta, ac lucubrationes ſub nullis alijs ſępiùs, quàm tuis, ac Sereniſſimę tuæ domus auſpicijs edere conſueuiſſe: at mirari deſinet, ſi miſeram huiuſce æui conditionem complectatur animo, in quo tam rari Mecœnates ſtudia fouent litterarum: ſimulq́; ſuam meminerit erga me Regiam planè munificentiam. Quæ quidem conatus meos ita promouit, vt vni ipſi acceptum ferre debeam, quod annis ſuperioribus, quibus omnium ferè rerum penuria laboratum eſt, ego & hoc opus, & Italiæ iam pridem incœptam, ac iam ferè ad exitum perductam tum Geographicam, tum Hiſtoricam deſcriptionem ſat commodè elucubrare potuerim, vnico ferè veſtro ſuſtentaculo ſuffultus. Quod quidem veſtrum beneficium ſine ſummo ſcelere, ac deteſtãda ingrati animi nota ſilentio tranſmittere non poſſim. Tibi igitur omninò Sereniſsime Princeps huiuſce operis dicatio, & commendatio debebatur, cum vt tuorum erga me meritorum magnitudinem teſtatam (quod nunc, quantum in me eſt, libentiſſime præſto) apud omnes relinquerer, tum etiam vt tuæ & auitæ generoſitatis, & propriæ virtutis, ac ſapientiæ (addo & cæleſtium rerum, quin Mathematicarum omnium, vt cęterarum rerum taceam, ſcientiæ) fulgore conſpicuum, ac patrocinio tutum redderetur. Suſcipe igitur libens quod libentiſſimus, ac reuerentiſſimus offero, & meum in te obſequium ne aſperneris. Vale, ac quàm diutiſſime, & quàm feliciſſime viue. Bononiæ die 6. Martij 1609.

Sereniſſimæ Celſitudini tuæ

addictiſſimus

Io: Antonius Maginus.

Digitized by Google

Priuilegium Summi Pontificis.

PAVLVS PAPA QVINTVS.

DILECTO FILIO IOANNI ANTONIO MAGINO PADVANO.

DILECTE fili ſalutem, & Apoſtolicam Benedictionem. Cum, ſicut nobis nuper exponi feciſti, tu diuturnis multorum annorum vigilijs, ac indefeſſis in ſtudio laboribus, magnoq; cum ſumptu non nulla opera in Scientijs Mathematicis huiuſmodi PRIMVM MOBILE, *ſeu Vniuerſam Primi Mobilis Doctrinam duodecim Libris diffuſè traditam, ac Inſtrumentorum Mathematicorum conſtructionem, & vſum, & etiam* ITALIAE *Geographiam, & Hiſtoricam deſcriptionem, in qua circiter ſexaginta Prouinciarum, & agrorum eiuſdem Italiæ Geographicæ Tabulæ in magno folio regali, ac in ære non ſine multis expenſis inciſæ continentur, & poſtremo eiuſdemmet Italiæ Geographiam ad Mappæ modum octo folijs etiam regalibus extenſam condideris, & ad perfectionem deduxeris, illaq; ex quorum vſu publicè conſultum iri ſperas, vtilitati propediem in lucem emittere cupias; verearis tamen, ne poſtquam proprijs, vel de tuo conſenſu alicuius Bibliopolæ ſumptibus & expenſis impreſſa fuerint, alij Bibliopolæ reperiantur, qui lucrum ex alieno labore quærentes illa etiam in tui, & tui Bibliopolæ detrimentum imprimant. Nobis præterea humiliter ſupplicari feciſti, quatenus tuæ indemnitati in præmiſſis opportunè prouidere de benignitate Apoſtolica dignaremus. Nos igitur te, qui vt aſſeris in Philoſophia magiſter, & publicus ſcientiarum Mathematicarum in Ciuitate noſtra Bononienſi Profeſſor exiſtis, ſpecialis gratiæ fauore proſequi volentes, nec non à quibuſuis excommunicationis, ſuſpenſionis, & interdicti, alijſq; Eccleſiaſticis ſententijs, cenſuris, & pœnis à iure, vel ab homine quauis occaſione, vel cauſa latis ſi quibus quomodolibet innodatus exiſtis, ad effectum præſentium duntaxat conſequendum, harum ſerie abſoluentes, & abſolutum fore cenſentes, huiuſmodi ſupplicationibus inclinati, tibi, vt durante decennio ab initio primæ impreſſionis cuiuſlibet ex dictis operibus inchoando, nullus tam in Alma vrbe noſtra, quàm extra eam in vniuerſo ſtatu nobis & Sanctæ Romanæ Eccleſiæ mediatè, vel immediatè ſubiecto vllum ex operibus prædictis, aut integrum, vel aliquam eius partem in quacumq; forma etiam declarationum vel additionum, aut alio quouis prætextu abſq; ſpeciali tuo, vel tuorum hæredum, & ſucceſſorum licentia imprimere, aut ab alio tàm in dicto ſtatu quàm extra eum impreſſum vendere, ſeu venale habere, aut proponere, ſeu domi, vel alibi etiam ex mutuo, vel dono, aut alijs tenere poſſit, & valeat, dummodo prædicta opera prius à Venerabili fratre Archiepiſcopo Bononienſi, & dilecto filio Inquiſitore hæreticæ prauitatis in dicta Ciuitate commorante approbata ſint, Apoſtolica auctoritate tenore præſentium concedimus, & indulgemus, ac propterea vniuerſis & ſingulis tam Vrbis, quàm ſtatus huiuſmodi Bipliopolis, Typographis, cælatoribus, mercatoribus, & alijs perſonis cuiuſuis ſtatus, gradus, qualitatis, & condictionis exiſtant, ne ſub mille ducatorum auri de camera, nec non amiſſionis librorum, ac typorum pro vna videlicet cameræ noſtræ Apoſtolicæ, pro alia verò tibi, vel tuis hæredibus, & ſucceſſoribus prædictis; pro reliqua autem tertijs partibus delatori, & iudici exequenti applicandis pœnis, præmiſſis contrauenire quoquo modo audeant, ſeu præſumant diſtrictius inhibemus; ac irritum & inane auctoritate & tenore præſentis decernimus, ſi ſecus ſuper his à quoq; quauis auctoritate ſcienter, vel ignoranter contigerit attentari. Non obſtantibus præmiſſis, ac conſtitutionibus, & ordinationibus Apoſtolicis, cæteriſq; contrarijs quibuſcunque.*

Dat. Romæ apud Sanctum Marcum ſub annulo Piſcatoris die ſeptima Octobris M. DC. VIII. Pontificatus noſtri Anno Quarto.

Io. B. Bolognetus.

Thadeus Donnola.

FERDINANDVS Dei gratia Magnus Dux Etruriæ III. Florentiæ, & Senarum Dux IIII. Comes Pitiliani, Princeps Capiſtrani, Portus Ferrarij in Ilua inſula, Caſtilionis Piſcariæ, & Igilij inſulæ Dominus, Sacræ militiæ Sancti Stephani Magnus magiſter, &c.

Vniuerſis & ſingulis Tipographis, bibliopolis, & huiſmodi negociatoribus ditiones noſtras habitantibus, & ipſorum cuilibet edicimus, & prohibemus, ne per decennium proximè futurum ab editione cuiuſlibet infraſcriptorum operum Domini Ioannis Antonij Magini Lectoris in Gymnaſio Bononienſi ipſamet opera, quorum alia vulgari ſermone nuncupãtur L'ITALIA GRANDE del detto Magino contenuta in otto fogli, & la DESCRITIONE Historica, & Geografica dell'Italia in Libro, con molte Tauole di fogli reali in Rame: *Alia autem ſub his titulis videlicet.* PRIMVM MOBILE, *ſeu Doctrina Primi Mobilis duodecim Libris diffuſè pertractata, & Ioannis Antonij Magini Inſtrumenta Mathematica numero circiter duodecim cum eorum ſtructura, & vberrimo vſu ſine conſenſu ipſius Domini Ioannis Antonij à quoquam in Dominijs noſtris imprimantur, nec alibi impreſſa venalia habeantur, aut in aliam formam redigantur tàm vniuerſa, quàm ipſorum quodlibet, vel aliqua eorum pars ſeu vulgari, ſeu latino, ſiue vtroq; idiomate quandocunq; in lucem edantur, ſub pœna quingentorum aureorum & amiſſionis ipſorum operum & librorum, cuicunq; contrafacienti imponenda, cuius altera pars præfato Domino Ioanni Antonio; altera verò Fiſco noſtro Ducali ipſo iure acquirantur contrarijs quibuſcunque non obſtantibus. In quorum fidem præſens diploma manu noſtra firmauimus, & ſigilli plumbei appenſione muniri iuſſimus.*

Datum Florentiæ die x. Septembris, anno à ſalutifera Incarnatione Domini noſtri Ieſu Chriſti M. DC. VIII. Magni verò noſtri Ducatus Etruriæ, aliorumq; Ducatorum XXI.

Ferdinandus Medices Magnus Dux Etruriæ.

Vidit Paulus Vinta p. Aud.
& ſec. ſuæ Celſitudinis.

Imprimatur Liber de Primo Mobili D. Magini.

Fr. Paulus de Garreſio Inquiſitor Bonon.

D. Thobias Corona Clericus Regularis S. Pauli pro Illuſtriſs. Archiep. Bonon.

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI
Patauini In duodecim Primi Mobilis libros
PRAEFATIO AD LECTOREM.

SVMMVM Aſtronomicæ facultatis faſtigium Primi Mobilis Theoriæ tribui in confeſſo eſt, cùm eius doctrina tum motus eius, tum motus annui Solis fundamentum complectatur. Hinc variorum Sphæræ circulorum origo, ac diuerſitatum diei artificialis cognitio, necnon varietatis climatum ac parallelorum, ortus & occaſus Signorum Zodiaci, Declinationum, Rectarum ac Obliquarum Aſcenſionum, tum Zodiaci partium, tum Solis ac Stellarum, aliarumq́; operationum inueſtigatio & inuentio emanauit. Quin et ex hoc Primo Mobili, ceu fonte quodam, plurima alia ad Gnomonicam, ac Geographicam artem, necnon ad obſeruationes motuum Planetarum, atq; Cometarum facientia, & Secundorum motuum quaſi quædam præludia deriuarunt. Hoc ipſum (Primum Mobile dico) Aſtronomorum omnium princeps Ptolemæus, vniuerſalem huiuſcè facultatis doctrinam in Almageſto ſuo allaturus, pro fundamento cæteris eſſe voluit. Neque id ſollertiſſimum Aſtronomum Nicolaum Copernicum latuit, qui correctione motuum priùs egregiè facta, ad illius imitationem, Reuolutiones Cœleſtium Orbium conſcripſit. Atque cùm ambo hæc ſcientiæ lumina ſparſim ac obiter nonnulla Problemata ad Primi Mobilis doctrinam ſpectantia, ceu floſculos quoſdam, æternis ſuis monumentis inſeruiſſent, non ab re fore arbitrabamur, omnem illam Primi Mobilis ſcientiam vno opere abſolutè complecti; tum verò maximè, quòd hucuſque nihil ita exactum, ac eo ordine, eaq́; ad intelligendi facilitatem ratione pertractatum, veluti (noſtro quidem iudicio) res ipſa exigit, ab alijs prodijſſet. Aggreſſi igitur rem ipſam, feliciterq́; horis ſubſeciuis, dum per occupationes & quotidianas Gymnaſij curas licebat, quæ intentum ſtudijs animum frequentiſſimè diſtrahunt, progreſſi, aliorum litteris certiores reddimur, eſſe ſumma ingenia, quæ eidem ſtudio eodem tempore inuigilarent. Atq; iam tum Generalem Primi Mobilis Tabulam, Trigonometriæ libros, ac Problematum totius operis demonſtrationes propemodùm confeceramus, cùm à doctiſſimo ac rerum Mathematicarum peritiſſimo Viro Adriano Romano litteræ nobis afferuntur, quibus noſtram hanc operam comprobabat, & ſe idem ſaxum voluere teſtabatur, affirmabat denique ſe, vbi cognouiſſet nos iam pœnè ex immenſo hoc pelago emerſiſſe, ab incepto deſtitiſſe. Nec ita multò poſt Eruditiſſimo Viro, Sereniſſimi Sabaudiæ Ducis Mathematico celeberrimo Bartholomeo Chriſtino idem opus in manibus eſſe, eiuſdem litteris indubitatè cognouimus. Qui viri neſcio quid maius de nobis ſentientes, nimium profectò mutuo in eos noſtro amori tribuunt, dum vniuerſam Matheſeos Remp. non alia de cauſa, quàm quòd à nobis eadem promoueri ſtudia intelligunt, ſuo hoc digniſſimo labore fraudatum eunt. Cæterùm vt aliquàm huiuſcè noſtri operis rationem reddamus, quis ſit inſtituti noſtri progreſſus, quis præceptorum ordo, quæ in fundamentis Problematum tractandis ratio, iam innoteſcet. Cùm igitur in hoc noſtro Primo Mobili doctrina Triangulorum Sphæricorum neceſſariò inſerenda eſſet, non potuimus non antè de eadem fuſiùs agere, atque vt fundamentum aliquod dimenſioni illorum Triangulorum conſtitueretur, primùm non exiguam Theorematum difficiliorum farraginem attulimus; in quibus tam facili ac concinno proceſſimus ordine, vt nihil adeò futurum ſit, quòd lectorem vel mediocriter peritum poſſit remorari. Vt enim nihil ſuperfluum afferendum putauimus, neque à remotioribus rerum principijs exordiendum, ita illas etiam demonſtrationes tantùm propoſuimus, quæ cæteris omnibus vt breuiores, ſic tutiores videbantur. Enimuerò Cyclica illa Ptolemæi Theoremata, vt & illa, quæ in regula ſex Quantitatum proportionalium in primo eius Almageſti libro fundantur, ab his noſtris Triangulorum Sphærico-

Digitized by Google

rum fundamentis longè exulare iuſſimus. Cur enim notabili ad hanc Triangulorum dimenſionem, hoc præſertim tempore, acceſſione facta, non liceat longas illas ac tædioſas veterum demonſtrationes auerſari? Facili methodo tractanda ſunt, nec anfractibus quibuſdam, ceu myſteria grauiſſima inuoluenda, quæ longioribus ambagibus, & intricata verborum prolixitate obſcurantur potiùs, quàm illuſtrantur. Hinc eſt, quòd Doctiſſimi, & quem nos ſemper ſummum Virum ſuſpeximus, Franciſci Vietæ inuentiones miræ ſubtilitatis, & acerrimi ingenij, plerisq; non ita peruias, nonnulli ab innata ipſi obſcuritate vendicatas, pro ſuis doloſè venditant. Præterquam enim quòd obſcura quædam breuitas, pace tanti viri dictum eſto, plurimùm ipſi familiaris erat, hoc etiam accedebat, quòd terminis minùs vulgo notis vtebantur. Ac Vietæ quidem Auctorem Operis Palatini opponimus, qui & ipſe inſigne Triangulorum opus, incredibili profectò labore, ſed prolixa nimis obſcuritate ſcripſit, ita vt hunc ob ſuperfluam, illum ob conſtrictam præceptorum demonſtrationem ſtudioſi auerſentur. Herculeum autem eiuſdem laborem, hoc eſt Magnum Canonem meritò omnes, vt pro calculo exquiſitiore commodiſſimum, amplectimur; in quo licet nonnihil ſuggerat incommodi longa numerorum copia (Sinus enim vſitatò longiores poſuit) necnon & termini illi, perpendiculi primi, ac ſecundi, & Hypotenuſæ, eſt tamē, quòd plurimùm calculum ipſum, eiuſq; exquiſitam diligentiam extollamus. Eſt verò quod dicto operis Palatini auctori omnis Mathæſeos diſciplina acceptum referat, dum ipſe primus Secātium ſiue Hypotenuſarum vſum introduxit, & Tangentium à Regiomōtano inuentarum ampliauit, licet Franciſcus etiam Maurolicus Mathematicorum præteriti ſæculi non poſtremus, ipſas Secantes primus reperiſſe videri poſſit, dum in opere quodam ſuo Theodoſij Elementis adiecto, & Meſſanæ Anno 1558. edito, Tabulam Secantium conſtruxit, eamque Beneficam appellauit. Neque eſt, quòd ſuſpicemur hunc ab illo quicquam deſumpſiſſe, cùm modus vtriq; longè ſit diuerſus, & Magnus ille Canon ab altero anno 1551. Lipſiæ duodecim plùs minus chartis commendatus, ob operis exiguitatem non potuerit Meſſanam vſque ad manus Maurolici deueniſſe, imò & nobis ipſis non niſi paucis abhinc annis ſe fortè obtulit. Verùm vtvt ſit, vſus certè harū Secantiū tam ab hoc, quàm ab illo diffuſè traditus, à Vieta inſigniter auctus eſt. Cæterùm quid à nobis in omni hac Triangulorū, ac Primi Mobilis doctrina præſtitū ſit, ex collatione aliorū auctorum, qui de his antè egerint, cum noſtro hoc opere, & ex ſingulorum librorū præfatione, vbi de vniuſcuiuſq; libri ordine, diſpoſitione, ac vtilitate agimus, ſatis eluceſcet. Certè Regiomontani Problemata Primi Mobilis, ad vſum Tabulæ ſuæ Generalis conſcripta, præterquam quòd tædioſa ſunt ac difficillima; hoc etiam afferunt incommodi, quòd calculum ex areali ingreſſu incertum, ac fallacem, vel ipſo iudice, nobis exhibent. Petrus autem Apianus centum illa Primi Mobilis Pronunciata per ſolos Sinus tanto labore ſoluit, vt non facilè quiſquam id laboris, hoc præſertim tempore, quo tutiore, & expeditiore calculo quæſita omnia per ſolas multiplicationes poſſunt expediri, ſumpturus ſit. Quàm odioſæ verò ſint fractiones illæ Aſtronomicæ Oſvvaldi, nemo eſt qui neſciat; is enim dum Sinum ſexaginta partium, adiectis minutis & ſecundis, in operatione adhibet, ſtudioſorū mentes intolerabili offundit caligine. Neq; tamen inficias imus, plurimùm nobis adiumenti tum ab illis, tum etiam ab alijs quibuſdam ſummis viris allatum fuiſſe, quippe id cuiuis Scriptori nobiſcum commune eſt, ſed illud affirmamus, nos ſæpenumerò Problemata ipſa tantum, hoc eſt eorundem nudas inſcriptiones; non ipſos ſoluendi modos, ac formam, quæ nobis ab omnibus eſt diuerſiſſima aliundè deſumpſiſſe.

Digitized by Google

INDEX
CAPITVM, THEOREMATVM, AC PROBLEMATVM QVATVOR PRIORVM LIBRORVM
Primi Mobilis, ſeu Trigonometriæ Sphæricorum.

PRIMI LIBRI.

PRAEFATIO *in quatuor priores Libros Trigonometriæ.* Pag. 1. a

Cap. 1. Definitiones ac principia Trigonometriæ vniuerſæ communia. 2. a

Cap. 2. Explicatio ac vſus Magni Canonis Mathematici, ſeu Trigonometrici, complectentis ſingularum linearum, quę in circulo conſiderantur, quantitatem 3. a

Præceptum 1. Dato arcu vel angulo inuenire eius Sinum rectum primum vel ſecundum. 4. a

Præceptum 2. Dato arcu vel angulo Sinum verſum vel ſagittam reperire. 4. b

Præceptum 3. Dato arcu vel angulo Tangentem primam & ſecundam, necnon etiam Secantem primam & ſecundam ex magno Canone elicere. 4 b

Præceptum 4. Dato Sinu recto primo vel ſecundo, ſeu etiam verſo, inuenire ei debitum arcum vel angulum. Similiter propoſita Tangente vel Secante prima aut ſecunda, correſpondentem ei arcum elicere. 5. a

Caput 3. Analogia inter lineas, quarum magnitudinem magnus Canon exhibet, ex quibus compendia pro eiuſdem Canonis vſu colliguntur. 5. b

Analogia 1. Sinus totus medius proportionalis eſt inter Sinum primum & Secantem ſecundam eiuſdem arcus vel anguli. Pariter quoque inter Sinum ſecundum & Secantem primam eiuſdem arcus vel anguli. ibidem

Analogia 2. Sinus totus medius Proportionalis eſt inter Tangentem primam & ſecundam eiuſdem arcus vel anguli. 6. b

Analogia 3. Sinus primus ad ſecundum alicuius arcus vel anguli eſt, ſicut Sinus totus ad Tangentem ſecundam eiuſdem arcus vel anguli. Sic quoque Sinus ſecundus eſt ad Sinum primum, vt Sinus totus ad Tangentem primam eiuſdem arcus vel anguli. 7. a

Analogia 4. Secantes primæ duorum arcuum vel angulorum Sinibus ſecundis eorundem reciprocè ſunt proportionales: Pariter etiam Secantes ſecundæ duorum arcuum vel angulorum Sinibus primis eorundem ſunt reciprocè proportionales. 7. b

Analogia 5. Tangentes primæ duorum arcuum vel angulorum Tangentibus ſecundis eorundem reciprocè ſunt proportionales. 8. a

Caput 4. Suppoſitiones ex Sphærica doctrina Theodoſij & aliorum mutuatæ. ibidem

Caput 5. Definitiones, diuiſiones, & affectiones Triangulorum Sphæricorum. 8. b

Caput 6. Accidentia Triangulorum Sphæricorum. 11. b

Theoremata Rectangulorum Triangulorum Sphæricorum.

1 *THeorema. In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato, proportio Sinus totius ad Sinum anguli eſt ſicut Sinus baſis ad Sinum lateris dicto angulo oppoſiti.* 14. a

2 *In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato, vt eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita Sinus ſecundus reliqui lateris ad Sinum ſecundum Baſis.* 15. a

3 *In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato vnius ſcilicet anguli recti; vt eſt Sinus totus ad Sinum vnius anguli obliqui, ita Sinus ſecundus lateris adiacentis ad Sinum ſecundum alterius anguli huic lateri oppoſiti.* 15. b

4 *In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato, vt Sinus totus ad Sinum anguli, ita Secans ſecunda lateris oppoſiti ad Secantem ſecundam Baſis.* 16. a

5 *In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato, vt Sinus totus ad Sinum Baſis, ita Secans ſecunda lateris ad Secantem ſecundam anguli oppoſiti.* 16. b

6 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, ita Sinus lateris ipſi oppoſiti ad Sinum Baſis.* ibidem

7 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam Baſis, ita Sinus lateris ad Sinum anguli ipſi oppoſiti.* ibidem

8 *In Triangulo Rectangulo Sphærico vſitato, vt eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita Secans Baſis ad Secantem alterius lateris.* 17. a

9 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Secantem vnius lateris, vt Sinus ſecundus Baſis ad Sinum ſecundum alterius lateris.* ibidem

10 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt eſt Sinus totus ad Sinum vnius anguli obliqui, ita Secans alterius anguli ad Secantem lateris, huic alteri angulo oppoſiti.* ibid.

11 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris, ita Secans anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam anguli adiacentis.* 17. b

12 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli, ita Sinus ſecundus anguli reliqui ad Sinum ſecundum lateris reliquo angulo oppoſiti.* ibidem

13 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Secantem lateris, ita Sinus ſecundus anguli oppoſiti ad Sinum anguli adiacentis.* ibidem

14 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, vt Secans ſecunda Baſis ad Secantem ſecundam lateris oppoſitis.* 18. a

15 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Se-*

cantem vnius lateris, vt Secans alterius lateris ad Secantem Baſis. ibidem

16 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli, vt Secans lateris adiacentis ad Secantem alterius anguli huic lateri oppoſiti.* ibidem

17 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem anguli, vt Sinus lateris adiacentis ad Tangentem lateris oppoſiti.* 18.b

18 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris, vt Sinus anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam Baſis.* ibidem

19 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum Baſis, vt Tangens vnius anguli ad Tangentem ſecundam alterius anguli.* 19 a

20 *In Triangulo Sphærico Rectangulo eſt Sinus totus ad Sinum lateris, vt Tangens ſecunda alterius lateris ad Tangentem ſecundam anguli huic oppoſiti.* ibidem

21 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam anguli, vt Tangens lateris oppoſiti ad Sinum lateris adiacentis.* ibidem

22 *In Triangulo Rectangulo Sphærico vt eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam prioris lateris, ita Tangens lateris poſterioris ad Tangentem anguli poſteriori lateri oppoſiti.* 19. b

23 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli, vt Sinus Baſis ad Tangentem lateris adiacentis.* ibidem

24 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem lateris, vt Tangens ſecunda Baſis ad Sinum ſecundum anguli adiacentis.* ibidem

25 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Secantem anguli, ita Tangens ſecunda Baſis ad Tangentem ſecundam lateris angulo adiacentis.* 20.a

26 *In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Secantem Baſis, ita Tangens ſecunda anguli ad Tangentem alterius anguli.* ibidem

27 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius anguli, vt Tangens ſecunda alterius anguli ad Sinum ſecundum Baſis* ibidem

28 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam lateris, vt Tangens ſecunda anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam alterius lateris angulo oppoſiti:* 20.b

29 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris, vt Tangens anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam alterius lateris.* ibidem

30 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Secantem anguli, vt Tangens lateris adiacentis ad Tangentem Baſis.* ibidem

31 *In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem Baſis, vt Tangens ſecunda lateris ad Secantem anguli adiacentis.* 21.a

32 *In Triãgulo Sphærico Rectangulo eſt Sinus totus ad Tangentem anguli, vt Tangens alterius anguli ad Secantem Baſis.* ibidem

33 *Sinus quartus proportionalis reſpectu totius Sinus in primo loco, & Sinuum primorum duorum arcuum vel angulorum, æqualis eſt dimidiæ rectæ; quæ vel relinquitur ex ſubductione Sinus ſecundi aggregati dictorum duorum arcuum vel angulorum à Sinu ſecundo differentiæ eorundemmet arcuum vel angulorum, ſi tale aggregatum defecerit à Quadrante; vel reſultat ex additione vtriuſque Sinus ſecundi, nempe aggregati & differentiæ laterum, ſi aggregatum laterum excreuerit ſupra Quadrantem. Quòd ſi aggregatum hoc Quadrantem æquauerit, Sinus quartus proportionalis erit æqualis dimidio Sinui ſecundo differentiæ laterum.* ibidem

34 *Sinus quartus proportionalis, reſpectu totius Sinus, & Sinuum ſecundorum duorum arcuum vel angulorum, æqualis eſt dimidiæ rectæ; quæ vel relinquitur ex ſubductione Sinus ſecundi aggregati dictorum duorum arcuum vel angulorum à Sinu ſecundo differentiæ eorundemmet, ſi aggregatum fuerit Quadrante maius: vel reſultat ex additione vtriuſq; Sinus ſecundi, nempe aggregati laterum & differentiæ eorundem, ſi aggregatum illud fuerit Quadrante minus. Quòd ſi Quadranti fuerit æquale, Sinus quartus proportionalis æqualis erit dimidio Sinui ſecundo differentiæ laterum.* 22.a

Theoremata Obliquangulorum Triangulorum Sphæricorum.

35 IN *omni Triang. Sinus laterum Sinibus oppoſitorum angulorum directè ſunt proportionales.* 23.a

36 *Vt eſt Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub duabus lineis compræhenſum, ita eſt Sinus totus ad exeuntem Latitudinem ex applicatione illiuſmet Rectanguli ad Sinum totum, id eſt ad quartam proportionalem reſpectu totius Sinus, & duarũ illarummet linearũ.* 23.b

37 *In Triangulo Obliquangulo, vt eſt Quadratum Sinus totius ad Rectãgulum Sinuum rectorum duorum laterum inæqualium, ita Sinus verſus anguli ab iiſdem lateribus comprahẽſi ad differentiam duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt tertij lateris, & alter eſt differentiæ reliquorum laterum.* 24.a

38 *In Triangulo Obliquangulo, vt eſt Sinus totus ad quartam lineam proportionalem reſpectu Sinus totius & Sinuum duorum laterum, ita eſt Sinus verſus anguli à dictis lateribus comprahenſi ad differentiam inter Sinum verſum tertij lateris dicto angulo oppoſiti, & Sinum verſum differentiæ reliquorum laterum.* 25.a

39 *In Triangulo Obliquangulo, vt eſt Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub Sinibus rectis duorum angulorum inæqualium; vel vt eſt Sinus totus ad quartum terminum proportionalem reſpectu totius Sinus, & Sinum rectorum duorum angulorum inæqualium; ita eſt Sinus verſus lateris vtriq; angulo adiacentis ad differentiam duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt tertij anguli, & alter eſt differentiæ dictorum angulorum vnius & alterius ad ſemicirculum complementi.* ibid.

40 *Quadratum totius Sinus medium proportionale eſt inter duo Rectangula, quorum vnum continetur ſub Sinibus duorum arcuum vel angulorum, alterum verò ſub Secantibus ſecundis eorundemmet arcuum vel angulorum; Vel quorum vnum continetur ſub Sinibus ſecundis duorum arcuum vel angulorum; alterum verò ſub Secantibus primis eorundemmet arcuum vel angulorum.* 25.b

41 *Sinus totus medius proportionalis eſt inter quartum numerum ex multiplicatione duorum Sinuum adinuicem, & per totum diuiſione collectum, & quartum alium numerum ex multiplicatione duarum Secantium ſecundarum eorundemmet arcuum vel angulorum, & per totum Sinum diuiſione. Vel Sinus totus medius proportionalis eſt inter quartum numerum ex multiplicatione duorum Sinuum ſecundorum, & per totum diuiſione, & quartum alium numerum ex multiplicatione duarum Secantium primarum eorundem arcuum vel angulorum, & per totum Sinum diuiſione.* 26 a

42 *Qua-*

Digitized by Google

INDEX.

42 Quadratum Sinus totius medium proportionale eſt inter duo Rectangula, quorum vnum continetur ſub Sinu primo prioris arcus vel anguli, & ſub Secante ſecunda poſterioris; alterum verò ſub Secante ſecunda prioris & ſub Sinu primo poſterioris. Vel quorum vnum continetur ſub Sinu ſecundo prioris, & Secante prima poſterioris, aliud ſub Sinu ſecundo poſterioris, & Secante prima prioris. 26.b

43 Sinus totus medium proportionale eſt inter quartum numerum ex multiplicatione Sinus prioris arcus cum Secante ſecunda poſterioris arcus & per totum Sinum diuiſione collectum, & quartum alium numerum ex multiplicatione Secantis ſecundæ prioris arcus cum Sinu poſterioris, & per totum Sinum diuiſione. Vel Sinus totus medium proportionale eſt inter quartum numerum ex multiplicatione Sinus ſecundi prioris arcus cum Secante prima poſterioris & per totum Sinum diuiſione, & quartum alium numerum ex multiplicatione Secantis primæ prioris arcus cum Sinu ſecundo poſterioris, ac per totum Sinum diuiſione. 27.a

44 Quadratum totius Sinus medius proportionale eſt inter Rectangulum ſub Tangentibus primis duorum arcuum, & Rectangulum ſub Tangentibus ſecundis eorundem arcuum. Sic quoq; Sinus totus medium proportionale eſt inter productum ex multiplicatione duarum primarum Tangentium duorum arcuum ac per totum diuiſione, & productum ex multiplicatione duarum Tangentium ſecundarum eorundemmet duorum arcuum, & per totum Sinum diuiſione. ibidem

45 Quadratum totius Sinus medium eſt proportionale inter Rectangulum contentum ſub Tangente prima prioris arcus ac ſecunda poſterioris, & Rectangulum ſub Tangente ſecunda prioris & Tangente prima poſterioris. Sic quoq; Sinus totus mediat proportione inter productũ ex ductu Tangentis primæ prioris arcus in Tangentem ſecundam poſterioris & per totum Sinum diuiſione, & productum ex ductu Tangentis ſecundæ prioris & Tangente prima poſterioris, & per totum Sinum diuiſione. 27.b

46 Quadratum Sinus totius medium eſt proportionale inter Rectangulum ſub Tangente prima vnius arcus & Sinu primo alterius arcus, ac Rectangulum ſub Tangente ſecunda prioris arcus, & Secante ſecunda poſterioris. Sic quoq; Sinus totus medius eſt proportionalis inter productum ex multiplicatione Tangentis primæ prioris arcus & Sinu primo poſterioris, & per totum Sinum diuiſione; & productum ex multiplicatione Tangentis ſecundæ prioris arcus, & Secantis ſecundæ poſterioris, & per totum Sinum diuiſione. 28 a

47 Si in Triangulo Obliquangulo ab vno angulo in latus oppoſitum perpendicularis arcus decidat conficiens duo Triangula Rectangula, Sinus ſecundi laterum perpendiculari arcui conterminalium in eadem ſunt ratione, ſicut Sinus ſecundi ſegmentorum Baſis à perpendiculari factorum. Sic quoq; Secantes dictorum laterum ſe habent inter ſe, ſicut Secantes eorundemmet ſegmentorum. 28.b

48 In Triangulo eodemmet Obliquangulo, in quo arcus perpendicularis ab vno angulo in latus oppoſitum cadit, Sinus angulorum à perpendiculari cum duobus lateribus factorum eandem habebunt proportionem, quam Sinus ſecundi reliquorum duorum angulorum. Sic quoque Secantes ſecundæ priorum angulorum in eadem ſunt ratione, ſicut Secantes poſteriorum. 29.a

49 In Triangulo Obliquangulo ad duo Rectangula per arcum perpendicularem reducto, Tangentes ſecundæ laterum conterminalium dicto perpendiculari arcui in eadem ſunt proportione, qua Sinuum ſecundorum angulorum, quos dictus perpendicularis arcus cum vtdem duobus lateribus facit. Pariter quoq; Tangentes dictorum laterum in eadem ſunt proportione, qua Secantes dictorum angulorum. 29.b

50 In Triangulo ſimiliter Obliquangulo Secantes ſecundæ duorum laterum ita ſe habent inter ſe, vt Sinus angulorum ipſis ad Baſin adiacentium. Atq; etiam Sinus eorundemmet laterum eandem habent proportionem, quam Secantes ſecundæ dictorum angulorum ad Baſin. ibidem

51 In Triangulo Obliquangulo à perpendiculari ſecto Sinus ſegmentorum Baſis in eadem ſunt proportione, quæ Tangentium angulorum dictis ſegmentis adiacentium. Sic quoque Secantes ſecundæ eorundemmet ſegmentorum, ita ſe habent inter ſe, vt Tangentes dictorum angulorum. 30.a

52 In eodem Triangulo Obliquangulo à perpendiculari arcu in duo Triangula diuiſo, Tangentes ſegmentorum Baſis ſunt in eadem proportione, quæ Tangentis angulorum dictis ſegmentis oppoſitorum. Sic quoq; Tangentes ſecundæ eorundemmet ſegmentorum eandem habent proportionem, quam Tangentes ſecundæ angulorum ipſis ſegmentis oppoſitorum. 30 b

LIBRI SECVNDI.

Caput primum. Proponuntur ſex præcipuæ formæ ſoluendi quæſita in Triangulis Sphæricis Rectangulis. 31.a

Caput 2. De ſecundaria Sinuum Proſtaphæreſi instituenda. 31.b

Caput 3. De Analogijs præcipuis ſecundum ſpecies diſtinctis, quæ vſum habent vtilem ad Triangulorum Sphæricorum calculum & in quibus Tabulæ nonnullæ fundantur, quæ expeditiorem cæteris vijs reddunt ipſum Triangulorum calculum. 32.b

Caput 4. Conſtructio & vſus magnæ Tabulæ ſeu Generalis Primi Mobilis, quam Tabulam quoq; primæ Analogiæ vocamus. 33 a

Caput 5. Tractatio quarundam Analogiarum Sinuum, in quibus Sinus totus non interuenit, per Tabulam Generalem, quarum vſus interdum ad ſolutionem Triangulorum confert. 35.a

Problema 1. Datis tribus arcubus vel angulis, quorum Sinus primi ad Sinum ſecundi ſit, ſicut Sinus tertij ad Sinum quarti ignoti, arcum hunc quartum vel angulum cognoſcere. ibidem

Problema 2. Dato aggregato duorum arcuum vel angulorum, quorum Sinus ita ſe habeant, ſicut Sinus duorum arcuum vel angulorum ſeorſim datorum, vtrumq; ſeparatim cognoſcere. 35.b

Problema 3. Data differentia duorum arcuum vel angulorum, quorum Sinus ita ſe habeant, ſicut Sinus duorum oblatorum arcuum, vtriuſq; arcum ſeorſim elicere 36.a

Caput 6. Vſurpatio Generalis Tabulæ pro Analogijs quibuſcunq; in quibus datur Sinus totus in primo loco, vt per eam ſingula quæſita ex dictis Analogijs prodeuntia valeant vnico laterali ingreſſu colligi. 36.b

Caput 7. Conſtructio & vſus ſecundæ Tabulæ Primi Mobilis, ſeu Tabulæ ſecundæ Analogiæ. ibidem

Caput 8. De conſtructione & vſu tertiæ Tabulæ Primi Mobilis, ſeu Tabulæ tertiæ Analogiæ. 37.a

Caput 9.

Digitized by Google

INDEX.

Caput 9. De quarta Primi Mobilis Tabula, quam Tabulam Quartæ Analogiæ appellamus. 37.b

Caput 10. Canones ſex Rectangulorum Triangulorum Sphæricorum, quibus ex duobus vtcunq; in quouis Triangulo Rectangulo datis, ſingula quæſita ſpecie cognoſcuntur. 38.a

Canon 1. Data baſe cum vno latere, latus tertium, angulum concluſum ſeu adiacentem, & angulum tertium ipſi lateri oppoſitum ſpecie definire: ibidem

Canon 2. Data Baſe cum vno angulo, angulum reliquum, latus adiacens, & latus oppoſitum ſpecie cognoſcere. 39.b

Canon 3. Dato latere cum angulo oppoſito, ſingula quæſita ſpecie explorare, quæ ſunt Baſis, latus aliud, & angulus alter; ſi ſaltem vnum ex ipſis ſpecie detur. 39.a

Canon 4. Dato latere cum angulo adiacente, reliqua ſpecie innoteſcunt, nempe alter angulus, aliud latus, ac Baſis. 40.a

Canon 5. Datis duobus lateribus circa rectum, reliqua ſpecie dantur, hoc eſt Baſis cum vtroque angulo oppoſito. 40.b

Canon 6. Datis duobus angulis obliquis, Baſin & reliqua latera ſpecie definire.

Caput 11. De ſoluendorum Obliquangulorum Triangulorum formis.

Caput 12. Canones ſex Obliquangulorum Triangulorum Sphæricorum, quibus ex tribus vtcunque datis, ſingula quæſita ſpecie patent.

Canon 1. Datis tribus lateribus, anguli ſinguli ſpecie dantur.

Canon 2. Datis tribus Angulis Obliquanguli Trianguli, latera ſingula ſpecie definire.

Canon 3. Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo comprahenſo, tertium latus & reliquos angulos ſpecie notificare.

Canon 4. Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere adiacente, reliquum angulum, & reliqua latera ſpecie determinare.

Canon 5. Datis Trianguli Obliquanguli duobus lateribus, cum angulo vni eorum oppoſito, reliquum latus ac reliquos angulos ſpecie determinare.

Canon 6. Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis, & latere vni eorum oppoſito, reliqua ſpecie reddere notam. 45.a

LIBRI TERTII.

PRæfatio Libri Tertij de Triangulis Rectangulis. 46.a

Problema primum. Data Baſe cum vno angulo, indagare latus dicto angulo oppoſitum. 47.b

Problema ſecundum. Datis duobus lateribus circa rectum, Baſin inuenire. 48.b

3 Dato latere cum angulo adiacente, inquirere angulum illi lateri oppoſitum. 49.b

4 Data Baſe cum vno latere, explorare angulum illi lateri oppoſitum. 50.a

5 Dato latere cum ang. illi oppoſito, explorare Baſin. 51.b

Datis duobus angulis obliquis, inuenire latera illis oppoſita. 52.b

7 Dato latere cum angulo oppoſito, reperire aliũ angulum dicto lateri adiacentem. 54.b

8 Data Baſe cum vno latere aliud latus adinuenire. 55.b

9 Datis duobus lateribus circa rectum, acutos angulos inquirere. 56.b

10 Data Baſe cum vno angulo, inuenire latus adiacens. 58.a

11 Dato angulo cum latere adiacente, exquirere Baſin. 59.a

12 Data Baſe & angulo obliquo alterutro, reliquum angulum inueſtigare. 60.a

13 Dato latere cum angulo illi adiacente, indagare aliud latus dicto angulo oppoſitum. 61.a

14 Data Baſe cum vno latere, exquirere angulum ab his comprehenſum. 62.a

15 Dato latere cum angulo oppoſito, alind latus inueſtigare. 64.a

16 Datis duobus angulis obliquis, Baſin explorare. 65.b

LIBRI QVARTI.

PRæfatio Libri Quarti de Triangulis Obliquang. 67.b

Problema primum. Datis Obliquanguli Trianguli omnibus lateribus, angulum quemcunque definire. 69.a

2 Datis Obliquanguli Trianguli ſingulis angulis, latus quodlibet manifeſtare. 76.a

3 Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo ab eis comprahenſo, tertium latus explorare. 81.b

4 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo ab eis comprahenſo, angulum quem libuerit è reliquis exiquirere. 87.a

5 Datis Obliquanguli Trianguli duobus angulis, & latere eis interueniente, reliquum angulum inuenire. 89.b

6 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere eis interiacente, reliqua latera cognoſcere. 93.b

7 Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli alteri data lateri oppoſiti, latus tertium explorare. 96.a

8 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli reliquo dato lateri oppoſiti, angulum ipſum huic reliquo lateri dato oppoſitum exquirere. 98.a

9 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus, cum angulo vni eorum oppoſito, & nota quoque ſpecie anguli illius, qui reliquo dato lateri opponitur, angulum reliquũ à datis lateribus cõprahenſum cognoſcere. 99.b

10 Datis Obliquanguli Trianguli duobus angulis, & latere vni eorum oppoſito, tertium angulum indagare, dum tamen fuerit cognita affectio lateris, reliquo angulo dato oppoſiti. 101.a

11 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere vni eorum oppoſito, latus alteri angulo oppoſitum inueſtigare, dũ tamẽ fuerit expreſſa ipſius affectio. 102.b

12 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere vni eorum oppoſito, latus dictis angulis interiacens venari. 104.a

Digitized by Google

INDEX
PROBLEMATVM OMNIVM RELIQVORVM OCTO LIBRORVM PRIMI MOBILIS.

LIBRI QVINTI.
Problemata Sphæræ Rectæ.

Præfatio. 106.a
Problema 1. Cuiuslibet puncti Ecliptica declinationem, data maxima Zodiaci obliquitate inquirere. 107.b
2 *Propoſita declinatione qualibet, cui Eclipticæ puncto congruat addiſcere.* 108.a
3 *Cuiuslibet puncti ſeu arcus Ecliptica aſcenſionem rectã data eius longitudine, ac maxima Zodiaci obliquitate numerare.* 109.a
4 *Eandem rectam aſcenſionem cuiuslibet dati puncti Eclipticæ aliter deprehendere, ex data ſcilicet longitudine ipſius puncti cum declinatione eiuſdem.* 110.a
5 *Data recta aſcenſione ab alterutra ſectionum Aequinoctialis & Ecliptica inchoata, arcum Eclipticæ ei correſpondentem exquirere.* 111.a
6 *Propoſito Ecliptica arcu ſuam rectam aſcenſionem æquante, cuius vnus terminus ſit cognitus, reliquũ quoq; notum reddere.* 111 b
7 *Punctum Ecliptica in qualibet quarta terminans arcũ, qui aſcenſionem ſuam rectam quàm maximè ſuperat, ope numerorum indagare.* 112.a
8 *Dato aggregato ex arcu Ecliptica & aſcenſione ſua recta, vtrumq; illorum diſcernere.* 113.a
9 *Angulum ex coincidẽtia Ecliptica & Meridiani, apud quodlibet Ecliptica punctum prouenientem ex maxima Zodiaci obliquitate, vnà cum dati puncti diſtantia à proximiore Aequinoctij puncto deprehendere.* 113.b
10 *Eundem Angulum Ecliptica & Meridiani ex declinatione dati pũcti ac maxima obliquitate elicere.* 114.a
11 *Eundem Angulum Ecliptica, & Meridiani ex diſtantia dati puncti ab Aequinoctij proximiore ſectione, ac eiuſdem declinatione aperire.* 114 b
12 *Eundem Angulum Ecliptica & Meridiani ex diſtantia dati puncti ab Aequinoctio proximiore, & aſcenſione recta eiuſdem definire.* 114.b
13 *Aliter eundem angulum Ecliptica, & Meridiani ex aſcenſione recta & declinatione dati puncti inquirere.* 115.a
14 *Aliter adbuc eundem Angulum Ecliptica & Meridiani ex aſcenſione recta dati puncti, & maxima Zodiazi obliquitate indagare.* 115.b
15 *Angulum Ecliptica & circuli declinationis apud quodlibet Ecliptica punctum determinare.* 116.a
16 *Angulum, quem efficit Aequinoctialis cum circulo latitudinis, definire, data diſtantia puncti Ecliptica à proximiore puncto Aequinoctij.* 116.a

LIBRI SEXTI.
Problemata Sphæræ Obliquæ.

Præfatio. 117.a
Problema 1. Angulum, quem efficit circulus declinationis cum Horizonte, in quocunque puncto Ecliptica in ipſo conſtituto definire, ex data declinatione illius puncti ac Poli eleuatione. 117.b
2 *Eundem Angulum à circulo declinationis cum Horizonte factum in dato Ecliptica puncto, data eleuatione Poli ac differẽtia aſcẽſionali illius puncti exquirere.* 118.a
3 *Angulum ex concurſu Ecliptica & Horizontis in Oriente, vel in Occidente procreatum inueſtigare, ex dato Angulo Ecliptica & Meridiani, ſeu circuli declinationis, atque etiam ex Angulo circuli declinationis cum Horizonte.* 118.b
4 *Eundem Angulũ Ecliptica & Horizontis aliter inueſtigare; ex altitudine ſcilicet Meridiana puncti Medij Cœli, & ex diſtantia puncti Orientis vel Occidentis à Medio Cœli.* 118.b
5 *Eundem Angulum Ecliptica & Horizontis alio adbuc modo inquirere, ex altitudine ſcilicet Meridiana puncti in medio Cœli exiſtentis, cum angulo Ecliptica & Meridiani in ipſomet gradu Medij Cœli.* 119.b
6 *Latitudinem ſeu amplitudinem ortus vel occaſus cuiuſcunque puncti Ecliptica, ex data eiuſdem puncti declinatione & Poli eleuatione explorare.* 120.a
7 *Eandem amplitudinem ortiuam vel occiduam ex aſcenſionali differentia ac eleuatione Poli addiſcere.* 121.a
8 *Eandem amplitudinem ortiuam, vel occiduam alicuius puncti Ecliptica ex differentia aſcenſionali, & declinatione eiuſdem patefacere* 121.a
9 *Eandem adbuc amplitudinem ortiuam, ex altitudine Solis in circulo verticali, & ex altitudine Poli conijcere* 121.b
10 *Latitudine ortiua, vel occidua propoſita, punctum Ecliptica, cui ipſa competit, elicere.* 122.b
11 *Differentiam aſcenſionalem alicuius puncti Ecliptica ex data Poli eleuatione ac declinatione ipſius dati puncti inuenire, & ex conſequenti arcum eius ſemidiurnum patefacere.* 123.a
12 *Eandem differentiam aſcenſionalem adminiculo amplitudinis ortiuæ & eleuationis Poli elicere.* 124.a
13 *Eandem differentiam aſcenſionalem ex data amplitudine ortiua & declinatione dati puncti exquirere.* 124.b
14 *Aſcenſionem ac deſcenſionem obliquam cuiuſcunq; puncti Ecliptica, mediante aſcenſionali differentia ad quamlibet eleuationem polarem definire.* 125.a
15 *Data aſcenſione vel deſcenſione obliqua, ac Poli eleuatione, arcum Ecliptica ei debitum inueſtigare.* 125 b

16 Data

Digitized by Google

INDEX.

16 *Data maxima Zodiaci Obliquitate & Latitudine Regionis complementum dicta maxima Obliquitatis ſuperante Zodiaci arcum ſemper apparentem, ſeu ſemper ſub terra latentem exquirere.* 129.b

17 *Diſtantiam Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente inquirere, data ſcilicet Altitudine Medij Cęli cum angulo Eclipticæ & Meridiani apud ipſum Medium Cęli proueniente.* 130.b

18 *Eandem Diſtantiam inter Verticem & nonageſimum gradum Eclipticę ab Aſcendente colligere, data Altitudine puncti Medij Cæli cum Amplitudine ortiua gradus Aſcendentis.* 131.b

19 *Eandem Diſtantiam inter Verticem & nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente explorare, ex dato angulo Eclipticæ & Meridiani apud punctum Medij Cęli cum Amplitudine ortiua gradus Aſcendentis.* 132.a

20 *Arcum Eclipticæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & punctum Medij Cæli exquirere, dato ſcilicet angulo Eclipticæ & Meridiani apud Medium Cæli proueniente, cum Altitudine Meridiana ipſius Medij Cæli.* 132.b

21 *Aliter eundem arcum Eclipticæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Medium Cæli indagare, ex data Altitudine Meridiana puncti in medio Cæli exiſtentis cum Diſtantia dicti nonageſimi gr. à Vertice.* 133.a

22 *Aliter adhuc eundem arcum Eclipticę inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cæli exquirere, ex data Altitudine puncti Medij Cæli cum Amplitudine ortiua Aſcendentis.* 133.b

23 *Angulum inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente, qui à Vertice ducitur, cum Meridiano explorare, data gradus Medij Cęli Altitudine vnà cum Diſtantia inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Medium Cæli.* 134.a

24 *Eundem angulum inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano patefacere, ex angulo Eclipticæ & Meridiani apud Medium Cæli proueniente, & ex Diſtantia dicti nonageſimi gradus à Vertice.* 134.b

25 *Eundem angulum inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano inquirere, ex data Altitudine puncti Medij Cęli cum Diſtantia inter Verticem & nonageſimum gradum ab Aſcendente.* 135.a

26 *Dato Medij Cæli gradu, & angulo Eclipticæ & Meridiani apud ipſum proueniente vnà cum Amplitudine ortiua Aſcendentis, punctum Eclipticæ explorare in Aſcendente repertum.* 135.b

27 *Eundem Aſcendentis gradum dato gradu Medij Cæli, & Altitudine eius Meridiana, vnà cum angulo Eclipticæ & Meridiani deprehendere.* 136.b

28 *Medij Cæli gradum dato gradu Aſcendentis explorare, ex angulo ſcilicet Eclipticæ & Horizontis apud talem Aſcendentem, & Amplitudine ortiua eiuſdem.* 137.a

29 *Dato Aſcendentis gradu, Medij Cęli quoque gradum aliter exquirere, ex Aſcenſione nempe Obliqua eiuſdem Aſcendentis.* 138.a

30 *Angulum circuli Altitudinis cum circulo Declinationis ſeu Meridiano, in quolibet Eclipticæ puncto, cuius data ſit Altitudo ſupra Horizontem, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantia, vnà cum Poli Eleuatione percipere.* 138.a

31 *Eundem angulum circuli Altitudinis cum circulo Declinationis ſeu Meridiano in quolibet Eclipticæ puncto elicere, cuius puncti nota ſit Declinatio ac à Meridiano Diſtantia cum loci Latitudine.* 139.a

32 *Angulum, quem efficit Ecliptica cum circulo Altitudinis apud quodlibet Eclipticæ punctum percipere, data ſcilicet Diſtantia puncti Eclipticæ à Meridiano & Declinatione eiuſdem, aut Altitudine ſupra Horizontem vnà cum Polari Eleuatione.* 139.b

33 *Angulum eundem ex coincidentia Eclipticæ cum circulo Altitudinis elicere, ex dato puncto Medij Cæli cum eiuſdem Altitudine, necnon Altitudine dati puncti, apud quod dictus angulus inueſtigatur.* 140.a

34 *Eundem angulum Eclipticæ & circuli Altitudinis deprehendere, mediante Aſcendentis vel Occidentis gradu, ac ipſius dati puncti Altitudine, cum Diſtantia eiuſdem ab Aſcendente vel ab occaſu.* 141.a

35 *Eundem adhuc angulum Eclipticæ & circuli Altitudinis explorare, dato Aſcendentis gradu cum angulo Eclipticæ & Horizontis apud ipſum proueniente, ac etiam data Diſtantia puncti, apud quod angulus quæritur, ab Horoſcopo.* 141.b

36 *Eundem adhuc angulum, quem facit Ecliptica cum circulo Altitudinis elicere, mediante angulo Eclipticæ & Horizontis apud gradum Aſcendentem formato vnà cum Altitudine dati puncti, vbi quæritur ang.* 142.a

LIBRI SEPTIMI.

Problemata Gnomonica.

Præfatio. 142.b

Problema primum. Angulum, quem efficit circulus Declinationis vel horarius Solis cum Horizonte, data Diſtantia Solis à Meridiano ac Poli Altitudine exquirere. 143.b

Problema ſecundũ. Dato arcu ſemidiurno vel ſeminocturno, & Eleuatione Poli loci, Declinationem paralleli illius arcus ab Aequatore deprehendere. 144.b

3 *Dato Plano quolibet obliquo, angulum circuli ipſius cum Meridiano circulo explorare, cuius ſcilicet Plani Declinatio à Verticali circulo & inclinatio ad Horizontem dantur.* 145.a

4 *Dato Plano obliquo, arcum Meridiani circuli inter ipſum & Horizontem concluſum adinuenire.* 145.b

5 *Meridiani arcum inter Mundi Polum Borealem & circulum Plani obliqui inquirere.* 146.b

6 *Altitudinem Poli Mundi ſupra Planum obliquum deprehendere.* 147.b

7 *Dato Plano vtcunq; inclinato, inclinationem Meridianæ ipſius Plani à Meridiana loci explorare.* 149.a

8 *Dato Plano vtcunque inclinato, differentiam rectam ſeu horariam Meridiani Plani à Meridiano loci cognoſcere.* 152.b

9 *Altitudinem Solis ſupra Horizontem in Aequatore exiſtentis qualibet hora colligere, data Altitudine Poli ac Solis à Meridiano Diſtantia.* 155.a

10 *Data Solis Declinatione ac Poli Eleuatione, Altitudinem Solis ſupra Horizontem ad horam quamlibet propoſitam inueſtigare.* 155.b

11 *Eandem Altitudinem Solis ſupra Horizontem alia ratione exquirere ex iiſdemmet datis, hoc eſt Poli Eleuatione, Solis Declinatione, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantia.* 162.a

12 *Eandem Solis Altitudinem ſupra Horizontem omni hora colligere ex noto gradu Aſcendentis vnà cum angulo Eclipticæ & Horizontis apud ipſum contingente.* 164.a

13 *Data ratione vmbræ ad ſuum Gnomonem vel ſtylum, Altitudinem Solis conijcere.* 164.b

14 *Sole in aliquo puncto medietatis Eclipticæ verſante à parte*

te

te Septentrionis, Altitudinem eius in Verticali primario ſeu circulo Orientis elicere, data ſcilicet Poli Eleuatione, ac loci Solis Declinatione. 165.a

15 Altitudinem Solis in circulo Verticali aliter adinuenire ex Amplitudine ſcilicet ortiua & Poli Eleuatione. 166.a

16 Altitudinem Solis ſupra Meridianum circulum computare ex data Solis ab ipſo Meridiano Diſtantia, atque eiuſdem Declinatione.

17 Solis Altitudinem ſupra circulum hora ſexta à Meridie, vel à media nocte indagare ex data Diſtantia Solis à Meridiano, ac eiuſdem Declinatione. 166.b

18 Altitudinem Solis ad horam quamlibet ſuper circulum Verticalem primarium, ſiue ſuper Planum ipſi circulo dicto æquidiſtantem indagare, ex data Eleuatione Poli Regionis & Solis Declinatione, 167.b

19 Altitudinem Solis ad horam quamcunque ſuper quemlibet circulum Verticalem à Meridiano ad ortum vel occaſum Declinantem exquirere, ſeu ſuper Planum ſeu quamlibet ſuperficiem perpendicularem ad Horizontem & à Meridiano declinantem verſus ortum vel verſus occaſum. 168.a

20 Altitudinem Solis ſupra circulum poſitionis, ſeu ſuper ſuperficiem aliquam ad Verticalem rectam, & ab Horizonte declinantem exquirere. 169.a

21 Solis Altitudinem ad horam quamcunque ſupra circulum ad Horizontem inclinatum, & ad Meridianum rectum computare. 170.a

22 Solis Altitudinē ad horam propoſitam ſupra circulum vel Planum reſpectu Meridiani, Horizontis, & Verticalis primarij omninò obliquum inquirere. 171.a

23 Data Solis Altitudine ſupra planam qualemcunque ſuperficiem, proportionē gnomonis ſeu ſtyli ad vmbram tam rectam quàm verſam diſcutere. 171.a

24 Data Diſtantia Solis à Meridie, necnon Declinatione eiuſdem, & Altitudine ſupra Horizontem, Diſtantiam illius Horizontalem à circulo Verticali primario exquirere. 171.b

25 Eandem Diſtantiam Solis Horizontalem à circulo Verticali ſeu Orientis elicere, data Diſtantia Solis à Meridie, Declinatione eiuſdem, ac Poli Altitudine. 174.a

26 Eandem Diſtantiam Solis Horizontalem ab ortu, data Poli Eleuatione, Solis Declinatione, ac eiuſdem ſupra Horizontem Altitudine exquirere. 175.a

27 Arcum Meridiani circuli interceptum inter Verticalem primarium dicti Meridiani & inter circulum Altitudinis Solis ſupra ipſum, ope Diſtantiæ Solis à Meridiano, ac Declinatione eiuſdem ad quamcunque horam indagare. 175.a

28 Eundem arcum Meridiani circuli, qui Azimuth offitio fungitur, ex data Altitudine Solis ſupra Meridianum, ac eiuſdem Declinatione ad horam quamlibet exquirere. 175.b

29 Arcum circuli horæ ſextæ concluſum inter Verticalem dicti circuli hora ſexta, & circulum Altitudinis Solis, ad horam quamcunque ſupra dictum circulum horæ ſextæ dimetiri. 176.a

30 Arcum circuli Verticalis ſeu Diſtantiam Solis Verticalem à vero ortu vel occaſu indagare, pro dignoſcenda vmbræ Latitudine ad ſingulas horas in horologijs Verticalibus. 176.b

31 Arcum cuiuſcunque circuli Verticalis à Meridiano ad ortum vel occaſum declinantis concluſum inter Horizontem loci, & circulum Altitudinis Solis ſupra dictum Verticalem inclinantem indagare. 177.a

32 Arcum circuli poſitionis ad inſtar Azimuth clauſum inter Verticalem primarium dicti circuli poſitionis, & circulum Altitudinis Solis, ad horam propoſitam, ſupra dictum poſitionis circulum indagare. 177.b

33 Arcum circuli cuiuſcunque inclinati ad Horizontem & ad Meridianum recti, comprahenſum inter punctum veri ortus vel occaſus, & circulum Altitudinis Solis ſupra talem circulum exquirere. 178.a

34 Arcum circuli omninò obliqui (nempe reſpectu Meridiani, Verticalis primarij, & Horizontis) concluſum inter Verticalem primarium dicti circuli obliqui, & circulum Altitudinis Solis ſupra talem circulum inquirere. 178.b

35 Arcum Horizōtis à quolibet horario circulo interſectum, data Poli Eleuatione, & Solis à Meridiano Diſtantia, deprahendere. 178.b

36 Arcum circuli Verticalis primarij, quem circulus quilibet horarius interſecat, data Poli Eleuatione ac Solis à Meridiano Diſtantia, definire. 179.a

37 Arcus horarios, quos ex circulo quocunq; Verticali Declinante, ſeu Plano ad Horizontem recto, ad Meridianum autem & ad Verticalem obliquo, quilibet circulus horarius interſecat, data ſcilicet ipſius Plani à Meridiano Declinatione, Altitudine Poli, ac Solis à Meridiano Diſtantia, indagare. 179.b

38 Arcus horarios in circulo poſitionis, ſeu in ſuperficie ad Meridianum & Horizontem obliqua, ſed ad Verticalem recta determinare. 180.b

39 Arcus horarios in Plano ſeu ſuperficie ad Meridianum recta, ſed ad Horizontem & ad Verticalem primarium inclinata, deprahendere. 181.a

LIBRI OCTAVI.

Prcblemata de Stellis Fixis & Planetis Latitudinem habentibus.

PRæfatio. 181.b

Probl. primum. Angulum, quem efficit circulus Latit. Stellæ cum Aequatore, ex data Stellæ ipſius Longitudine ac maxima Zodiaci obliqu. indagare. 182.a

2 Angulum, quem circulus Declinationis Stellæ & Eclipitica intercipiunt, definire. 182.b

3 Angulum, quem in centro Stellæ formant circuli Latitudinis & Declinationis, data ſcilicet Stellæ Longitudine & Latitudine, indagare. 183.a

4 Angulum, quem facit circulus Declinationis Stellæ cum Horizonte obliquo, definire. 184.a

5 Angulum in centro Stellæ cauſatum à circulo Latitudinis eiuſdem cum Horizonte inueſtigare. 184.b

6 Angulum, quem efficit Ecliptica cum Horizonte, dum Stella in ipſo Horizonte manet, explorare. 184.b

7 Data Longitudine & Latitudine Stellæ Fixæ vel erraticæ, Declinationem eius ab Aequatore inuenire. 185.b

8 Declinationem Stellæ vel Planetæ Latitudinem habentis, aliter ex iiſdem datis exquirere, hoc eſt ex Lōgitudine & Latitudine ipſius. 190.a

9 Declinationem Stellæ, data Poli Eleuatione, & Stellæ ſupra Horizontem Altitudine vna cum Azimuth ipſius, notam facere. 192.a

10 Data Longitudine & Latitudine Stellæ, Aſcenſionem eius Rectam dinumerare, ſimulq; punctum Eclipticæ, cum quo Cælum mediat, cognoſcere. 194.a

11 Aſcenſionem Rectam Stellæ aliter adhuc & multò faciliùs explorare, ex iiſdemmet datis, Longitudine ſcilicet ac Latitudine Stellæ. 199.b

Digitized by Google

12 Aſcenſionem Rectam Stellæ patefacere, data Poli Eleuatione & Stellæ ſupra Horizontem Altitudine vnà cum Azimuth eiuſdem, ac puncto Aequatoris, quod tunc temporis Meridianum attingit. 200.b
13 Data Stellæ Declinatione cum Aſcenſione eiuſdem Recta, aut potiùs puncto Eclipticæ, cùm quo Cœlum mediat, Latitudinem ipſius colligere. 202.b
14 Data Stellæ Declinatione, & Aſcenſione Recta, vel puncto Eclipticæ, cum quo ipſa culminat, Longitudinem ipſius ab Aequinoctio Verno determinare. 204.b
15 Data Stellæ cuiuſpiam Latitudine vnà cùm eiuſdem Aſcenſione Recta, aut puncto Eclipticæ, cum quo Cœlum mediat, Declinationem ipſius ab Aequatore, & Longitudinem ab Aequinoctio Verno deprehendere. 205.b
16 Data Latitudine Stellæ cum eiuſdem Declinatione, Longitudinẽ ipſius ab Aequinoctio Verno exquirere. 206.b
17 Data duarum Stellarum Longitudine, & Latitudine Diſtantiam inter ipſas definire. 208.a
18 Amplitudinem ortiuam & occiduam Stellæ Fixæ vel Erraticæ, ex data eiuſdem Declinatione, vel Aſcenſionali differentia cum Poli Eleuatione, inquirere; ſeu etiam ex eius Declinatione & Aſcenſionali differentia tantùm abſq; cognitione Eleuationis Polaris. 210.a
19 Aſcenſionalem differentiam Stellæ vel Planetæ Latitudinem habentis, necnon etiam arcum eiuſdem ſemidiurnum, ex data eius Declinatione & Poli Eleuatione; vel ex data eius amplitudine ortiua & Poli eleuatione, ſeu etiam ex data eius amplitudine ortiuâ & declinatione explorare. ibidem
20 Aſcenſionem vel deſcenſionem obliquam ſtellæ cuiuſcunque ad datam Poli Eleuationem dinumerare. 210.b
21 Punctum eclipticæ cum quo Stella quælibet oritur vel occidit, ſub quauis eleuatione poli deprehendere. ibid.
22 Interuallum Eclipticæ apparitionis vel occultationis ſtellæ cuiuslibet perſcrutari ſub quouis Horizonte. ibidem
23 Altitudinem ſtellæ cuiuſcunq; ſupra Horizontem exiſtentis ad quoduis momentum ſub data Regionis Latitudine indagare. 213.b
24 Azimuth Stellæ, ideſt diſtantiam ſtellæ Horizontalem à circulo Meridiano, omni temporis momento inueſtigare. 214.a

LIBRI NONI.

Problemata de Radiorum proiectionibus & de Directionibus.

PRæfatio. 214.b
Problema primum. Radiorum proiectionem rationabiliter tam in Ecliptica, quàm in Aequatore determinare. 215 a
2 Data poli eleuatione cum Declinatione ſtellæ vel puncti Eclipticæ, ac eius à Meridiano diſtantia, angulum inclinationis circuli poſitionis, per dictum punctum vel ſtellam tranſeuntis, ad Meridianum patefacere, ſiue etiam arcum circuli Verticalis inter Verticem & dictum poſitionis circulum concluſum, inueſtigare. 216.a
3 Data eleuatione poli Regionis, & eleuatione poli ſupra circulum poſitionis quempiam, quantus ſit inclinationis dicti circuli ad Meridianum angulus, ſeu quantus ſit arcus Verticalis circuli inter Meridianum & poſitionis circulum interiectus. 219.a
4 Data eleuatione poli ſupra circulum poſitionis ſtellæ, cum declinatione puncti Eclipticæ ſeu ſtellæ cum ipſo exiſtentis, angulum acutum, quem efficit circulus declinationis cum dicto poſitionis circulo indagare. 219.b
5 Data poli Regionis eleuatione cum declinatione ſtellæ, vel puncti Eclipticæ, vnà cum eiuſdem à Meridiano diſtantia, angulum acutum, quem efficiunt circulus declinationis et poſitionis ſtellæ vel puncti, indagare. 220.a
6 Data poli eleuatione cum angulo inclinationis circuli poſitionis ſtellæ vel puncti Eclipticæ ad Meridianum, ſeu cum arcu Verticalis circuli cadente inter Verticem & circulum poſitionis, eleuationem Poli ſupra dictum poſitionis circulum cognoſcere. 221 b
7 Data declinatione ſtellæ vel puncti Eclipticæ vnà cum angulo, quem efficit circulus declinationis cum circulo poſitionis in centro ipſius ſtellæ vel puncti Eclipticæ ſeſe interſecantibus, eleuationem Poli ſupra illum poſitionis circulum venari. 223 a
8 Data eleuatione Poli Regionis cum arcu Aequatoris inter Meridianum & circulum poſitionis interiecto, eleuationem Poli ſupra dictum poſitionis circulum promptè inueſtigare. 223.b
9 Dato Verticali arcu inter Meridianum & circulum poſitionis, ſeu data inclinatione ad Meridianum circuli poſitionis cum Latitudine Regionis, Aequatoris arcum inter dictum poſitionis circulum & Meridianum interceptum explorare. 214.a
10 Data Latitudine Regionis & Poli Eleuatione ſupra circulum poſitionis alicuius ſtellæ vel puncti eclipticæ, portionem Aequatoris iam dictam inter ipſos circulos interceptam, quam arcum poſitionis appellamus, adinuenire. 214 b
11 Eundem poſitionis arcum, quem circulus poſitionis & Meridianus intercipiunt, ex data eleuatione Poli ſupra circulum poſitionis, & declinatione dati puncti vel ſtellæ in dicto poſitionis circulo adinuentæ, ac eiuſdem à Meridiano diſtantia, colligere. 225.a
12 Dato arcu ſemidiurno & arcu poſitionis inter Meridianum & circulum poſitionis interiecto, diſtantiam à meridiano determinare. ibidem
13 Dato arcu ſemidiurno & diſtantia puncti Eclipticæ vel ſtellæ à meridiano, arcum poſitionis explorare. 226.b
14 Aſcen. differentiam ſimulq; aſcen. vel deſcenſionem obliquam ſtellæ vel puncti eclipticæ ſub circulo quopiam poſitionis explorare, cuius arcus poſitionis datus ſit, etiamſi Poli mũdi ſupra ipſum eleuatio ignoretur. 228.b
15 Differentiam aſcenſionalem, atque etiam aſcenſionem aut deſcenſionem obliquam puncti Eclipticæ vel ſtellæ in alieno ſitu vel arcu poſitionis dato determinare. ibid.
16 Vtrum ſtella aliqua ſit in eodem circulo poſitionis cum planeta aut ſignificatore quopiam, cognoſcere. 229.a
17 Significatorem in aliquo angulorum conſtitutum ad promiſſorem quemcunque ſecundum ſignorum conſequentiam dirigere ſeu deducere. ibidem
18 Significatorem vbicunque extra angulos conſtitutum ad promiſſorem quemlibet ſecundum ſignorum ordinem, iuxta viam rationalem dirigere. 229.b
19 Diſtantiam inter duo puncta vel ſtellas in circulo poſitionis dato explorare, quando ambo in eum vnà incidunt. 232.b

LIBRI DECIMI.

Problemata ad tempus inueſtigandum facientia.

PRæfatio. 233.a
Problema primum. Arcum ſemidiurnum Solis vel ſtellæ cuiuſcunq; & conſequenter quantitatem diei & noctis

Digitized by Google

INDEX.

ctis artificialis definire. 234.a
2 Momentum temporis, quo ſtella quæpiam exoritur vel occidit, ſub dato Horizonte inquirere. 235.a
3 Diem determinare, quo ſtella quæpiam è radijs Solis emergat, aut intra ipſos deliteſcat. ibidem
4 Data Solis ſupra Horizontem Altitudine ac Poli Eleuatione, horam ſeu temporis momentum colligere. 235.b
5 Per datam ſtellæ cuiuſcunq; Altitudinem ſupra Horizontem cognitæ Regionis, horam noctis inueſtigare. 240.a
6 Eleuatione Poli ac Solis Declinatione cognita, quo temporis momento Sol Verticalem circulum attingat, percipere. 240.b
7 Idem temporis momentum, quo Sol per Verticalem circulum pertranſit ex data Solis Altitudine ſupra dictum Verticalem circulum, & Declinatione eiuſdem elicere. 241.a
8 Regionis Latitudine & Ecliptica arcu Boreali cognitis, quanto tempore dictus arcus Verticalem circulum pertranſeat, exquirere. 241.b
9 Idem tempus, quo ſol ſub Verticali circulo pertranſit, per vtriuſque termini propoſiti arcus declinationem & Altitudinem Poli, perquirere. 242.b
10 Idem temporis ſpatium, quo arcus quilibet Borealis per Verticalem circulum pertranſit, alia ratione cognoſcere. 243.b
11 In locis ſub tractu Aequinoctiali poſitis crepuſculi Longitudinem dato Solis loco dimetiri. ibidem
12 Data Altitudine alicuius ſtellæ ad initium crepuſculi matutini, vel ad finem veſpertini, Longitudinem illius crepuſculi indagare. 244.b
13 Sole in alterutro Aequinoctio verſante ſub Horizonte quolibet obliquo crepuſculi magnitudinem inueſtigare. ibidem
14 Eleuatione Poli, ac loco Solis extra Aequinoctia cognito, crepuſculi magnitudinem determinare.
15 Data montis Altitudine, tempus diſcernere, quo Sol priùs illis apparet, qui in eius ſummitate, quàm qui ad radices eiuſdem inhabitant. 249.b
16 Datis duabus Solis Altitudinibus Meridianis duorum proximorum dierum, quarum vna ſit ante Aequinoctium, altera poſt, tempus ipſius Aequinoctij determinare, cognita priùs adamuſſim Poli Altitudine. ibid.
17 Ex binis Amplitudinis ortiuis duorum proximorum dierum inter ſe diuerſis per obſeruationem datis, tempus ingreſſus Solis in punctum Aequinoctij exquirere.

LIBRI VNDECIMI.

Problemata Geographica.

Præfatio.
Problema primum. Eleuationem Poli Regionis, dato Solis loco, ac Meridiana eius Altitudine ſupra Horizontem, cognoſcere. 252.a
2 Altitudinem Poli ex Altitudine Solis in circulo Verticali, ac eiuſdem Declinatione exquirere. 253.b
3 Eleuationem Poli ex amplitudine ortiua vel occidua, & Altitudine Solis in circulo Verticali addiſcere. 254.a
4 Eleuationem polarem ex Altitudine Solis ad horam datam, & Azimuth eius colligere. 254.b
5 Altitudinem Poli ex declinatione dati puncti & latitudine ortus eiuſdem deprehendere. 256.a
6 Dato puncti Eclipticæ ſemidiurno arcu, ſeu differentia Aſcenſionali cum Declinatione eiuſdem, Altitudinem Poli deprehendere. 256.b
7 Eleuationem Poli Mundi ex noto arcu ſemidiurno ſeu differentia aſcenſionali, & latitudine ortus adinuenire. 257.a
8 Data die longiſſima alicuius Regionis, altitudinem Poli inquirere. 257.b
9 Data continua luce ſupra horas 24. Solis ſemper ſuper terram exiſtentis, ſeu dato Zodiaci arcu ſemper apparente, latitudinem Regionis adinuenire. ibidem
10 Data proportione Gnomonis & vmbræ altitudinem Poli inuenire. 258.a
11 Dato medij cœli gradu & amplitudine ortiua aſcendentis, eleuationem Poli definire. 258.b
12 Dato gradu medij cœli cum aſcendentis puncto, latitudinem Regionis manifeſtare. 259.b
13 Data alicuius arcus obliqua aſcenſione ab alterutro Aequinoctiorum puncto inchoata, Eleuationem Poli Regionis, ſub qua talis obliqua contingit aſcenſio, explorare. 260.a
14 Dato Eclipticæ arcu ab Aequinoctiali ſectione, ſed à quouis alio termino numerato, vnà cum obliqua eius aſcenſione, latitudinem Regionis, vbi talis obliqua aſcenſio contingit, indagare. ibidem
15 Eleuationem Poli Mundi per reuolutionem alicuius ſtellæ fixæ ſemper apparentis, vel etiam exorientis & occidentis, cuius tamen fuerit nota declinatio, indagare. 261.a
16 Duabus propoſitis ſtellis, quarum declinationes dentur, & vna in Meridiano incidat tunc, cùm altera exoritur vel occidit, altitudinem Poli addiſcere. 262.a
17 Datis ex obſeruatione ad oculum duabus ſtellis notis ſimul eodem in loco exorientibus vel occidentibus, quanta ſit huiuſcè loci latitudo inquirere.
18 Oblatis terreſtris globi duobus locis eundem aſcendentis gradum eodem inſtanti notum habentibus, ſed puncta Eclipticæ in Meridianis ſuis diuerſa, cognita tamen, vtriuſque loci latitudinem & longitudinum differentiam patefacere. 264.a
19 Oblatis duobus in terra locis, quorum vnus notam habeat longitudinem ac latitudinem, alter verò vtramq; ignotam, & ſit data diſtantia viatoria vtriuſque loci cum angulo poſitionis vnius ad alterum, alterius loci longitudinem, latitudinemuè determinare. ibidem
20 Data duorum locorum polari altitudine eundem Eclipticæ arcum in Horoſcopo habentium, vtriuſque longitudinis differentiam determinare. 266.b
21 Data eleuatione polari duorum locorum ſeorſim cum eorundem intercapedine, differentiam longitudinum ipſorum, & angulum poſitionis ab altero ad alterum explorare. ibidem
22 Datis duobus locis notarum lõgitudinum & latitudinum, in quam Mundi partem alter ab altero declinet, hoc eſt angulum poſitionis vnius ab altero exquirere. 267.a
23 Propoſitis tribus locis, quorum duo notas habeant longitudines ac Latitudines, tertij verò data ſit ad eoſdem diſtantia viatoria, eiuſdem etiam longitudinem ac latitudinem determinare. ibidem
24 Proportionem cuiuslibet paralleli ad Aequinoctialem ſeu ad maximum circulum cognoſcere. 267.b
25 De dimenſione diſtantiæ locorum terreſtrium in genere, & primò quidem de locis ſola longitudine, vel ſola latitudine differentibus. 268.a
26 Datis duobus locis longitudine & latitudine diſcrepantibus, quorum vnus ſub Aequinoctiali ſitum obtineat, alter verò extra ipſum locetur, eorundem diſtantiam notam facere. 269.a
27 Datis duobus in terra locis Longitudine ac Latitudine vtcunque

Digitized by Google

vtcunque diſcrepantibus, eorum Diſtantiam patefacere. 270.a
28 Quantitatem arcus magni circuli terreſtris à Sole illuminati, data Diſtantia eius à terra, ac ſemidiametro Solis in eadem menſura cognita manifeſtare. 273.a
29 Quantam Cœli portionem auferat à noſtro viſu ſemidiameter terræ. 273.b
30 Summam vaporum Eleuationem ſupra terram dimetiri. 274.a

LIBRI DVODECIMI,

Problemata de obſeruatione motuum Planetarum, ac Cometarum.

PRæfatio. 275.a
Problema primum, Data Poli Eleuatione ac Solis Meridiana altitudine, verum eius locum in Zodiaco definire. 276.a
2 Altitudine Solis in circulo Verticali vnà cum polari eleuatione cognita, verum eius locum in Zodiaco expeditè definire, ſi modò Sol verſabitur in ſemicirculo Eclipticæ Boreo. 276.b
3 Data ex obſeruatione diſtantia Planetæ vel Stellæ fixæ ſeu etiam Cometæ à duabus ſtellis notis, cum quibus Trigonum efficiat, Longitudinem ipſius ac Latitudinem ex calculo determinare. 277.a
4 Verum locum ſtellæ tam in longitudine quàm in latitudine inueſtigare, atque hoc quidem auxilio quatuor ſtellarum, quæ cognitas habeant Latitudines ac Longitudines, dum tamen ſtella ipſa incognita reperiatur in interſecatione duorum magnorum circulorum, quorum vnus incidat per duas quaſcunq; ex illis ſtellis notis, alter verò per reliquas duas. 280.a
5 Inclinationem viæ Cometæ ſeu circuli, quem ſuo motu deſcribit, ad Eclipticam patefacere, & quo in loco fiat vtriuſque interſecatio. 282.b
6 Habitudinem circuli, quem ſuo motu deſcribit Cometa, ad Aequinoctialem inueſtigare, & quo in loco eum interſecet. 283.a
7 Data Longitudine Planetæ vel Cometæ in Ecliptica ab interſectatione viæ ipſius cum Ecliptica, quam caput vel caudam draconis vocant, vnà cum eiuſdem ab Ecliptica latitudine, verum ipſius locum in ſuo circulo definire. 283.b
8 Reductio loci Planetæ vel Cometæ in ſuo circulo ad Eclipticam. 284.a
9 Data maxima Planetæ latitudine aut potius inclinatione viæ ſeu circuli ipſius ad Eclipticam, vnà cum diſtantia ipſius à capite draconis, veram eius latitudinem inueſtigare. ibidem
10 Parallaxin ſeu diuerſitatem aſpectus Lunæ, aſtri vel Cometæ in circulo altitudinis indagare, data ſcilicet ipſius à terra diſtantia & altitudine ſupra Horizontē. 285.a
11 Diuerſitatem aſpectus Lunæ ad Solem in circulo altitudinis diſcernere. 285.b
12 Parallaxin ſeu aſpectus diuerſitatem Solis vel Lunæ in longitudinem ac latitudinem, ex data parallaxi in circulo altitudinis ſeorſim cognoſcere, dum tamen Luna expers fuerit latitudinis. 286.a
13 Data parallaxi in circulo altitudinis Lunæ latitudinem ab Ecliptica obtinentis, diſcernere ipſius parallaxes in longitudinem ac latitudinem. 287.a
14 Data parallaxi Lunæ vel aſtri in circulo altitudinis, parallaxin ipſius quo ad rectam aſcenſionem & declinationem diſcernere. 288.a
15 Diſtantiam Lunæ vel Cometæ à terra, parallaxi eius & altitudine data, dimetiri. 288.b
16 Data diametro viſuali Stellæ vel Cometæ, cum eiuſdem à centro terræ diſtantia, diametrum corporis eius in eadem menſura, atque etiam quanta ſit ipſius craſſities ſeu ſoliditas, definire. 289.a
17 Quanta maximi Lunaris corporis circuli portio à Sole illuminetur. 289.b
18 Portionem maximi circuli Lunaris corporis, quæ ſub aſpectum noſtrum cadit, definire. 290.a

IOAN:

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM

In almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris.

PRIMI MOBILIS, ET TRIGONOMETRIAE SPHAERICORVM LIBER PRIMVS.

Præfatio in Quattuor Priores Libros.

GEOMETRIA omnis Sphæricorum Triangulorum, quæ in quattuor prioribus Primi Mobilis libris abundè à nobis traditur, circa rationem ſoluendi ac dimetiendi ipſa Triangula Sphærica verſatur. Quæ profectò nihil aliud eſt, quàm ex notis quibuſdam terminis Trianguli cuiuſcunq; Sphærici, reliquorum ignotorum artificioſa, & rationabilis inquiſitio. Termini autem omnis Trianguli Sphærici, ſicut & Plani, ſex ſtatuuntur; tres ſcilicet anguli, & totidem latera. Ex hiſce autem neceſſariò tres ſemper dabuntur cogniti, quomodocunque adinuicem vel diſponantur, vel permutentur; vt nimirum per hanc dimenſionis rationem reliqui facilius innoteſcant. Veruntamen in Triangulo Rectangulo ſemper rectum angulum notum habente duo tantùm ex reliquis ſufficiunt cogniti termini ad cæterorum inquiſitionem. Vt autem varia eſt omnium Triangulorum Sphæricorum ſolutio ſeu dimenſio; ſic à priſcis Aſtronomis, Hypparco ſcilicet, Ptolemæo, alijsq; feliciter inchoata, nec tamen perfectè vnquam eſt tradita. Vnde ab eximijs cùm ſuperioris, tum noſtræ memoriæ quibuſdam viris, non parum dilucidata, ac præclarè eſt locupletata; tùm verò maximè à nobis facilior multò, compendioſiorq; facta, quin & abſoluta magis ſtudioſis proponitur. Tractatur autem, ac multiplici quidem ratione, ex

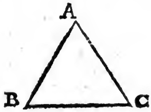
Logiſticæ præceptis omnis illa Triangulorum ſolutio perficitur per Magnum Canonem Mathematicum ſeu Trigonometricum; qui rectarum linearum, quæ ad circulum referuntur, exhibet magnitudinem: & hæ quidem angulorum, & circumferentiarum circuli ſunt quadam ratione relatiuæ, dicunturq́; Sinus, Tangentes, & Secantes. Necnon mediocriter etiam ad ipſam Triangulorum dimenſionem conducunt illæ Tabulæ, quas ex eodem Magno Canone Trigonometrico conſtruximus. Statuimus namq́; in tyronum gratiam plures ſolutionum modos adferre; primò quidem illos, quos ex alijs deſumpſimus, tum verò & alios, quos ipſimet diuerſa & occaſione & tempore excogitauimus, & hucuſque feliciter ſecuti fuimus; ſic enim vnuſquiſque illos poterit amplecti, qui ſibi videbuntur expeditiores. Cæterùm vt dilucidè ſemper ac ordinatè, quæ duo vnicè conabimur, in hac Sphæricorum Triangulorum pertractatione agamus, rem omnem ſic diuidemus. Ac primò quidem definitiones, & prima quædam principia vniuerſæ Trigonometriæ communia, quibus termini huic facultati proprij explicantur, proponemus. Deinde Magni Canonis Trigonometrici ordinationem, ſimul ac vberrimum vſum explicabimus. Tum verò præcipuas aliquot Analogias inter lineas illas, quarum magnitudinem Magnus Canon exhibet, prodeuntes recenſebimus; hinc enim inſignia illa compendia pro ipſius Magni Canonis vſu deducuntur. Denique definitiones, diuiſiones, affectiones, & accidentia Triangulorum Sphæricorum trademus; necnon Theoremata omnia Rectangulorum, & Obliquangulorum Triangulorum adferemus, quibus vniuerſus ipſorum calculus innititur, & hæc quidem omnia in PRIMO Libro abſoluentur. In SECVNDO verò de varijs ſolutionum formis, quæ pro vniuerſis Triangulis Sphæricis vſurpantur, generaliter agemus; ſimulq; Tabularum Primi Mobilis, ſeu Quatuor præcipuarum Analogiarum conſtructionem, quæ calculum reddunt expeditiſſimum, docebimus; dabimusq́; Generales illos Canones, quibus ex duobus in Triangulo quocunque Sphærico oblatis, ſingula quæſita ſpecie cognoſcuntur. In TERTIO autem Libro de ſolutione, ſeu calculo Triangulorum Sphæricorum Rectangulorum: ac demum in QVARTO de Sphæricorum Obliquangulorum calculo copioſiùs diſſeremus.

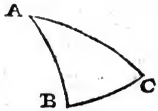
CAPVT

Digitized by Google

CAPVT PRIMVM.

Definitiones, ac Principia Trigonometriæ vniuerſæ communia.





1 TRiangulum eſt figura tribus lateribus conſtãs, ac tres angulos comprehendens, vt A B C.

2 Triãguli latera ſubtendũt angulos oppoſitos; & maius maiorem, minus minorem, æquale æqualem, & contrà Euclides 5.6.18.& 19.Primi Elementorum in Planis demonſtrat, & alij in Sphæricis ad eundem modum.

3 Triangulum duplex eſt; aliud Planum, aliud Sphæricum.

4 Triangulum Planum eſt, quod ex tribus conſtat rectis lineis in planitie, quæ eius latera dicuntur.

5 Latera Trianguli Plani quolibet genere menſuræ dimetiri poſſunt, vt pedibus, vlnis, paſſibus, ac reliquis huiuſmodi. Vnde

6 Datum latus dicitur, cum certo numero alicuius vſitatæ, vel notæ menſuræ exprimitur; &

7 Duo vel plura latera inuicem dari dicuntur, cùm numeri deſertè exprimuntur, iuxta quos eadem menſura vtrumq; illorum metitur.

8 Triãgulum Sphæricum eſt, quod in ſuperficie Sphærica, id eſt Globi à tribus arcubus maximorum circulorum ſigillatim ſemicirculo minorum formatur.

9 Latera Trianguli Sphærici numerantur in partibus circuli, qualium totus quilibet maximus Sphæræ circulus continet 360. Vnde

10 Dari aliquod latus Trianguli Sphærici dicitur, cùm exprimuntur partes circuli, quas ipſum latus continet, id eſt cùm eius partes trecenteſimæ ſexageſimæ fuerint cognitæ, ſeu expreſſæ.

11 Anguli Trianguli Plani menſurantur penes circumferentiam, quæ inter latera anguli concluditur, facto in ipſius anguli apice centro; nam quanta eſt hæc circumferentia reſpectu quatuor angulorum rectorum, qui ad integrum circulum referuntur, ſeu ad gradus 360. tantus dicitur angulus ipſe.

12 Anguli Triãguli Sphærici menſura eſt arcus maximi circuli ex anguli apice, tanquam polo deſcripti dictum angulum reſpiciens. Vnde

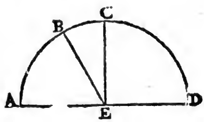
13 Datus angulus dicitur, cùm fuerit cognitus arcus circuli, qui ipſum angulum menſurat.

14 Angulus rectus eſt, cuius menſura eſt Quadrans circuli, ſeu gr. 90. Vnde hic ſemper notus eſt.

15 Acutus angulus eſt, quem arcus Quadrante minor; & Obtuſus, quem Arcus Quadrante maior menſurat.

16 Complementum anguli ad ſemicirculum eſt quantitas alterius anguli conſequentis: cùm ambo anguli, qui ſunt deinceps, ſeu adiacentes, ſemicirculum perficiant, ſeu duorum rectorum valorem compleant.

Vt in ſemicirculo A C D angulus rectus eſt C E A Quare complementum anguli B E A ad Quadrantem, vel anguli B E D eſt angulus C E B, nempe differentia cuiuſq; illorum à recto. Sic quoque anguli A E B complementum ad ſemicirculum eſt angulus B E D, & viciſſim angulus A E B eſt complementum anguli B E D ad ſemicirculum.



17 Complementum anguli ad Quadrantem eſt exceſſus ſupra Quadrantem, ſi fuerit maior Quadrante, vel defectus ad Quadrantem, ſi fuerit illo minor.

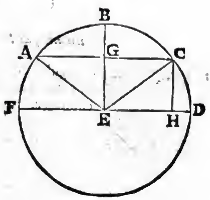
18 Arcus circuli eſt pars circumferentiæ circuli.

19 Complementum arcus alicuius ad Quadrantem eſt differentia ipſius arcus, & Quadrantis, ſiue maior ſit arcus, ſiue minor.

20 Complementum arcus ad ſemicirculum eſt defectus ipſius ad ſemicirculum.

Digitized by Google

Vt arcus A B dicitur complementum ad Quadrantem, tam arcus F A minoris Quadrante, quàm arcus A B D maioris Quadrante. Præterea arcus F A complementum ad ſemicirculum eſt arcus ◡A B D, ſicut idem arcus F A eſt complementum ad ſemicirculum arcus A B D.



21 Rectæ lineæ ad circulum applicatæ, & ad dimenſionem Triangulorum aptæ ſunt Subtenſæ, Sinus, Tangentes, & Secantes. Hæ enim ſingulę ſunt certarum circumferentiarum, vel angulorum relatiuæ, & exprimendæ ſunt, ac taxandæ reſpectu diametri, vel ſemidiametri circuli particularum 100000, vel 10000000, vel ſecundum aliam menſuram.

22 Subtenſa in circulo recta linea eſt, quæ diuidit circulum in duas portiones inęquales, ſeu in duos arcus inęquales, ad quos æquè, & pariter refertur.

Vt in circulo ſuperiore, cuius centrum E recta A G C diuidens circulum in duo ſegmenta inæqualia, quorum minus eſt ◡A B C, maius verò C D F A, vocatur Subtenſa: eò quia vtramque circumferentiam ſubtendit, ſcilicet A B C minorem ſemicirculo, & C D F A maiorem. Sunt qui Subtenſas vocent Inſcriptas.

23 Subtenſa maxima intelligitur diameter circuli. Hæc perpetuò datur ſecundum communem Aſtronomorum ſcholam particularum 200000, vel 20000000, Vnde

24 Data Subtenſa intelligitur, cùm exprimitur ijſdem partibus, quibus tota diameter datur.

25 Sinus eſt portio Inſcriptæ, ſeu rectæ ſubtendentis arcum.

Hæc ſanè definitio competit tum Sinui Recto, tum Verſo, vt patet.

Vel

26 Sinus eſt recta linea ab aliquo puncto peripheriæ, ad quam refertur, perpendicularis ad diametrum circuli, ſeu ad ſubtenſam dupli arcus, per alterum arcus terminum ductam.

Vt recta G C Sinus eſt arcus B C, vel recta C H Sinus eſt arcus C D, quæ perpendicularis eſt ad diametrum F D, Sic etiam B G eſt Sinus arcus B C, ducitur enim perpendicularis ad Subtenſam A G C dupli arcus ◡A B C.

27 Sinus alius dicitur Rectus, alius Verſus: & Rectus alius dicitur Primus; alius Secundus. Sinus rectus eſt dimidia ſubtenſa dupli arcus, cuius dicitur Sinus.

Vt linea G C, quæ eſt dimidia pars Subtenſæ A C, dicitur Sinus rectus arcus B C, qui eſt ſemiſſis arcus A B C ſubtenſi à recta A G C,

Vel

28 Sinus rectus eſt perpendicularis ab vno termino arcus illius, cuius dicitur Sinus, ad circuli diametrum ductam ad alterum eiuſdem arcus terminum.

Sinus rectus appellatur etiam Sinus primus.

Vt in antecedente ſchemate recta G C eſt Sinus arcus B C, quæ ducta eſt ab vno termino ipſius arcus, nempè à termino C, perpendiculariter ad diametrum B E ductam ad alterum terminum B illius arcus B C.

29 Sinus rectus ſecundus eſt Sinus complementi alicuius arcus.

Vt recta C H eſt Sinus ſecundus rectus arcus B C, quia eſt Sinus arcus C D, qui eſt complementum arcus B C.

30 Sinus verſus eſt portio diametri inter arcum, & Sinum rectum.

Vt eſt linea B G, quæ eſt portio diametri inter arcum B C, ad quem refertur, & Sinum rectum G C. Dicitur verò hæc linea G B Sinus verſus, quia verſo modo diſponitur reſpectu Sinus recti. Appellari etiam conſueuit Sagitta; quoniam in modum Sagittæ ſitus eſt inter arcum, & chordam.

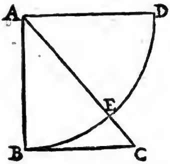
31 Sinus integer, vel totus eſt ſemidiameter circuli, nempè Sinus vel rectus, vel verſus Quadrantis circuli, & datur perpetuò particularum 100000, vel 10000000, vel ſecundum aliam menſuram. Vnde

32 Datus Sinus dicitur, cùm datur in ijſdem partibus, in quibus ſemidiameter, ſeu Sinus totus aſſumitur particularum 100000, vel 10000000.

33 Tangens alicuius anguli dicitur illud latus in angulo recto, quod peripheriam tangit, quæ deſcribitur facto centro in extremo reliqui lateris circa rectum ad eius interuallum, & refertur ad angulum in centro.

Digitized by Google

Vt in adiuncto diagrammate linea C B, eſt Tangens anguli C A B, quia facto centro in A extremo reliqui lateris A B circa rectum, & ad interuallum A B deſcripto circulo D E B, linea C B ipſum tangit; cùm ſit perpendicularis ad extremum diametri A B. per coroll. 16. Tertij Elem. Eucl. Has lineas Tangentes Breſſius Adſcriptas appellat, & earum tabulam Adſcriptarum tabulam; alij tabulam Fæcundam, vt Regiomontanus, Maurolicus, & Reinoldus. Franciſcus verò Vieta has lineas Tangentes Proſinus non incongruè vocat.



34 Tangens alicuius arcus dicitur recta tangens extremitatem illius arcus, quæ concurrit cum ſemidiametro circuli producta per alterum extremum eiuſdem arcus vltra circulum.

Vt in iam dicta figura linea B C dicitur Tangens arcus E B, quia tangit eum in extremitate B, & terminata eſt à ſemidiametro A E tranſeunte per extremum arcum E producta extra circulum vſque ad C. Vnde eadem Tangens refertur ad angulum, & arcum eundem angulum definientem.

35 Data Tangens dicitur, cùm datur vnum ex lateribus circa rectum in ijſdem partibus, in quibus datur aliud latus circa rectum vt ſemidiameter, ſeu vt Sinus totus particularum 100000, vel 10000000.

36 Secans alicuius anguli dicitur latus recto angulo oppoſitum, quando in altero acutorum angulorum deſcriptus fuerit circulus ad interuallum lateris circa rectum: Hæc enim linea ſecare videtur huiuſmodi circulum, & refertur hæc Secans ad angulum in centro.

Vt in eademmet figura latus A C, quod angulo recto B opponitur, eſt Secans anguli B A C, quia interſecat circulum D E B, qui deſcriptus eſt facto centro in ipſo angulo B A C. Has Secantes Breſſius Hypothenuſas vocat, & earum tabulam Hypothenuſarum tabulam: Alij tabulam Beneficam, vt Maurolicus. Sed Franciſcus Vieta has lineas Tranſſinuoſas appellat.

37 Secans alicuius arcus eſt recta ſubtendens angulum rectum, quæ includit arcum illum ſimul cum illo latere circa rectum, qui ſit ſemidiameter circuli.

Vt recta A C in eadem figura dicitur Secans arcus E B, quia inter ipſam, & lineam A B includitur ille arcus E B, eſtq; eadem Secans & anguli, & arcus ab eo comprehenſi.

38 Data Secans intelligitur, cùm datur latus illud recto oppoſitum in illis particulis, in quibus aſſumitur vnum ex lateribus circa rectum vt ſemidiameter, ſeu vt Sinus totus particularum 100000, vel 10000000.

CAPVT SECVNDVM.

Explicatio, ac vſus Magni Canonis Mathematici, ſeu Trigonometrici, complectentis ſingularum linearum, quæ in circulo conſiderantur, quantitatem.

CVM Mathematicus Canon Sinuum, Tangentium, & Secantium extet nunc accuratiſſimè ſupputatus, ſuperuacaneum duximus de eius ſyntaxi, ſeu fabrica verba facere, prçſertim cùm ab alijs hoc abundè prçſtitum ſit: ſolùm de eius ordinatione à nobis facta, & de eius applicatione, ac vſu pertractabimus.

Canon itaque is continet magnitudinem ſingularum rectarum, quæ ad circuli peripheriam, ac ad angulos referuntur, quatenus ab initio arcus, vel anguli acutiſſimi continuò creſcunt ad arcus completionem ad Quadrantem, vel ad anguli recti magnitudinem. Et hæ profectò lineç ſunt Sinus recti, & verſi, atque etiam Tangentes, & Secantes, de quibus ſigillatim paulò infrà agemus. Quare in vniuerſum hic Canon exhibet laterum Trianguli Plani Rectanguli duplicem rationem. Primò quidem ſuppoſita Baſe ſeu latere rectum ſubtendente pro ſemidiametro circuli, ſeu toto Sinu particularum 100000, vel 10000000, latera reliqua exprimit Canon tanquam Sinus angulorum illis oppoſitorum in eademmet ratione. Secundò prçſtat Canon idem ſingulorum laterum Trianguli Rectanguli Plani magnitudinem poſito vno è lateribus circa rectum Sinu toto, vtpote circuli ſemidiametro, tuncq; latus aliud circa rectum datur in dicto Canone tanquam Tangens anguli oppoſiti, & Baſis (ita enim vocamus ſemper hypothenuſam, ſeu latus rectum ſubtendens) datur tanquam Secans eiuſdem anguli ijſdem quidem numeris expreſſç, in quibus aſſumptum latus datur vt Sinus totus. Quæ vt clariùs percipiantur, ſequenti ſchemate vtemur, in quo ſit Triangulum Planum Rectangulum A B C, cuius angulus ad B rectus ſit,

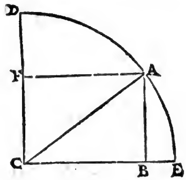
quem

Digitized by Google

Præceptum Primum.

Dato arcu, vel angulo inuenire eius Sinum rectum primum, vel ſecundum ex Magno Canone.

SInum primum alicuius arcus, vel anguli illum intelligimus, qui conuenit immediatè ipſi arcui vel angulo iuxta definitionem. Sed Sinum ſecundum dicimus, qui debetur complemento ipſius arcus, vel anguli tanquam primo. Vt propoſito arcu A E, vel angulo A C E erit eius Sinus primus A B tanquam conueniens immediatè ipſi. Secundus verò Sinus eiuſdem erit A F, quia eſt Sinus primus arcus A D, vel anguli A C D complementi prioris: Si datus ergo arcus minor eſt Quadrante, ſeu ſi datus angulus minor eſt recto, qui Quadranti reſpondet, atq; habere vis Sinum rectum primum, qui intelligitur ſemper, cùm Sinus ſimpliciter nominatur, quæras numerum graduum in ſuperiore parte Canonis, & à parte ſiniſtra deſcendente quæras minuta; nam è directo minutorũ ſub prima columna habebis Sinum primum, vt etiam titulus indicat.



Sinus verò ſecundus, qui dicitur Sinus complementi propoſiti arcus vel anguli colligitur, ingrediendo cum gradibus in calcem Canonis, & cum minutis à dextra parte ſub eademmet columna. Verum ſi præter gradus & minuta dati arcus, vel anguli habebis etiam alia ſcrupula, vt obtineri poſſit congruus Sinus primus, vel ſecundus, obſeruanda erit correctio per partem proportio nalem altero horum duorum modorum.

Vel primo collige differentiam Sinus primi, vel ſecundi, quæ conſurgit à gradu & minuto propoſito ad ſequentem minutum, quam differentiam per ſecunda, quę pręter minuta habes, multiplicabis, & productum numerum diuides per 60. Sic enim elicies partem congruam ſecundis illis, addendam quidem Sinui, qui integris gradibus, & minutis reſpondet, vel ab eodem auferendam, prout ſequens numerus fuerit vel maior, vel minor, vt moris eſt.

Secundò indagatur faciliimè portio reſpondens ſecundis, quæ pręter minuta ſunt, per tabulam Proportionalem, quam ad vſum magni Canonis compilauimus, pręcipuè verò pro Sinibus, ſicut nunc docebimus.

Exemplum.

Detur angulus, vel arcus gr. 56. min. 18. ſec. 46. Cuius Sinus primus, & ſecundus quæri debeant. Pro habendo Sinu primo obſeruo in fronte Canonis gr. 56. & à latere ſiniſtro deſcendente è regione min. 18. elicio Sinum primum 8319541. Cuius quidem differentia à ſequente numero per ſubductionem datur 1614. Hæc multiplicata in ſecunda 46. producit hunc numerum 74244. qui per 60. diuiſus dabit 1237. pro parte proportionali congruente illis 46. ſecundis: quæ addita priori Sinui cõperto cum gr. 56. min. 18. producit 8320778, Sinum nempe exactum competentem gr. 56. min. 18. ſec. 46.

Eadem proportionalis pars promptiſſimè habetur ex tabula Proportionali ad vſum Magni Canonis iam commemorata, intrando in fronte cum differentia proximiore, nempe 1610. ſub qua è regione ſecundorum 46. reſpondent particulæ 1234. ſed ſub differentia 1620. congruunt particulæ 1242. Vnde exacta pars proportionalis reſpectu differentiæ 1614. erit 1237. addenda Sinui congruenti gradibus, & minutis, ſicut ſupra.

Pro habendo autem Sinu ſecundo eius arcus gr. 56. min. 18. ſec. 46. ingredior in calce tabulæ cum gr. 56. & à latere dextro aſcendente cum min. 18. colligo ſinum 5548444. ſub eadem prima columna cum differentia à ſequente Sinu, qui debetur min. 19, particularum 2420, qua differentia inuenta supernè in tabula Proportionali è regione 46. ſecundorum colliguntur particulæ 1855, auferendæ à Sinu nuper collecto, quia ſequens numerus decreſcit, & prodit Sinus ſecundus propoſiti arcus particularum 5546589.

Cæterum in ſolutione Triangulorum omitti ſolent plerumq; ſecunda hac occaſione, vt ſi ſuperent 30. computentur pro vno minuto. Ideoq; pro dicto arcu ſumi poteſt Sinus competens gr. 56. min. 19.

Quòd ſi datus arcus exceſſerit Quadrantem circuli; ita tamen vt ſemicirculo non ſit maior, aufer ipſum ex ſemicirculo, ſeu ex gradibus 180. & reſidui arcus Sinum rectum primum, vel ſecundum accipies; nam idem Sinus primus, vel ſecundus competit duobus arcubus, vel angulis ſemicirculum complentibus; quinetiam Sinus primus exceſſus alicuius arcus ſupra Quadrantem eſt eiuſdem arcus Sinus ſecundus. Vt ſi propoſitus eſſet arcus gr. 106. min. 25. vt eius Sinus primus, & ſecun-

mero 3000, quo eam adinuenire poſſis in fronte dictæ Tabulæ proportionalis, & cum ſecundis collige arealem numerum ipſius Tabulæ ſub dicta differentia; cui adde tot notas à dextra, quot à dicta differentia fuerunt reiectæ, & compones numerum proportionalem congruentem dictis ſecundis quàm proximè. Quòd hoc Exemplo dilucidabimus.

Sit deſumenda Tangens congruens gr.81.min.35.ſec.35. Ingreſſus itaq; Canonem ſub gr.81. è regione min.35. ſumo in tertio ordine Tangentem particularum 67583815. cum differentia à ſequente numero min.36. particularum 136040. reiectis igitur ab hac differentia duabus poſtremis notis relinquitur differentia 1360; quam quaro in fronte dicta Tabula proportionalis, & ſub ea cum ſecundis 35. capio 793. cui numero duas addo cifras, & fit pars proportionalis pro ſecundis 35. particularum 79300. addenda priori Tangenti, vt prodeat Tangens 67663115. qua quàm proximè competit propoſito arcui. Exactiſſima autem pars proportionalis pro dictis 35. ſecundis, deberet eſſe particularum 79356. qua differentia exigua eſt reſpectu tam vaſti, ac ingentis numeri huius Tangentis, qua nullam poteſt afferre ſenſibilem in calculo varietatem.

Præceptum Quartum.

Dato Sinu recto primo, vel ſecundo, ſeu etiam verſo inuenire ei debitum arcum, vel angulum. Similiter propoſita Tangente, vel Secante pima aut ſecunda, correſpondentem ei arcum elicere.

TRia Pręcepta præcedentia Laterali ingreſſu abſoluuntur; hoc verò cum ſequente Areali introitu indiget. Propoſitum Sinum primum, vel ſecundum quæras in area columnæ Sinuum rectorum, & referas eum ad frontalem gradum, & ad minutum ſiniſtri ordinis, ſi primus erit Sinus: ſed ſi fuerit Sinus ſecundus, referas eum ad gradum in calce tabulæ, & ad adiacens minutum à latere dextro. Sed ſi dictum Sinum, vt ſæpè contingere ſolet, non inueneris ad vnguem, accipere poteris proximiorem ſiue maiorem, ſiue minorem; hic enim dabit tibi arcum ſatis exquiſitum, differentem à vero arcu aliquot tantummodò ſecundis. Si fortaſſe arcum, vel angulum præciſiorem habere volueris, hoc eſt in gradibus, minutis, & ſecundis. Accipies primo arcum reſpondentem Sinui, qui proximè minor ſit tuo Sinu; ſi ſequentis minuti Sinus maior fuerit; ſed accipies proximè maiorem; ſi minor, & ſumes etiam differentiam à Sinu maiore, vel minore immediate ſequente. Vide etiam differentiam huius Sinus minoris in tabula reperti à tuo propoſito Sinu; quàm quidem differentiam per 60. multiplicabis, & productum hinc numerum per priorem differentiam duorum Sinuum diuides; ſic enim colliges ſecunda, quæ inuento priori arcui addenda veniunt. Sed per Tabulam proportionalem ad vſum Magni Canonis ſatis rem perages, ſumendo in fronte eius differentiam Sinuum inter duos numeros proximiores propoſito Sinui, & arealiter differentiam dicti propoſiti ſinus à proximiore ſinu in tabula integro minuto reſpondente; nam à latere colliguntur ſecunda addenda gradibus, & minutis.

Exemplum.

Offeratur Sinus primus 8320778, ad ſuum congruum arcum referendus. Quoniam hunc pracisè non comperio in Canone, accipio proximè minorem, nempe 8319545, cui reſpondet arcus in fronte, & à latere ſiniſtro gr.56.min.18. Differt autem hic Sinus acceptus à Sinu propoſito particulis 1237, & à Sinu ſequentis minuti 19. particulis 1614; quam ſecundam differentiam quaro in fronte Tabula proportionalis nuper memorata, & arealiter ſumo alteram differentiam quàm proximè, nempè 1237. qua exhibet à latere 46. ſecunda, vt ſit arcus conueniens dicto Sinui gr.56.18'.46".

Sed oblatus ſit Sinus ſecundus 5546589. cuius arcus cognoſcendus ſit. Quaro ipſum in eadem columna Sinuum, & video ipſum verſari inter duos Sinus, qui debentur infernè gr.56.min.18. & gr.56.19'. Sumo itaque duorum dictorum Sinuum proximiorem inter ſe differentiam, qua eſt particularum 2420. atque etiam differentiam propoſiti Sinus à proximè maiore in tabula, quoniam Sinus ſequentis minuti decreſcit, videoq; illam eſſe particularum 1855. Hanc itaque quaro in area Tabula proportionalis pro Sinibus ſub columna deſtinata priori differentia, & colligo à latere ſecunda 46, vt congruus arcus, cui dictus Sinus tanquam ſecundus congruit, ſit gr.56.18'.46".

Sic quoque refertur Sinus verſus ad ſuum arcum frontalem cum minutis à latere ſiniſtro, per ingreſſum ſcilicet Arealem in columna Sinuum verſorum, quando Sinus verſus non excedit integrum Sinum. Sed ſi daretur Sinus verſus maior Sinu toto ad ſuum congruum arcum referendus;

tunc reiecto Sinu toto ab ipſo Sinu verſo, quod fiet ablatione vnitatis à ſiniſtra, relinquitur Sinus exceſſus ſupra Quadrantem, qui additus Quadranti declarat arcum, ad quem dictus Sinus verſus ſpectat.

Vt ſi proponeretur Sinus verſus 1282 6204, detrahi deberet ab ipſo totus Sinus, vt relinquatur Sinus exceſſus ſupra Quadrantem 2826204, qui conuenit grad.16.25'. & addito Quadrante his gradibus reſultat arcus gra.106.25'. ad quem ſpectat dictus Sinus verſus.

Non diſſimili ratione referuntur Tangentes primæ vel ſecundæ, atque etiam Secantes quæcunque ad ſuos congruos arcus, quęrendo ipſas in ſuis proprijs columnis, accipiendo arcum in fronte; ſi fuerit Tangens vel Secans prima, vel in calce, ſi fuerit ſecunda, in qua ſanè operatione compendium præſtabit Tabula proportionalis ad vſum Magni Canonis, etiam ſi differentia inter duas Tangentes vel Secantes fuerit longè maior, quàm quæ in fronte dictæ Tabulæ habetur, reijciendo vt ſuperius monuimus vnam, duas, vel plures notas ab vtraque differentia. Quod hoc Exemplo perſpicuum fiet.

Sit oblata Tangens prima 67663115, vt ſciri poſſit arcus, ad quem ſpectet. Quæro eam arealiter in ſua debita columna Magni Canonis, & cùm ibidem præcipuè non pateat, accipio proximè minorem, nempe 67583815, quæ quidem pertinet ad gr.81. cum min.35. & minor eſt propoſita particulis 79300, atq; differentia inter eam ipſam Tangentem, & illam ſequentis minuti eſt particularum 136040, à qua reijcio duas notas dextras, vt relinquatur differentia 1360, quæ in dicta Tabula proportionali frontaliter inuenitur. Totidem etiam notas abijcio à priore differentia, quæ remanet particularum 793, quam obſeruo in area dicta columna deſtinata numero frontali 1360, & à latere colligo ſecunda 35. vt arcus, ad quem ſpectat propoſita Tangens, ſit gr.18.min.35'.ſec.35".

CAPVT TERTIVM.

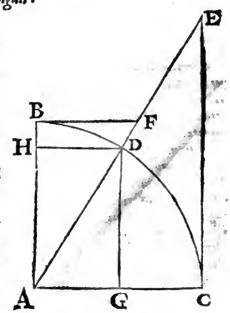
Analogiæ inter lineas, quarum magnitudinem Magnus Canon exhibet, ex quibus compendia pro eiuſdem Canonis vſu colliguntur.

CVm adinuicem comparantur lineæ rectę peripheriarum, vel angulorum circuli relatiuæ, quæ ſunt Sinus, Tangentes, & Secantes; animaduertitur inter ipſas aliquot ſuboriri Analogias inſignes, quaſdam ſanè in comparatione ipſarum reſpectu ſimplicis arcus vel anguli; quaſdam verò, dum earundem linearum fit collatio reſpectu duorum arcuum, vel angulorum. Hæ autem ſunt huiuſmodi.

Analogia Prima.

Sinus totus medius proportionalis eſt inter Sinum primum, & Secantem ſecundam eiuſdem arcus vel anguli. Pariter quoque inter Sinum ſecundum, & Secantem primam eiuſdem arcus, vel anguli.

ESto circuli Quadrans A B C, in quo ſumatur arcus vtcunque DC, & a centro A per punctum D ducatur recta AE egrediens circulum; & à punctis B & C duæ excitentur perpendiculares CE, & BF occurrentes ipſi rectæ A E, vt efficiantur duo Triangula Rectangula A B F, & A E C. A puncto etiam D ducantur perpendiculares, D G quidem ad diametrum A C, & D H ad diametrum A B, quæ duo quoq; Triangula Rectangula A D G, A H D efficient prioribus æquiangula. Quare erit A G, ideſt H D Sinus primus arcus B D, ſeu anguli B A D ad totum Sinum A D, vt eſt Sinus totus A C ad A E; quæ eſt ſecunda Secans arcus B D, ſeu anguli B A D; ſiquidem eſt prima Secans arcus D C, qui complementum eſt arcus B D, ſeu anguli D A C. Sic quoque vt eſt A G, ideſt H D Sinus ſecundus arcus D C, ſeu anguli D A C ad Sinum totum A D, ita Sinus totus A C ad A E Secantem primam ipſiuſmet arcus D C. Quod erat demonſtrandum.



Digitized by Google

Ecce autem Analogia hæc in tribus terminis continuè proportionalibus.

1	2	3	
Sinus primus	Sinus totus	Secans ſecunda	Eiuſdem Arcus vel anguli.
Sinus ſecundus	Sinus totus.	Secans prima	

Compendium Primum ad vſum Magni Canonis hinc deductum.

QVotieſcunque in aliqua Sinuum Analogia, vel alia quacunque, in qua interueniant Sinus, Tangentes, vel Secantes, ita tamen vt cadat Sinus totus in medio, ſi primus terminus fuerit Sinus primus, commutabis eum in Secantem ſecundam eiuſdem arcus, vel anguli. Si verò fuerit Sinus ſecundus, commutabis eum in Secantem primam, ideſt loco Sinus primi Secantem ſecundam; vel loco Sinus ſecundi Secantem primam accipiens. Nam ita diuiſionem per illum Sinum primum vel ſecundum euitabis, cùm in tali permutatione prodeat in primo loco Sinus totus; & Secans prima, vel ſecunda eundem obtineat locum, quem totus Sinus occupabat, ſufficietque tunc vna tantum multiplicatio, ſecundi ſcilicet termini in tertium, reiectis ex producto quinque, vel ſeptem figuris à dextra iuxta acceptionem integri Sinus 100000, vel 10000000.

Quod ſi in primo loco fuerit Secans prima, commutabis eam in Sinum ſecundum: ſi fuerit Secans ſecunda, commutabis eam in Sinum primum. Nam tunc etiam Sinus totus primum obtinebit locum; & Sinus ille, in quem Secans permutata fuit, eundem locum totius Sinus occupabit, tuncq; per multiplicationem ſecundi huius numeri in tertium, & per totum ſinum diuiſionem idemmet quartus colligitur numerus, qui ex operatione numerorum propoſitam Analogiæ reſultat.

Exemplum.

Detur Analogia in qua Sinus gr. 38. 17′, nempè 61955. ſe habeat ad Sinum totum 100000, vt ſe habet Sinus gr. 30. nempè 50000. ad Sinum quartum ignotum. Hic ſi vulgari via explorandus ſit quartus numerus, additis quinque cifris ad tertium numerum prodiens numerus, nempe 5000000000. diuidendus erit per particul. 61955. Sed vt hanc laborioſam euites operationem, loco Sinus cape cum gr. 38. 1′7. Secantem ſecundam 127395. quam multiplicabis in Sinum gr. 30. nempe 50000, qui tertium locum occupat, & facta per integrum Sinum diuiſione prodibit Sinus quæſitus 63697.

Compendium Secundum.

QVòd ſi Analogia ipſa data, nullibi habuerit Sinum totum: Sed tamen fuerit in ea Sinus in primo loco, ſeu etiam Secans; poterit nihilominus adinueniri quartus terminus abſq; aliqua diuiſione, niſi per Sinum totum, per opus ſcilicet duplicis multiplicationis, & per totum Sinum diuiſionis. Itaque ſi debeat eſſe Sinus primus in primo loco, pro eo ſubſtitue Secantem ſecundam, & ſi Sinus ſecundus, Secantem primam; & vice verſa, ſi debeat eſſe in primo loco Secans prima, accipe pro ea Sinum ſecundum, & ſi Secans ſecunda, accipe Sinum primum eiuſdem arcus, vel anguli. Poſtea hunc commutatum numerum ſiue Sinum, ſiue Secantem multiplicabis per ſecundum numerum, & reciſis quinque notis, reliquum pariter in tertium numerum duces: nam poſt abiectionem quinque notarum relinquetur tandem numerus quartus in ipſa proportione.

Exemplum Primum.

Sit Analogia, in qua Sinus Primus arcus gr. 18. 40′. nempe 32006, ſe habeat ad Sinum 43231, ſicut Tangens 124322. ad alium quartum numerum. Accipe igitur cum gr. 18. 40. Secantem ſecundam 312439. & relinque Sinum, qui debet obtinere primum locum. Poſtea multiplica hanc Secantem in ſecundum numerum, nempe in Sinum 43231. & poſt abiectionem quinque figurarum à dextra, relinquetur numerus 135070. quem ſimiliter ducas in numerum Tertium, nempe in Tangentem 124322, & à prodeunte numero tolle rurſus quinque figuras, vt remaneat numerus quartus proportionalis 167922.

Cæterùm ad idem redit operatio, multiplicando ſecundum numerum 43231. in tertium 124322. & per to-

Digitized by Google

tum Sinum productum diuidendo: nam colligitur hic numerus 53746, qui poſtea in dictam Secantem multiplicatus poſt ſeparationem quinque figurarum oſtendet quartum numerum proportionalem quæſitum 167923, vt ſupra.

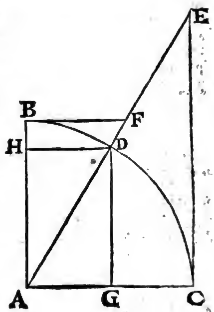
Exemplum Secundum.

Sint nunc oblati hi tres numeri proportionales, vt quartus ſit cognoſcendus videlicet, 230735, 122341, 32432. atque ſupponamus primum numerum 230735. eſſe, Secantem primam, quæ pertinet ad arcum gra. 64. 19′. Cum hoc itaque arcu aſſumo Sinum ſecundum 43340, quem multiplico in ſecundum numerum, & ex producto reycio quinque figuras, & reliquum, nempe 53023. rurſus duco in tertium numerum 32432, & poſt abiectionem quinque figurarum prouenit quartus numerus quæſitus 17196.

Idemmet numerus emanat, multiplicando ſecundum, & tertium numerum ſimul, & ab enaſcente numero ſeparando quinque figuras; Nam relinquitur hic numerus 39678. quem deinceps multiplico in Sinum 43340, & à prodeunte numero ſeparo vltimas quinque figuras dextras, vt remaneat quartus numerus proportionalis 17196, ſicut prius.

Analogia Secunda.

Sinus totus medius proportionalis eſt inter Tangentem primam, & ſecundam eiuſdem arcus, vel anguli.



IN eodem diagrammate præcedentis Analogiæ recta E C Tangens eſt Prima arcus D C, & anguli D A C, & recta F B eſt Tangens ſecunda eiuſdem arcus, & anguli; cùm ſit Tangens prima arcus B D complementi dicti arcus D C, & anguli B A D complementi dicti anguli D A C. Dico itaque, Sinum totum medium in proportione obtinere locum inter Tangentes dictas E C, & F B. Quoniam igitur anguli ad B, & C recti ſunt per decimam ſextam tertij Element. & angulus A quoque rectus, paralellæ erunt adinuicem tàm rectæ B F, & A C quàm rectæ E C, & B A; cumque in illas tranſuerſim occurrat recta A E, idcirco tàm anguli coalterni B A F, & A E C ſunt inter ſe æquales, quàm anguli coalterni C A E, & B F A. Quare æquiangula ſunt dicta Triangula B F A, & A C E, ideoque lateribus proportionalia ex quarta ſexti Element. Vt eſt igitur E C, Tangens prima arcus C D ad A C Sinum totum, ita eſt A B Sinus totus ad B F Tangẽtem ſecundam eiuſdemmet arcus C D. Similiter etiam erit F E Tangens prima arcus B D ad A B Sinum totum, vt eſt Sinus totus A C ad E C Tangentem ſecundam eiuſdem arcus B D. Quod demonſtrandum fuit.

Analogia hæc ſic diſponitur.

1	2	3	
Tangens prima	Sinus totus	Tangens ſecunda	Eiuſdem arcus vel anguli.
Tangens ſecunda	Sinus totus	Tangens prima	

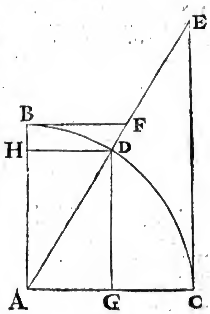
Compendium Tertium pro vſu Magni Canonis.

CVm occurrit Analogia aliqua, in qua interuenit Tangens prima vel ſecunda in primo loco, & in medio Sinus totus, vice Tangentis primæ accipies Tangentem ſecundam; & loco Tangentis ſecundæ primam accipies; nam tunc Sinus totus, & primus ille terminus permutabunt loca ſua in illa Analogia, hoc eſt primum locum Sinus totus, & locum Sinus totius Tangens illa permutata occupabit. Per quam terminorum tranſpoſitionem euitatur tædioſa diuiſio per Tangentem, quæ in primo loco dari debuerat, & calculus abſoluetur per ſimplicem ſecundi numeri in tertium multiplicationem, reciſis ex producto quinque vel ſeptem notis à dextrâ, vt moris eſt in partitione per Sinum totum.

Digitized by Google

Analogia Tertia.

Sinus primus ad ſecundum alicuius arcus, vel anguli eſt, ſicut Sinus totus ad Tangentem ſecundam eiuſdem arcus, vel anguli. Sic quoque Sinus ſecundus eſt ad Sinum primum, vt Sinus totus ad Tangentem primam eiuſdem arcus, vel anguli.



IN eademmet figura, qua in ſuperioribus Analogijs vſi fuimus, recta D G eſt Sinus primus arcus D C, & recta H D ſeu A G eſt Sinus ſecundus eiuſdem arcus, & E C Tangens eſt prima arcus eiuſdem D C, & F B eſt Tangens ſecunda eiuſdem arcus. Dico igitur, ita eſſe G D Sinum primum arcus D C ad A G Sinum ſecundum eiuſdem, vt eſt Sinus totus A B ad F B Tangentem ſecundam eiuſdem arcus D C. Quod patet ex ſuperiore demonſtratione, quia Triangula A D G, & A B F ſunt æquiangula, ac lateribus proportionalia. Deinde etiam dico, Sinum ſecundum A G eſſe ad primum D G eiuſdem arcus D C, vt eſt Sinus totus A C ad Tangentem primam E C ipſiuſmet arcus D C. Quod etiam patet ex ſuperius demonſtratis propter Triangula A D G, A E C æquiangula.

Analogia hac ſic diſponitur.

Duplici modo,
&
Primo.

1	2
Sinus primus	Sinus ſecundus.
3	4
Sinus totus.	Tangens ſecunda.

Secundò.

1	2
Sinus ſecundus.	Sinus primus.
3	4
Sinus totus.	Tangens prima.

Compendium Quartum ex hac Analogia prodiens.

CVm occurrit in aliqua Analogia quatuor terminorum dari proportionem Sinus primi ad Sinum ſecundum eiuſdem arcus, vel anguli in duobus prioribus terminis, pro ea proportione accipies proportionem Sinus totius ad Tangentem ſecundam eiuſdem arcus, vel anguli. Quòd ſi fuerit proportio Sinus ſecundi ad primum, pro ea accipies proportionem totius Sinus ad Tangentem primam eiuſdem arcus, vel anguli, & ita diuiſionem per Sinum, qui primum locum occupare debuerat effugies; & quartum ipſum numerum proportionalem colliges ex multiplicatione Tangentis huius permutatæ cum tertio termino, poſt abiectionem tamen quinque, vel ſeptem notarum à dextra.

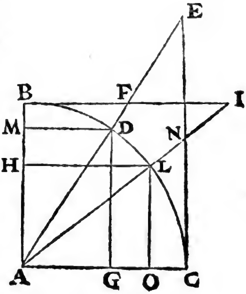
Analogia

Digitized by Google

Primi Mobilis

Analogia Quarta.

Secantes primæ duorum arcuum, vel angulorum Sinibus ſecundis eorundem reciprocè ſunt proportionales; pariter etiam Secantes ſecundæ duorum arcuum vel angulorum Sinibus primis eorundem ſunt reciprocè proportionales.



IN adiuncto diagrammatę intelligantur duo arcus vtcunq; L C, & D C. Erit igitur recta A N Secans prima arcus L C, & anguli L A C, & A I erit Secans ſecunda eiuſdem arcus, vel anguli, quia eſt Secans prima complementi ipſiuſmet arcus, nempe arcus B L, vel complementi ipſiuſmet anguli, nempe anguli B A L. At A E Secans erit prima arcus D C, & A F Secans erit ſecunda eiuſdem arcus D C atq; etiam anguli D A C. Aio ita eſſe A N Secantem primam primi arcus L C ſeu primi anguli L A C ad A E Secantem primam ſecundi arcus D C, vel ſecundi anguli D A C, vt eſt M D Sinus ſecundus ſecundi arcus D C, vel anguli D A C ad H L Sinum ſecundum primi arcus L C, vel anguli L A C. Quoniam igitur totus Sinus media proportione eſt tàm inter Secantem A N arcus L C, & H L Sinum ſecundum eiuſdem, quam inter Secantem A E arcus C D, & M D Sinum ſecundum eiuſdem, erit tam rectangulum ſub A N, & H L quàm rectangulum ſub A E, & M D quadrato totius Sinus æquale; ideoq; dicta rectangula erunt inter ſe æqualia. Quare erit, vt A N ad A E ſic M D ad H L id eſt Secans prima prioris arcus erit ad Secantem primam poſterioris, vt eſt Sinus ſecundus poſterioris ad Sinum ſecundum prioris.

Pariter quoq; demonſtratur, Secantes ſecundas duorum arcuum eſſe Sinibus primis eorundem reciprocè proportionales. Enimuerò vt eſt A N Secans ſecunda prioris arcus B L ad A E Secantem ſecundam poſterioris arcus B D ita eſt M D Sinus primus poſterioris arcus D H ad H L Sinum primum prioris arcus B L. Quod demonſtrandum fuit.

Analogiæ huius diſpoſitio duplex.

Primò.

AN	1 Secans prima primi arcus.	AE	2 Secans prima ſecundi arcus.
MD	3 Sinus ſecundus poſterioris arcus.	HL	4 Sinus ſecundus prioris arcus.

Secundò.

1 Secans ſecunda primi arcus.	2 Secans ſecunda ſecundi arcus.
3 Sinus primus poſterioris arcus.	4 Sinus primus prioris arcus.

Analogiæ

Digitized by Google

Analogia Quinta.

Tangentes primæ duorum arcuum, vel angulorum Tangentibus ſecundis eorundem reciprocè ſunt proportionales.

IN ſuperiori diagrammate recta N C eſt Tangens prima arcus L C, & recta B I eſt Tangens ſecunda eiuſdem arcus L C, recta verò E C Tangens eſt prima arcus D C, & recta B F eſt ipſiuſmet Tangens ſecunda. Dico ita eſſe N C Tangentem primam prioris arcus H C, ad E C Tangentem primam poſterioris arcus D C, vt eſt B F Tangens ſecunda poſterioris arcus, ad B I Tangentem ſecundam prioris arcus. Quoniam igitur Sinus totus medius proportionalis eſt tam inter N C Tangentem primam arcus L C, & B I Tangentem ſecundam eiuſdem, quàm inter E C Tangentem primam arcus D C, & B F Tangentem ſecundam eiuſdem arcus, erit tam rectangulum comprehenſum ſub duabus Tangentibus N C, B I arcus L C, quàm rectangulum ſub duabus Tangentibus E C, B F arcus D C æquale quadrato totius Sinus, ideoq; rectangula ipſa inter ſe æqualia erunt. Quare vt eſt N C ad E C, ita eſt B F ad B I, id eſt, vt eſt Tangens prima prioris arcus ad Tangentem primam poſterioris, ita Tangens ſecunda poſterioris, ad Tangentem ſecundam prioris.

Analogiæ huius diſpoſitio.

1 Prima Tangens primi arcus	2 Prima Tangens ſecundi arcus.
3 Secunda Tangens ſecundi arcus.	4 Secunda Tangens primi arcus.

CAPVT QVARTVM.

Suppoſitiones ex Sphærica doctrina Theodoſij, & aliorum mutuatæ.

1 MAximi circuli centrum idem eſt cum centro Sphæræ, ſexta primi Theodoſij de Spæricis. Ideoq; omnes maximi circuli eiuſdem Sphærę inter ſe ſunt æquales, quia eorum diametri, vt eiuſdem Sphærę, ſunt æquales, cùm maximus circulus ſit, qui Sphæram per æqualia diuidat.

2 Duo maximi circuli ſeſe inuicem biſſecant, & contrà circuli ſeſe mutuo biſſecantes ſunt maxi 11. & 12. primi Theodoſij.

3 Maximus Sphærę circulus per alterius maximi polos tranſiens, bifariam eum ad rectos ſecat angulos, & contrà, 15. primi Theodoſij.

4 Omnis circulus maximus diſtat vndiq; per Quadrantem maximi circuli à ſuo polo, ideoq; omnis Quadrans à polo maximi circuli in ipſum ductus eſt ei ad rectos angulos.

5 Si duo maximi circuli maximum circulum ad rectos ſecent angulos, concurſus ipſorum erit ipſiuſmet circuli polus.

6 Omnis circulus maximus diuiditur in 360. partes æquales, pęnes quas menſurantur anguli à polo illius egredientes. Sic quoque quilibet minor circulus. Ideoq; omnes circuli harum partium numero homologi exiſtunt, tametſi ſingulæ partes minoris circuli ſint minores ſingulis partibus maioris.

7 Si duo maximi circuli ſeſe ſecuerint, internos ac oppoſitos angulos adinuicem æquales facient. Quod patet diuiſo vtroque per æqualia ab arcu, qui communis erit vtriuſq; anguli menſura.

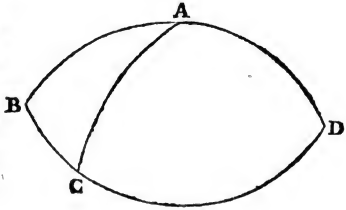
8 Si circulus ſuper circulum ceciderit, angulos deinceps ſeu adiacentes æquales duobus rectis faciet. Hoc patet eadem ratione, ſicut in Rectilineis.

CAPVT

Digitized by Google

CAPVT QVINTVM.

Definitiones, Diuiſiones, & Affectiones Triangulorum Sphæricorum.



1 Triangulum Sphæricũ eſt figura in Globo, ſeu ſuperficie Sphærica ex tribus arcubus maximorũ circulorũ ſigillatim ſemicirculo minorum conſtans, Vt eſt A B C, neq; .n. dari poteſt Triangulum Sphæricum, quod aliquod latus habeat ſemicirculo maius. Quod ſanè conſtat ex ſecunda ſuppoſitione huius. Nam cùm duo circuli maximi ſeſe bifariam ſecent, ſi debeat ex eis conformari Triangulum Sphęricum, oportet vt tertium latus intra binas ſectiones ipſorummet circulorum cadat ſecans duos ſemicirculos, atque ſic duo ſegmenta illorum cum hoc adiuncto efficient ipſum Triangulum.

2 Triangulum Sphæricum diuiditur penes latera in Æquilaterum, Iſoſceles, & Scalenum.

3 Æquilaterum Triangulum Sphæricum eſt, quod tres arcus habet adinuicem æquales, & hi ſanè ſinguli poſſunt eſſe Quadrantes, & tunc ſinguli anguli ſunt recti. Vel poſſunt eſſe Quadrantibus maiores, & tunc ſinguli ſunt obtuſi. Vel denique ſunt ſinguli Quadrantibus minores, & tunc acuti ſunt ipſi anguli. Quod ſanè Triangulum æquilaterum vtcunq; habeat latera, eſt ſemper æquiangulum.

4 Iſoſceles, Triangulum Sphæricum eſt, quod duo tantummodo habet latera æqualia, quæ ſanè latera angulos ſubtendunt æquales, hoc eſt vel acutos, ſi dicta latera fuerint Quadrantibus ſigillatim minora: vel obtuſos, ſi hæc ipſa latera Quadrantes exceſſerint.

5 Scalenum Triangulum Sphæricum eſt, quod tria latera habet inæqualia. Hoc autem Triangulum habet & angulos inæquales, & multiplici variatione obnoxium eſt.

6 Triangula porrò Sphærica diuiduntur penes angulos in Rectangula, & Obliquangula.

7 Rectangulum Triangulum Sphæricum eſt, cui aliquis ineſt angulus rectus, ideſt, quod vnum, vel duo, vel tres habet rectos angulos. Cuius quidem ſex variæ dantur formæ, vt ex ſequenti tabella patet, quarum tres priores tanquàm inutiles reijciuntur; cùm ad illa ſpectent Triangula duos aut tres habentia rectos angulos, quæ ſanè nulla indigent arte in eorum ſolutione. Poſteriores tres ad illa ſpectant Triangula, quæ vnum tantum habent rectum angulum, cuiuſmodi Triangula ad dimenſionem idonea ſunt.

Digitized by Google

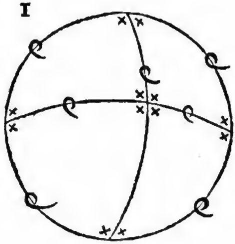
8 Triangulum Rectangulū Sphæricum, vel eſt

- Trium angulorum rectorum, in quo ſingula latera Quadrantes ſunt, cuius quidem nullus eſt in hac Trigonometria vſus, & huiuſmodi ſunt quattuor Triangula, in quibus prima Figura ſecta eſt. — I. Forma
- Duorum angulorum rectorum, & huius quidem ſolutio nulla arte conſtat, cùm ſemper anguli recti Quadrantibus ipſis reſpondeant. Hoc tamen Triangulum dupliciter variatur, reſpectu Tertij lateris, quod poteſt eſſe, Vel
  - Maius Quadrante, & tunc angulus oppoſitus eſt Obtuſus, vt eſt Triangulum FHG, vel Triangulum LGH Secundæ figuræ. — II. Forma
  - Minus Quadrante, & tunc angulus ei oppoſitus eſt Acutus, vt conſtat in Triangulis FGI, & LGI eiuſdem Secundæ figuræ. — III. Forma
- Vnius tantùm anguli recti, & hoc quidem ad ſoluendum eſt idoneum, & ſub triplici forma reducitur, aut enim habet
  - Acutos duos reliquos, & huius ſemper ſingula tria latera ſunt Quadrantibus ſigillatim minora. Quale eſt Triangulum ADC Tertiæ figuræ. — IV. Forma
  - Obtuſos duos reliquos angulos; & huius
    - Duo latera rectum includētia ſunt ſigillatim maiora Quadrātibus. & Latus recto oppoſitū eſt minus ſēper Quadrante. — Tale eſt Triangulum CBD Secundæ figuræ. — V. Forma
  - Acutum vnū & Obtuſum alterum, & huius
    - Latera acutum ambientia ſunt ſemper maiora ſigillatim Quadrantibus. & Reliquum latus eſt Quadrante minus. — Veluti ſūt triāgula ADE, & DBE Tertiæ figuræ. — VI. Forma

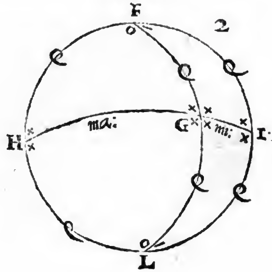
9 Rectangulorum Triangulorum Sphæricorum tria diagrammata, ſeu figuræ, quibus eorum omnis varietas dignoſcitur.

Rectangulorum Triangulorum tria ſchemata ſeu figuræ.

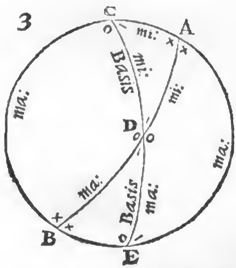
Prima figura.



Secunda figura.



Tertia figura.



Nota perpetua { anguli { recti ✚ / obtuſi o / acuti — } ; lateris Quadranti { æqualis. Q / inæqualis { minoris, mi. / maioris, ma. } } }

IN Prima figura duo circuli ſeſe ad rectos ſecant angulos, & proinde alter per alterius polos tranſit, quibus tertius occurrit ad vtrumq; rectus, qui itidem per vtriuſq; polos incedit. Vnde ex his efformantur Triangula Rectangula, quorum vnumquodq; tres obtinet angulos rectos, & latera ſingula ſunt Quadrantes; Vt patet.

IN Secunda figura ſecent duo circuli ſeſe ad rectos angulos, nempe F H L, & H G I, quibus occurrat tertius circulus F G L ad vnum illorum, nempe ad H G I rectus, qui proinde per illius polos incedet. Sed ad alterum obliquus, faciens ſcilicet acutos angulos G F I, G L I ad partem I, quorum ſingulorum menſura erit arcus G I Quadrante minor. Verſus autem H obtuſos faciat angulos H F G, H L G, quorum menſura eſt arcus HG Quadrante maior.

Sed in Tertia figura, circulum A C B E ſecet ad rectos angulos circulus A D B, & vtriq; obliquè occurrat circulus tertius C D E inclinatus verſus A, ſecans vtrumq; circulum A C B E, & A D B inæqualiter, vt minores Quadrantibus portiones ſint ◡A D, A C, & maiores B D, E D. Exprimentur quidem in tali delineatione ſingula tres Rectangulorum Triangulorum ſpecies, quæ ad dimenſionem aptæ ſunt, nempe quarta, quinta, & ſexta: neq; præter hos interſecationum trium circulorum maximorum modos, alius dari poteſt.

Tres Formæ vtiles Rectangulorum Triangulorum ſic repetuntur.

QVartæ Formæ Triangulum eſt A D C habens angulum A rectum, & duos acutos D, & C, cuius ſingula latera ſunt Quadrantibus minora, vt conſtat.

Quintæ Formæ eſt Triangulum D C B habens duos angulos obtuſos C, & D cum recto B quem ambiunt

Digitized by Google

ambiunt latera B C, D B Quadrantibus maiora,& latus C D recto oppoſitum eſt Quadrante minus.

Sextæ formæ eſt Triangulum D E B habens rectum B, obtuſum E, & acutum D, quem ambiunt latera D E, B D Quadrantibus maiora,& tertium latus E B eſt Quadrante minus. Pariter etiam Triangulum E A D habens rectum A, obtuſum D, & acutum E, quem concludunt latera E D, E A Quadrantibus maiora, & obit latus A D Quadrante minus.

Ex ſuperioribus figuris conſtant in Triangulo Rectangulo hæc quæ ſequuntur.

10 Si latus recto adiacens fuerit Quadrans circuli, angulus ei oppoſitus rectus erit, & contrà, ſi Baſi angulus adiacens fuerit rectus, latus eum ſubtendens erit Quadrans; vt in Secunda figura patet, nam exiſtente latere F G Quadrante circa rectum angulum G angulus ei oppoſitus I rectus eſt. Sicut etiam contrà, dato angulo I recto adiacenti Baſi F I, erit latus F G ei oppoſitum Quadrans.

11 Si latus recto adiacens fuerit Quadrante maius, obtuſus erit angulus ei oppoſitus, & ſi adiacet Baſi angulus obtuſus, oppoſitum latus erit Quadrante maius, vt in Tertia figura conſpicuum eſt de Triangulis C B D, D B E, E A D.

12 Si latus recto adiacens fuerit Quadrante minus, acutus erit angulus ei oppoſitus. Et contrà, ſi angulus Baſi adiacens fuerit obtuſus, oppoſitum latus erit Quadrante minus, vt in Triangulo C A D, vel D B E.

13 Si Trianguli Rectanguli vnum ex lateribus circa rectum fuerit Quadrans, erit Baſis quoq; Quadrans. Et ſi Baſis fuerit Quadrans, erit vnum ex lateribus circa rectum Quadrans, vt in Triangulis F G I, L G I Secundæ figuræ.

14 Si ambo latera circa rectum fuerint Quadrante maiora, vel minora, Baſis erit Quadrante minor; & ambo anguli erunt obtuſi, quando ſunt maiora latera, vel acuti quando minora. Contrà verò, ſi Baſis erit Quadrante minor, erunt latera circa rectum, vel Quadrantibus maiora cum angulis oppoſitis obtuſis, vel Quadrantibus minora cum angulis oppoſitis acutis. Vt patet in Triangulis C A D, & C B D Tertiæ figuræ.

15 Si latus vnum circa rectum fuerit Quadrante maius, alterum minus, Baſis erit Quadrante maior, & angulus maiori lateri oppoſitus erit obtuſus, & minori acutus. Contrà verò, ſi Baſis erit Quadrante maior, erit vnum latus circa rectum Quadrante maius, cuius angulus oppoſitus obtuſus; & alterum latus erit Quadrante minus, cui angulus acutus obtenditur, vt conſpicere licet in Triangulis E A D, & E B D Tertiæ figuræ.

16 Obliquangulum Triangulum Sphæricum eſt, quod ſingulos angulos habet obliquos, & nullum rectum; & hoc ſanè decem modis variari poteſt penes varietatem laterum, & angulorum; vt ex ſequenti tabella conſtat.

Digitized by Google

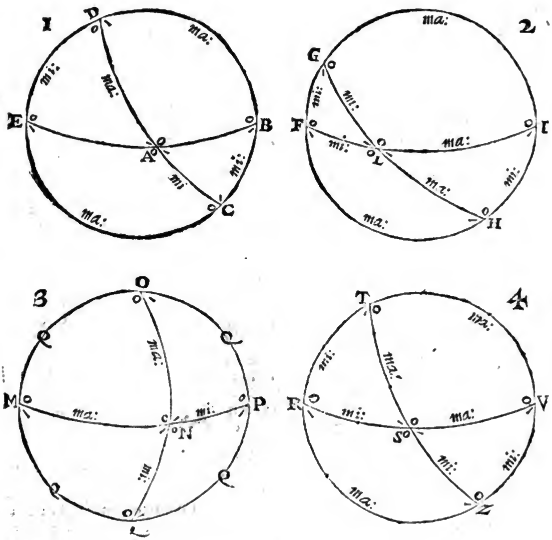
17 Obliquã gulũ Triã gulũ sphęricum decem modis variatur: aut enim habet

- Singulos Tres Angulos, vel
  - Acutos, cuius quidem tria latera ſunt ſemper Quadrantibus minora, vt eſt Triangulum A B C Primæ figuræ Obliquangulorum. — I Forma
  - Obtuſos, & tunc duo ſaltem latera ſunt Quadrantibus maiora, Sed tertium latus poteſt eſſe Quadranti
    - Æquale, vt eſt Triangulum M O N Tertiæ figuræ Obliquangulorum. — II. Forma
    - Inæquale, ſiue
      - Minus, vt eſt Triangulum G L I Secundæ figuræ Obliquangulorum. — III. Forma
      - Maius, vt eſt Triãgulũ T S V Quartæ figuræ Obliquangulorum. — IV. Forma
- Duos tantum angulos eiuſdem ſpeciei, hoc eſt, vel ambos
  - Acutos, & tertiũ Obtuſum, & tũc ſub quadruplici cadit differentia, aut enim habet
    - Singula tria latera Quadrantibus minora, vt eſt Triangulum G F I Secundę figuræ Obliquangulorum. — V. Forma
    - Duo latera Quadrãtibus minora, quæ acutis angulis opponuntur, & tertium Quadrante maius, quod obtuſo angulo opponitur, vt eſt S V Z Quartę figuræ Obliquangulorum. — VI. Forma
    - Duo latera Quadrantibus maiora, & eorum opponitur
      - Vnum obtuſo angulo.
      - Aliud acuto angulo.

      & Tertium latus Quadrante minus, alteri minori nempe acuto angulo oppoſitum, vt eſt F L H Secundæ figuræ. — VII. For.
    - Duo latera Quadrantibus minora, & Tertium latus Quadrans, vt eſt Q N P Tertiæ figuræ Obliquangulorum. — VIII. For.
    - Vnum latus Quadrans vni acuto oppoſitum. Aliud latus Quadrante minus, alteri acuto oppoſitum. Tertiũ latus Quadrante maius, obtuſo oppoſitum. — Vt eſt M N Q nonę figuræ. — IX. Forma
  - Obtuſos, & tertium acutum; & tunc.
    - Acuto, minus
    - Obtuſo vtique maius

    Quadrante opponitur latus, vt eſt Triangulum A B D Primæ figuræ Obliquãgulorũ. — X. Forma

18 Triangulorum Obliquangulorum quattuor diagrammata ſeu figuræ, quibus decem eorum formæ diuerſæ explicantur.



Decem prædictæ Obliquangulorum formæ ex ſupradictis figuris collectæ ſic etiam explicantur.

I. Triangulum ABC prima figura habet ſingulos angulos acutos, & ſingula latera Quadrantibus minora, vt patet ex notis.

II. Triangulum MON tertiæ figuræ habet tres angulos obtuſos, quorum duos ſubtendunt latera Quadrantibus maiora, & tertium ſubſtendit Quadrans.

III. Triangulum GOI ſecundæ figuræ conſtat ex tribus obtuſis, & duobus lateribus Quadrantes excedentibus, & tertio latere Quadrante minore. GLI

IV. Triangulum TSV quartæ figuræ conſtat ex tribus obtuſis, quos latera ſingula Quadrantibus maiora obtendunt.

V. Triangulum GFI ſecundæ figuræ conſtat ex duobus acutis, & vno obtuſo cum ſingulis lateribus Quadrantibus minoribus. GLF

VI. Triangulum SVZ Quartæ figuræ conſtat ex duobus acutis, & vno obtuſo, quem concludunt latera minora Quadrantibus, & ſubtendit latus Quadrante maius.

VII. Triangulum FLH, vel HLI conſtat, vt in ſecunda figura, ex duobus acutis, & vno obtuſo: ſed vni acuto opponitur latus minus Quadrante, reliquis duobus latera opponuntur Quadrantibus maiora.

VIII. Triangulum QNP tertiæ figuræ conſtat ex duobus acutis, quibus latera Quadrantibus minora opponuntur, & obtuſo, quem Quadrans ſubtendit.

IX. Trian-

Digitized by Google

IX. *Triangula M N Q, O N P Tertia figura habent duos angulos acutos cum obtuſo, & ſingula latera ſunt ſpecie diuerſa, nempe vnum Quadrans, aliud minus, aliud vero maius Quadrante.*

X. *Tria Triangula Prima figura, quæ ſunt A B D, A D E, E A C ad decimam formam referuntur: namq; vnumquodq; illorum habet duos obtuſos angulos, quos ſubtendunt latera Quadrantibus maiora, & vnum acutum, quem latus Quadrante minus obit.*

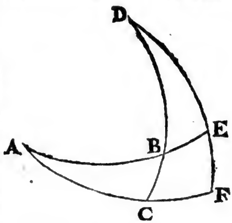
C A P V T   S E X T V M.

Accidentia Triangulorum Sphæricorum.

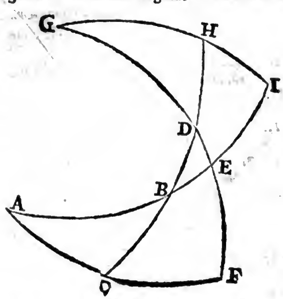
ACcidentia Triangulorum Sphæricorum, quæ ad eorum ſolutionem conferunt, ſunt Continuatio laterum duplex, nempe altera ad Quadrantes, altera ad ſemicirculos. Commutatio ſeu Inuerſio Trianguli in aliud lateribus, & angulis illi reciprocum; & Reductio Obliquanguli ad Rectangula.

1 *Continuatio laterum Trianguli ad Quadrantes.*

COntinuatio laterum Trianguli ad Quadrantes adhibetur & ad amplitudines angulorum determinandas, & vt prodeat Triangulum aliud propoſito Triangulo oppoſitum, ex cuius ſolutione pateat etiam propoſiti Trianguli ſolutio, ob eorum ad inuicem colligantiam. Hæc autem continuatio habet locum præcipuè in Triangulis Sphæricis, & conſtat producendo duo latera concludentia aliquem angulum acutum à parte lateris dictum angulum reſpicientis, vt apex Trianguli ſit polus alterius Quadrantis per extremitates laterum continuatorum ducti, cum quo debet concurrere tertium latus. Vt verbi gratia propoſito Triangulo A B C producantur latera A B, A C, vt fiant Quadrantes A E, A F, & per extremitates E, & F tranſeat Quadrans D E F facto polo in A, cum quo concurrat tertium latus C B productum in D. Ex hac continuatione prodit primo arcus E F, qui menſura eſt anguli A. Quare arcu ipſo cognito, dabitur & ipſe angulus. Vel contrà dato angulo A cognitus eſt etiam arcus EF. Secundò ex eadem laterum extenſione efformatur Triangulum aliud Rectangulum D B E propoſito Triangulo ABC oppoſitum, quod ſanè cum illo cognationem habet. Nam latus D B eſt complementum lateris B C; cum arcus D C, D F ſint Quadrantes, quia ad angulos rectos ſunt ad arcum A F, ac in illius polo concurrunt. Præterea latus B E complementum eſt lateris A B, & latus D E complementum eſt anguli A; quia vt diximus, complementum eſt lateris E F dictum angulum determinãtis. Inſuper angulus D B E æqualis eſt verticali ſuo A B C, & angulus E rectus eſt, ſicut etiam angulus C. Poſtremò angulus D debetur arcui C F eius menſuræ, qui arcus complementum eſt lateris A C. Itaque vno termino Trianguli D B E noto, ſtatim innoteſcit alius terminus cognati Trianguli ABC.



Præterea interdum adhiberi ſolet huic primæ continuationi alia quoque continuatio, quæ ob id ſecundaria nuncupatur, ſumptis ſcilicet lateribus BD, BE alterius Trianguli D B E cognati propoſito Triangulo, quibus vt ſupra continuatis, oritur tale diagramma; & proinde Tertium quoddam Triangulum, nempe G H D, quod etiam cum Primo cognationẽ in ſingulis terminis habet. Etenim latus G D debetur angulo A, cùm ſit æquale arcui E F determinantis dictum angulum. Quod patet ſublato communi arcu D E ab æqualibus Quadrantibus G E, D F: deinde latus H D Tertij Triãguli eadem ratione æquale eſt lateri BC Primi Trianguli. Latus porro G H Tertij Trianguli complementum eſt anguli A B C Primi, cùm ſit complementum arcus H I determinantis angulum ad B,



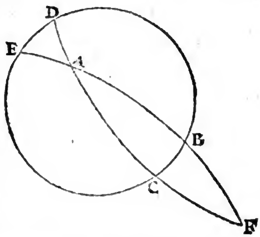
ad B, Angulus quoque G eiuſdem tertij Trianguli congruit cum latere ſeu Baſe A B primi Trianguli. Namq; arcus E I eſt menſura dicti anguli G, & eidem arcui æqualis eſt Baſis A B, ob commune vtriuſque complementum B E ad Quadrantem. Inſuper angulus G D H tertij Trianguli congruit cum complemento lateris A C primi Trianguli; ideſt cum arcu C F determinante angulum ad D. Demum anguli ad H, & C recti ſunt in vtroque Triangulo; quæ omnia conſpicuè hic cernuntur.

Termini æquales in ſingulis tribus Triangulis cognatis.

Primi Trianguli A B C.		Secundi Trianguli D B E.	Tertij Trianguli G H D.
Angulus	A	Complementum lateris D E,	Latus G D.
	A B C.	Angulus D B E.	Complementum lateris G H.
	C rectus	Angulus E rectus.	Angulus H rectus.
Latus	A B ſeu Baſis.	Complementum lateris B E.	Angulus G.
	A C.	Complementum anguli D.	Complementum anguli D.
	B C.	Complementum lateris D B.	Latus D H.

2 *Continuatio laterum Trianguli ad ſemicirculum.*

Continuatio laterum Trianguli ad ſemicirculum contingit, quando duo latera producũtur à quacunque parte, vt inde Triangulum propoſito Triangulo cognatum oriatur, vel oppoſitum ei ex aliquo angulo, vel illi adiacens. Conuenit autem hæc continuatio Rectangulis pariter, ac Obliquangulis Triangulis. Vt propoſito Triangulo A B C, ſi vnum latus B C extendatur vtrimque, vt efficiat circuli peripheriam B C E D, atq; latera A B, A C producantur ad eam, ſemicirculi fient B E, C D: cùm duo maximi Circuli ſeſe inuicem biſecent, & orietur Triangulum D E A prædicto Triangulo oppoſitum, & huius quidem latera D A, E A ſunt cõplementa laterum A B, A C alterius: latera verò vtriuſq; D E, B C ſunt æqualia, & anguli quoq; ad A æquales. Sed angulus E D A ſecundi Trianguli complementum eſt anguli A C B primi Trianguli; atq; angulus D E A ſecundi Trianguli, complementum eſt etiam anguli A B C primi Trianguli.



Quòd ſi latera eadem A B, A C primi Trianguli in partẽ contrariam conueniant, nempe in F, prodit Triangulum F B C, quod eſt idem cum Triangulo D A E: Nam latera F C, A D in vtroq; ſunt æqualia, cùm ſint complementa eiuſdem lateris A C primi Trianguli ad ſemicirculum. Sunt enim ſinguli anguli Trianguli B C F æquales ſingulis angulis Trianguli A D E; hoc eſt angulus F angulo D A E: angulus F B C angulo A E D; & angulus F C B angulo A D E, vt ex ipſa delineatione liquet. Vnde conſtat, nullam ſuboriri differentiam ex continuatione duorum laterum Trianguli ad ſemicirculi terminum, ſiue fiat ad vnam, ſiue ad aliam partem, ſed idem eſſe Triangulum alteri hac ratione ad aliquem angulum oppoſitum, cum Triangulo lateri dictum angulum reſpicienti adiacente.

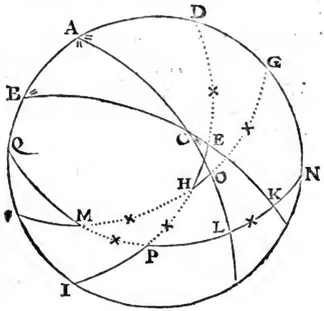
Præterea etiam patet, vnicuiq; Triangulo reſpondere tria Triangula cognata, inter ſe tamen diuerſa, ſi producantur ſingula quæq; bina latera, quæ angulos continent. Vt in ſuperiore diagrammate patet. Etenim propoſito Triangulo A B C ſunt cognata tria Triangula, nempe Triangulum B A D, quod lateri A B adiacet, Triangulum C E A, quod lateri A C adiacet; & Triangulum A D E; quod oppoſitum eſt angulo A, eſtq; idem cum Triangulo B F C tertio lateri B C adiacente.

Itaq; conducit huiuſmodi laterum ad ſemicirculum continuatio, vt in promptu poſſit eſſe Triangulum aliquod ad dimenſionem aptum, propoſito Triangulo cognatum; vt in praxi videbimus.

3 *Commutatio ſeu inuerſio Trianguli.*

Commutatio, ſeu inuerſio Trianguli in aliud lateribus, & angulis reciprocum eſt, quando ſub apicibus ſingulis propoſiti Trianguli Sphærici, deſcriptis maximis circulis, ab eorum interſecatione, & concurſu Triangulum formatur, cuius anguli lateribus alterius, & viciſſim anguli illius lateribus

bus huius reſpondeant: hac tamen ratione, vt duo anguli vnius ſigillatim æquales ſint duobus lateribus alterius, & tertij anguli complementum tertium latus adæquet. Vt ſi Triangulum A B C inuertendum ſit in aliud conditione ſupra expoſita. Continuetur vnum eius latus A B vtrimque, vt concludat circumferentiam circuli maximi A B G D, cui circulo reliqua latera B C, A C extenſa occurrant, & facto in A, B, C punctis polo ad interuallum Quadrantis deſcribantur tres ſemicircũferentię D H I, G H F, & M L Q. Dico igitur ab his ſemicircumferentijs eſſe delineatum Triangulum H M P, ſicut proponebatur. Nam quoniam ſunt Quadrantes B D, A G: dempto communi complemento A D, remanent æquales arcus A D, D G: ſed arcus D G correſpondet angulo ad H tanquam eius menſura. Igitur latus A B æquatur angulo H. Deinde à Quadrantibus æqualibus A O, C L ſublato communi complemento C O, remanet arcus A C æqualis arcui O L determinãtis angulum P M H, & proinde dictum latus A C æquale eſt angulo P M H. Præterea ab æqualibus Quadrantibus B E, C K dempto communi complemento C E, relinquitur latus B C æquale arcui E K, menſuræ ſcilicet anguli E P K, qui ſanè complementum eſt tertij anguli M P H inuerſi Trianguli H M P. Sic quoq; anguli ſinguli Trianguli A B C congruunt ſingulis lateribus Trianguli H M P. Nam anguli B menſura eſt arcus D E, æqualis lateri H P Trianguli H M P, cum vtriuſque ſit commune complementum H E. Anguli verò ad C menſura eſt arcus L K æqualis lateri M P Trianguli H M P, cùm vtriuſque ſit communi complementum arcus P L. Poſtremò complementi anguli B A C, ideſt anguli D A C menſura eſt arcus G O, cui æquatur latus M H ob commune complementum H O. Quare conſtat propoſitum.



Correſpondentes termini, & æquales in vtroque triangulo.

Trianguli A B C.		Trianguli M P H.	
Latus	A B	H angulo	æquantur.
	A C	M angulo	
	B C	P anguli complemento	
Anguli	A complementum	M H Lateri.	
	B	H P	
	C	M P	

4 *Reductio Obliquanguli ad Rectangula.*

Reductio Obliquanguli Trianguli ad Rectangula Triangula fit demiſſo arcu perpendiculari ab vno angulo in latus oppoſitum, continuatum etiam ſi fuerit neceſſe. Quæ profectò neceſſaria eſt, quotieſcunq; per Triangulorum Rectangulorum leges ſoluendum venit propoſitum Triangulum Obliquangulum. Dirimit namq; ipſe arcus perpendicularis dictum Triangulum in duo Rectangula, aut eidem aliud conſequens addit Triãgulum Rectangulum efficiens cum priore vnum maius Triangulum Rectangulum. Hæc autem Reductio quadrupliciter obſeruari ſolet.

Primò cùm in Obliquangulo Triangulo nota ſunt duo latera cum angulo ab ijs comprehenſo, & tunc perpendiculariter arcus ducendus eſt ab vno ex angulis non dato in latus oppoſitum datum, id eſt à termino vnius lateris dati in aliud latus datum, continuatum etiam ſi neceſſitas vrgebit. Sed an dictus perpendicularis arcus intra Triangulum, an extra cadat, neſciri poteſt, niſi adhibito calculo: vt Problem. 3. & 4. Quarti libri patebit.

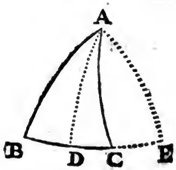
Secundò cùm in Obliquangulo Triangulo dantur duo anguli cum latere interiacente: nam tunc ab alterutro ex angulis datis in latus oppoſitum perpendicularis demittitur arcus, cuius equidem caſus, an fiat intra, an verò extra ipſum Triangulum ambiguum etiam eſt, donec ex calculo cognoſcatur; vt practicatur Probl. 5. & 6. Quarti libri.

Tertiò

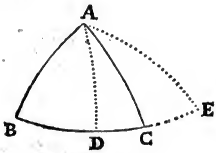
Digitized by Google

Tertiò cum in Obliquangulo Triangulo dantur duo latera cum angulo vni eorum oppoſito, & tunc neceſſe eſt, perpendicularem arcum ab angulo, quem data latera comprehendunt, in latus oppoſitum non datum deducere; Et hac reductione vtimur Problem. 7. & 8. dicti Quarti libri, Sed anceps eſt etiam caſus ipſius perpendicularis, nec cognoſci poteſt, niſi cognita ſpecie reliqui anguli non dati. Enimuerò dictus perpendicularis arcus in latus duobus acutis, vel duobus obtuſis angulis adiacens, ab angulo oppoſito decidens occurrit intra Triangulum. Sed in latus vni acuto, & alteri obtuſo adiacens, ab angulo oppoſito ductus extra ipſum Triangulum cadet; vt nunc aperiemus.

Prima figura.



Secunda figura.

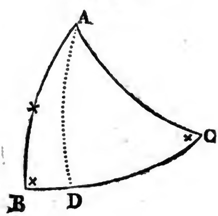


Sit exempli gratia Triangulum Obliquangulum A B C, cuius duo anguli B & C adiacentes lateri BC ſint ſimul vel acuti, vel obtuſi: dico perpendicularem arcum cadere intra Triangulum, vt eſt A D. Si hoc modo non cadit, ſit eius caſus extra; & ſit quidem A E occurens lateri B C producto in E. Quoniam igitur in Prima figura angulus B C A acutus eſt, erit adiacens ei angulus A C E obtuſus, cui cùm in Triangulo Rectangulo C E A opponatur latus A E circa rectum, erit ipſum latus A E Quadrante maius, vt cõſtat Capite quinto Primi libri numero vndecimo; Rurſus cùm in Triangulo Rectangulo A B E angulus B acutus ex hypotheſi adiaceat Baſi A B, erit latus A C, quod ei opponitur, Quadrante minus, iuxta ea, quæ ibidem numero duodecimo diximus. Quod eſt abſurdum, cùm iam demonſtratum ſit maius. AE

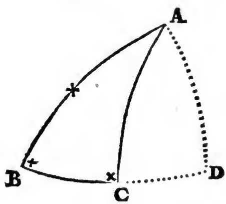
Eadem forma in altero Triangulo A B C, cuius anguli B, & C ſupponuntur obtuſi, ſequetur idem inconueniens. Nam latus A E quatenus ſubtendit acutum angulum A C E, erit Quadrante minus; & quatenus reſpicit obtuſum angulum B erit Quadrante maius, &c.

Præterea in Secunda figura ſingamus modò Triangulum A B C habere angulum C obtuſum, & B acutum, aio perpendicularem arcũ ab angulo oppoſito A cadere extra Triangulum, vt eſt A E. Si non cadit extra, cadat ſi fieri poteſt intra; vt eſt A D. Quoniam igitur in Triangulo A D C eſt angulus D rectus, & angulus C obtuſus, latus A D, quod ei opponitur, erit Quadrante maius. Sed & idem latus A D quatenus ſubtendit angulum acutum B in Triangulo A B D habente angulum ad D rectum, erit Quadrante minus. Quod fieri nequit, vt conſtant ex dicto Quinto capite Primi libri.

Prima figura.



Secunda figura.



Quartò, & vltimò ſolet demitti arcus perpendicularis, quando in Obliquangulo Triangulo dantur duo anguli cum latere vni eorum oppoſito; & ducitur quidem ab altero angulo non dato in latus oppoſitum. Sed tamen ſciri poteſt, an cadat intra, an extra Triangulum; cadet enim intra, velut in Prima figurarum pręcedentium, quando duo anguli dati ſunt eiuſdem affectionis, nempe vel ſimul acuti, vel ſimul obtuſi; at cadit extra, quando ſunt diuerſæ affectionis, nempe vnus acutus, & alter obtuſus, vt patet in Secunda ſuperiorum figurarum. Vtemur autem hac operatione in Problematibus Decimo, Vndecimo, & Duodecimo Quarti libri, vt patebit. Nunc autem Theoremata omnia Triangulorum Sphæricorum tam Rectangulorum quàm Obliquangulorum ordinatim tradamus.

THEO-

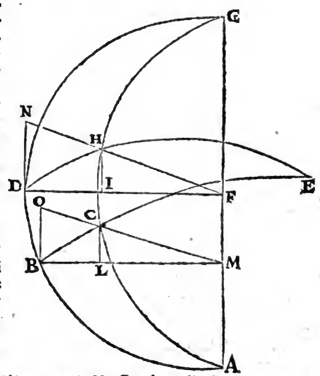
Digitized by Google

THEOREMATA RECTANGVLORVM TRIANGVLORVM SPHAERICORVM.

THEOREMA TRIMVM.

Jn Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato proportio Sinus totius ad Sinum anguli eſt, ſicut Sinus Baſis ad Sinum lateris dicto angulo oppoſiti.

ESto Triangulum A B C Rectāgulum, cuius angulus ad B rectus ſit. Dico Sinum totum habere eādem proportionem ad Sinū Baſis AC, quam habet Sinus anguli B A C ad Sinum lateris C B oppoſiti. Continuentur latera AC, AB, donec concurrant in G termino ſemicirculi vtriuſq; , ducaturq; recta A G, quæ per centrum Sphæræ tranſibit, ac erit communis ſectio planorum vtriuſq; circuli A H G, A D G. Accipiatur autem punctum D Quadrātis A D, per quod ducatur arcus ad A D G ſemicirculum rectus, qui occurret arcui B C producto in puncto E, quod eſt polus circuli A D G, atque vterque E D, E B Quadrans
a erit. A punctis prætérea H, & C demittantur rectæ H F, C M perpendiculares ad diametrū A G, quæ in eodem occurrent plano circuli A H G, & erit quidem H F Sinus arcus A H, qui cùm ſit Quadrans, erit & ipſe Sinus totus.



C M verò erit Sinus arcus C A. Deinde ab ijſdem punctis H, C cadant aliæ duæ perpendiculares H I, C L ad planum circuli A D G; eritque H I Sinus arcus D H, qui determinat angulum B A C propoſiti Trianguli. C L verò erit Sinus arcus C B dicto angulo oppoſiti. Connectantur poſtremo tam puncta I, F, quàm puncta L, M, ductis rectis I F, L M in plano circuli A D G, vt fiant duo Triangula rectilinea, atque Rectangula H I F, C M L ex dictis Sinibus ad propoſitum Triangulum A B C pertinentibus, quæ quidem Triangula dico eſſe æquiangula, ac proinde lateribus proportionalia. Nam cum recta H F parallela ſit rectæ C M per 28. primi Elemen. Euclid. quia vtraque illarum perpendicularis eſt ad A G, atque cùm recta H I parallela ſit rectæ C L per ſextam 11. Elemen. Euclid. quia perpendiculares ſunt ambæ ad idem planum circuli A D G, erunt per decimam 11. Elem. eiuſdem anguli I H F, & L C M inter ſe æquales. Sunt autem & anguli ad I & L æquales, vtpote recti, ideoq; reliqui anguli H F I, C M L per 32. pri. Elem. eiuſdem, erunt inter ſe æquales. Quare æquiangula erunt ipſa Triangula, & per quartam 6. Elem. eiuſdem lateribus proportionalia. Vt eſt igitur H F Sinus totus ad H I Sinum arcus D H, id eſt anguli A: ita eſt C M Sinus lateris C A adiacentis dicto angulo ad C L Sinum lateris C B oppoſiti eidem angulo A.

Probari etiam poteſt, dicta Triangula H I F, C L M eſſe æquiangula in hunc modũ. Cùm duæ rectæ H F, C M ſint in eodem plano circuli A H G, & duæ rectæ I F, L M in eodem plano circuli A D G; erunt anguli H F I, C M L æquales, cùm ſint eiuſdem inclinationis planorum dictorum duorum circulorum; cumq; & anguli ad I, & L ſint æquales, quia recti; erunt & reliqui anguli I H F, L C M æquales. Quare vt ſupra, æquiangula erunt ipſa Triangula, & lateribus proportionalia.

Eadem demonſtratio habet etiam locum, cùm latera ambo Trianguli fuerint Quadrantibus maiora, qualia ſunt G B, G C, cùm idem ſit Sinus C M duorum arcuum C A, C G ſemicirculum complentium; vel vnum Quadrans, ſeu Quadrante maius, & aliud minus. Et eadem ratione demonſtrari poteſt, ita eſſe Sinum totum ad Sinum anguli A C B alterius obliqui, vt eſt Sinus Baſis C A ad Sinum lateris A B, quod ipſi angulo opponitur, ſi latera C B, C A continuentur vt ſupra. Sic etiam exiſtente angulo A obtuſo. Nam idem eſt Sinus anguli acuti, & anguli obtuſi complentium duos rectos.

Analogia huius Theorematis.

	A		B
1	Sinus totus	2	Sinus anguli obliqui.
	C		D
3	Sinus Baſis	4	Sinus lateris ipſi angulo oppoſiti.

S C H O L I V M.

Analogia hæc quadrupliciter poteſt accipi. Primò quidem directè, ſicut propoſitum fuit; nam eſt A ad B, ſicut C ad D.

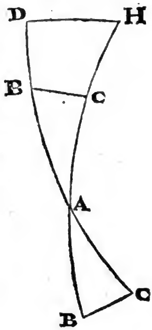
Secundò in terminis permutatis, iuxta 16. Quinti Elem. Eſt enim A ad C, ſicut B ad D.

Tertiò in terminis conuerſis, per coroll. 4. Quinti Elem. Vt ſit B ad A, ſicut D ad C.

Quartò, & Vltimò ſecundum terminos permutatim conuerſos; dicito eſſe C ad A, ſicut D ad B. Nam cum ſit A ad C, ſicut B ad D iuxta terminos permutatos, rurſus conuerſim erit C ad A, ſicut D ad B.

Quare cùm neceſſe fuerit, vtemur hac ipſa Analogia, quouis horum modorum accepta, exprimendo tamen ipſum modum, vt prolixitatem effugiamus in demonſtrationibus contexendis. Quod & in reliquis omnibus Theorematibus obſeruabimus; nam demonſtrato quocunque ex ſequentibus Theoremate, non ſolùm eius Analogia procedit in terminis directis, ſed etiam vera eſt in terminis permutatis, in terminis conuerſis, atq; in terminis permutatim conuerſis ad inſtar ſuperioris.

Corollarium huius Primi Theorematis.



Hinc deduci poteſt, duorum Triangulorum Sphæricorum Rectangulorum habentium vnum angulum vni angulo æqualem, Baſes ipſorum eſſe in proportione laterum communi, ſeu æqualibus angulis oppoſitorum.

Sint Triangula H D A, C B A Rectangula, cuius anguli D, & B recti, communem habentia angulum A. Dico ita eſſe Sinum Baſis A H ad Sinum lateris H D oppoſiti angulo A in Triangulo H D A, vt eſt Sinus Baſis A C ad Sinum lateris C B eidem, vel æquali angulo oppoſiti in Triangulo C B A. Quoniam igitur, vt ſupra demonſtratum fuit, eſt in Triangulo H D A Sinus totus ad Sinum anguli A, vt ſinus Baſis A H ad Sinum lateris H D ipſi angulo oppoſiti: atque etiam in Triangulo C B A eſt Sinus totus ad Sinum eiuſdem anguli A, vt Sinus Baſis A C ad Sinum lateris C B eidem angulo oppoſiti. Igitur ex vndecima Quinti Elem. erit Sinus Baſis A H ad Sinum lateris H D Trianguli H D A, vt eſt Sinus Baſis A C ad Sinum lateris C B eidem, vel æquali angulo oppoſiti. Quod demonſtrandum fuit.

THEO-

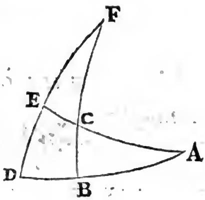
Digitized by Google

THEOREMA SECVNDVM.

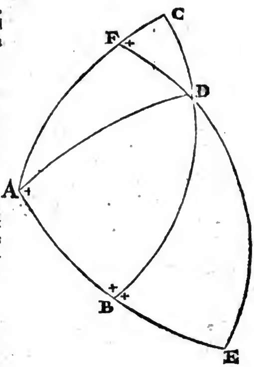
In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato: vt eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita Sinus ſecundus reliqui lateris ad Sinum ſecundum Baſis.

EXcludimus ab hac, & ſequentibus Triangulum Sphæricum Rectangulum, cui inſunt duo, vel tres anguli recti, quoniam nulla datur difficultas huiuſmodi Triangula ſoluendi, vt ſupra diximus, & de illo ſolo vnicum tantum rectum continente agimus, in quo nullum latus ponitur Quadrans. Quod quidem tripliciter variari poteſt: aut enim habet ſingula latera ſigillatim Quadrantibus minora, vt in primo caſu; aut aliqua tantum, vt in duobus reliquis caſibus.

Sit primò Triangulum A B C Rectangulum Sphæricum cum duobus angulis acutis A, & C, & cum recto angulo ad B, cuius ſingula latera ſint Quadrantibus minora; & intelligatur, ſingula ipſa latera eſſe producta, vt fiant Quadrantes A E, A D, B F, D F. Dico ita eſſe Sinum totum ad Sinũ ſecundum vnius lateris B C, vt Sinus ſecundus alterius lateris A B ad Sinum ſecundum Baſis A C: In Triangulo igitur C E F eſt ex Primo Theor. huius Sinus totus ad Sinum Baſis C F, complementi ſcilicet lateris B C, vt eſt Sinus anguli F (id eſt lateris B D quod determinat ipſum angulum, & eſt complementum lateris A B) ad Sinum lateris C E, qui eſt Sinus ſecundus Baſis A C.



Sit ſecundò Triangulum Rectangulum A B C cum obtuſo angulo C A B, & cum acuto A C B, vt in ſecundo ſchemate. Erit igitur A B latus minus Quadrante, & facto in termino A angulo recto D A B, arcus A D ſecabit latus C B in D, & Quadrantes erunt A D, B D propter angulos rectos ad A & B, compleatur quoque Quadrans A E, & per puncta D & E tranſeat arcus maximi Circuli E D F ſecans latus A C in F. Erit itaq; D E Quadrans, cum D ſit polus arcus A E. Sed & A F Quadrans eſt, cum A punctum polus ſit arcus E F, & anguli ad F recti erunt. Præterea arcus B E menſura eſt anguli B D E, & ipſius complementum eſt arcus A B. Dico itaq; ita eſſe Sinum totum ad Sinum ſecundum lateris B C, vt eſt Sinus ſecundus reliqui lateris A B ad Sinum ſecundum Baſis A C. Conſtat igitur ex præcedente Primo Theoremate in Triangulo C F D, cuius angulus F rectus eſt, ita eſſe Sinum totum ad Sinũ lateris ſeu Baſis C D, complementi ſcilicet lateris B C, vt eſt Sinus anguli C D F (id eſt anguli B D E, ſeu potius arcus B E, qui determinat eum, eſtq; complementum lateris A B) ad Sinum lateris C F, quod eſt complementum Baſis A C propoſiti Trianguli A B C.

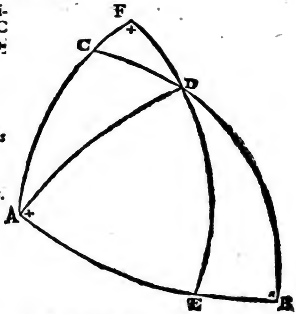


Sit tertiò, & vltimò vterque angulus C A B, A C B obtuſus in Rectangulo Triangulo A B C; erit igitur tam latus A B, quàm B C Quadrante maius. Facto ſimiliter ad A angulo recto D A B, arcus D A ſecabit latus B C in D, & vterque arcus A D, B D erit Quadrans, reſectoque Quadrante A E ex A B latere, per puncta D, & E ducatur arcus maximi circuli E D F, qui cum arcu producto concurret in F, & fiet tam arcus A F Quadrans, quàm arcus D E. Sumpto igitur Triangulo C F D, concluditur ex Primo eodem Theoremate ita eſſe Sinum totum ad Sinum lateris ſeu Baſis C D, qui eſt Sinus ſecundus lateris B C, vt eſt Sinus anguli C D F (id eſt arcus, E B, qui eſt eius

menſura,

Digitized by Google

menſura, eſtque complementum lateris A B) ad Sinum lateris C F, complementi ſcilicet Baſis A C Trianguli A C B. Quare conſtat id, quod proponebatur.



Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus

2 Sinus ſecundus vnius lateris.

3 Sinus ſecundus alterius lateris.

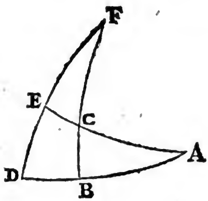
4 Sinus ſecundus Baſis.

THEOREMA TERTIVM.

In Triangulo Rectangulo Sphærico vſitato, vnius ſcilicet anguli recti: Vt eſt Sinus totus ad Sinum vnius anguli obliqui, ita Sinus ſecundus lateris adiacentis ad Sinum ſecundum alterius anguli huic lateri oppoſiti.

HVius Theorematis demonſtrationem iuxta triplicem Trianguli Rectanguli variationem afferemus, vt etiam in præcedente Theoremate fecimus.

Sit primò Triangulum Rectangulum Sphæricum A B C cum duobus angulis acutis A, & C, & cũ recto angulo ad B, ſicut in primo caſu præcedentis Theorematis, cuius ſingula latera ſint minora Quadrãtibus. Facta delineatione dicti primi caſus præcedentis Theorematis, erit arcus E D menſura anguli A, & reliquus arcus F E determinabit complementum eiuſdem anguli A. Præterea arcus C F complementum erit arcus B C. Quoniam igitur Triangulum C E F angulum habet ad E rectum, erit proportio Sinus totius ad Sinum anguli E C F, id eſt A C B; ſicut Sinus Baſis C F, complementi ſcilicet lateris C B; id eſt Sinus ſecundus lateris C B, ad Sinum lateris E F, id eſt complementi anguli A ex primo Theoremate huius.



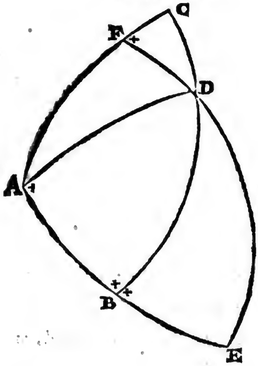
Sit Secundo Triangulum Rectangulum A B C cum obtuſo angulo C A B, & cum acuto A C B, vt in ſecundo Schemate præcedentis, cuius delineatio, & laterum cõtinuatio, vt ibidem, hîc quoque ſupponenda eſt. Conſtat igitur, arcum E F menſuram eſſe obtuſi anguli C A B, vnde F D arcus congruet complemento dicti anguli obtuſi, cùm ſit exceſſus Quadrantis D E. Sed & C D erit complementum arcus C B, cùm ſit exceſſus ſupra Quadrantem B D. Quoniam igitur Triangulum C F D Rectangulum eſt ob angulum ad F rectum, erit Sinus totus ad Sinum anguli C, ſicut Sinus lateris C D, complementi ſcilicet lateris B C, ad Sinum lateris D F, complementi videlicet anguli C A B, ex eodem primo Theoremate.

Intelligatur tertiò, & vltimo idem Triangulum Rectangulum A B C habens duos angulos obtuſos A, & C, quod in tertio caſu præcedentis ſumpſimus, manente etiam eadem laterum cõtinuatione. Arcus itaq; E F erit menſura anguli obtuſi ad A, & F D portio congruet complemento ipſiuſmet anguli, & arcus C D complementum erit arcus B C, cùm ſit ſupra Quadrantem B D. Sumpto itaque Triangulo C D F concludetur ex primo Theoremate, eſſe Sinum totum ad Sinum anguli F G D (id eſt anguli A C B adiacentis, cuius eſt idem Sinus) vt eſt Sinus lateris G D, complementi ſcilicet lateris B C, ad Sinum lateris D F complementi anguli C A B. Quod fuit propoſitum.

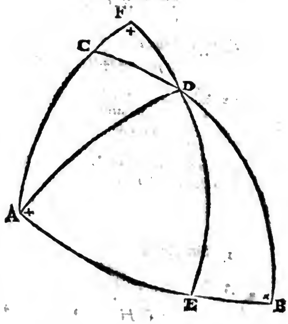
Analogia

Digitized by Google

Secunda figura.



Tertia figura.



Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Sinus vnius anguli obliqui.
3 Sinus ſecundus lateris illi angulo adiacentis.	4 Sinus ſecundus anguli reliqui huic lateri oppoſiti.

SCHOLIVM.

EX primo Theoremate ſupra propoſito deducuntur immediatè ſecundum, & tertium, atque in ipſis tribus vniuerſus fundatur calculus ac ſolutio Sphæricorum Rectangulorum Triangulorum per ſolos Sinus. Enimuerò cùm ſexdecim ponantur horum Triangulorum Problemata in Tertio Libro, iuxta ſcilicet varietatem datorum, & quæſitorum; octo quidem ex eis per ſimplicem vel multiplicationem, vel diuiſionem abſoluuntur. Nam tria priora Problemata ipſius Tertij libri per ſolam multiplicationem expediuntur, cadente nimirum in eis toto Sinu in primo loco. Quinque verò ſequentia immediatè tractantur per ſolam diuiſionem, eo quia Sinus totus non obtinet in eis primum locum, ſed ſecundum, vel tertium. At reliqua octo poſtrema duabus egent operationibus, nec per ſimplicem, vel multiplicationem, vel diuiſionem expediri valent per ſolos Sinus. Quocirca nullum dabitur quæſitum in Triangulis Sphæricis Rectangulis, quin per ſolos Sinus poſſit perſolui ac inueſtigari: quin & Triangula Obliquangula per ſolos Sinus ſoluuntur, vt videbimus. Præterea ex eorumdemmet trium Theorematum combinatione cum prima, & quarta Analogijs 3. Cap. Primi libri deducuntur tredecim aliæ Analogiæ, in quibus præter Sinus accipiuntur etiam Secantes, quæ conferunt ad Triangulorum Rectangulorum ſolutionem: Has autem in Theorematum formam cum præcedentibus Theorematibus redigemus, vt citari poſſint, quotieſcunq; opus fuerit.

THEOREMA QVARTVM.

In Triangulo Rectangulo vſitato; vt Sinus totus ad Sinum anguli, ita Secans ſecunda lateris oppoſiti ad Secantem ſecundam Baſis.

DEducitur hoc ex combinatione Primi Theorematis huius cum quarta Analogia Tertij Capitis huius Primi libri in hunc modum. Cùm ſit Sinus totus ad Sinum anguli obliqui, vt Sinus Baſis ad Sinum lateris ipſi angulo oppoſiti. Sed vt Sinus Baſis ad Sinum lateris, ita reciprocè Secans ſecunda lateris ad Secantem ſecundam Baſis. Igitur vt Sinus totus ad Sinum anguli, ita Secans ſecunda lateris oppoſiti ad Secantem ſecundam Baſis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Sinus anguli.
3 Secans Secunda lateris oppoſiti.	4 Secans ſecunda Baſis.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA QVINTVM.

In Triangulo Sphærico Rectangulo vſitato: Vt Sinus totus ad Sinum Baſis, ita Secans ſecunda lateris ad Secantem ſecundam anguli oppoſiti.

DEducitur ex combinatione primi Theorematis huius cum quarta Analogia dicta ſic: Cum ſit Sinus totus ad Sinum Baſis, ita Sinus anguli obliqui ad Sinum lateris ipſi oppoſiti per primum Theorema huius ſumptum in Terminis permutatis. Sed vt Sinus anguli ad Sinum lateris oppoſiti, ita reciprocè Secans ſecunda eiuſdemmet lateris ad Secantem ſecundam anguli oppoſiti. Igitur vt Sinus totus ad Sinum Baſis, ita Secans ſecunda lateris ad Secantem ſecundam anguli.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus	2 Sinus Baſis.
3 Secans ſecunda lateris.	4 Secans ſecunda anguli oppoſiti.

THEOREMA SEXTVM.

In Triangulo Rectangulo Sphærico; Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, ita Sinus lateris ipſi oppoſiti ad Sinum Baſis.

DEducitur hoc Theorema ex combinatione primi Theorematis cum prima Analogia tertij Capitis Primi libri: Nam cùm ſit Sinus anguli obliqui ad Sinum totum, vt Sinus lateris ipſi angulo oppoſiti ad Sinum Baſis per primum Theorema huius in terminis conuerſis ſumptum: ſi loco Sinus anguli accipiatur Secans ſecunda ipſiuſmet anguli iuxta compendium primum dicti tertij Capitis, ſequetur, ita eſſe Sinum totum ad Secantem ſecundam anguli, vt Sinus lateris ipſi oppoſiti ad Sinum Baſis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans ſecunda anguli.
3 Sinus lateris ipſi oppoſiti.	4 Sinus Baſis.

THEOREMA VII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico. Vt eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam Baſis, ita Sinus lateris ad Sinum anguli ipſi oppoſiti.

DEducitur hoc Theorema ex combinatione ipſiuſmet primi Theorematis cum eademmet prima Analogia tertij Capitis Primi libri. Nam cùm ſit Sinus Baſis ad Sinum totum, ita Sinus lateris ad Sinum anguli ipſi oppoſiti, ſi accipiatur loco Sinus Baſis, Secans ſecunda ipſiuſmet Baſis; ſequetur; ita eſſe Sinum totum ad Secantem ſecundam Baſis, vt eſt Sinus lateris ad Sinum anguli ipſi oppoſiti.

Analogia huius Theorematis:

1 Sinus totus.	2 Secans ſecunda Baſis.
3 Sinus lateris.	4 Sinus anguli ipſi oppoſiti.

Digitized by Google

THEOREMA VIII.

In Triangulo Rectangulo vſitato Sphærico: vt eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita Secans Baſis ad Secantem alterius lateris.

EManat hoc Theorema ex combinatione ſecundi Theorem. cum quarta Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita Sinus ſecundus alterius lateris ad Sinum ſecundum Baſis. Sed vt Sinus ſecundus lateris ad Sinum ſecundum Baſis, ita reciprocè Secans Baſis ad Secantem ipſiuſmet lateris. Igitur vt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita Secans Baſis ad Secantem alterius lateris.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Sinus ſecundus vnius lateris.
3	Secans Baſis.	4	Secans alterius lateris.

THEOREMA IX.

In Triangulo Rectangulo Sphærico; Eſt Sinus totus ad Secantem vnius lateris, vt Sinus ſecundus Baſis ad Sinum ſecundum alterius lateris.

COlligitur ex combinatione eiuſdem ſecundi Theorematis accepti ſecundum terminos conuerſos cum prima Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Sinus ſecundus vnius lateris ad Sinum totum, ita Sinus ſecundus Baſis ad Sinum ſecundum alterius lateris, ſi accipiatur loco Sinus ſecundi lateris Secans eius, tranſibit Sinus totus in primo loco, & dicta Secans in ſecundo. Vnde erit, vt Sinus totus ad Secantem vnius lateris, ita Sinus ſecundus Baſis ad Sinum ſecundum alterius lateris.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Secans vnius lateris.
3	Sinus ſecundus Baſis.	4	Sinus ſecundus alterius lateris.

THEOREMA X.

In Triangulo Rectangulo Sphærico: vt eſt Sinus totus ad Sinum vnius anguli obliqui, ita Secans alterius anguli ad Secantem lateris huic alteri angulo oppoſiti.

PRodit hoc Theorema ex 3. Theo. huius combinato cũ quarta Analogia tertij Capitis huius primi libri. Nam cùm ſit Sinus totus ad Sinũ vnius anguli obliqui; ita Sinus ſecundus lateris huic angulo adiacentis ad Sinum ſecundum anguli reliqui ipſi lateri oppoſiti. Sed vt Sinus ſecundus lateris adiacentis ad Sinum ſecundum anguli reliqui ipſi lateri oppoſiti; ita reciprocè Secans anguli reliqui ad Secantem lateris huic reliquo angulo oppoſiti. Ergo vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli obliqui, ita Secans alterius anguli ad Secantem lateris huic reliquo angulo oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Sinus anguli.
3	Secans alterius anguli.	4	Secans lateris huic alteri angulo oppoſiti.

THEOREMA XI.

In Triangulo Rectangulo Sphærico: vt Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris, ita Secans anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam anguli adiacentis.

EManat hoc Theorema ex combinatione tertij Theor. cum eadem quarta Analogia tertij Capitis, accipiendo ſcilicet tertium Theorema in terminis permutatis. Nam cùm ſit Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris, ita Sinus anguli adiacentis ad Sinum ſecundum anguli oppoſiti. Sed vt Sinus ſecundus anguli adiacentis ad Sinum ſecundum anguli oppoſiti; ita reciprocè Secans anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam anguli adiacentis. Igitur vt Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris, ita Secans anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam anguli adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Sinus ſecundus lateris.
3	Secans anguli oppoſiti.	4	Secans ſecunda anguli adiacentis.

THEOREMA XII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico: vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli, ita Sinus ſecundus anguli reliqui ad Sinum ſecundum lateris reliquo angulo oppoſiti.

DEducitur ex cõbinatione eiuſdem tertij Theorematis accepti iuxta terminos conuerſos cum prima Analogia tertij Capitis huius primi libri. Nam cum ſit Sinus primi anguli ad Sinum totum, vt Sinus ſecundus anguli reliqui ad Sinum ſecundum lateris reliquo angulo oppoſiti, ſi pro Sinu anguli primi accipiatur Secans ſecunda eiuſdem, concludetur, ita eſſe Sinum totum ad Secantem ſecundam vnius anguli; vt eſt Sinus ſecundus anguli reliqui ad Sinum ſecundum lateris reliquo huic angulo oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Secans ſecunda vnius anguli.
3	Sinus ſecundus anguli reliqui.	4	Sinus ſecundus lateris reliquo angulo oppoſiti.

THEOREMA XIII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico: vt Sinus totus ad Secantem lateris, ita Sinus ſecundus anguli oppoſiti ad Sinum anguli adiacentis.

PRodit ex combinatione eiuſdem tertij Theorematis in terminis permutatim conuerſis cum prima Analogia tertij Capitis huius primi libri. Nam cùm ſit Sinus ſecundus lateris ad Sinum totum; ita Sinus ſecundus anguli oppoſiti ad Sinum anguli adiacentis: Si loco Sinus ſecundi lateris acceperimus Secantem eiuſdem lateris, concludetur, ita eſſe Sinum totum ad Secantem lateris, vt eſt Sinus ſecundus anguli oppoſiti ad Sinum anguli adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Secans lateris.
3	Sinus ſecundus anguli oppoſiti.	4	Sinus anguli adiacentis.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA XIV.

In Triangulo Rectangulo Sphærico, eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, vt Secans ſecunda Baſis ad Secantem ſecundam lateris oppoſiti.

HOc Theorema colligitur ex combinatione quarti Theor.accepti in terminis conuerſis cũ prima Analogia 3.Cap.huius primi libri. Nam cùm ſit Sinus anguli ad Sinum totum, vt eſt Secans ſecunda Baſis ad Secãtem ſecundam lateris oppoſiti, ſi loco Sinus anguli acceperimus Secantem ſecundam anguli, ita concludemus; nempe eſſe Sinum totum ad Secantem ſecundam anguli, vt eſt Secans ſecunda Baſis ad Secantem ſecundam lateris oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans ſecunda anguli.
3 Secans ſecunda Baſis.	4 Secans ſecunda lateris oppoſiti.

THEOREMA XV.

In Triangulo Rectãgulo Sphærico eſt Sinus totus ad Secantem vnius lateris, vt Secans alterius lateris ad Secantem Baſis.

DEducitur hoc Theorema ex combinatione 8.Theor. huius accepti in terminis conuerſis cum prima Analogia 3.Cap.huius primi libri. Nam cùm ſit Sinus ſecundus vnius lateris ad Sinũ totum; ita Secans alterius lateris ad Secantem Baſis, ſi pro Sinu ſecundo lateris ſubſtituatur Secans eiuſdemmet lateris in ſecundo loco, & totus Sinus in primo, ſequetur, ita eſſe Sinum totum ad Secantem lateris, vt Secans alterius lateris ad Secantem Baſis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans lateris vnius.
3 Secans alterius lateris.	4 Secans Baſis.

THEOREMA XVI.

In Triangulo Rectangulo Sphærico, eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli, ita Secans lateris adiacentis, ad Secantem alterius anguli huic lateri oppoſiti.

PRoducitur hoc Theorema ex combinatione decimi Theorematis huius accepti in terminis cõuerſis, cum prima Analogia 3.Cap.huius primi libri. Nam cùm ſit Sinus vnius anguli ad Sinum totum, ita Secans lateris adiacentis ad Secantem alterius anguli huic lateri oppoſiti, commutando Sinum ipſius anguli primum locum occupantis in Secantem ſecundam eiuſdem anguli, cadit in primo loco Sinus totus, & in ſecundo dicta Secans ſecunda. Vnde erit, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli, ita Secans lateris adiacentis ad Secantem alterius anguli huic lateri oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans ſecunda vnius anguli.
3 Secans lateris.	4 Secans alterius anguli lateri oppoſiti.

Digitized by Google

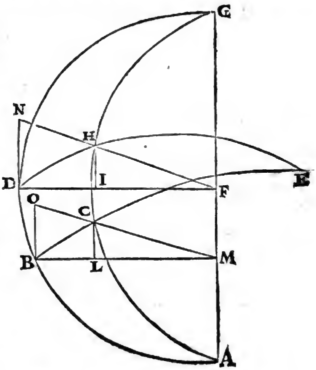
SCHOLIVM.

Hic finis eſto Theorematum, quæ ad ſolutionem Triangulorum opportuna ſunt per Sinus & Secantes. In his quæ ſequuntur, Tangentes adhibentur. Enimuerò primarium Theorema eſt decimumſeptimum, à quo immediatè emanant 18. & 19. & ex his tribus combinatis cum prima, ſecunda, & quinta Analogijs tertij Capitis Primi libri prodeunt reliqua tredecim Theoremata.

THEOREMA XVII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem anguli, vt Sinus lateris adiacentis ad Tangentem lateris oppoſiti.

SVmpto diagrammate primi Theorematis huius, in quo proponitur Triangulum Rectangulum A B C. Dico ita eſſe Sinum totum ad Tāgentem anguli B A C, vt eſt Sinus lateris A B dicto angulo adiacentis ad Tāgentem lateris B C dicto angulo oppoſiti. Ducātur perpendiculares N D, & O B ad puncta D & B, & producantur F H, & M C ad concurſum cum eis in N & O, vt N D ſit Tangens arcus D H, id eſt anguli A, & O B ſit Tangens arcus C B, atque etiam ducantur rectæ F D, M B, quæ concludant duo Triangula rectilinea Rectangula N D F, O B M, quæ æquiangula ſunt, & lateribus proportionalia; vt ex primo Theoremate huius patet. Quare erit F D Sinus totus ad N D Tangentem arcus H D, id eſt anguli A, vt eſt Sinus M B lateris A B adiacentis dicto angulo ad O B Tangentem lateris C B dicto angulo oppoſiti.



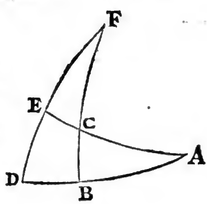
Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Tangens anguli.
3 Sinus lateris adiacentis.	4 Tangens lateris oppoſiti.

THEOREMA XVIII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris, vt Sinus ſecundus anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam Baſis.

DEducitur hoc Theorema nullo ferè negocio ex præcedente, intelligendo propoſitum Triangulum A B C, cuius ſingula latera ſint continuata, vt fiant Quadrantes A E, A D, B F, atque etiam ducto altero Quadrante F D. Sumpto igitur Triangulo F E C, in quo angulus ad E rectus eſt, erit ex præcedente Sinus totus ad Tangentem anguli F, ſeu lateris D B, quæ eſt ſecunda Tangens lateris A B propoſiti Trianguli A B C, ita Sinus lateris E F, complementi ſcilicet lateris E D, id eſt anguli A, ad Tangentem lateris E C, quæ eſt Tangens ſecunda Baſis A C. Patet itaque propoſitum.



Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Tangens ſecunda lateris.
3 Sinus ſecundus anguli adiacentis.	4 Tangens ſecunda Baſis.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA XIX.

In Triangulo Rectangulo eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum Baſis, vt Tangens vnius anguli ad Tangentem ſecundam alterius anguli.

PRopoſito rurſus Triangulo Rectangulo A B C obtinẽte angulos acutos ad A & C, & rectum ad B. Dico ita eſſe Sinum totum ad Sinum ſecundũ Baſis A C, vt eſt Tangens anguli C ad Tangentem ſecundã alterius anguli A. Continuentur ſingula latera, vt prius, donec fiant Quadrantes A D, A E, B F, D F. Quoniam igitur Triangulum E C F rectangulum eſt, Sinus totus habebit ad Sinum lateris E C eandem proportionem, quam habet Tangens anguli E C F ad Tangentem lateris F E ipſi angulo oppoſiti per decimumſeptimum Theorema ſumendo terminos permutatos. Eſt autem Sinus lateris E C, Sinus etiam ſecundus Baſis A C, & Tangens anguli E C F eſt etiam Tangens anguli ad verticem B C A: Tangens verò lateris F E eſt Tangens ſecunda anguli A, cùm latus E D, quod eſt ipſius complementum, determinet angulum A. Quarè erit, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Baſis A C, ita Tangens anguli C ad Tangentem ſecundam anguli A.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Sinus ſecundus Baſis.
3	Tangens vnius anguli.	4	Tangens ſecunda alterius anguli.

THEOREMA XX.

In Triangulo Sphærico Rectangulo eſt Sinus totus ad Sinum lateris, vt Tangens ſecunda alterius lateris ad Tangentem ſecundam anguli huic oppoſiti.

DEducitur hoc Theorema ex 17. Theor. ſecundum terminos permutatos ſumpto, & ex Quinta Analogia tertij Capitis Primi libri. Nam cùm ſit Sinus totus ad Sinum lateris, ita Tangens anguli adiacentis ad Tangentem alterius lateris oppoſiti. Sed vt Tangens anguli adiacentis ad Tangentem alterius lateris oppoſiti; ita reciprocè Tangens ſecunda alterius lateris ad Tangentem ſecundam anguli huic oppoſiti. Igitur vt Sinus totus ad Sinum lateris, ita Tangens ſecunda alterius lateris ad Tangentem ſecunda anguli huic oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Sinus vnius lateris.
3	Tangens ſecunda alterius lateris.	4	Tangens ſecunda anguli alteri huic lateri oppoſiti.

THEOREMA XXI.

In Triangulo Sphærico Rectangulo eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam anguli, vt Tangens lateris oppoſiti ad Sinum lateris adiacentis.

ORitur hoc ex eodem 17. Theor. in terminis conuerſis accepto, & combinato cum ſecunda Analogia dicti 3. Capitis. Nam cùm ſit Tangens anguli ad Sinum totum, ita Tangens lateris oppoſiti ad Sinũ lateris adiacentis, pro proportione Tangẽtis anguli ad Sinum totum accipies proportionem Sinus totius ad Tangentem ſecundam eiuſdem anguli: ſequetur enim, ita eſſe Sinum totum ad Tangentem ſecundam anguli, vt Tangens lateris oppoſiti ad Sinum lateris adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1	Sinus totus.	2	Tangens ſecunda anguli.
3	Tangens lateris oppoſiti.	4	Sinus reliqui lateris adiacentis.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA XXII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico; vt eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam prioris lateris, ita Tangens lateris poſterioris ad Tangentem anguli poſteriori lateri oppoſiti.

PRodit ex eodem 17. Theoremate ſumpto ſecundum terminos permutatim conuerſos, combinato cum eadē prima Analogia tertij Capitis huius primi libri. Nam cùm ſit Sinus vnius lateris ad Sinum totum, ita Tangens alterius lateris ad Tangentem anguli alteri huic lateri oppoſiti, loco Sinus lateris accipe eius Secantem ſecundam, & erit; Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam lateris, ita Tangens alterius lateris ad Tangentem anguli alteri huic lateri oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans ſecunda prioris lateris.
3 Tangens poſterioris lateris.	4 Tangens anguli poſteriori lateri oppoſiti.

THEOREMA XXIII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli, ita Tangens Baſis ad Tangentem lateris adiacentis.

DEducitur ex 18. Theor. ſumpto in terminis permutatis, & combinato cum quinta Analogia tertij Capitis huius primi libri, Nam cùm ſit Sinus totus ad Sinum ſecūdum anguli, ita Tangens ſecunda lateris adiacentis ad Tangentem ſecundam Baſis. Sed vt Tangens ſecunda lateris adiacentis ad Tangentem ſecundam Baſis, ita reciprocè Tangens prima Baſis ad Tangentem primam lateris adiacentis. Igitur vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli, ita Tangens Baſis ad Tangentem lateris adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Sinus ſecundus anguli.
3 Tangens Baſis.	4 Tangens lateris adiacentis.

THEOREMA XXIV.

In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem lateris, vt Tangens ſecunda Baſis ad Sinum ſecundum anguli adiacentis.

PRodit ex eodem 18. Theor. in Terminis conuerſis accepto, & ex ſecunda Analogia 3. Cap. combinatis ſimul. Nam cùm ſit Tangens ſecunda lateris ad Sinum totum ita Tangens ſecunda Baſis ad Sinum ſecundum anguli adiacentis: in locum Tangentis ſecundæ lateris ſubſtituendo Tangentem eiuſdem lateris primam, erit vt Sinus totus ad Tangentem lateris, ita Tangens ſecunda Baſis ad Sinum ſecundum anguli adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Tangens lateris.
3 Tangens ſecunda Baſis.	4 Sinus ſecundus anguli adiacentis.

Digitized by Google

THEOREMA XXV.

In Triangulo Rectangulo Sphærico, vt Sinus totus ad Secantem anguli, ita Tangens ſecunda Baſis ad Tangentem ſecundam lateris angulo adiacentis.

DEducitur ex eodem 18. Theorem. in terminis permutatim conuerſis ſumpto, & ex prima Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Sinus ſecundus anguli ad Sinum totum; ita Tangens ſecunda Baſis ad Tangentem ſecundam lateris angulo adiacentis; pro Sinu ſecundo anguli accipiendo Secantem eiuſdem, erit vt Sinus totus ad Secantem anguli, ita Tangens ſecunda Baſis ad Tangentem ſecundam lateris angulo adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans anguli.
3 Tangens ſecunda Baſis.	4 Tangens ſecunda lateris adiacentis.

THEOREMA XXVI.

In Triangulo Rectangulo Sphærico; vt Sinus totus ad Secantem Baſis, ita Tangens ſecunda anguli ad Tangentem alterius anguli.

DEducitur ex decimonono Theoremate ſumpto in terminis conuerſis, & ex prima Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Sinus ſecundus Baſis ad Sinum totum, ita Tangens ſecunda vnius anguli ad Tangentem alterius anguli, ſi pro Sinu ſecundo Baſis ſubſtituatur Secans eiuſdem Baſis; erit Sinus totus ad Secantem Baſis, vt Tangens ſecunda vnius anguli ad Tangentem alterius anguli.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Secans Baſis.
3 Tangens ſecunda vnius anguli.	4 Tangens alterius anguli.

THEOREMA XXVII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico; eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius anguli, vt Tangens ſecunda alterius anguli ad Sinum ſecundum Baſis.

PRodit ex eodem 19. Theor. accepto ſecundum terminos permutatim conuerſos, & ex ſecunda Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Tangens vnius anguli ad Sinum totum, ita Tangens ſecunda alterius anguli ad Sinum ſecundum Baſis, permutando Tangentem primam anguli in Tangentem ſecundam eiuſdem, erit vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius anguli; ita Tangens ſecunda alterius anguli ad Sinum ſecundum Baſis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.	2 Tangens ſecunda primi anguli.
3 Tangens ſecunda ſecundi anguli.	4 Sinus ſecundus Baſis.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA XXVIII.

In Triangulo Rectangulo Sphærico vt eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam lateris, ita Tangens ſecunda anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam alterius lateris angulo oppoſiti.

DEducitur ex 20. Theorem. ſumpto in terminis conuerſis, combinato cum prima Analogia tertij Capi. Nam cùm ſit Sinus vnius lateris ad Sinum totum, ita Tangens ſecũda anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam alterius lateris ipſi angulo oppoſiti, ſi pro Sinu vnius lateris capiatur Secans ſecunda eiuſdem, erit Sinus totus ad Secantem ſecundam lateris, ita Tangens ſecunda anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam alterius lateris angulo oppoſiti.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus. 2 Secans ſecunda lateris.

3 Tangens ſecunda anguli adiacentis. 4 Tangens ſecunda alterius lateris angulo oppoſiti.

THEOREMA XXIX.

In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris, vt Tangens anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam alterius lateris.

EManat ex vigeſimoſecundo Theoremate accepto in terminis permutatim conuerſis, & ex ſecunda Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Tangens vnius lateris ad Sinum totum, ita Tangens anguli illi oppoſiti ad Secantem ſecundam alterius lateris, ſi pro Tangente prima ſecundam acceperis eiuſdemmet lateris; erit vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris; ita Tangens anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam alterius lateris.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus. 2 Tangens ſecunda lateris.

3 Tangens anguli oppoſiti. 4 Secans ſecunda alterius lateris adiacentis.

THEOREMA XXX.

In Triangulo Rectangulo eſt Sinus totus ad Secantem anguli, vt Tangens lateris adiacentis ad Tangentem Baſis.

DEducitur ex vigeſimotertio Theoremate ſumpto ſecundum terminos conuerſos, & ex prima Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Sinus ſecundus vnius anguli ad Sinum totum, ita Tangens lateris adiacentis ad Tangentem Baſis; ſi pro Sinu ſecundo anguli ſumatur Secans eiuſdem anguli, erit Sinus totus ad Secantem anguli; vt Tangens lateris adiacentis ad Tangentem Baſis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus. 2 Secans anguli.

3 Tangens lateris adiacentis. 4 Tangens Baſis.

Digitized by Google

THEOREMA XXXI.

In Triangulo Rectangulo Sphærico eſt Sinus totus ad Tangentem Baſis, vt Tangens ſecunda lateris ad Secantem anguli adiacentis.

DEducitur ex vigeſimoquinto Theoremate ſumpto in terminis permutatim conuerſis, & ex ſecunda Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Tangens ſecunda Baſis ad Sinum totum, ita Tangens ſecunda lateris ad Secantem anguli adiacentis; Si pro ſecunda Tangente Baſis, primam acceperimus, erit vt Sinus totus ad Tangentem Baſis, vt Tangens ſecunda lateris ad Secantem anguli adiacentis.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus. 2 Tangens Baſis.

3 Tangens ſecunda lateris. 4 Secans anguli adiacentis.

THEOREMA XXXII.

In Triangulo Sphærico Rectangulo eſt Sinus totus ad Tangentem anguli, vt Tangens alterius anguli ad Secantem Baſis.

PRodit ex vigeſimoſexto Theoremate accepto ſecundum terminos permutatim conuerſos, & ex ſecunda Analogia tertij Capitis. Nam cùm ſit Tangens lateris ad Sinum totum, ita Tangens Baſis ad Secantem anguli adiacentis, ſi Tangens lateris in Tangentem ſecundam eiuſdem permutetur; erit Sinus totus ad Tangentem anguli, vt Tangens alterius anguli ad Secantem Baſis.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITT. EMANUELE

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus. 2 Tangens anguli.

3 Tangens alterius anguli. 4 Secans Baſis.

SCHOLIVM.

HActenus Theoremata pertractata fuêre, quæ ad ſolutionem Rectangulorum Triangulorum faciunt per multiplicationes, & diuiſiones. Sequentia duo conferunt ad Triangulorum Rectangulorum ſolutionem per Proſthaphæreſin, hoc eſt per additionem, & ſubtractionem Sinuum nulla interueniente multiplicatione, vel diuiſione.

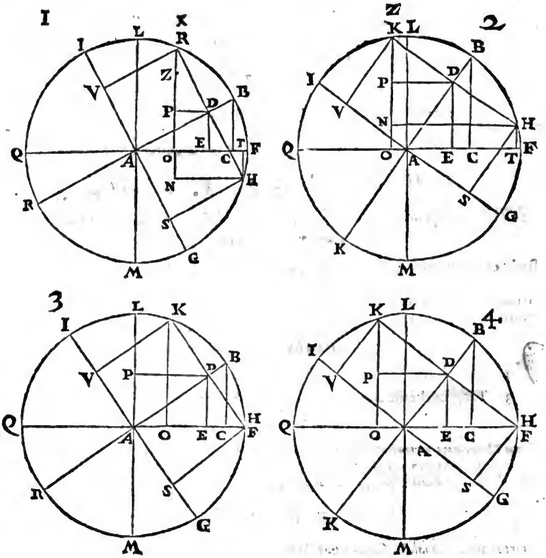
THEOREMA XXXIII.

Sinus quartus proportionalis reſpectu totius Sinus in primo loco, & Sinuum primorum duorum arcuum, vel angulorum æqualis eſt dimidiæ rectæ, quæ vel relinquitur ex ſubductione Sinus ſecundi aggregati dictorum duorum arcuum, vel angulorum, à Sinu ſecundò differentiæ eorundemmet arcuum, vel angulorum, ſi tale aggregatum defecerit à Quadrante. Vel reſultat ex additione vtriuſque Sinus ſecundi, nempe aggregati, & differentiæ laterum, ſi aggregatum laterum excreuerit ſupra Quadrantem. Quòd ſi aggregatum hoc Quadrantem æquauerit, Sinus quartus proportionalis erit æqualis dimidio Sinui ſecundo differentiæ laterum.

SIt vt Sinus totus A B ad Sinum B C, ita Sinus A D ad Sinum D E quartum. Deſcribatur circulus interuallo A B, facto ſcilicet in A centro, & continuentur rectæ A B, A F, vt fiant diametri R A B, Q A F. Deinde per idem centrum A tranſeat diameter I A G ad rectos angulos cum R A B, & diameter L A M cùm Q A F. Diametro autem I A G ducatur parallela K H per punctum D, quæ ſecta erit per æqualia in dicto D puncto à diametro R A B ex tertia 3. Elemen. atque etiam arcus K B, H B erunt æquales ex trigeſima eiuſdem tertij. Quare & reſidui arcus I K, G H erunt etiam æquales. Ductis verò rectis K V, H S perpendicularibus à terminis K & H, ipſæ quidem rectæ Sinus erunt dictorum arcuum æqualium I K, G H; quare & A D, quæ ex quarta primi Elem.

Digitized by Google

æquatur dictis rectis, erit eorundemmet arcuum Sinus primus. Sinus porrò B C refertur ad arcum B F, cui æqualis eſt tam arcus M G, quàm arcus I L ex conſtructione. Præterea per punctum K tranſeat K O perpendicularis ad Q F, & ad eandem A F cadat alia perpendicularis à puncto H, quæ ſit H T, atque per idem punctum H tranſeat H N parallela rectæ A F, quæ conueniat cum recta K O in puncto N. Poſtremò per punctum D ducatur parallela D P rectæ H N, quæ quidem ex ſecunda ſexti Elem. proportionalia reddet ſegmenta K P, P N ſegmentis K D, D H. Cùmque K D, D H



rectæ ſint æquales, vt ſupra patuit, æquales quoque erunt rectæ K P, P N. Iam igitur dico Sinum quartum proportionalem, nempe D E reſpectu totius Sinus A B, & duorum Sinuum B C, A D eſſe æqualem dimidiæ rectæ Z O, nempe rectæ O P, quæ relinquitur ex ſubductione Sinus ſecundi aggregati laterum à Sinu ſecundo differentiæ, quando aggregatum laterum deficit à Quadrante, vt in Prima figura. Vel quæ reſultat ex additione Sinuum ſecundorum aggregati laterum, & differentiæ eorundemmet, quando aggregatum laterum excedit Quadrantem, vt in Secunda figura. Aut denique ipſum Sinum D E quartum proportionalem eſſe æqualem dimidio Sinui ſecundo differentiæ laterum, quando aggregatum laterum adæquat Quadrantem, vt in Tertia, & Quarta figura.

Quoniam igitur arcui B F æqualis eſt arcus M G ob commune complementum G F; aggregatum dictorum arcuum, ad quos pertinent dicti Sinus B C, & A D tanquam primi, intelligetur eſſe arcus M H, cuius Sinus ſecundus eſt T H, cùm pertineat ad complementum H F, vt in Prima figura conſtat. Sed in Secunda figura Sinus T H eſt exceſſus aggregati M H ſupra Quadrantem M F. Differentia porrò dictorum arcuum eſt arcus K L: Nam vnus arcus eſt I K, & alius eſt L I, tanquam æqualis arcui B F ob commune complementum K B. Huius autem arcus L K differentiæ ſcilicet dictorum arcuum Sinus ſecundus eſt K O, cùm pertineat ad complementum K F ipſius arcus L K. Itaque ſi ab hoc Sinu ſecundo K O auferatur, vt in Prima figura, recta Z K æqualis rectæ O N, id eſt Sinui T H ſe-

cundo

Digitized by Google

ſundo aggregati laterum, relinquetur recta Z O cuius dimidium eſt O P, quæ æqualis eſt ex trigeſima quarta primi Elem. Sinui quarto propoſito D E.

In ſecunda autem figura addo ipſi met Sinui ſecundo K O differentiæ laterum, rectam Z K æqualem rectæ N O, & componitur recta Z O, cuius dimidia eſt O P æqualis Sinui quarto propoſito D E.

Sed in tertia, & quarta figura, cùm nullus ſit Sinus ſecundus aggregati laterum, nulla proinde fit additio, vel ſubſtractio à Sinu ſecundo K O differentiæ laterum, ſed eius dimidium O P æquatur quarto Sinui proportionali D E, ſicut fuit propoſitum.

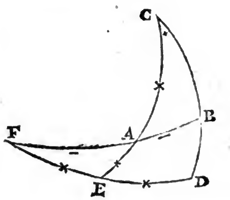
SCHOLIVM.



Hinc prodit inſigne, & præſtans compendium, quod dicemus Primam Proſtaphæreſis primariæ Sinuum formam, nempè in Triangulo Rectangulo Sphærico, per ſolam Sinuum Proſtaphæreſin, ideſt per ſolam additionem, vel ſubtractionem poſſe colligi quæſitum idem, quod prodit ex Analogia primo Theoremate propoſita per multiplicationem duorum Sinuum, & per totum diuiſionem, vt in tertio libro practicabitur. Nam cùm in Triangulo Rectangulo Sphærico A B C ſit Sinus totus ad Sinum Baſis A C, ita Sinus anguli C ad Sinum lateris A B, igitur ex hoc Theoremate per ſubductionem Sinus ſecundi aggregati Baſis A C, & anguli C, à Sinu ſecundo differentiæ eorundem, quando aggregatum huiuſmodi fuerit Quadrante minus. Vel per vtriuſque Sinus ſecundi additionem, quando dictum aggregatum fuerit Quadrante maius prodibit duplum Sinus lateris A B quæſiti.

THEOREMA. XXXIV.

Sinus Quartus proportionalis reſpectu totius Sinus, & Sinuum ſecundorum duorum arcuum, vel angulorum æqualis eſt dimidia recta, quæ vel relinquitur ex ſubductione Sinus ſecundi aggregati dictorum duorum arcuum, vel angulorum à Sinu ſecundo differentiæ eorundemmet, ſi aggregatum ipſum fuerit Quadrante maius. Vel reſultat ex additione vtriuſque Sinus ſecundi, nempe aggregati laterum, & differentiæ laterum, ſi aggregatum illud fuerit Quadrante minus. Quod ſi Quadranti fuerit æquale, Sinus quartus proportionalis æqualis erit dimidio Sinui ſecundo differentiæ laterum.



Quoniam igitur ex præcedente per ſubductionem Sinus ſecundi aggregati Baſis A C, & anguli C à Sinu ſecundo differentiæ eorundem, cùm aggregatum Quadrantem non attingit. Vel per vtriuſque Sinus ſecundi additionem, quando ſuperat Quadrantem, colligitur duplum Sinus lateris A B. Sic quoque in Triangulo A E F, cùm eadem ſit differentia inter latera E A, E F, quæ eſt inter Baſin A C, & dictum angulum C, eò quia hæc illorum ſunt complementa: atque etiam cùm idem ſit Sinus ſecundus aggregati ex Baſe A C, & angulo C, qui eſt aggregati ex lateribus E A, E F, cum vnum aggregatum ſit alterius aggregati complementum ad ſemicirculum. Idcirco ex Sinibus ſecundis tùm aggregati dictorum laterum E A, E F, tùm differentiæ eorundem prodibit per Proſtaphæreſin duplum Sinus ſecundi Baſis A F, contraria tamen cautione, quàm fuerit obſeruatum in præcedente. Nam quando aggregatum fuerit nunc Quadrante maius, ſubſtractio; & quando minus, additio inſtituenda eſt.

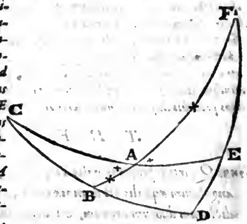
SCHOLIVM.

Hinc patet, eandem quantitatem ſeu eundem Sinum præſtare hanc ſecundam formam Primariæ Proſtaphæreſis, quam exhibet Analogia in ſecundo Theoremate propoſita per multiplicationem duorum Sinuum, & per totum diuiſionem. Cùm in Triangulo Rectangulo A F E ſit Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris E F. vt

Sinus ſecundus lateris E A ad Sinum ſecundum Baſis A F, per ſecundum Theorema huius, qui quartus eſt pro-
BA *portionalis quaſitus. Idem Sinus E A colligetur nullo negocio per Proſtaphareſin, hoc eſt per ſolam additionem,*
FE *vel ſubtractionem per hoc Theorema, id eſt per ſubductionem Sinus ſecundi aggregati vtriuſque lateris E K,*
E A à Sinu ſecundo differentiæ eorundem, quando aggregatum ſuperauerit Quadrantem. Sed ſi defecerit ab ip-
FA *ſo, ambo Sinus ſecundi coniungendi ſunt, vt prodeat duplum Sinus ſecundi quaſiti E A.*

Cæterum idem numerus quartus proportionalis, qui ex Analogia ſecundi Theorematis emanat, iuxta primam Proſtaphareſis formam elici poteſt, quam ſuperiore Theoremate exhibuimus, operando ſcilicet cum complementis laterum, addendo ipſa complementa ſimul, & cum hoc aggregato Sinum ſecundum ſumendo, & alterum ab altero ſubducendo, vt prodeat differentia, quæ eadem erit, quæ inter ipſamet latera. Quod autem per Proſtaphareſim colligetur, erit duplum complementi Baſis quaſitæ; Vnde & ipſa Baſis non ignorabitur.

Quòd ſi fortè cognoſcendus eſſet per Proſtaphareſin Sinus quartus proportionalis reſpectu totius Sinus, & Sinus primi vnius arcus, vel anguli, atque Sinus ſecundi alterius arcus vel anguli, id quidem fieri duplici ratione poterit. Vel accommodando terminos ad primam Proſtaphareſis formam, accipiendo videlicet loco arcus, vel anguli, ad quem pertinet Sinus ſecundus, complementum eius ad Quadrantem. Siue etiam accommodando terminos ad ſecundam Proſtaphareſis formam, commutando ſcilicet arcum, ad quem pertinet Sinus primus, in eiuſdem arcus complementum. Vt exempli gratia Tertium Theorema dat in Triangulo Rectangulo A B C Analogiam hanc, nempe ita eſſe Sinum totum ad Sinum anguli C A B, ſicut Sinus ſecundus lateris A B ad Sinum ſecundum anguli C. Pro arcu igitur A B accipio eius complementum, nempe arcum A F, ſiquidem Triangulum A F E verticale aptatur prima Proſtaphareſis forma, cùm ſit Sinus totus ad Sinum anguli A, ſicut Sinus Baſis A F, quæ eſt complementum lateris A B ad Sinum lateris F E, qui eſt Sinus ſecundus anguli C. Pari ratione manente eadem Analogia, ſi loco anguli A accepero eius complementum, potero inſtituere ſecundam Proſtaphareſis formam ad eliciendum Sinum ſecundum Baſis A C. Quarum formarum praxin tradetmus abundè ſatis libro ſequente,
Ang. C
vbi etiam ſecundariam Sinuum Proſtaphareſin, quæ ab hac primaria ortum ducit, introducemus.



THEO-

THEOREMATA OBLIQVANGVLORVM TRIANGVLORVM SPHAERICORVM.

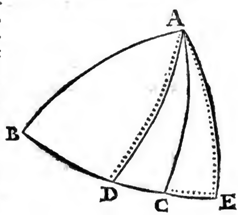
THEOREMA XXXV.

In omni Triangulo Sinus laterum Sinibus oppoſitorum angulorum directè ſunt proportionales.

THeorema hoc in Triangulo Rectangulo demonſtratur facillimè ex primo Theoremate huius. Sit enim Triangulum Rectangulum A B C, cuius angulus C rectus ſit. Quoniam igitur ex dicto primo Theoremate proportio Sinus totius, nempe anguli recti C, eſt ad Sinum Baſis A B, vt Sinus anguli B A C ad Sinum lateris B C, atq; etiam vt Sinus anguli A B C ad Sinum lateris A C, erit etiam per vndecimam quinti Elem. proportio Sinus anguli B A C ad Sinū lateris B C, vt Sinus anguli A B C ad Sinum lateris A C. Quare erit permutatim, vt Sinus anguli recti C ad Sinum anguli B A C, vt Sinus Baſis A B ad Sinum lateris B C. Et vt Sinus totus anguli recti C ad Sinum anguli A B C, ita Sinus lateris A B ad Sinum lateris A C; atque etiam vt Sinus anguli B A C ad Sinum anguli A B C ita Sinus lateris B C ad Sinum lateris A C. Aliam, ſed multò prolixiorem affert Regiomontanus demonſtrationem prop. decimaſexta quarti de Triangulis.



In Obliquangulis verò Triangulis ſic cum Regiomontano demonſtratur. Sit Obliquangulum quodcunque Triangulum A B C, à cuius angulo A in eius oppoſitum latus B C cadat perpendicularis arcus A D maximi circuli; & primo quidem intra Triangulum, vt ſint anguli ad D recti. Primo igitur in Triangulo Rectangulo A B D erit, vt ſupra demonſtratum fuit, Sinus lateris A B ſeu Baſis ad Sinum lateris A D, vt eſt Sinus anguli A D B recti ad Sinum anguli B. Deinde in altero Triangulo Rectangulo A C D eſt vt Sinus lateris A D ad Sinum lateris A C, ita Sinus anguli A C D ad Sinum anguli A D C recti, qui idem eſt cum angulo A D B. Quare ex æqualitate iuxta perturbatam proportionem erit, vt Sinus lateris A B ad Sinum lateris A C, ita Sinus anguli A C D ad Sinum anguli B. Quare permutatim erit Sinus lateris A B Trianguli A B C ad Sinum anguli A C B ei oppoſiti, vt eſt Sinus lateris A C eiuſdem Trianguli ad Sinum anguli B ei oppoſiti.



Latera		Anguli.
A B		A C D
A D	[illegible]	A B D
A C		B.

Cadat poſtremò perpendicularis arcus ab angulo A extra Triangulum in latus B C productum, qualis eſt A E. Erit igitur tam Triangulum A B E Rectangulum, quam Triangulum A C E propter angulum ad E rectum.

Primò

Digitized by Google

Primò itaq; in Triãgulo A B E erit ex primo Theoremate huius, vt Sinus lateris A B ad Sinum lateris A E, ita Sinus anguli E recti ad Sinum anguli B. Deinde in Triangulo A C E erit vt Sinus lateris A E ad Sinum lateris A C, ita Sinus anguli A C E ad Sinum anguli E recti. Quare ex æqualitate ſecundum perturbatam proportionem erit, vt Sinus lateris A B ad Sinum lateris A C, ita Sinus anguli A C E, qui idem eſt & anguli adiacentis A C B, ad Sinum anguli B. Igitur & permutatim erit, vt Sinus lateris A B Trianguli A B C ad Sinum anguli A C B ipſi oppoſiti, ita Sinus lateris A C eiuſdemmet Trianguli ad Sinum anguli B ei oppoſiti. Quod ſimiliter de alijs eſt inducendum, ductis perpendicularibus ab alijs angulis in oppoſita latera.

Latera	Anguli.
A B	A C E
A E	E
A C	B

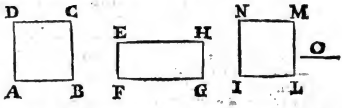
Analogia huius Theorematis.

1 Sinus prioris lateris. — 2 Sinus anguli illi oppoſiti.

3 Sinus poſterioris lateris. — 4 Sinus anguli illi oppoſiti.

THEOREMA XXXVI.

Vt eſt Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub duabus lineis comprahenſum, ita eſt Sinus totus ad exeuntem latitudinem ex applicatione illiuſmet Rectanguli ad Sinum totum, id eſt ad Quartam proportionalem reſpectu totius Sinus, & duarum illarummet linearum.



SIt Quadratum A B C D totius Sinus A B, & ſit Rectãgulum E F G H ſub duabus rectis E F, F G comprahenſum, ſiue ipſæ rectæ ſint Sinus, ſiue Secantes, ſiue quæcunque aliæ rectæ. Inueniatur autem rectis A B, E F, F G quarta linea proportionalis, quæ ſit O. Dico ita eſſe A B Sinum totum ad rectam O, quartam ſcilicet proportionalem, vt eſt A B C D Quadratum totius Sinus A B ad E F G H Rectangulum ſub rectis E F, F G comprehenſum. Intelligatur Quadratum I L M N æquale Rectangulo E F G H, Quoniam igitur proportionales ſunt rectæ A B, E F, F G, & O, Rectangulum, quod continetur ſub rectis A B, & O extremis æquale erit Rectangulo E F G H ſub intermedijs E F, F G deſcripto per decimam ſexti Elem. id eſt Quadrato I L M N, quod ex ſtructura illi æquale eſt. Quare per decimamſeptimam eiuſdem ſexti recta I L, quæ latus eſt Quadrati I L M N, Media erit proportionalis inter A B Sinum totum, & rectam O inuentam. Sed vt eſt Prima linea A B ad Tertiam O, ita eſt Quadratum A B C D ſuper Primam A B deſcriptum ad Quadratum I L M N ſuper Secundam I L deſcriptum per coroll. 20. eiuſdem ſexti Elem. Igitur vt eſt Quadratum A B C D totius Sinus A B ad Rectanſulum E F G H ſub rectis E F, F G contentum, ita eſt Sinus totus A B ad inuentam illis Quartam proportionalem O: quod iam declarauimus.

SCHOLIVM.

HInc patet, quod ſi duo Sinus, vel dua Secantes duorum arcuum, vel quicunque alij numeri ſimul multiplicentur, & per totum Sinum productum diuidatur, exibit numerus ille quartus, ad quem eandem habet proportionem Sinus totus, quam habet Quadratum ſinus totius ad numerum procreatum ex multiplicatione duorum illorum numerorum adinuicem, ſiue ſint Sinus, ſiue quicunque alij numeri; Hinc prodit inſigne compendium in dimenſione Obliquangulorum Triangulorum Sphaericorum; quod ſanè percipietur poſt cognitionem ſequentium Theorematum.

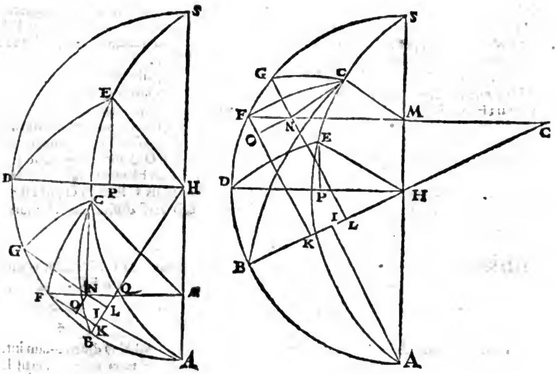
THEO-

Digitized by Google

THEOREMA XXXVII.

In Triangulo Obliquangulo, vt eſt Quadratum Sinus totius ad Rectangulum Sinuum rectorum duorum laterum inæqualium, ita Sinus verſus anguli ab iiſdem lateribus comprahenſi ad differentiam duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt Tertij lateris, & alter eſt differentiæ reliquorum laterum.

ESto Sphæricum Triangulum A B C Obliquangulum, cuius inæqualia latera A B, A C ſint ſigillatim ambo Quadrantibus maiora, ſiue minora; ſiue alterum Quadrante maius, alterum minus. Quæ quidem latera concurrant in S; vt ſemicirculi ſint A C S, A F S, in quorum ſemicirculorum communi ſectione ſit diameter A H S, & H ſit ipſius Sphæræ centrum, à quo ad vtrumque circulum ducantur rectæ perpendiculares ad diametrum dictam, quæ ſint H D, H E. Quare Quadrantes erunt A B D, A E dictorum maximorum circulorum. Facto autem in A polo deſcri-



batur arcus D E interuallo Quadrantum A E, & A D, qui arcus D E menſura erit anguli ad A, quem latera A C, A B concludunt, & ſuper eodem polo A delineetur arcus C F, qui arcum A F faciat æqualem arcui A C, vt ſit quidem arcus B F differentia arcuum A C, A B. Poſtea facto in B polo deſcribatur arcus C G faciens arcum B G æqualem arcui B C; & proinde arcus G F differentia erit Tertij lateris B C (cùm B G ſit illi æqualis) & arcus B F differentiæ reliquorum laterum. Ducatur præterea ex H centro Sphæræ ſemidiameter H B, in quam cadant perpendiculares A I, F K, & G L. Quare A I erit Sinus rectus arcus A B, & I B erit eius Sinus verſus; F K erit Sinus rectus, & K B Sinus verſus arcus F B differentiæ laterum A C, A B. Deinde G L erit Sinus rectus, & L B Sinus verſus arcus B G, id eſt Tertij lateris B C. Portio autem L K diametri H B erit differentia inter Sinum verſum L B Tertij lateris, & Sinum verſum K B differentiæ reliquorum. Inſuper à puncto F termino arcus A F ducatur perpendicularis F M ad Sphæræ diametrum A H S occurrens in M, & ducatur alia recta M C, quæ itidem perpendicularis erit ad dictam diametrum A H S, cùm æquales ſint arcus A F, A C, & proinde F M erit Sinus primus arcus A F; ſicut C M Sinus eſt primus arcus A C, æqualesque erunt dicti Sinus F M, C M; cùm ſint æqualium arcuum. Inſuper à puncto E cadat perpendicularis E P in ſemidiametrum H D, quæ erit Sinus rectus arcus D E, & D P Sinus erit verſus eiuſdem. Poſtremò à puncto C communi termino arcuum F C, & G C ducatur re-

cta C N

Digitized by Google

cta C N occurrens puncto N ſectionis rectarum G L, & F M, quæ ſanè C N perpendicularis erit ipſis rectis G L, & F M. Cùm enim arcus F C, & G C perpendiculares ſint ad ſemicirculum A G S per illorum polos A, & B tranſeuntem, communis eorundem ſectio, quæ ex tertia vndecimi Elementorum Euclidis eſt recta C N, erit plano dicti ſemicirculi A G S perpendicularis ex decimanona eiuſdem Vndecimi Elementorum. Tranſit autem neceſſariò ſectio communis dictorum arcuum C F, & C G per punctum N ex conuerſa definitione lineæ perpendicularis ſuper planum erectæ. Quare C N erit Sinus rectus arcus F C, & eiuſdem arcus Sinus verſus erit recta F N.

His ſic expoſitis dico, ita eſſe Quadratum Sinus totius ad Rectangulum ſub Sinibus rectis C M, & A I duorum arcuum A B, & A C compræhenſum, vt eſt F N Sinus verſus anguli A à dictis lateribus compræhenſi ad L K differentiam Sinus verſi L B tertij lateris B C, & Sinus verſi K B differentię reliquorum laterum. Quod ſic demonſtratur.

Quoniam igitur primò in Triangulis rectilineis H E P, & M C N anguli E P H, & C N M recti ſunt, æquales idcirco erunt inter ſe, ſed & anguli quoque E H P, & C M N æquales ſunt, cùm ſint eiuſdem inclinationis plani circuli A C S ad planum circuli A D S. Quare reliqui anguli ex trigeſimaſecunda Primi Elementorum Euclidis æquales erunt, nimirum H E P, & M C N. Æquiangula igitur ſunt dicta Triangula H E P, & M C N, & proinde per quartam ſexti Elementorum Euclidis lateribus proportionalia. Quam igitur proportionem habet latus E H Sinus totus, ideſt D H illi ęquale ad H P latus, eandem habet latus C M ſeu F M Sinus lateris A F ad M N latus, & permutatim, vt D H ad P H, ita F M ad N M. Quare ex decimanona Quinti Elementorum Euclidis, erit D H ad D P, ſicut F M ad F N, & permutatim erit D H Sinus totus ad F M Sinum lateris A F, vt eſt D P Sinus verſus lateris D E, id eſt anguli A ad F N Sinum verſum arcus C F.

Secundò quoniam in Triangulis H A I, F N O anguli ad I, & O æquales ſunt quia recti, & anguli F N O, H A I æquales etiam ſunt. Nam angulus H A I æqualis eſt angulo H Q M, cùm ſint æquiangula Triangula H A I, H M Q ob angulos rectos ad I, & M, & ob communem angulum ad H, ſed angulo H Q M æqualis eſt angulus F Q B per decimamquintam Primi Elementorum Euclidis, & angulo F Q B per vigeſimamnonam primi Elementorum æqualis eſt angulus F N O, quare angulus H A I æqualis eſt angulo F N O. Vnde & reliqui anguli A H I, N F O erunt æquales, ac proinde æquiangula erunt dicta Triangula H A I, F N O. Quare ex quarta ſexti Elementorum, vt eſt H A Sinus totus ad A I Sinum rectum lateris A B, ita eſt F N Sinus verſus arcus C F ad N O, id eſt ad L K differentiam Sinus verſi L B tertij lateris B C, & A C, & Sinus K B verſi differentiæ reliquorum laterum. Itaque cùm primò ſit oſtenſum eſſe

1	2	3	4
Vt H D Sinum totum	Ad F M Sinum lateris A C.	Ita D P Sinus verſus anguli A	ad F N Sinum verſum arcus F C.

Cumque deinde ſit oſtenſum ſecundò eſſe

1	2	3	4
Vt H A Sinum totum	Ad A I Sinum lateris A B	Ita F N Sinus verſus arcus F C.	Ad N O differentiam inter Sinum verſum Tertij lateris B C, & Sinum verſum differentiæ reliquorum laterum.

Sequetur per multiplicationem proportionum, Quadratum Sinus totius, id eſt Rectangulum ſub H D Sinu toto, & H A Sinu toto, eſſe ad Rectangulum ſub F M, & A I Sinibus duorum laterum A B, & A C, vt eſt D P Sinus verſus anguli A ad N O differentiam duorum ſcilicet Sinuum verſorum Tertij lateris, & reliquorum laterum differentiæ. Nam Quadratum Sinus totius ad Rectangulum ſub F M, & A I Sinibus laterum A B, & A C proportionem habet compoſitam ex proportione rectę H D ad rectam F M; & rectæ H A ad rectam A I, ſicut habet D P Sinus verſus anguli A ad N O differentiam dictorum duorum Sinuum verſorum. Eſt enim D P ad N O proportio compoſita ex proportione D P ad F N (id eſt ex proportione H D ad F M,) & ex proportione F N ad N O, id eſt ex proportione H A ad A I. Quod erat demonſtrandum.

Hanc autem demonſtrationem, & conſtructionem mutuauimus à Philippo Lansbergio, mathematico præſtantiſſimo, qui Trigonometriam Spæricorũ compendioſè conſcripſit, ſed reddidimus eam multo clariorem, quò veritas huius nobiliſſimi Theorematis, cuius neceſſarius eſt vſus, magis eluceſceret, quod ſtudioſè fecimus, cùm videremus ipſum Theorema perperam à doctiſſimo quodam Viro fuiſſe intellectum.

Analogia

Digitized by Google

Analogia huius Theorematis.

1 Quadratum Sinus totius.

2 Rectangulum ſub Sinibus duorum laterum.

3 Sinus verſus anguli à dictis lateribus compręhenſi.

4 Differentia inter Sinuum verſum tertij lateris dicto angulo oppoſiti, & Sinum verſum differentię reliquorum laterum.

THEOREMA XXXVIII.

In Triangulo Obliquangulo, vt eſt Sinus totus ad quartam lineam proportionalem, ſeu ad quartum numerum proportionalem reſpectu totius Sinus, & Sinuum duorum laterum, ita eſt Sinus verſus anguli à dictis lateribus comprahenſi ad differentiam inter Sinum verſum tertij lateris dicto angulo oppoſiti, & Sinum verſum differentiæ reliquorum laterum.

THeorema hoc ex combinatione duorum pręcedentium ſtatim colligitur. Nam cùm ex Theoremate trigeſimo ſexto Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub duobus Sinibus duorum laterum compræhenſum eandem habeat proportionem, quam Sinus totus ad quartam proportionalem reſpectu totius Sinus, & duorum illorum Sinuum; cumq; Quadratum totius Sinus ſit ad Rectangulum ſub Sinibus duorum laterum cõpræhenſum; vt eſt Sinus verſus anguli ab ijſdem lateribus compræhenſi ad differentiam duorum Sinuum verſorum tertij ſcilicet lateris, & differentiæ reliquorum laterum ex præcedenti Theoremate. Igitur ſequetur, quod propoſitum fuit.

Analogia huius Theorematis.

1 Sinus totus.

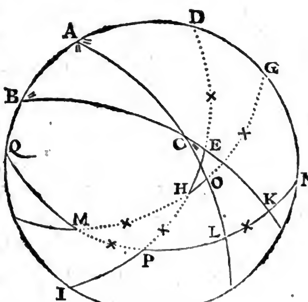
2 Quartus terminus proportionalis reſpectu totius Sinus, & Sinuum duorum laterum.

3 Sinus verſus anguli à dictis lateribus compræhenſi.

4 Differentia inter Sinum verſum tertij lateris dicto angulo oppoſiti, & Sinum verſum differentiæ reliquorum laterum.

THEOREMA XXXIX.

In Triangulo Obliquangulo, vt eſt Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub Sinibus rectis duorum angulorum inæqualium. Vel vt eſt Sinus totus ad quartum terminum proportionalem reſpectu totius Sinus, et Sinuum rectorum duorum angulorum inæqualium, ita eſt Sinus verſus lateris vtriq; angulo adiacentis ad differentiam duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt tertij anguli, & alter eſt differentia dictorum angulorum vnius, & alterius ad ſemicirculum complementi.



SIt propoſitum Triangulum Obliquangulum A B C, cuius anguli B, & A ſint inęquales. Dico Quadratũ totius Sinus eſſe ad Rectangulum Sinuum rectorũ duorum angulorum A, & B. Vel Sinum totũ eſſe ad quartum terminum proportionalem reſpectu totius Sinus, & Sinuum duorum angulorum B, & A, vt eſt Sinus verſus lateris A B ad differentiam duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt anguli C, alter verò eſt differentiæ inter vnum angulum, puta B, & complementum alterius anguli A ad ſemicirculum. Fiat ipſius Trianguli A B C commutatio, ſeu inuerſio in Triangulum H M P lateribus, & angulis illi reciprocum, iuxta ea, quæ attulimus ſupra numero decimoſexto. Enimuerò pro angulo B propoſiti Trianguli dabitur latus P H inuerſi Trianguli; & pro complemento anguli A ad ſemicirculum dabitur latus M H, & tertio angulo C ipſius propoſiti Trianguli reſpondebit latus M P. Prætereà lateri A dicti Trianguli propoſiti æqualis eſt angulus H inuerſi Trianguli. AB,

Digitized by Google

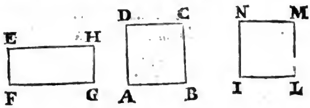
Quoniam igitur ex Theoremate trigeſimoſeptimo huius in Triangulo M P H Quadratum totius Sinus eſt ad Rectangulum ſub Sinibus duorum laterum P H, M H, ſeu ex Theor.38. Sinus totus eſt ad quartum terminum proportionalem reſpectu totius Sinus, & Sinuum duorum laterum P H, M H, ſicut eſt Sinus verſus anguli H à dictis lateribus comprænhenſi ad differentiam duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt tertij lateris M P, alter eſt differentiæ dictorum laterum P H, M H. Sed Rectangulum comprænhenſum ſub Sinibus laterum P H, M H eſt æquale Rectangulo comprænhenſo ſub Sinibus angulorum B, & A, & idem etiam eſt Sinus verſus anguli H, qui eſt lateris B A, atque etiam eadem eſt differentia inter Sinum verſum tertij lateris M P, & Sinum verſum differentiæ reliquorum laterum M H, P H, quæ eſt inter Sinum verſum anguli C, & Sinum verſum differentiæ anguli B à complemento anguli A ad ſemicirculum, vt patet ſupra dicto numero decimoſexto. Igitur ſequitur, quod fuit propoſitum.

Analogia huius Theorematis.

1		2
Quadratum Sinus totius.		Rectangulum ſub Sinibus rectis duorum angulorum inæqualium.
1	Vel	2
Sinus totus.		Quartus terminus proportionalis reſpectu totius Sinus, & Sinuum rectorum duorum angulorum inæqualium.
3		4
Sinus verſus lateris vtrique angulo adiacentis.		Differentia duorum Sinuum verſorum, quorum vnus eſt tertij anguli, & alter eſt differentiæ dictorum angulorum vnius, & alterius ad ſemicirculum complementi.

THEOREMA XL.

Quadratum totius Sinus medium proportionale eſt inter duo Rectangula, quorum vnum continetur ſub Sinibus duorum arcuum, vel angulorum: alterum verò ſub Secantibus ſecundis eorundemmet arcuum, vel angulorum. Vel quorum vnum continetur ſub Sinibus ſecundis duorum arcuum, vel angulorum: alterum verò ſub Secantibus primis eorundem arcuum, vel angulorum.



SIt Rectangulum F G H E; quod cõtinetur ſub duobus Sinibus E F, F G duorum arcuum, & A B C D ſit Quadratum totius Sinus A B. Rectangulum verò I L M N ſit contentum ſub Secantibus ſecundis N I, I L eorundemmet arcuũ. Dico Quadratũ A B C D medium eſſe proportionale inter duo illa Rectangula, vt proponebatur. Nam cùm ſit Sinus E F ad Sinum totum A B, vt eſt idem Sinus totus A B ad Secantem ſecundam N I eiuſdem arcus per primam Analogiam Capitis tertij huius Primi libri, & cùm ſit Sinus F G ad Sinum totum A B, vt eſt idem Sinus totus A B ad Secantem ſecundam I L eiuſdem arcus per eandem primam Analogiam, vt hic

1	2	3
Sinus E F.	Sinus totus A B.	Secans ſecunda N I.
Sinus F G.	Sinus totus A B.	Secans ſecunda I L.

Igitur Rectangulum F H ſub E F, F G Sinibus ad Quadratum A C totius Sinus A B proportionem habet compoſitam ex proportione Sinus E F ad Sinum totum A B, & ex proportione Sinus F G ad totum A B. Sed & Quadratum totius Sinus, nempe A C ad Rectangulum I M ſub Secantibus N I, I L ſecundis habet proportionem compoſitam ex proportione E F ad A B (id eſt A B ad N I) & ex proportione F G ad A B (ideſt A B ad I L) Igitur, vt eſt Rectangulum ſub Sinibus duorum arcuum ad Quadratum Sinus totius, ita idem Quadratum Sinus totius ad Rectangulum ſub Secantibus ſecundis eorundemmet arcuum, vel angulorum. Quod erat oſtendendum.

Analogia

Digitized by Google

Analogia huius Theorematis.

1 Rectangulum ſub Sinibus duorum arcuum, vel angulorum.	2 Quadratum totius Sinus.
3 Quadratum totius Sinus.	4 Rectangulum ſub Secantibus ſecundis eorundemmet arcuum, vel angulorum.

Eodem modo concluditur, eſſe Quadratum totius Sinus Medium proportionale inter duo Rectangula, quorum vnum continetur ſub Sinibus ſecundis duorum arcuum, vel angulorum, alterum verò ſub Secantibus primis eorundemmet arcuum, vel angulorum.

THEOREMA XLI.

Sinus totus medius proportionalis eſt inter quartum numerum ex multiplicatione duorum Sinuum adinuicem, & per totum Sinum diuiſione collectum, & quartũ alium numerum ex multiplicatione duarum Secantium ſecundarum eorundem arcuum, vel angulorum, & per totum Sinum diuiſione. Vel Sinus totus medius proportionalis eſt inter quartum numerum ex multiplicatione duorum Sinuum ſecundorum, & per totum Sinum diuiſione, & quartum alium numerum ex multiplicatione duarum Secantium primarum eorundem arcuum, vel angulorum, & per totum Sinum diuiſione.

HOc Theorema deducitur ſtatim ex præcedente combinato cum Theor. 36. Nam cùm ex dicto Theoremate præcedente Rectangulum ſub Sinibus duorum arcuum, vel angulorum ſit ad Quadratum totius Sinus, vt Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub Secantibus ſecundis eorundemmet arcuum, vel angulorum, & Rectangulum ſub duobus Sinibus ad Quadratum totius Sinus ſit ex dicto Theor. 36. ſicut quarta proportionalis reſpectu totius Sinus, & duorum illorummet Sinuum ad Sinum totum, atque ex eodem 36. ſit Quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub Secantibus ſecundis duorum illorummet arcuum, vel angulorum, vt Sinus totus ad quartam proportionalem reſpectu totius Sinus, & duarum illarummet Secantium ſecundarum. Igitur erit, vt quartus numerus proportionalis reſpectu totius Sinus, & duorum Sinuum ad Sinum totum, ita Sinus totus ad alium quartum numerum proportionalem reſpectu totius Sinus, & duarum Secantium ſecundarum illorummet arcuum, vel angulorum. Quod erat oſtendendum.

Eodem etiam modo oſtendetur, Sinum totum eſſe medium proportionalem inter quartum numerum ex multiplicatione duorum Sinuum ſecundorum adinuicem, & per totum Sinum diuiſione collectum, & quartum alium numerum ex multiplicatione duarum primarum Secantium eorundemmet arcuum, vel angulorum, & per totum Sinum diuiſione.

Proportionales Termini.

1	2	3
Quartus numerus exiens ex multiplicatione duorum Sinuum, & per totum Sinum diuiſione.	Sinus totus.	Quartus numerus exiens ex multiplicatione duarum Secantium ſecundarum eorundemmet arcuum, & per totum Sinum diuiſione.

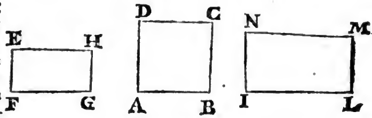
Atque etiam aliter.

1	2	3
Quartus numerus exiens ex multiplicatione duorum Sinuum ſecundorum, & per totum Sinum diuiſione.	Sinus totus.	Quartus numerus exiens ex multiplicatione duarum Secantium primarum eorundemmet arcuum, & per totum Sinum diuiſione.

Digitized by Google

THEOREMA XLII.

Quadratum Sinus totius medium proportionale eſt inter duo Rectangula, quorum vnum continetur ſub Sinu primo prioris arcus, vel anguli, & ſub Secante ſecunda poſterioris: alterum verò ſub Secante ſecunda prioris, & ſub Sinu primo poſterioris. Vel quorum vnum continetur ſub Sinu ſecundo prioris, & Secante prima poſterioris; aliud ſub Sinu ſecundo poſterioris, & Secante prima prioris.



ESto Rectangulum E F G H contentum ſub Sinu E F prioris alicuius arcus, vel anguli, & ſub F G Secante ſecunda poſterioris arcus vel anguli. Rectãgulum verò N I L M contineatur ſub N I Secante ſecunda prioris arcus, vel anguli, & ſub L I Sinu primo poſterioris arcus, vel anguli. Sit autem Quadratum A B C D Sinus totius A B, quod dico eſſe medium proportionale inter duo illa Rectangula. Nam cum ſit Sinus E F prioris arcus, vel anguli ad Sinum totum A B, vt idem Sinus totus A B ad N I Secantem ſecundam eiuſdem arcus, vel anguli per primam Analogiam Cap. tertij primi libri huius, & cùm ſit Secans ſecunda F G alterius arcus ad Sinum totum, vt Sinus totus ad Sinum primum L I eiuſdem arcus, per eandem Primam Analogiam, vt hic.

1	2	3
Sinus E F	Sinus totus A B	Secans ſecunda N I
Secans ſecunda F G	Sinus totus A B	Sinus primus I L

Igitur Rectangulum F H ſub E F Sinu primo, & G F Secante ſecunda ad Quadratum A C totius Sinus A B, proportionem habet compoſitam ex proportione Sinus E F ad Sinum totum A B, & ex proportione Secantis ſecundæ F G ad Sinum totum A B. Sed & Quadratum totius Sinus, nempe A C ad Rectangulum I M ſub Secante ſecunda N I, & Sinu primo I L habet proportionem compoſitam ex proportione E F ad A B (id eſt A B ad N I) & ex proportione F G ad A B (id eſt A B ad I L) Igitur, vt eſt Rectangulum ſub Sinu primo prioris arcus, & Secante ſecunda poſterioris ad Quadratum Sinus totius, ita idem Quadratum Sinus totius ad Rectangulum ſub Secante ſecunda prioris arcus, & Sinu primo poſterioris arcus. Quod erat demonſtrandum.

Proportionales Termini.

1	2	3
Rectang. ſub { Sinu primo prioris arcus; Secante ſecunda poſterioris. }	Quadratum totius Sinus.	Rectang. ſub { Sinu primo poſterioris; Secante ſecunda prioris. }

Atque etiam ſic.

1	2	3
Rectang. ſub { Sinu ſecundo prioris arcus; Secante prima poſterioris. }	Quadratum Sinus totius	Rectang. ſub { Sinus ſecundo poſteroris arcus; Secante prima prioris arcus. }

THEO-

THEOREMA XLIII.

Sinus totus medius proportionalis eſt inter quartum numerum ex multiplicatione Sinus prioris arcus cum Secante ſecunda poſterioris arcus, & per totum Sinum diuiſione collectum, & quartum alium numerum ex multiplicatione Secantis ſecundæ prioris arcus cum Sinu poſterioris, & per totum Sinum diuiſione. Vel Sinus totus medius proportionalis eſt inter quartum numerum ex multiplicatione Sinus ſecundi prioris arcus cum Secante prima poſterioris, & per totum Sinum diuiſione, & quartum alium numerum ex multiplicatione Secantis primæ prioris arcus cum Sinu ſecundo poſterioris, & per totum ſinum diuiſione.

DEducitur hoc Theorema ex præcedente combinato cum 36. Theor. eodem modo ſicut 41 ex 40. & dicto 36. ita vt non ſit opus hic verba abſumere. Vnde diſponemus terminos proportionales huius Theorematis in hunc modum.

1	2	3
Quartus numerus exiens ex multiplicatione Sinus prioris arcus cum Secante ſecunda poſterioris, & per totum Sinum diuiſione.	Sinus Totus.	Quartus numerus exiens ex multiplicatione Sinus poſterioris arcus cum Secante ſecunda prioris, & per totũ Sinum diuiſione.

Atque etiam hoc pacto.

1	2	3
Quartus numerus exiens ex multiplicatione Sinus ſecundi prioris arcus cũ Secante prima poſterioris, & per totum Sinum diuiſione.	Sinus Totus.	Quartus numerus exiens ex multiplicatione Sinus ſecundi poſterioris arcus cum Secante prima prioris; & per totum Sinum diuiſione.

THEOREMA XLIV.

Quadratum totius Sinus medium eſt proportionale inter Rectangulum ſub Tangentibus primis duorum arcuum, & Rectangulum ſub Tangentibus ſecundis eorumdemmet arcuum. Sic quoque Sinus totus medius proportionalis eſt inter productum ex multiplicatione duarum primarum Tangentium duorum arcuum, & per Sinum totum diuiſione, & productum ex multiplicatione duarum Tagentium ſecundarum eorundem arcuum duorum, & per totum Sinum diuiſione.

REtentis figuris quadrageſimiſecundi Theorematis, Rectangulum EFGH contineatur ſub EF Tangente prima prioris arcus, & FG Tangente prima poſterioris. Rectangulum verò NILM contineatur ſub NI Tangente ſecunda prioris arcus, & ſub IL Tangente ſecunda poſterioris. Sit autem ABCD Quadratum totius Sinus AB, quod dico medium eſſe proportionale inter ambo hęc Rectangula. Cùm enim ſit Tangens prima EF prioris arcus ad Sinum totum; vt eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam NI eiuſdem arcus iuxta Analogiam ſecundam Capitis tertij huius Primi libri; & cùm ſit quoque Tangens prima FG poſterioris arcus ad Sinum totum, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam IL eiuſdem arcus per eandem ſecundam Analogiam, vt hîc

1	2	3
Tangens prima EF	Sinus totus AB	Tangens ſecunda NI
Tangens prima EG		Tangens ſecunda IL.

Quare

Digitized by Google

Quare Rectangulum F H ſub Tangentibus primis duorum arcuum ad Quadratum A C totius Sinus A B proportionem habet compoſitam ex proportione Tangentis E F ad Sinum totum A B, & ex proportione Tangentis F G ad Sinum totum A B. Sed & Quadratum A C totius Sinus habet ad Rectangulum I M, quod ſub Tangentibus ſecundis eorundem arcuum continetur, proportionem compoſitam ex proportione E F ad A B (ideſt A B ad N I) & ex proportione F G ad A B (ideſt A B ad I L) ſequetur itaque, Rectangulum ſub Tangentibus primis duorum arcuum eſſe ad Quadratum totius Sinus, vt idem Quadratum ad Rectangulum ſub Tangentibus ſecundis eorundemmet arcuum. Quod primò fuit propoſitum.

Secunda verò pars ad eundem modum demonſtrari poteſt; ſicut Theorematibus 41. & 43. Nam deducitur ex ſuperiore Theoremate combinato cum Theoremate 36.

Termini proportionales prioris partis.

1	2	3
Rectangulum ſub Tangentibus primis duorum arcuum.	Quadratum Sinus totius	Rectangulum ſub Tangentibus ſecundis eorundem arcuum.

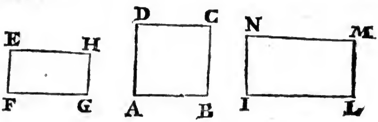
Termini proportionales ſecundæ partis.

1	2	3
Productum ex multiplicatione duarum Tangentium primarum, & per totum Sinum diuiſione.	Sinus totus	Productum ex multiplicatione duarum Tangentium ſecundarum, & per totum Sinum diuiſione.

THEOREMA XLV.

Quadratum totius Sinus medium eſt proportionale inter Rectangulum contentum ſub Tangente prima prioris arcus & ſecunda poſterioris, & Rectangulum ſub Tangente ſecunda prioris & Tangente prima poſterioris. Sic quoque Sinus totus mediat proportione inter productum ex ductu Tangentis primæ prioris arcus in Tangentem ſecundam poſterioris & per totum Sinum diuiſione; & productum ex ductu Tangentis ſecundæ prioris, & Tangente prima poſterioris, & per totum Sinum diuiſione.

ESto Rectangulum F H contentum ſub Tangente prima E F prioris arcus, & ſub F G Tangente ſecunda poſterioris. Rectangulum verò I M contineatur ſub N I Tangente ſecunda prioris arcus, & ſub I L Tangente prima poſterioris. Dico primò inter hæc Rectangula medium eſſe proportionale Quadratum A C totius Sinus A B.



Cùm enim ſit E F Tangens prima prioris arcus ad Sinum totum A B, vt idem Sinus totus A B ad N I Tangentē ſecundam eiuſdem arcus per ſecundam Analogiā Cap. tertij huius primi libri. atq; etiā cùm ſit F G Tangens ſecunda poſterioris arcus ad Sinum totum, vt Sinus totus ad I L Tangentem primam poſterioris arcus per eandem ſecundam Analogiam: Sequetur itaque ad inſtar demonſtrationis præcedentis Quadrageſimiquarti Theorematis, quod primò proponebatur, nempe Rectangulum ſub Tangente prima prioris arcus, & ſub Tangente ſecunda poſterioris ad Quadratum totius Sinus eandem habere proportionem, quam idem habet Quadratum ad Rectangulum ſub Tangente ſecunda prioris arcus, & ſub Tangente prima poſterioris arcus.

Dico ſecundò, Sinum totum habere medium locum in proportione inter productum ex multiplicatione Tangentis primæ prioris arcus, & Tangentis ſecundæ arcus poſterioris, & per totum Sinum diuiſione; & productum ex multiplicatione Tangētis ſecundæ prioris cum Tangente prima poſterioris, & per totum Sinum diuiſione. Quod itidem emanat ex combinatione huius primæ partis cum Theoremate Trigeſimoſexto ad eundem modum, ſicut Theoremata Quadrageſimum primum, & Quadrageſimum tertium.

Digitized by Google

Termini proportionales prioris partis.

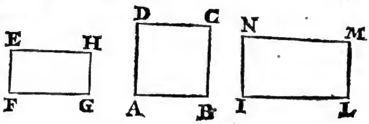
1	2	3
Rectangulum ſub Tangente { prima prioris / ſecunda poſterioris	Quadratum Sinus totius.	Rectangulum ſub Tangente { ſecunda prioris. / prima poſterioris.

Termini proportionales ſecundæ partis.

1	2	3
Productum ex multiplicatione Tangentium { primæ prioris / ſecundæ poſterioris & per totum Sinum diuiſione.	Sinus totus.	Productum ex multiplicatione Tangentium { ſecundæ prioris / primæ poſterioris & per totum Sinum diuiſione.

THEOREMA XLVI.

Quadratum totius Sinus medium eſt proportionale inter Rectangulum ſub Tangente prima vnius arcus & Sinu primo alterius arcus, & Rectangulum ſub Tangente ſecunda prioris arcus, & Secante ſecunda poſterioris. Sic quoque Sinus totus medius eſt proportionalis inter productum ex multiplicatione Tangentis primæ prioris arcus, & Sinu primo poſterioris, & per totum Sinum diuiſione; & productum ex multiplicatione Tangentis ſecundæ prioris arcus, & Secantis ſecundæ poſterioris, & per totum Sinum diuiſione.



Rectangula huiuſmodi ſint F H, & I M, vt patet, & per primam & ſecundam Analogiam ad inſtar præcedentiũ Theorematum demonſtratur inter ipſa mediare Quadratum totius Sinus A C. Pariter quoque concluditur ſecunda pars ex prima parte huius, & 36. Theoremate.

Termini proportionales prioris partis.

1	2	3
Rectangulum ſub Tangente prima vnius arcus, & ſub Sinu primo alterius arcus.	Quadratum totius Sinus	Rectangulum ſub Tangente ſecunda prioris arcus, & Secãte ſecunda poſterioris.

Termini proportionales poſterioris partis.

1	2	3
Productum ex ductu Tangentis primæ prioris arcus, & Sinus primi poſterioris arcus, & per totũ Sinum diuiſione.	Sinus totus.	Productum ex ductu Tangentis ſecundæ prioris arcus, & Secantis ſecũdæ poſterioris, & per totum Sinum diuiſione.

APPENDIX.

Ad conſimilem modum alia aliquot Theoremata demonſtrari poſſunt, præcipuè autem hæc tria ſequentia, quæ breuitatis cauſa in Theorematum formam proponere nolumus, ſed tantum ſimplices Analogias ipſas Rectangulorum afferemus, inter quæ medium in proportione obtinet locum Quadratum totius Sinus, ex quo ſequitur, Sinum quoq; totum medium obtinere locum inter producta ex ipſis Rectangulis, quæ colliguntur ex diuiſione per integrum Sinum, vt de alijs quoq; Theorematibus dictum fuit.

Series

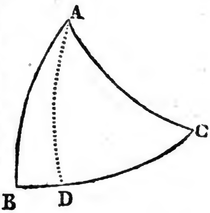
Digitized by Google

Series aliorum Rectangulorum, inter quæ medium proportionale eſt Quadratum totius Sinus.

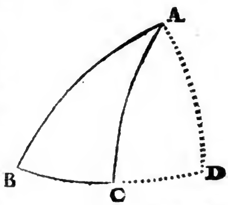
1		2	3	
Rectang. ſub	Tangente ſecunda prioris arcus Sinu primo poſterioris arcus	Quadratum totius Sinus.	Rectang. ſub	Tangente prima prioris arcus Secante ſecunda poſterioris arcus
Rectang. ſub	Tangente prima prioris arcus Sinu ſecundo poſterioris arcus	Quadratum totius Sinus.	Rectang. ſub	Tangente ſecunda prioris arcus Secante prima poſterioris arcus
Rectang. ſub	Tangente ſecunda prioris arcus Sinu ſecundo poſterioris arcus	Quadratum totius Sinus.	Rectang. ſub	Tangente prima prioris arcus Secante prima poſterioris arcus.

THEOREMA XLVII.

Si in Triangulo Obliquangulo ab vno angulo in latus oppoſitum perpendicularis arcus decidat conficiens duo Triangula Rectangula, Sinus ſecundi laterum perpendiculari arcui conterminalium in eadem ſunt ratione, ſicut Sinus ſecundi ſegmentorum Baſis à perpendiculari factorum. Sic quoq; Secantes dictorum laterum ſe habent inter ſe, ſicut Secantes eorundemmet ſegmentorum.



IN Triangulo A B C Obliquangulo cadat ab angulo A perpendicularis arcus A D, ſiue intra Triangulum, vt in Prima figura: ſiue extra, vt in Secũda. Dico primò ita eſſe Sinum ſecundum vnius lateris A B ad Sinum ſecundum alterius lateris A C, ficut eſt Sinus ſecundus ſegmenti B D Baſis, ad Sinum ſecundum ſegmenti D C. Quoniam igitur ex ſecundo Theor. in terminis conuerſis ſumpto eſt Sinus ſecundus vnius lateris B D Trianguli A D B ad Sinum totum; ita Sinus ſecundus Baſis ſeu lateris A B ad Sinum ſecundum alterius lateris A D. Deinde etiam ex eodem ſecundo Theor. eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris D C in altero Triangulo Rectangulo A D C, ita Sinus ſecundus alterius lateris A D ad Sinum ſecundum Baſis, ſeu lateris A C; ex æqualitate ergo erit Sinus ſecundus lateris ſeu ſegmenti B D ad Sinum ſecundum lateris ſeu ſegmenti D C, vt eſt Sinus ſecundus lateris A B ad Sinum ſecundum lateris A C. Quod primò proponebatur.



Dico ſecundò ita eſſe Secantem lateris A B ad Secantem lateris A C, vt eſt Secans ſegmenti B D ad Secantem ſegmenti D C. Quod ſic demonſtratur.

Quoniam in Triangulo Rectangulo A B D eſt Secans Baſis A B ad Sinum totum, vt Secans lateris B D ad Sinum ſecundum alterius lateris A D per octauum Theorema; Deinde in altero Triangulo A D C eſt Sinus totus ad Secantẽ Baſis A C, vt Sinus ſecundus lateris A D ad Secantem alterius lateris D C; idcirco ex æqualitate erit Secans Baſis ſeu lateris A B ad

Secantem

Secantem Baſis ſeu lateris A C, vt eſt Secans lateris ſeu ſegmenti B D ad Secantem lateris ſeu ſegmenti D C. Quòd ſecundò proponebatur.

Termini Proportionales prioris partis.

1 Sinus ſecundus lateris A B	2 Sinus ſecundus lateris A C.
3 Sinus ſecundus lateris B D	4 Sinus ſecundus lateris D C.

Termini Proportionales ſecundæ partis.

1 Secans lateris A B	2 Secans lateris A C.
3 Secans lateris B D	4 Secans lateris D C.

THEOREMA XLVIII.

In Triangulo eodemmet Obliquangulo, in quo arcus perpendicularis ab vno angulo in latus oppoſitum cadit, Sinus angulorum à perpendiculari cum duobus lateribus factorum eandem habebunt proportionem, quam Sinus ſecundi reliquorum duorum angulorum. Sic quoque Secantes ſecundæ priorum angulorum in eadem ſunt ratione, ſicut Secantes poſteriorum.

MAneat idemmet Triangulum Obliquangulum, ſicut in præcedente in duo Rectangula Triangula deductum. Dico primò ita eſſe Sinum anguli B A D ad Sinum anguli D A C, vt eſt Sinus ſecundus anguli B ad Sinum ſecundum anguli C.

Quoniam igitur in Triangulo Rectangulo A D B eſt Sinus anguli B A D ad Sinum totum, vt Sinus ſecundus anguli B ad Sinum ſecundum arcus A D, per tertium Theor. huius, atque in Triangulo Rectangulo A D C eſt Sinus totus ad Sinum anguli D A C, ſicut Sinus ſecundus eiuſdem arcus A D ad Sinum ſecundum anguli C, per idemmet tertium Theorema. Ex æqualitate ergo ſequetur, ita eſſe Sinum anguli B A D ad Sinum anguli D A C, ſicut Sinus ſecundus anguli B ad Sinum ſecundum anguli C. Quod primò fuit propoſitum.

Secundò dico, ita eſſe Secantem ſecundam anguli B A D ad Secantem ſecundam anguli D A C, vt eſt Secans anguli B ad Secantem anguli C. Nam cùm ex 16. Theor. ſit Secans ſecunda anguli B A D ad Sinum totum in Triangulo A D B, vt eſt Secans anguli B ad Secantem lateris A D: atque cum in altero Triangulo A D C ſit Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli D A C, ſicut eſt Secans lateris A D ad Secantem anguli C. Quare ex æqualitate erit, vt Secans ſecunda anguli B A D ad Secantem ſecundam anguli D A C; ita Secans anguli B ad Secantem anguli C. Quod ſecundò fuit propoſitum.

Termini proportionales prioris partis.

1 Sinus anguli B A D	2 Sinus anguli D A C.
3 Sinus ſecundus anguli B	4 Sinus ſecundus anguli C.

Termini proportionales poſterioris partis.

1 Secans ſecunda anguli B A D	2 Secans ſecunda anguli D A C.
3 Secans anguli B	4 Secans anguli C.

Digitized by Google

THEOREMA XLIX.

In Triangulo Obliquangulo ad duo Rectangula per arcum perpendicularem reducto, Tangentes ſecundæ laterum conterminalium dicto perpendiculari arcui in eadem ſunt proportione, quæ Sinuum ſecundorum angulorum, quos dictus perpendicularis arcus cum eiſdem duobus lateribus facit. Pariter quoque Tangentes dictorum laterum in eadem ſunt proportione, qua Secantes dictorum angulorum.

MAnente eodem Triangulo dico primò, ita eſſe Tangentem ſecundam lateris A B ad Tangentem ſecundam lateris A C, ſicut Sinus ſecundus anguli B A D ad Sinum ſecundum anguli D A C. Quoniam igitur ex 18. Theor. vt eſt Tangens ſecunda lateris A B ad Tangentem ſecundam lateris A D, ita eſt Sinus ſecundus anguli B A D, in Triangulo videlicet A B D, ad Sinum totum; atq; ex eodem decimooctauo, vt eſt Tangens ſecunda lateris A D in Triangulo A D C ad Tangentem ſecundam lateris A C, ita eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli D A C. Ex æqua litate ergo, vt eſt Tangens ſecunda lateris A B ad Tangentem ſecundam lateris A C, ita eſt Sinus ſecundus anguli B A D ad Sinum ſecundum anguli D A C. Quod fuit primò propoſitum.

Dico præterea, Tangentem lateris A B eſſe ad Tangentem lateris A C, ſicut eſt Secans anguli B A D ad Secantem anguli D A C. Nam cùm ex 30. Theor. ſit Tangens lateris A B ad Tangentem lateris A D, vt eſt Secans anguli B A D ad Sinum totum in Triangulo A D B, cumque ex eodem Theor. ſit in altero Triangulo A D C Tangens lateris A D ad Tangentem lateris A C, vt eſt Sinus totus ad Secantem anguli D A C, ſequetur ex æqualitate, ita eſſe Tangentem lateris A B ad Tangentem lateris A C, vt eſt Secans anguli B A C ad Secantem anguli D A C. Quod poſtremò fuit propoſitum.

Termini proportionales prioris partis.

1	Tangens ſecunda lateris A B.	2	Tangens ſecunda lateris A C.
3	Sinus ſecundus anguli B A D	4	Sinus ſecundus anguli D A C.

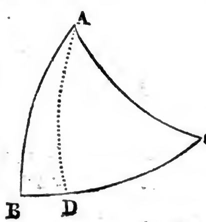
Termini proportionales poſterioris partis.

1	Tangens lateris A B.	2	Tangens lateris A C.
3	Secans anguli B A D.	4	Secans anguli D A C.

THEOREMA L.

In Triangulo ſimiliter Obliquangulo Secantes ſecundæ duarum laterum ita ſe habent inter ſe, vt Sinus angulorum ipſiſmet ad Baſin adiacentium. Atque etiam Sinus eorundem laterum eandem habent proportionem, quam Secantes ſecundæ dictorum angulorum ad Baſin.

OBliquangulum eſto Triangulum A B C. Dico primò, eandem habere rationem Secantem ſecundam lateris A B ad Secantem ſecundam lateris A C, quam habet Sinus anguli B ad Sinum anguli C. Cadat ab angulo A in Baſin perpendicularis A D.



Quoniam igitur in Triangulo Rectangulo A D B, ex quarto Theoremate huius, vt eſt Sinus anguli B ad Sinum totum, ita eſt Secans ſecunda Baſis A B ad Secantem ſecundam lateris A D. Deinde ex eodem in altero Triangulo A D C, vt eſt Sinus totus ad Sinum anguli C, ita eſt Secans ſecunda lateris A D ad Secantem ſecundam Baſis A C. Igitur ex æqualitate, vt eſt Sinus anguli B ad Sinum anguli C, ita eſt Secans ſecunda lateris A B angulo B adiacentis ad Secantem

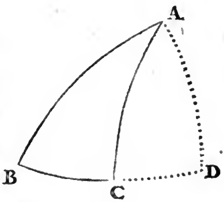
ſecundam

Digitized by Google

ſecundam lateris A C angulo C adiacentis. Quod eſt primum.

Secundò dico, ita eſſe Sinum lateris A B ad Sinum lateris A C, vt eſt Secans ſecunda anguli B ad Secantem ſecundam anguli C.

Nam cùm ex Theoremate quinto ſit Sinus Baſis A B ad Sinum totum, ita Secans ſecunda anguli B ad Secantem ſecundam lateris A D; atque cùm ex eodem ſit quoque Sinus totus ad Sinum Baſis A C, vt Secans ſecunda lateris A D ad Secantem ſecundam anguli C, ſequetur ex æqualitate, ita eſſe Sinum lateris A B ad Sinum lateris A C, vt eſt Secans ſecunda anguli B ad Secantem ſecundam anguli C. Quod eſt ſecundum.



Termini proportionales prioris partis.

1 Secans ſecunda lateris A B.	2 Secans ſecunda lateris A C.
3 Sinus anguli B	4 Sinus anguli C.

Termini proportionales poſterioris partis.

1 Sinus lateris A B	2 Sinus lateris A C.
3 Secans ſecunda anguli B.	4 Secans ſecunda anguli C.

THEOREMA LI.

In Triangulo Obliquangulo à perpendiculari ſecto Sinus ſegmentorum Baſis in eadem ſunt proportione, quæ Tangentium angulorum dictis ſegmentis adiacentium. Sic quoque Secantes ſecundæ eorundemmet ſegmentorum ita ſe habent inter ſe, vt Tangentes dictorum angulorum.

Retento ſuperiorum Theorematum Triangulo Obliquangulo à perpendiculari arcu in duo Rectangula ſegregato. Dico primò, ita eſſe Sinum ſegmenti B D ad Sinum ſegmenti D C, vt eſt Tangens ſecunda anguli B ad Tangentem ſecundam anguli C. Nam quoniam in Triangulo Rectangulo A D B, vt eſt Sinus lateris B D ad Sinum totum; ita Tangens ſecunda anguli B ad Tangentem ſecundam lateris A D per 20. Theor. & cum ex eodem in altero Rectangulo Triangulo A D C ſit Sinus totus ad Sinum lateris D C, ſicut eſt Tangens ſecunda lateris A D ad Tangentem ſecundam anguli C. Ideò ex æqualitate erit Sinus lateris ſeu ſegmenti B D ad Sinum lateris ſeu ſegmenti D C, vt eſt Tangens ſecunda anguli B ad Tangentem ſecundam anguli C. Quod primò fuit propoſitum.

Dico ſecundò, ita eſſe Secantem ſecundam ſegmenti B D ad Secantem ſecundam ſegmenti D C, vt eſt Tangens anguli B ad Tangentem anguli C. Nam cùm ex Theor. 22. ſit in Triangulo Rectangulo A B D Secans ſecunda lateris B D ad Sinum totum, vt Tangens anguli B ad Tangentem lateris A D. Deinde cùm ex eodem Theor. in altero Triangulo Rectangulo A D C ſit Sinus totus ad Secantem ſecundam lateris D C, vt eſt Tangens lateris A D ad Tangentem anguli C: ſequetur ex æqualitate, ita eſſe Secantem ſecundam lateris ſeu ſegmenti B D ad Secantem ſecundam lateris ſeu ſegmenti D C, vt eſt Tangens anguli B ad Tangentem anguli C. Quod ſecundò proponebatur.

Termini proportionales prioris partis.

1 Sinus ſegmenti B D.	2 Sinus ſegmenti D C.
3 Tangens ſecunda anguli B	4 Tangens ſecunda anguli C.

Termini Proportionales partis poſterioris.

1 Secans ſecunda lateris B D	2 Secans ſecunda lateris D C.
3 Tangens anguli B	4 Tangens anguli C.

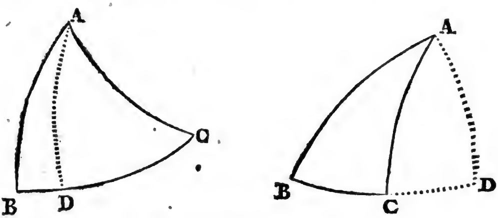
Digitized by Google

THEOREMA LII.

In eodem Triangulo Obliquangulo à perpendiculari arcu in duo Triangula Rectangula diuiſo Tangentes ſegmentorum Baſis ſunt in eadem proportione, in qua Tangentes angulorum dictis ſegmentis oppoſitorum. Sic quoque Tangentes ſecundæ eorundemmet ſegmentorum eandem habent proportionem, quam Tangentes ſecundæ angulorum ipſis ſegmentis oppoſitorum.

ESto hic idemmet Triangulum Obliquangulum ſuperiorum Theorematum, in quo ductus eſt arcus perpendicularis A D. Dico primò, ita eſſe Tangentem anguli B A D ad Tangentem anguli D A C, vt eſt Tangens ſegmenti B D angulū B A D ſubtendentis ad Tangentem ſegmenti D C angulum D A C reſpicientis. Quoniam ex 17. Theor. vt eſt Tangens anguli B A D ad Sinum totum, ita Tangens lateris B D ad Sinum lateris A D in Triangulo Rectangulo A D B; deinde ex eodem decimoſeptimo Theoremate in altero Triangulo A D C, vt eſt Sinus totus ad Tangentem anguli D A C; ita eſt Sinus lateris A D ad Tangentem lateris D C. Igitur ex æqualitate erit Tangens anguli B A D ad Tangentem anguli D A C, vt eſt Tangens ſegmenti B D ad Tangentem ſegmenti D C. Quod primò fuit propoſitum.

Poſtremò dico, ita eſſe Tangentem ſecundam lateris B D ad Tangentem ſecundam lateris D C, vt eſt Tangens ſecunda anguli B A D ad Tangentem ſecundam anguli D A C, quod ſanè ex Theoremate vigeſimo ita demonſtratur. Quoniam, vt eſt Tangens ſecunda lateris B D ad Sinum totum, ita eſt Tangens ſecunda anguli B A D ad Tangentem ſecundam anguli D A C in Triangulo Rectangulo A D B. Deinde vt eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris D C, ita Sinus lateris A D ad Tangentem ſecundam anguli D A C. ſequetur ex æqualitate, ita eſſe Tangentem ſecundam lateris B D ad Tangentem ſecundam lateris D C, vt eſt Tangens ſecunda anguli B A D ad Tangentem ſecundam anguli D A C. Quod ſecundò proponebatur.



Termini proportionales prioris partis.

1 Tangens ſegmenti B D.	2 Tangens ſegmenti D C.
3 Tangens anguli B A D.	4 Tangens anguli D A C.

Termini proportionales ſecundæ partis.

1 Tangens ſecunda ſegmenti B D.	2 Tangens ſecunda ſegmenti D C.
3 Tangens ſecunda anguli B A D.	4 Tangens ſecunda anguli D A C.

IOANNIS

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI, MATHEMATICARVM
In almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris.

PRIMI MOBILIS, ET TRIGONOMETRIAE SPHAERICORVM LIBER SECVNDVS.

CAPVT PRIMVM.

Proponuntur ſex præcipuæ formæ ſoluendi quæſita in Triangulis Sphæricis Rectangulis.

SVPERIORE Primo libro tradidimus Theoremata illa omnia circa Triangula Sphærica, vnde illæ Analogiæ vel ſtatim ab ipſis prodeunt, vel ex combinatione vnius in alterum, quæ neceſſariæ quidem ſunt ad dimenſionem, ac ſolutionem Triangulorum ipſorum Rectangulorum. Atque in eiſdem quoque Analogijs fundatur conſtructio Tabularum quarundam, quibus mediantibus ab immenſis laboribus in pertractatione numerorum ſubleuamur. Verùm antequàm ad ipſorum Triāgulorum ſolutionem, ac praxin perueniamus, vbi ſingulas Analogias in dicto Primo libro propoſitas ad vſum calculi Triangulorum applicamus, opus eſt, vt formas omnes proponamus, quibus ſumus in hac Triangulorum praxi vſuri, ad hoc vt quæſita ſingula innoteſcant ex datis quibuſdam terminis in ipſis Triangulis. Solutio itaque, ac calculus Triangulorum Sphæricorum Rectangulorum proponitur à nobis, Primò per ſolos Sinus, qui patent in primis columnis primi, & ſecundi ordinis Magni Canonis iuxta Analogias primi, ſecundi, & tertij Theorematum, adminiculo ſcilicet aureæ regulæ proportionum per multiplicationem ſecundi termini in tertium, ac per primum partitionem. Quæ forma cæteris generalior eſt, licèt non compendioſior, quin potius aliquanto laborioſior, atque in ſingulis Triangulorum generibus vſum habet.

Secundò traditur Triangulorum ſolutio à nobis per integrum Quadripartitum Trigonometrię Canonem adhibitis Sinibus, Tangētibus, & Secantibus, prout requirunt Analogiæ propoſitæ in Theorematæ quarto cum 28. ſequentibus eiuſdem Primi libri; quæ nimirum Sinum totum in primo termino obtinent. Nam iuxta aureæ regulæ inſtitutum per multiplicationem ſecundi termini in tertium, & per totum Sinum diuiſionem, reſultat quartus in proportione terminus, qui ignotus erat. Atque hæc forma calculi ſingulis Triangulorum Rectangulorum generibus ita applicatur, vt nulla in eis detur quæſtio, quæ vnica tantum multiplicatione perſolui nequeat, & per totum Sinum diuiſione.

Tertia Triangulorum ſolutionis forma traditur à nobis per Proſtaphæreſin Sinuum, hoc eſt per ſolam Sinuum additionem, vel ſubtractionem, nulla interueniente multiplicatione, vel diuiſione. Quæ ſanè mirè compendioſa eſt, ſi rectè fuerit inſtituta, ac percepta. Hanc duplicem facimus, Primariam nempe, & Secundariam. Primaria Proſtaphæreſis generalis non eſt, ſed locum habet tantum, quando in Analogia quatuor Sinuū Sinus totus cadit in primo loco; & hæc propoſita fuit Theorematibus trigeſimotertio, & trigeſimoquarto Primi libri ſub duplici forma, & vſurpari poteſt pro Analogijs directis primi, ſecūdi, & tertij Theoremaiis dicti Primi libri. Secūdaria Proſtaphæreſis deducitur ex prima

pro

pro reliquis omnibus Analogijs, in quibus interueniunt Tangentes & Secantes, ſuppoſito tamen integro Sinu in primo loco. Quò fit, vt hæc vſurpari apprimè poſſit in vniuerſo Triangulorum Rectangulorum calculo, de qua quidem paulò infra pertractabimus.

Quarta ſolutionis forma in Triangulis Rectangulis à nobis traditur per Generalem Tabulam Primi Mobilis, quæ ex Analogia Sinuum deducta eſt. Hæc enim per ſolos laterales & areales in ea ingreſſus nobis præſtat, quæ per Sinuum multiplicationes & diuiſiones colligi laborioſè ſolent, iuxta Analogias omnes primi, ſecundi, & tertij Theorematis. Quare generalis eſt huius Tabulæ vſus, ſicut etiam Sinuum tractatio, atq; ſingula Problemata Rectangulorum Triangulorum vel vnico, vel geminato ingreſſu per hãc Tabulam expediri poſſunt. Namq; tria priora Problemata Tertij libri per vnicum lateralem introitum, ſequentia quinq; per vnicum arealem introitum abſoluuntur. At reliqua octo duabus egent operationibus, ſeu ingreſſibus in hãc Tabulã; vt in eius explicatione, & ad vſum applicatione declarabimus. Quinetiam docebimus, quomodo ad vniuerſum calculum Triangulorum Rectangulorum ipſamet Tabula applicari poſſit, vt quodlibet quæſitum in eis vno ſolo laterali ingreſſu per eandem valeat expediri. Quod ſanè fiet commutatione arcuum vel angulorum propoſitorum in arcus areales Magni Canonis, vt particulariter docebimus.

Quinta forma ſoluendi Triãgula Rectangula pendet ab alijs tribus Tabulis prẹter Generalem iam dictam, quas dicimus Tabulas ſecundam, tertiam, & quartam Primi Mobilis, ſeu Tabulas ſecundę, tertiæ, & quartæ Analogiæ. Has ſanè condere voluimus, quò reliqua 13. Problemata Tertij libri ad inſtar trium primorum tractari poſſent, ac abſolui per vnicum tantum lateralem introitum his Tabulis mediantibus; & fundantur hæ Tabulæ in Analogijs, in quibus interuenit Sinus totus in primo loco, & in ſecundo ac tertio ſunt Tangentes, vel Secantes, vt paulò infra in earum expoſitione dicemus. Itaq; cùm 16 dentur Rectangulorum Triangulorum Problemata in Tertio libro; tria priora, nempe primum, ſecundum, & tertium expediuntur per lateralem ingreſſum in Generali Tabula, vt ſupra diximus, & vti poſſumus tunc ſatis commodè illa ad integros tãtùm gradus abbreuiata, quam in noſtris Directionum Tabulis edidimus. Quæ autem ſequuntur mox Problemata quinq;, tractantur per ingreſſus laterales in ſecũdam Tabulam, nempe 4. 5. 6. 7. & 8, ſed 9. 10. 11. 12. & 13. Problemata per tertiam Tabulam, & tria poſteriora, quæ ſunt 14. 15. & 16. per quartam Tabulam lateralibus ingreſſibus expediuntur.

Sexta poteſt addi forma dimetiendi Triangula per Organa, ſeu Inſtrumenta ad hoc propoſitum apta, inter quæ cæteris præſtant Quadrans Planiſphærij Catholici, & Quadrans Sinuum, quorum conſtructionem, ac vberrimum vſum tradidimus in volumine ſeparato vnà cum fabrica & vſu aliquot Inſtrumentorũ diuerſi generis; quod iam pœnè confectum vnà cum variorum inſtrumentorum in æs inciſorum non iniucunda delineatione propediem in publicam lucem (Deo noſtris conatibus annuente) proferemus.

CAPVT SECVNDVM.

De ſecundaria Sinuum Proſtaphæreſi inſtituenda.

PRopoſuimus in Primo libro Proſtaphæreſim Sinuum primariam Theorematibus 33. & 34. ſub duplici forma; quæ miro ſane compendio ſubroganda eſt in locum cuiuſcunque Analogiæ Sinuum, in qua primum obtinet locum Sinus totus. Nunc autem pateſacere inſtituimus, quonodo eadem Proſtaphæreſis cautionibus quibuſdam vſurpari poſsit in omnibus etiam Analogijs, quæ Sinum totum pariter in primo loco ſortiuntur, at reliqui termini omnes non ſunt Sinus, ſed vel Tãgentes, vel Secantes. Quod ſanè obtinebimus, ſi arcus vel angulos, ad quos pertinent Tangentes & Secantes ipſæ, quæ primum & ſecundũ locum in Analogia aliqua obtinent, permutauerimus in arcus illos, qui in Magno Canone ſunt è regione ipſarummet Tangentium & Secantium, his tamen ſeruatis cautionibus & regulis.

Regula Prima.

CVm datur Analogia, in qua fuerit Sinus totus ad Sinum primum alicuius arcus vel anguli; ita Tangens prima vel ſecunda ad quartum terminum, qui poterit eſſe vel Sinus vel Tangens; commutabis arcum, ad quem pertinet ipſa Tangens, in arcum arealem primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis, qui Tangentibus deſtinatur, intrando ſcilicet in fronte, & à latere ſiniſtro, ſi Tangens debeat eſſe prima; vel in calce, & à latere dextro, ſi debeat eſſe ſecunda; cum quo quidem numero ſic commutato, & cum arcu, ad quem pertinet dictus Sinus primus, abſolues Sinuum Proſtaphæreſim iuxta formam in Theoremate 33. traditam: nam per eam exhibit idem numerus, qui prodit ex multiplicatione ſecundi termini in tertium, & per totum Sinum diuiſione ſecundum ipſius Analogiæ poſitionem.

Digitized by Google

tionem. Cui tamen ex hac Proſtaphæreſi prodeunti numero addenda eſt vna nota à dextra, ſi commutatio in primum arcum tertij ordinis fuerit facta, vt prodeat vel Sinus, vel Tangens quæſita; cuius demum arcus, vel angulus ſtatim ex Magno Canone innoteſcet, referendo hunc numerum arealiter in columna Sinuum, vel Tangentium obſeruatum, ad arcum lateralem ipſius Canonis.

Regula Secunda.

SI fuerit Sinus totus ad Sinum primum alicuius arcus, vt Secans prima, vel ſecunda ad alium quartum numerum, commutabis arcum, ad quem ſpectat, Secans in arealem numerum quarti ordinis, & reliqua, vt modò diximus, peragè.

Regula Tertia.

SI fuerit Sinus totus ad Sinum ſecundum, vt Tangens, vel Secans prima, vel ſecunda ad alium quartum numerum. Commutabis arcum, ad quem ſpectat Tangens, vel Secans, vt ſupra præcepimus, atque etiam pro arcu, ad quem pertinet Sinus vt ſecundus, accipies complementum eius ad Quadrantem, & cum his duobus numeris commutatis, abſolue Proſtaphæreſin ſecundum præſcriptam formam.

Regula Quarta.

SI fuerit Sinus totus ad Tangentem primam, vel ſecundam alicuius arcus, vel anguli; ita Tangens prima, vel ſecunda alterius arcus, vel anguli ad quartum numerum. Commutabis arcum vtriuſque Tangentis, vel vtrumque in numerum primum arealem tertij ordinis, vel vtrumque in numerum ſecundum arealem eiuſdem ordinis. Vel vnum in numerum primum arealem, & alium in ſecundum: ita tamen, vt obſerues introitum frontalem, ſi Tangens pertinet ad arcum tanquàm prima, & numerum in calce, ſi dicta Tangens pertinet ad eum vt ſecunda; & cum his duobus arcubus permutatis abſolue Proſtaphæreſin, vt ſupra, & exeunti numero duas adde notas à dextra, ſi vterque arcus fuerit in primum numerum dicti tertij ordinis commutatus. Si vnus arcus fuerit in primum arcum, & alter in ſecundum commutatus, vnam tantum addes prodeunti notam numero. Quod ſi vterque in numerum ſecundum conuerſus fuerit, nihil addes.

Regula Quinta.

SI fuerit Sinus totus ad Secantem primam, vel ſecundam; ita Secans prima, vel ſecunda ad quartum numerum. Commutabis vtrumque arcum Secātis in numerum arealem quarti ordinis Magni Canonis; tractando Proſtaphæreſin, vt ſuperius, cum his duobus numeris commutatis, & collecto per eam numero addes ſemper duas à dextra notas, vt prodeat Secans quæſita.

Regula Sexta.

SI fuerit Sinus totus ad Secantem primam, vel ſecundam; ita Tangens prima, vel ſecunda ad quartum terminum. Commutabis vtrumque arcum in ſuum debitum numerum arealem, nempe arcum Tangentis in tertio ordine, & arcum Secantes in quarto, & inſtitues Proſtaphæreſin cum his commutatis arcubus. Exeunti autem ab illa numero adde duas notas à dextra, ſi arcus Tangentis fuerit in primum arcum arealem permutatus. Sed vnam tantùm, ſi fuerit in ſecundum arcum arealem conuerſus.

Regula Septima inſignis, & vltima.

NOta. In omnibus his Regulis, vbi collecto numero ex Proſtaphæreſi prodeunte opportet addere vnam notam, vel duas, vt fiat vel Sinus, vel Tangens, vel Secans quæſita, ſi in operationibus tuis veteris numeris Magni Canonis in ratione totius Sinus 100000, tunc Sinus ſecundos tam aggregati quàm differentiæ deſumes in ratione totius Sinus 1000000 in tribus prioribus his regulis, ideſt relicta vna tantùm nota. Sed in reliquis regulis poſtremis tractandis, accipies Sinus ſecundos in ratione totius Sinus 10000000, ideſt nulla nota relicta ex numeris Magni Canonis. Nam vtroq; modo exibit Sinus, vel Tangens, vel Secans in ratione totius Sinus 100000, abſque quod ipſi numero ex Proſtaphæreſi collecto addatur aliqua nota. Quod ſanè præceptum obſeruabimus nos ſemper in toto hoc volumine, in quo ob maiorem claritatem, & facilitatem vtemur numeris Magni Canonis in ratione totius Sinus 100000.

CAPVT

Digitized by Google

Primi Mobilis

CAPVT TERTIVM.

De Analogijs præcipuis ſecundum ſpecies diſtinctis, quæ vſum habent vtilem ad Triangulorum Sphæricorum calculum, & in quibus Tabulæ nonnullæ fundantur, quæ expeditiorem cæteris vijs reddunt ipſum Triangulorum calculum.

ANalogias præcipuas, & ad hanc praxin vtiles hîc intelligimus, quæ habent Sinum totum in primo loco, & reliqui termini ſunt Sinus, vel Tangentes, vel Secantes; reliquas enim, in quibus Sinus totus interuenit in medio, reijcimus. Harum verò ſelectarum octo ſunt ſpecies iuxta varietatem, & diſpoſitionem ipſorum terminorum, ex quibus quatuor vt præſtantiores, ac opportuniores ad hoc negocium inter reliquas ſumpſimus, ſecundum quas condidimus Tabulas quatuor Primi Mobilis.

Prima Analogia cæteris dignior, ac præſtantior conſtat ex ipſis quatuor terminis homogeneis, nimirum ex Sinibus ſolis, & hanc quidem propoſuimus ſecũdum varias formas Theor. primo. ſecundo, & tertio Primi libri. Quę ſanè varietas oritur ex varia applicatione ipſorum Sinuum ad Triangulorum terminos, vt patet in dictis tribus Theorematibus. Practicatur autem Problem. primo ſecundo, & tertio Tertij libri in calculo Triangulorum Rectangulorum.

Secunda eſt Analogia, in qua ſecundus terminus eſt Sinus, tertius eſt Secans, vel è contrà, & quartus eſt Sinus, & hæc traditur Theor. 6. 7. 9. 12. & 13. Primi libri, & practicatur in Problematibus 4. 5. 6. 7. & 8. Tertij libri in Triangulis Rectangulis.

Tertia eſt, quæ habet Sinum in ſecundo loco, & Tangentem in tertio, vel contrà, atque Tangentem etiam in quarto, vt habetur Theor. 17. 18. 19. 20. & 23. Primi libri. Practicatur autem in Probl. 9. 10. 11. 12. & 13. Tertij libri in Triangulis Rectangulis.

Quarta Analogia eſt, quæ Tangentes habet in ſecundo, & tertio terminis, ſed in quarto Sinum, quę extat Theor. 21. 24. & 27. Primi libri, & practicatur in Problematibus 14. 15. & 16. tertij libri in Triangulis Rectangulis.

Quinta eſt, in qua ſinguli termini ſunt Secantes, nempe ſecundus, tertius, & quartus, vt patet Theorem. 14. 15. & 16. Primi libri. Hæc ſanè vſurpatur in illiſmet ſolutionibus Triangulorum Rectangulorum, in quibus vſum habet prima Analogia, hoc eſt in primo, ſecundo, & tertio Problemate Tertij libri, vt videri poſſit ſuperuacanea.

Sexta Analogia eſt, in qua ſecundus terminus eſt Sinus, tertius, & quartus ſunt Secantes, vt videre licet Theor. 4. 5. 8. 10. & 11. Primi libri. Hæc ad vſum applicatur pro ſolutione Probl. 4. 5. 6. 7. & 8. Tertij libri in Triangulis Rectangulis, quæ etiam per ſecundam Analogiam ſoluuntur, vt altera illarum videri poſſit ſuperflua.

Septima Analogia eſt, quæ ſortitur Secantem in ſecundo loco, & in tertio, & quarto Tangentes, de qua extant Theoremata 22. 25. 26. 28. & 30. Primi libri, & ſubrogatur in locum tertiæ Analogię Problem. 9. 10. 11. 12. & 13. Tertij libri; vnde hæc, vel illa eſt ſuperflua.

Octaua, & vltima Analogia eſt, cuius ſecundus terminus, & tertius ſunt Tangentes, & quartus Secans, vt patet Theor. 29. 31. & 32. primi libri, quæ practicatur in tribus Problematibus poſtremis tertij libri, nempè in 14. 15. & 16. Triangulorum Rectangulurum, nec expeditiorem habet vſum, quàm habeat quarta Analogia, quæ huic æquiualet.

Ex his itaque, quæ recenſuimus, patet, quatuor Analogias priores abundè ſufficere ad vniuerſum Triangulorum calculum. Quocirca nobis hîc patefacta fuit via tutiſſima ad faciliorem vltrò, & magis expeditiorem ipſum Triangulorum calculum reddẽdum, nimirum, vt per ſolos laterales ingreſſus facilè, & tutò quæſita ſingula in ipſis Triangulis eruãtur, ſi Tabulę quatuor ab his quatuor prioribus Analogijs deductæ conſtruantur. Cui ſanè ingenti labori ego generoſo quodam ſpiritu percitus adeò vires cunctas atque animum ita applicui, vt tandem licèt longo tempore, multiſq; vigilijs, ac expenſis ad ipſarum perfectam elaborationem deuenerim. Quas profectò cæteris vſitatis hactenus Tabulis addere volui, & publici iuris facere, vt à tyronibus quæſita Triangulorum pluriſariam, & nullo ferè negocio, ſed vnico tantum vel geminato laterali ingreſſu poſſent inquiri, ac expediri. Sed iam ad ipſarum Tabularum conſtructionem, ac vberrimum vſum tranſeamus.

CAPVT

CAPVT QVARTVM.

Conſtructio, & vſus Magnæ Tabulæ, ſeu Generalis Primi Mobilis, quam Tabulam quoque Primæ Analogiæ vocamus.

Condidimus ad imitationem Ioannis Regiomontani Mathematici Clariſſimi Tabulam Generalem Primi Mobilis, quæ in prima Analogia ſuperius expoſita fundatur, non tantùm, ſicut ille, ad integros gradus totius Quadrantis, verum etiam ad decades minutorum, cuius ſanè prolixitas cum calculi certitudine, ac promptitudine compenſatur. Siquidem Tabula hæc ad integros gradus elaborata, ſicut à Regiomontano promulgata fuit, & ſicut etiam à nobis in Tabulis Directionum ponitur, deſeruit commodè ingreſſibus lateralibus, ſed arealibus ingreſſibus laborioſum habet vſum, nec exactum præſtat calculum, quod & ipſe Regiomontanus fatetur. Pro conſtruenda igitur noſtra Magna Tabula multiplicauimus Sinum ſextantis vniuſcuiuſq; gradus in Sinum ſextantis ſingulorum graduum, & à producto ſeptem notas dextras reſcidimus, vt per totum Sinum partitio fieret, atq; ſic proueniebat Sinus quartus proportionalis reſpectu totius Sinus, & duorum Sinuum propoſitorum illorum duorum arcuum. Cuius quidem Sinus quarti inuenti arcum in Tabula repoſuimus, in communi ſcilicet angulo duorum illorummet arcuum, ad quos Sinus adinuicem multiplicati pertinent. Qui ſanè arealis numerus minor eſt alterutro numero laterali. Quarè opus fuit integrum Quadrantem circuli ad gradus, & decades minutorum per vtrumq; latus Tabulæ ordinare. Vt verbi gratia ſit definiendus arcus, qui reſpondet in area Tabulæ è regione numeri frontalis gr. 32.30'. & è regione numeri lateralis gr. 33.40'. Cum his duobus arcubus Sinus accipio, quos adinuicem multiplico, & per totum Sinum diuido, & exit hic numerus quartus proportionalis 2978576. Quare, vt eſt Sinus totus ad Sinum gr. 32.30'. nempe 5372996. ita eſt Sinus gradus 33.40'. nempe 5543603. ad quartum Sinum inuentum 2978576, qui competit grad. 17.19'.44"; Et hic arcus reponendus eſt in area Tabulæ ſub columna gr. 32.30'. è regione lateralis numeri gr. 33.40'. Illud tamen ſciendum eſt, eundem arcum arealem reſpondere in Tabula ſi viceuerſa inueniantur in eius fronte gr. 33.40', & à latere gr. 32.30'. Quare ne tanto diſpendio Tabula augeretur in immenſum volumen, ſtuduimus illos relinquere numeros per vnum verſum, qui haberi poſſunt per alium, eos tantum replicando, qui integras columnas paginarum perficerent. Vnde poſito arcu gr. 32.30'. frontaliter non reſpondet ei à latere minor arcus quam gr. 30. Etenim arcus, qui congruunt Sinibus prouenientibus ex multiplicatione Sinus gr. 32.30'. cum Sinibus graduum infra 30. habentur in columnis minoribus illis numeris deſtinatis è regione ipſius lateralis numeri gr. 32.30'. Vt ſi arcum quarti Sinus proportionalis, qui prouenit à gr. 32.30'. & à gr. 26. voluerimus, ſumemus in fronte minorem numerum, nempe gr. 26, & à latere gr. 32.30'. & dabitur in area gr. 13.37'.24". pro quæſito arcu.

His itaque cognitis antequàm immenſum huius Tabulæ vſum tradamus, qui adeò amplus eſt, vt ea ſola mediante ſingula omnia, quæ ad Sphærica Triangula, & ad Primum Mobile ſpectant, abſolui commodè, & compendioſè poſſint, vt videbimus; opus eſt, vt de eius ingreſſu tractemus; qui duplex eſt, alter Lateralis, alter Arealis.

De Laterali ingreſſu in Tabulam Generalem.

Lateralis ingreſſus fit, quotieſcunque duo dati arcus ſumuntur in lateribus, nempe vnus in fronte, vel in calce, alius à latere ſiue dextro, ſiue ſiniſtro, & colligitur quæſitus numerus arealis in vtriuſque concurſu. Quo quidem Laterali ingreſſu vtimur, quando quærendus venit arcus Sinui quarto proportionali cõgruus in prima, & præcipua Analogia, quæ eſt ex ſolis Sinibus, & habet Sinum totum in primo loco: tunc enim accipimus in lateribus ipſis arcus, vel angulos ſecundi, & tertij termini. Cùm autem in vniuerſum dentur tres variæ formæ huius Analogiæ in hac doctrina Sphæricorum Triangulorum, triplici idcirco ratione variatur hic Lateralis ingreſſus penes has tres Regulas.

Regula Prima.

Prima itaque forma primæ Sinuum Analogiæ eſt, cum ſecundus, & tertius termini ſunt Sinus primi duorum propoſitorum arcuum, vel angulorum, vt habetur primo Theor. Primi libri, & tunc minor arcus ſumendus eſt ſemper in fronte Tabulæ, alter verò maior à latere ſiniſtro deſcendente, qui duo graduum ordines cum ſuis minutis de decem in decem deſtinati ſunt arcubus, vel angulis, ad quos Sinus tanquam primi pertinent.

Digitized by Google

Regula Secunda.

SEcunda primæ Sinuum Analogiæ forma eſt, in qua ſecundus, & tertius termini ſunt Sinus ſecundi duorum propoſitorum arcuum, vel angulorum: qua occurrente iuxta Theor. 20. Primi libri, decet ingredi dictam Generalem Tabulam cum arcubus, vel angulis, ad quos dicti Sinus tanquàm ſecundi pertinent, in calce & à latere dextro; accipiendo ſcilicet maiorem numerum in calce, & minorem à latere dextro, namq; numeri, qui in his, quos diximus ordinibus diſponuntur, deſeruiunt pro arcubus, & angulis ſecundorum Sinuum, niſi voluerimus vti complementis dictorum arcuum, vel angulorum, quæ ſanè complementa accipienda eſſent in fronte, & à latere dextro.

Regula Tertia.

TErtia denique forma ipſiuſmet primæ Analogiæ eſt, quotieſcunq; occurrunt in ſecundo, & tertio loco duo Sinus diuerſæ affectionis, nempe vnus primus vnius arcus, alter ſecundus alterius arcus, vel anguli, vt habetur in tertio Theor. Primi libri. Qua profectò occurrente, neceſſe eſt varium à prędictis duobus ingreſſum Lateralem inſtituere. Vel ſumendo primò illum arcum, ad quem refertur Sinus primus in fronte, & aliũ, ad quem pertinet Sinus ſecundus à latere dextro. Aut accipiendo arcum Sinus primi à latere ſiniſtro, & arcum Sinus ſecundi in calce tabulæ. Quod autem altero horum trium modorum in area colligitur, eſt arcus quæſitus, vt in prima Analogia, vel eſt complementum arcus, vel anguli quæſiti, vt in ſecunda, & tertia Analogia.

Hactenus egimus de Laterali ingreſſu perinde, ac ſi duo arcus, vel anguli oblati præciſè reperirentur ad gradus integros, vel ſaltem ad ſextantes graduum. Verùm quoniam plerumq; occurrit, oblatos arcus, vel angulos terminari in intermedia ſcrupula, & plerunq; eis ſecunda adiacere: idcirco docendum eſt, quomodo hi ingreſſus ſint correctione per partem proportionalem abſoluendi, ac perficiendi, vt quæſitus numerus arealis præciſè colligatur. Enimuerò pro hoc negocio condidimus Tabulam Proportionalem ad vſum huius Tabulæ Generalis Primi Mobilis, quæ habet in fronte differentiam, quæ pro vno quoq; verſu ipſius Generalis Tabulę poteſt accidere, & à latere deſeruit minutis, & ſecundis, pro quibus ſanè pars proportionalis de illa differentia in fronte accepta ſumenda eſt in eius area. Nam hæc addita areali numero integro in Tabula expreſſo, vel ab eo ſublata, prout exigit operatio, exactum numerum quæſitum præbet. Duplex autem datur differentia inter areales numeros prędictæ Generalis Tabulæ, vna lateralis vocata, qua cadit inter duos numeros adiacentes ſub duabus columnis vicinis expreſſos: altera aſcendens, vel deſcendens, quæ occurrit inter duos numeros ſubſequentes eiuſdemmet columnæ, quæ duæ differentię perſæpè ſingulo ingreſſui occurrunt, geminatam proinde expoſcentes correctionem, vt his exemplis declarabimus.

Primum Exemplum.

SInt duo arcus ponendi ad ingreſſum Lateralem, ita vt vnus accipi debeat in fronte nempe gr. 24. 36'. & alius à latere ſiniſtro, nempe gr. 36. 43'. 28". vt exigit praxis primæ formæ primæ Analogiæ. Quoniam noncomperio in fronte gr. 24. 36'. præciſè, obſeruo proximè minorem numerum, nempe gr. 24. 30'. & à latere cum gr. 36. 40'. vt numero proximè minore altero oblato colligo in area gr. 14. 20'. 16". cum differentia laterali m. 5'. 37". & cum differentia deſcendente m. 3'. 26". quæ amba obtinent affectionem adiectiuam, quoniam tam collateralis numerus immediatè ſequens, quàm numerus deſcendens maior eſt. Inuenta igitur in fronte Tabulæ Proportionalis priore differentia m. 5'. 37". ſumo in ipſius columna cum min. 6. quæ ſuperſunt in numero frontali, partem proportionalem m. 3'. 23". atque etiam inuenta altera differentia, nempe 3. 26. frontaliter ſub eiuſdem columna ſummo cum min. 3'. 28". duplici ingreſſu partem proportionalem min. 1'. 12". quas ambas addo priori numero areali, & prodit correctus arcus gr. 14. 24'. 51". qui quæritur, vt hic patet.

	G	'	"
Numerus in area ſumptus ſub columna gr. 24. 30'. cum gr. 36. 40'. à latere.	14	20	16
Differentia lateralis ad ſequentem numerum.		5	37
Differentia deſcendens ad ſequentem numerum.		3	26
Pars proportionalis pro m. 6. de laterali differentia, Addenda.		3	23
Pars Proportionalis de differentia deſcendente congruens { *min. 3.*		1	2
{ *ſecundis 28.*			10
Numerus arealis quæſitus correctus.	14	24	51

Exemplum Secundum.

SIt abſoluendus ingreſſus lateralis cum arcu gr. 24. 13'. 12". & cum arcu gr. 47. 36'. 51". iuxta ſecundam Analogiæ primæ formam nuper explicatam, vt vnus ſit inquirendus in calce, alius à latere dextro. Maiorem itaque arcum deſumo in calce, obſeruando proximè minorem, nempe gr. 47. 30'. & è regione gr. 24. 10'. à latere dextro colligo in dicta columna arealem arcum gr. 38. 3'. 9". notando differentiam lateralem min. 8'. 33". quæ decreſcit ad numerum ſequentis columnæ deputatæ gr. 47. 40'. & notando quoque differentiam aſcendentem reſpectu

ſequentis

ſequentis numeri eiuſdem columnæ è regione gr.24.20′. nempe 3′.31′. De prima differentia laterali in fronte Tabulæ Proportionalis reperta competit pars proportionalis min.5′.51″. pro min.6′.31. & de poſteriore differentia frontaliter in dicta Tabula reperta competunt min. 1′.8″. pro min.3′.12″. quæ ſuperſunt in altero arcu, & quoniam vterq; numerus ſequens dictum ingreſſum tam à latere, quàm in eadem ſerie decreſcit, ideo ambas has partes proportionales aufero à priore deſumpto numero ex area, & prodit correctus numerus arealis gr.37.56′.10″.

Exemplum Tertium.

SEd occurrat nunc Lateralis ingreſſus ſecundum tertiam Analogiæ ipſius primæ formam, & ſit quidem arcus gr. 35.47′. alicuius Sinus primi, & arcus gr.18.24′. 19″. ad quem pertinet Sinus ſecundus. Quæro igitur in fronte primum arcum, accipiendo proximè minorem, nempe gr.35. 40′. & à latere dextro deſumo gr. 18. 20′. & offertur in area arcus gr.33.36′.21″. & differentia à proximè ſequente numero laterali eſt m. 9′.15″. adiectiua, & altera differentia reſpectu numeri ſequentis gr.18.30′. eſt m.2′. 12″. ablatiua, de quibus deſumo partes congruentes reliquis ſcrupulis ſingulorum arcum, & corrigo ex eis arealem numerum primò ſumptum, vt hic.

G	′	″	
33	36	21	Numerus arealis deſumptus in columna deſtinata frontali numero gra. 35.40′. è regione numeri à dextra gr. 18.20′.
	9	15	Differentia lateralis ad ſequentem angulum.
	2	12	Differentia ad ſequentem numerum aſcendentem.
	6	28	Pars congruens m.7. de prima differentia Add.
	0	55	Pars congruens m.4′.9″. de ſecunda differentia Subtr.
33	41	54	Numerus arealis correctus, qui quærebatur.

Exemplum Quartum.

POſtremò ſecundum hanc eandem tertiam Analogiæ primæ formam ſit arcus, ad quem pertinet Sinus primus gr.20.35′. 12″. & arcus, ad quem ſpectat Sinus ſecundus, detur gr.75.27″. Quoniam igitur ſi accipiatur arcus gr.20′.30′. Sinus primi in fronte, nō inuenitur à latere dextro alter arcus gr. 75. 20′. ad quē ſpectat Sinus ſecundus: idcircò quæro arcum Sinus primi à latere ſiniſtro, ſumendo proximiorem, nempe gr.20.30′. & in calce alterum arcum ſumendo etiam proximè minorem, nempe gr. 75.20′. & colligo arealem numerum cum vtraque differentia, ipſumq; corrigo in hunc modum.

G	′	″	
5	5	13	Numerus arealis in columna, quæ habet in calce gr.75.20′. è regione gra. 20.30′. à latere ſiniſtro.
	3	24	Differentia lateralis ad ſequentem numerum Subtr.
	2	23	Differentia deſcendens ad ſequentem angulum add.
	2	23	Pars congruens min.7. de differentia laterali Subtr.
	1	28	Pars congruens min.6′. 12″. de differentia ſecunda Add.
5	4	18	Numerus arealis correctus ex vtraque differentia.

De Areali ingreſſu in Generalem Tabulam.

AReal is porrò ingreſſus accidit in dicta Generali Tabula, quando vnus ex datis arcubus, vel angulis ſumitur in area dictæ Tabulæ, & alius in fronte, vel à latere ſiniſtro, ſi fuerit arcus, vel angulus, ad quem refertur Sinus primus. Vel quidem in calce aut in latere dextro, ſi ad ipſum pertinet Sinus ſecundus, & colligitur ex hoc ingreſſu numerus in fronte, vel in calce; ſeu etiam in latere alterutro, qui deſideratur. Hic profectò Arealis ingreſſus contingit in eadem prima Analogia Sinuum, quandò non in terminis directis ſumitur, ſed in terminis permutatis, vel conuerſis, ſiue etiam permutatim conuerſis, vt ſcilicet Sinus totus interueniat in ſecundo, vel in tertio loco, non autem in primo; cumq; quatuor varię dentur formę huius Analogiæ ex Sinibus, in quibus totus Sinus cadit in medio, totidem quoque modis contingit, Arealem ipſum ingreſſum variari, & proinde quatuor dabimus Regulas.

Regula Prima.

PRima itaq; forma Analogię Sinuum cadente Sinu toto in ſecundo loco eſt, cum primus. & tertius termini ſunt Sinus primi duorum arcuum propoſitorũ, & quartus terminus ignotus debet eſſe Sinus primus, & hæc habetur ad primum Theorema Primi libri, ſumẽdo eam in terminos permutatos, vel cõuerſos. Hac igitur oblata, quærendus eſt vnus arcus à latere ſiniſtro, & areatim in eadem linea

Digitized by Google

ſumendus eſt alter arcus, nam quæſitus arcus prodit in fronte Tabulæ. Interdum etiam vice verſa quæritur in fronte vnus arcus, & in area ſub dicta columna alius arcus, & à latere ſiniſtro patet quęſitus arcus, vel angulus. Quare nihil refert, altero horum modorum hunc ingreſſum Arealem abſoluere. Occurret tamen interdum in propoſita aliqua Analogia, vnum tantùm ex illis poſſet tractari, cùm abbreuiata ſit à nobis ipſa Tabula, vt de eius compoſitione diximus.

Regula Secunda.

SEcunda forma Analogiæ Sinuum, cadente ſcilicet toto Sinu in ſecundo loco datur, quando primus, & tertius termini Sinus ſunt ſecundi, & quartus terminus ignotus eſt etiam Sinus ſecundus, & hoc patet ad ſecundum Theor. Primi libri, eſt enim ſecundum terminos conuerſos. Tractatur autem per ingreſſum Arealem, quęrendo vnum ex arcubus in calce, & complementum alterius in area eiuſdemmet columnæ, nam à latere dextro prodit quæſitus arcus. Aut etiam quæratur vnus arcus à latere dextro, & arealiter in eius directo complementum alterius, nam in baſe dabitur arcus quęſitus.

Regula Tertia.

TErtia forma huius Analogiæ à ſecunda non variat quo ad priores tres terminos, ſed ſolùm in quarto termino ignoto, qui eſt Sinus primus; & hæc habetur ad tertium Theorema Primi libri ſumendo terminos permutatim conuerſos. Vnde eodem prorſus modo abſoluitur per Arealem ingreſſum, ſed arcus quæſitus colligitur vel in latere ſiniſtro, vel in fronte Tabulæ contraria ratione reſpectu ſecundæ.

Regula Quarta.

QVarta demum forma Analogiæ eiuſdem habet Sinum primum in primo loco, Sinum totum in ſecundo, Sinum ſecundum in tertio, atque etiam Sinum ſecundum in quarto termino ignoto. Hæc autem expreſſa eſt Theorem. eodem tertio Primi libri, videlicet in terminis conuerſis. Itaque ſi huiuſmodi Analogia oblata fuerit, ſume primum arcum in fronte, & complementum alterius in area, & à latere dextro dabitur quæſitus arcus, vel angulus. Aut etiam ſume à latere ſiniſtro primum numerum, & areatim ſecundi complementum; nam in calce patebit quæſitus arcus, vel angulus.

Exemplum Primum.

OFferantur duo arcus ponendi ad ingreſſum Arealem Generalis Tabulæ, nempe primus grad.36.32'. ſecundus grad.24.14'. ita quidem, vt primus debeat capi vel in fronte, vel à latere ſiniſtro, & ſecundus in area, & numerus colligendus debeat pertinere ad Sinum primum quarti termini ignoti; quæ Analogia proponitur Theoremate primo præcedentis libri permutando, vel conuertendo terminos. Comperio itaque primùm in fronte numerum proximè minorem primo numero oblato, nempè grad.35.30'. & deſcendendo ſub illa columna quæro ſecundum numerum, quem dum exactè non offendo, accipio proximè minorem, nempe grad.24.10'.12". è regione numeri lateralis ſiniſtri graduum 43.10'. Hic autem ſublatus à numero ſequentis columnæ, qui eſt graduum 24.16'.16". prodit vtriuſque differentia minutorum 6'.4". quæ obſeruata in fronte Tabulæ Proportionalis ad vſum Generalis Tabulæ, accipio à latere minuta 2. quibus in area reſpondent minuta 1'.13". pro parte proportionali addenda numero priori collecto, vt euadat correctus numerus gr.24.11'.25". Deficit autem hic numerus à ſecundo illo numero propoſito, & eſt differentia minutorum 2'.35". Differentia verò arealis numeri primò inuenti à numero areali ſequente, qui reſpondet laterali ſiniſtro graduum 43.40'. eſt minutorum 4'.43". Hanc verò obſeruo in fronte Tabulæ Proportionalis iam dictæ, & arealiter differentiam priorem minutorum 2'.35". quæ ex duplici operatione exhibet min.5'.29". addenda priori numero laterali grad.43.30'. vt ſit quidem numerus ipſe correctus grad.43.35'.29". qui quærendus erat.

Exemplum Secundum.

SEd eſto nunc primus numerus graduum 23.34'. qui ſumi debeat à latere dextro, vel in calce, & ſecundus graduum 35.18'. quærendus in area, vt habeatur in calce, vel à dextro latere quæſitus numerus, ſicut expoſtulat Analogia ſecundi Theorematis primi libri, iuxta terminos conuerſos. Accipio itaque à dextro latere numerum proximè minorem primo numero oblato, hoc eſt grad.23.30'. & in directo illius lineæ quæro numerum proximè minorem ſecundo dato numero, qui offertur graduum 35.14'.54". in columna, cui ſubſunt grad.51.0'. Tum adnoto differentiam reſpectu ſequentis numeri arealis graduum 35.11".49". quæ eſt minutorum 3'.5".

de qua ex Tabula Proportionali debentur minuta 1'.14". reſiduis illis quatuor minutis prioris numeri; Vnde ſublata hac à primo numero areali, euadit ille correctus grad. 35.13'.40". qui collatus cum ſecundo numero propoſito, patet inter ipſos differentia min. 4'. 20". eſt autem differentia primi numeri arealis reſpondentis gradibus 51. 0'. in calce à numero areali graduum 35.27'.37". qui debetur grad. 50. 50'. in calce, minutorum ſcilicet 6'. 43". & hanc quidem accipio in fronte Tabulæ Proportionalis iam memoratæ, & in area minuta 4'. 20". prioris differentiæ, & in latere colligo minuta 5. ferè auferenda à priore numero in calce comperto, vt ſit quidem numerus quæſitus graduum 50. 55'.

CAPVT QVINTVM.

Tractatio quarundam Analogiarum Sinuum, in quibus Sinus totus non interuenit, per Generalem Tabulam, quarum vſus interdum ad ſolutionem Triangulorum confert.

GEneralis Primi Mobilis Tabula ampliſſimum habet vſum, quippe quæ non tantùm per eam Analogiæ illæ pertractantur, in quibus interuenit Sinus integer vel in primo loco, vel in medio; verum & illæ quoq;, quæ ex tribus Sinibus conſtant abſq; Sinu toto, & exquiritur quartus in proportione, quæ Analogia propoſita fuit Theoremate 35. primi libri; quin etiam per eandem alia quæſita abſtruſa ſolui poſſunt, vt nunc patefaciemus.

Problema Primum.

Datis tribus arcubus, vel angulis, quorum Sinus primi ad Sinum ſecundi ſit, ſicut Sinus tertij ad Sinum quarti ignoti, arcum hunc quartum, vel angulum cognoſcere.

ANalogia 35. Theor. p.[i] lib. quæ ait Sinus laterum eſſe Sinibus oppoſitorum angulorum directè proportionales, ſic per Generalem Tabulam pertractatur. Cùm occurrerit in Triangulo Obliquangulo dari duo latera cum angulo vni eorum oppoſito, vt obtineri poſſit ille angulus, qui alteri dato lateri opponitur; opus eſt ſtatuere pro primo termino illud latus, cui datus angulus opponitur, aliud verò latus datum & angulus datus vtcunq; diſponantur; nihil enim refert, quem volueris alteri aut præponere, aut poſtponere in ſecundo & tertio loco; Vel contrà, cùm datis duobus angulis, & latere vni eorum oppoſito, vt latus aliud, quod alteri dato angulo opponitur, innoteſcat, primus terminus erit angulus, qui opponitur dato lateri, reliqui duo vtcunq; diſponantur. Dupliciter autem operatio hæc tractatur, prout primus terminus fuerit ſecundo maior, vel minor.

Caſus Primus.

CVm igitur primus terminus fuerit maior ſecundo, quære ipſum in fronte Tabulæ, & deſcendendo in area ſub dicto numero ſume ſecũdum terminum, & à latere ſiniſtro numerum ei congruum habebis, quem dicimus Primum inuentum; & eſt quidem is, ad cuius Sinum Sinus totus habet eandem proportionem, quam habet Sinus dicti primi termini ad Sinum ſecundi. Vel ſi expedierit, ſumes primum terminum à latere ſiniſtro, & ſecundum in area è regione illius; nam in fronte, in vtriuſque concurſu, dabitur ipſummet Primum inuentum: cum Primo autem inuento, & cum tertio termino fac lateralem ingreſſum in eademmet Tabula, & in area depromes quartum terminum quæſitum, ad cuius ſcilicet Sinum ſe habet Sinus tertij termini, vt ſe habet Sinus totus ad Sinum dicti Primi inuenti, ideſt vt ſe habet Sinus primi termini ad Sinum ſecundi.

Exemplum.

DAti ſint duo arcus, vnus gr. 54. 50'. maior pro primo termino; & alter gr. 43. 21'. minor pro ſecundo termino: ſit aut tertius terminus angulus gr. 70. 53. qui priori lateri opponitur, & habeat adinuenire angulum alteri oppoſitum, ad cuius ſcilicet Sinum ſe habet Sinus anguli dati, vt ſe habet Sinus primi arcus ad Sinum ſecundi arcus.

Sumo itaque primùm in fronte Generalis Tabulæ primum arcũ gr. 54. 50'. & in area eiuſdem columnæ ſecundum arcum ſeu terminum gr. 43. 21'. & video ei à latere ſiniſtro reſpondere gr. 57. 6'. ferè: poſtea cum hoc inuento numero, & cum angulo gr. 70. 53'. ſeu tertio termino ingredior lateraliter eandem Tabulam, ſumendo vnum in fronte, & alium à latere ſiniſtro, & excipio ex area gr. 52. 30'. pro angulo quæſito, id eſt pro quarto numero, ad cuius Sinum ſe habet Sinus anguli gr. 70. 53'. ſicut ſe habet Sinus arcus gr. 54. 50'. ad Sinum arcus gr. 43. 21'.

Caſus Secundus.

QVòd ſi primus terminus fuerit ſecundo minor, è diuerſo quæres ſecundum in fronte, & primum in area, & à latere ſiniſtro habebis Primum inuentum. Vel ſumes dictum ſecundum terminum à latere ſiniſtro, & primum in area, & in fronte patebit ipſum Primum inuentum. Sinus autem huius Primi inuenti in hoc caſu ſe habet ad Sinum totum, ſicut ſe habet Sinus primi termini ad Sinum ſecundi. Cum hoc autem Primo inuento, & cum tertio termino fac arealem ingreſſum, ſumendo tertium terminum in area, & Primum inuentum in latere ſiniſtro, vt habeas in fronte numerum quartum quæſitum, vel obſeruando primum terminum in fronte, vt prodeat à latere ſiniſtro dictus quartus numerus quæſitus, ad cuius ſcilicet Sinum ſe habebit Sinus tertij termini, vt ſe habet Sinus Primi inuenti ad Sinum totum, id eſt Sinus primi termini ad Sinum ſecundi.

Exemplum.

DAti ſunt nunc duo arcus, nempe primus minor gr. 43. 21′. Secundus maior gr. 54. 50′. cum angulo gr. 52. 30′. qui priori lateri opponitur pro tertio termino. Obſeruo itaque maiorem arcum in fronte, & minorem in area, & colligo à latere ſiniſtro Primum inuentum, nempe gr. 57. 6′. Deinde hunc numerum comperio in fronte, & in area tertium terminũ, nempe gr. 52. 30′. & à latere ſiniſtro mihi offeruntur gr. 70 53′. pro quarto termino quæſita, & eſt angulus, qui ſecundo arcui opponitur, iuxta Theorema trigeſimumquintum superiore libro expoſitum. Praxis hæc in omni alia Analogia procedet, in qua propoſiti ſint tres arcus, vel anguli (vtcunque accipiantur) quorum Sinus primi ſe habeat ad Sinum ſecundi, vt Sinus tertij ad Sinum quarti exquirendi, quales Analogia traduntur Theor. 47. cum ſequentibus Primi libri.

Problema Secundum.

Dato aggregato duorum arcuum, vel angulorum, quorum Sinus ita ſe habeant, ſicut Sinus duorum arcuum, vel angulorum ſeorſim datorum, vtrumque ſeparatim cognoſcere.

DVo arcus ſeorſim dati ita aptentur ad ingreſſum Tabulæ Generalis, vt vnus obſeruetur in fronte, nempe maior, & alter in area, nempe minor, & à latere ſiniſtro reſpondebit numerus ſeruandus pro Primo inuento, facta tamen æquatione ipſorum numerorum per partem proportionalem. Et ſi neceſſitas vrgebit, maior arcus accipiatur à latere ſiniſtro, & minor in area in eadem linea, quoniam in fronte idem Primum inuentum dabitur. Quod Primum inuentum accipe in latere ſiniſtro, & in eadem linea procede, donec frontalis numerus cum areali coniunctus adæquet aggregatum datorum arcuum, vel angulorum, corrigendo tamen numeros per partem proportionalem, cùm fuerit neceſſe, atque ſic duo ipſi numeri erunt quæſiti. Vel Primum inuentum accipe in fronte, & in eadem columna deſcende, quouſque adinuenias numerum, qui cum illo coniunctus reſtituat datum aggregatum, quoniam duo illi numeri erunt quæſiti. Quiſnam autem ipſorum ſit antecedens in proportione, cognoſces ex duobus arcubus ſeorſim datis: nam ſi antecedens ex illis erit maior, etiam maior ex inuentis ſtatuetur pro antecedente. Si verò datorum fuerit minor, minor quoque ex inuentis pro antecedente vſupabitur. Quòd ſi nullibi inueneris numerum arealem cum frontali, vel laterali ſiniſtro conficere aggregatum datum, tunc accipies complementum ipſius aggregati ad ſemicirculum, & cum Primo inuento quæres duos numeros, ſicut ſupra, quorum differentia adæquet dictum complementum: nam minor ex illis, erit minor quæſitorum, & maioris complementum ad ſemicirculum erit maior, qui ſanè ambo prædictum aggregatum æquabunt.

Exemplum Primum.

DAta ſit ſumma duorum arcuum gr. 132. quorum Sinus ſint inter ſe, ſicut Sinus arcus gr. 62. 50′. ad Sinum arcus gr. 53. 25′. 8″. Quæro in fronte Tabulæ maiorem ex his datis arcubus, nempe gr. 62. 50′. & minorem in eadem columna, nempe gr. 53. 25′. 8″. & video à latere ſiniſtro ei reſpondere gr. 64. 30′. quem numerum voco Primum inuentum: hunc autem obſeruo in fronte Tabulæ, & couſque deſcendendo, donec inueniatur, numerum arealem cum numero laterali è regione illius conficere prope gr. 132. nullum autem præcisè comperio, & proinde accipio duos extremos, inter quos verſatur: Et primo quidem è regione lateralis numeri gr. 72. 30′. reſpondet in area numerus gr. 59. 24′. 26″. quorum aggregatum eſt proximè minus, quàm 132. nam eſt gr. 131. 54′. 26″. Deficiẽtibus ab illo aggregato m. 5. 34″. Poſtea è regione lateralis numeri gr. 72. 40′. patent in area gr. 59. 29′. 45″.

vnde

Digitized by Google

vnde aggregatum ex his eſt grad.132.9′.45″. Differentia verò vtriuſque ſic aggregati numeri eſt 15′.19″. iam dico ſi min.15′.19″. id eſt 919. ſecunda euariat decem minuta, quantum euariabunt min.5′.34″. ideſt ſecunda 334? & per debitam operationem comperio min.3′.38″. addenda numero laterali priori gr.72.30′. atque ſic dantur gr.72.33′.38″. pro primo arcu; vnde reliquus erit gr.59.26′.22″. hi enim duo arcus conficiunt gr.132. Dico itaque, ita eſſe Sinum arcus gr.72.33′.38″. ad Sinum arcus gr.59.26′.22″. vt eſt Sinus arcus grad.62.50′. ad Sinum arcus gr.53.25′.8″.

Exemplum Secundum.

DAtum ſit nunc aggregatum duorum arcuum gr.164.23′. quorum Sinus ſint, ſicut Sinus arcus gr.62.50′. ad Sinum arcus gr.53.25′.8″. Obſeruato itaque maiore in fronte, & minore in area comperio à latere gr.64.30′. pro Primo inuento. Quia verò cum hoc Primo inuento inueniri nequeunt, neque per vnum Tabulæ verſum, neque per alium duo numeri, quorum ſumma adimpleat ſummam datam gr.164.23′. idcirco accepto complementum dictæ ſummæ ad ſemicirculum, nimirum gr.15.37′. & cum Primo inuento in fronte Tabulæ comperto, quæro duos numeros, quorum differentia adæquet dictam differentiam, & inuenio quidem arealem minorem, nempe gr.61.43′. & lateralem maiorem gr.77.20′. Complementum igitur huius maioris ad ſemicirculum, accipio pro maiore, nempe gr.102.40′. & alterum retineo pro minore. Vnde pronuncio, inuentos fuiſſe dictos arcus, conditione ſupra expoſita, nam Sinus arcus gr.102.40′. ad Sinum arcus gr.61.43′. eſt, ſicut Sinus arcus gr.62.50′. ad Sinum arcus gr.53.28′.8″. qui fuerunt propoſiti.

Problema Tertium.

Data Differentia duorum arcuum, vel angulorum, quorum Sinus ita ſe habeant, ſicut Sinus duorum oblatorum arcuum, vtrumque arcum ſeorſim elicere.

DVo arcus, vel anguli dati ponantur ad ingreſſum Tabulæ Generalis, eo modo ſicut in præcedente Problemate diximus; vt habeatur Primum inuentum. Poſtea eodem modo conquiratur Primum inuentum in latere ſiniſtro procedendo in eadem linea, donec inter frontalem numerum, & arealem inueniatur differentia data duorum arcuum, vel angulorum incognitorum. Vel obſerua Primum ipſum inuentum in fronte dictæ Tabulæ, & deſcende in eadem columna, ita vt obtineas duos numeros, vnum in area, alium à latere ſiniſtro, quorum differentia ſit eadem cum differentia data, vel ſaltem quàm proximè accedat: corrigendo tamen numeros, vt decet. Atque ſic hi ipſi numeri erunt, quos adinuenire propoſuimus. Qui verò ipſorum ſit antecedens, facile cognoſces, ſicut in præcedente Problemate docuimus.

Exemplum.

OBlata ſit duorum arcuum differentia gr.23.32′. quorum Sinus eandem habeant proportionem, quam habet Sinus arcus gr.62.50′. ad Sinum arcus gr.53.25′.8″. Sumo itaque maiorem ex datis arcubus in fronte, & minorem in area; & patet in latere ſiniſtro Primum inuentum gr.64.30. Procedo poſtea ſub numero frontali gr.64.30′. & inueſtigo numerum arealem, qui quam proximè differat à laterali penes differentiam datam, & is quidem offertur gr.64.24′.52″. è regione lateralis numeri gr.87.50′. inter hos enim patet differentia gr.23.25′8″. ſed oblata differentia fuit gr.23.32′; Vnde harum differentiarum differentia eſt min.6′.52″. Præterea ſequens arealis numerus gr.64.25′.38″. differt à collaterali numero gr.88. gradib.23.34′.22″. à quibus aufero priorem inuentam differentiam gr.23.25′.8″. & exit differentia min.9′.14″. iam dico ſi min.9′.14″. dant minuta 10. quantum dabunt min 6′.52″? & per debitam operationem inuenio min.7′.26″. quæ addita laterali numero primo gr.87.50′. conficiunt.gr.87.57′.26″. pro primo arcu quæſito; ab hoc autem aufero differentiam prius datam gr.23.32′. & prodit ſecundus arcus quæſitus gr.64.25′.26″. Quare pronuncio, ita ſe habere Sinum arcus gr.87.57′.26″. ad Sinum arcus gr.64.25′.26″. qui duo arcus differunt gr.23.32′. ſicut ſe habet Sinus arcus gr.62.50′. ad Sinum arcus gr.53.25′.8″. Memineris tamen, poſſe vti Tabula Proportionali ad vſum Tabulæ Generalis; comperiendo ſcilicet in ipſa frontaliter min.9.14′. & arealiter min.6′.52″. duplici introitu, nam à latere colligentur min.7′.26″. ſicut ſupra.

CAPVT

CAPVT SEXTVM.

Vſurpatio Generalis Tabulæ pro Analogijs quibuſcunque, in quibus da ur Sinus totus in primo loco, vt per eam ſingula quæſita ex dictis Analogijs pr. deuntia valeant vnico laterali ingreſſu colligi.

QVemadmodum data Analogia aliqua Sinuum, in qua totus Sinus primum obtinet locum, vnicus introitus lateralis in Generalem Tabulam ſufficit pro tædioſa operatione per auream Regulam dictæ Analogiæ conueniente, atq; etiam pro Proſtaphæreſi primaria, quæ vicem ſupplet ipſius Analogiæ: ita quoque continget in cæteris Analogijs, quando ſcilicet termini ſunt diſpoſiti per eorum congruam commutationem ad quæſita per Proſtaphæreſin, quam ſecundariam dicimus, colligenda, vt vnico etiam introitu laterali in dictam Generalem Tabulam cum iiſdem terminis, ſeu arcubus commutatis depromi queant eademmet quæſita. Quocirca nulla datur differentia in præparatione ipſorum datorum, vel ad vſurpandam ipſam Proſtaphæreſin Sinuum, vel ad vſum huius Tabulæ per lateralem ingreſſum. Attamen diſcrimen oritur in dignoſcendo arcu, vel angulo optato. Enimuerò is per Proſtaphæreſin dictam manifeſtatur ex numero ipſo prodeunte, ſiue ſit Sinus, ſiue Tangens, vel Secans, comperiendo eum in area Magni Canonis. Sed arcus, qui in Tabula Generali cum ipſis numeris commutatis in area elicitur, vel erit idemmet quæſitus, quando ſcilicet Analogia illa, quæ applicata eſt ad hunc ingreſſum, exhibet in quarto loco Sinum primum, & commutatio vnius tantum termini facta fuerit in ſecundum arcum Tertiæ ſeriei. Vel erit quidem numerus commutandus in quæſitum arcum, vel angulum, quai do Analogia eadem requirit in quarto loco Tangentem, vel Secantem primam, vel ſecundam. Qui ſanè numerus inuentus arealiter in ſerie ſeu ordine conuenienti vel Secantium, vel Tangentium, e. bit à latere quæſitum numerum. Pariter etiam ſi Analogia habet in quarto loco Sinum primum, vel ſecundum, & fuerit facta commutatio vnius termini in arcum primarum tertij ordinis, vel in arcum quarti ordinis, collectus in Tabula numerus debet etiam quæri in area primæ ſeriei; vt habeatur la eralis numerus pro quæſito arcu, vel angulo. Quę omnia in Problematibus Triangulorum Rectangulorum infra abundè tractabuntur.

CAPVT SEPTIMVM.

Constructio, & vſus ſecundæ Tabulæ Primi Mobilis, ſeu Tabulæ ſecundæ Analogiæ.

EX præcedente Magnæ Tabulæ primæ Analogiæ explicatione patere poteſt ratio, & modus, quo reliquę tres Tabulę doctrinę Primi Mobilis tribus reliquis Analogijs reſpondentes conſtruantur, de quibus tamen ſpeciatim agere nunc decreuimus. Tabula itaque ſecundę Analogię elaborata à nobis eſt, multiplicando Sinum vniuſcuiuſq; gradus totius Quadrantis in Secantem ſingulorum graduum totius Quadrantis, & à producto reiectis ſeptem notis, cum reliquo numero deprehendimus arcum ei debitum in columna Sinuum, eumq; in Tabula hac repoſuimus ſub gradu frontali, qui debetur Secanti è regione gradus, ad quem pertinet prædictus Sinus in Secantem multiplicatus. Quare in fronte patent gradus congruentes Secantibus à principio ad finem Quadrantis, ſed à latere dextro non reſpondent gradus totius Quadrantis, ſed deficiunt, vbi gradus lateralis, & frontalis ſimul ſumpti adæquant Quadrantem, ſeu gr. 90. Vt verbi gratia dato in fronte gr. 20. à latere reſpondent ſinguli gradus vſq; ad gr. 70. nec vltra gr. 70. areales numeri expanduntur. Quamobrem ex hoc conſtat, huius Tabulæ vſum non dari, niſi ambo numeri introituales ſimul coacervati minores ſint gr. 90. intelligendo ſcilicet de numeris in fronte Tabulæ, & à latere ſiniſtro ſumptis. Secus autem ſi vnus ſumatur in calce, alter à latere dextro, nam tunc ſemper ſunt 90. gradibus maiores. Sed ſi vnus ſumatur in fronte, & alius à latere dextro; vel vnus in calce, & alter à ſiniſtro, poſſunt quidem coniuncti excedere gr. 90. & non excedere.

Porrò quoniam contingit, cùm ambo numeri introituales, frontalis inquam, & lateralis ſiniſter æquant ſe propemodum Quadranti, ideſt 90. gradibus, numeros ipſos areales per vtrumque verſum Tabulæ inæquabilem valdè, ac citò mutabilem ſubire inter ſeſe differentiam; ideò aliqua tunc diſcrepantia in calculo oboritur, vtendo ipſa ad integros tantum gradus elaborata; vnde quoties opus fuerit maiore præciſione vti in Triangulorum dimenſione; quando occurrerit circa extrema Tabulæ calculus, recurrendum erit ad aliquam aliam Triangulorum dimenſionem, quod tamen rarò euenit.

Adſcripſimus præterea numeros graduum in calce, & à latere dextro aſcendente, qui quidem pertinent ad complementa graduum supernè poſitorum, & à latere ſiniſtro deſcendente. Verum vt

huius

Digitized by Google

huius Tabulæ fabrica clarius percipiatur, exemplum adijciendum eſt, ac propoſitum ſit definire arcum, qui in area ipſius Tabulæ reſpondeat gr.20. in fronte, & gr.50. à latere ſiniſtro. Colligo igitur cum gr.20. in Magno Canone Secantem 1071149,& cum gr.50.Sinum 7660445.quos numeros adinuicem multiplico, & productum partior per integrum Sinum, quod fit abiectione ſeptem dextrarum notarum,& prouenit hic numerus 8152075.quem arealiter comperio in Sinibus,& congruus ei arcus datur gr.54.37'. ferè relictis ſecundis. Nam cùm videremus,differentias arealium numerorum ſubitò variari, & ob id non poſſe haberi ad intermedia minuta calculum in ſecundis, reiecimus ipſa ſecunda, vt planior eſſet ipſius Tabulæ vſus,ac expeditior. Hunc itaque inuentum arcum gr.54.37'. repono in area huius Tabulæ ſub numero frontali gr.20.è directo gr.50. à latere ſiniſtro.

Huiuſce Tabulæ hac ratione constructæ vſus datur per ingreſſus laterales in ſingulis Analogiæ ſecundæ formis, obſeruando vt arcus, vel angulus, ad quem pertinet Secans, ſumatur in fronte, ſi fuerit Secans prima, & in calce, ſi Secans ſecunda. Deinde ille arcus,vel angulus, ad quem refertur Sinus primus,debet accipi à ſiniſtro latere; ſed à dextro latere,ſi ad eum pertineat Sinus ſecundus. Quod autem in area colligitur, erit numerus quæſitus, ſi in Analogia propoſita quartus terminus fuerit Sinus primus. Quòd ſi fuerit Sinus ſecundus, aſſumptus in area numerus erit complementum arcus, vel anguli quęſiti. Analogiæ autem quæ per hanc Tabulam ad calculum reuocantur,proponuntur Theor. 6.7.9.12.& 13.Primi libri, & applicantur ad vſum Triangulorum Rectangulorum Problem.4.5.6.7. & 8. Tertij libri.

Poſtremò, & hoc circa praxin ipſius Tabulæ aduertendum eſt, quod quando fractiones integris gradibus introitualibus adhærent, vtendum eſt correctione per partem proportionalem ope Sexagenariæ Tabulæ tam reſpectu differentiæ collateralis, quàm differentiæ deſcendentis, vel aſcendentis; obſeruando, quòd differentia collateralis ſumatur inter duos gradus, quibus propoſitus arcus à latere acceptus proximior fuerit. Quod vnico hoc exemplo intelliges.

Sit taxandus arcus arealis, qui reſpondet numero frontali gr.20.25'. & laterali numero à ſiniſtra gr.52.40'. Ingreſſus itaque ipſam Tabulam ſub numero frontali integri gradus 20, cum grad.52. capio in area gr.57.0'. & noto differentiam deſcendentem ad ſequentem numerum gr.1.12'. de qua ſumo partem congruentem m.40. adhærentibus grad.52. & hæc eſt 48', quæ addita iam adſeruato areali numero, patefacit ipſum numerum correctum ratione huius differentiæ deſcendentis, nempe grad. 57.48'. ſed indiget idem numerus correctione reſpectu lateralis differentiæ ob minuta 25, quæ ſunt vltra gr.20. frontalis numeri. Sed cùm hæc differentia variabilis ſit, quia è regione numeri lateralis gr.52. inter ipſos frontales numeros proximiores eſt min.34. & è regione numeri lateralis gr.53. eadem eſt min.37. ideo vtor hac poſteriore differentia, quæ eſt min.37. quia propoſitus numerus lateralis vicinior eſt gr.53. Quòd ſi præciſius res tractanda eſſet, deberet accipi differentia min.36. quæ exactè gr.52.40'. reſpondet. De qua differentia competunt min.25. iam dictis pars proportionalis m.15. addenda ipſi prius correcto areali numero, vt prodeat coæquatus ipſe numerus reſpectu vtriuſque differentię gr.58.3'.

CAPVT OCTAVVM.

De Constructione, & vſu Tertiæ Tabulæ Primi Mobilis, ſeu Tabulæ Tertiæ Analogiæ.

TAbulam hanc ſic condidimus. Multiplicauimus Sinus vniuſcuiuſq; gradus totius Quadrantis in Tangentes ſingulorum graduum ab initio ad finem Quadrantis, & facta producti numeri per totum Sinum diuiſione, ideſt abiectis ſeptem notis à dextra, reliquum arealiter quæſiuimus in Tangentium Tabula,vt congruus ei arcus depromeretur, quem in area huius condendæ Tabulæ repoſuimus, ordinando ſcilicet in fronte ſingulos gradus ab initio ad finem Quadrantis, cum quibus Sinus ipſi deſumpti ſunt. In calce verò complementa ipſorum graduum diſpoſuimus. Sed à latere ſiniſtro adſcripſimus eorum graduum ſeriem per totum Quadrantem, cum quibus deſumptæ fuerunt Tangentes, & à latere dextro notauimus complementa eorundemmet graduum per totum Quadrantem. Vt exempli gratia ſit eliciendus arcus, qui ſecundum hanc rationem reponi debet ſub gr.20. numeri frontalis, & è regione lateralis numeri à ſiniſtra gr.15. cum gradibus igitur 20. ſumo Sinum 3420201. & cum gr.15. Tangentem 2679492. quæ in dictum Sinum multiplicata procreat hunc numerum 9164401217892. à quo reciſſis ſeptem notis à dextra, vt per totum Sinum intelligatur diuiſus, remanet quartus numerus proportionalis, nempe Tangens 916440. quæ in Tangentium columna immiſſa oſtendit à latere arcum ei debitum gr.5.14'.10". & eademmet arte explorati ſunt ſinguli arcus areales dictæ Tabulæ ad integros gradus totius Quadrantis per vtramque dimenſionem, præterquam in quibuſdam locis, nempe intra priores 30. gradus frontales, & 30. poſtre-

K mos

Digitized by Google

mos gradus laterales poſt *60*. vbi ſcilicet ad ſextantes gradum per vtrumque verſum, & interdum etiam ſingulis tribus minutis, vel ſingulis minutis, prout neceſſitas vrgebat, Tabulam ipſam ampliauimus, quando ſcilicet differentia inſigniter inter duos numeros areales euariabat.

Contingit autem lateraliter ingredi hanc Tabulam, quando indigemus aliquo arcu, vel angulo, qui Tangenti primæ, vel ſecundæ reſpondeat, quę quartus ſit numerus proportionalis in Analogijs ſecundæ ſpeciei, in quibus ſcilicet Sinus totus primum obtinet locum, & in ſecundo eſt Sinus, ac in tertio Tangens. Nam ſi fuerit Sinus primus in ſecundo loco, arcus eius accipitur in fronte; ſi autem ſecundus, in calce. Deinde ſi fuerit in tertio loco ipſius Analogiæ Tangens prima, accipitur eius arcus à latere ſiniſtro; ſi Tangens ſecunda, à dextro, & in vtriuſque concurſu patet arealiter arcus quæſitus, vel eius complementum. Quare applicari poteſt hic ingreſſus lateralis in Analogijs directis Theor. 17. 18. 19. 20. & 23. Primi libri, quæ ſunt tertiæ ſpeciei, in quibus omnibus eſt Sinus totus ad Sinum primum, vel ſecundum, vt eſt Tangens prima, vel ſecunda, ad Tangentem primam, vel ſecundam. Quæ ſanè Analogiæ deſeruiunt ſolutioni 9. 10. 11. 12. & 13. problematum Tertij libri. Quæ autem diximus in præcedente capite circa praxin, & operationem Secundæ Tabulæ, hic quoque, & in ſequenti capite locum habent.

CAPVT NONVM.

De quarta Primi Mobilis Tabula, quam Analogiæ quartæ Tabulam appellamus.

HÆc Quarta Tabula extat ad integros gradus ſupputata ab egregio Mathematico Eraſmo Reinoldo in ſuis Directionum Tabulis, cum inſcriptione Tabulæ differentiarum aſcenſionaliū. Cuius compoſitionem edocuit vigeſimotertio Præcepto dictarum Tabularum, licet alium eius vſum non tradiderit, vel forſan non cognouerit, qui profectò latè patet præſertim in definiendis rectis Aſcenſionibus affixarum ſtellarum, vt alibi aperiemus. Conſtant autem numeri areales huius Tabulæ ex multiplicatione Tangentium vniuſcuiuſq; gradus Quadrantis per Tangentes ſingulorum graduum, & per totum Sinum diuiſione, & quod prouenit eſt Sinus, qui congruit numero areali dictę Tabulæ. Hi autem numeri areales terminant in *90*. gradus, vbi numerus lateralis ſiniſter, & numerus frontalis ſimul coniuncti adæquant Quadrantem, nec vltra extenditur ad inſtar Tabulæ ſecundæ Analogiæ.

Habent autem ipſi areales numeri differentias tam deſcendentes, quàm laterales ſubitò, ac inęqualiter euariantes circa extremitates ipſius Tabulæ, vt & in ſecunda Tabula contingit, vnde calculus exactus ex ea in illo ſitu non colligitur. Præterea ordinauimus etiam gradus in calce, & à latere dextro, qui pertinent ad complementa graduum ſupernè, & à latere ſiniſtro poſitorum adinſtar dictæ ſecundæ Tabulæ.

Vtemur hac Tabula lateraliter ingrediendo, cùm duo oblati numeri ſimul ſumpti non attingunt Quadrantem, ſi occurrat vnum eſſe accipiendum in fronte, & alium à latere ſiniſtro. Vel cùm duo numeri ſimul coaceruati ſuperant Quadrantem, quando vnus debet accipi in calce, & alius à latere dextro; Secus autem, ſi vnus accipiatur in fronte, & alter à latere dextro, vel vnus in calce, & alius à latere ſiniſtro. Habet verò vſum in Analogijs quartæ ſpeciei hac quidem cautione, vt arcus, vel anguli, ad quos pertinent Tangentes primæ in Analogijs illis ſumantur vel in fronte, vel à latere ſiniſtro. Sed à dextro latere, & in calce obſeruandi ſunt gradus, ad quos pertinent ipſæ Tangentes tanquam ſecundæ. Nihil verò refert, ſi quem libuerit gradum in fronte acceperis, & alium à latere dextro: vel vnum, quem libuerit, in calce, & alium à latere ſiniſtro. Tractantur autem Analogiæ quartę ſpeciei ad hanc Tabulam attinentes, Theor. 21. 24. 27. Primi libri, vt capite tertio huius diximus. Et ad vſum applicantur Probl. 14. 15. & 16. Tertij libri. Quare particularem huiuſce Tabulæ vſum dabimus in dictis Problematibus.

Cæterum non prætermittendum duxi, me in his tribus Tabulis ſecundę, tertię, & quartę Analogiæ ſecunda ſcrupula non appoſuiſſe, quia ſuperuacaneum mihi viſum fuit, calculum his fractionibus perturbare, ac laborioſiorem reddere, hic præſertim, quod ob excreſcentes inæqualiter ſingulorum graduum differentias ſecunda haberi nequeunt, etiamſi areales numeri præſtent ad ſingulos gradus ipſa ſecunda. Quas quidem tabulas in hoc volumine reponere nolui, ſed potius in noſtro opere Tabularum Directionum elapſis annis æditarum, vbi etiam damus Tabulam Primi Mobilis ad integros gradus pro faciliori vſu.

CAPVT

Digitized by Google

CAPVT DECIMVM.

Canones ſex Rectangulorum Triangulorum Sphæricorum, quibus ex duobus vtcumq; in quouis Triangulo Rectangulo datis ſingula quæſita ſpecie cognoſcuntur.

Canon Primus.

Data Baſe cum vno latere, latus tertium, angulum concluſum ſeu adiacentem, & angulum tertium ipſi lateri oppoſitum ſpecie definire.

- Si Baſis fuerit
  - Quadrans & Latus aliud vel
    - Quadrans
      - Latus tertium erit ſimiliter Quadrans
      - Angulus { Concluſus, Tertius } rectus eſt
      - Vt patet in prima figura Rectangulorum c.5. Primi libri.
    - Quadrāte
      - minus, erit
        - Tertium latus Quadrans
        - Angulus { concluſus rectus, Tertius acutus }
        - Vt eſt Triang. FGI ſecundæ figuræ.
      - maius, erit
        - Tertium latus Quadrans
        - Angulus { concluſus rectus, Tertius obtuſus }
        - Vt eſt Triangulo F H G ſecundæ figuræ.
  - Quadrante
    - minor, atq; aliud latus fuerit Quadrante
      - minus, erit
        - Tertium latus Quadrante minus
        - Angulus { concluſus, tertius } acutus
        - Vt eſt Triang. A D C tertię figuræ.
      - maius, erit
        - Tertium latus Quadrante maius
        - Angulus { concluſus, tertius } obtuſus
        - Vt eſt Triang. B C D tertię figuræ.
    - maior, & aliud latꝰ fuerit Quadrante
      - minus, erit
        - Tertium latus Quadrante maius
        - Angulus { concluſus obtuſus, tertius acutus }
        - Vt patet in Triāg. A D E, ſumēdo cū Baſi E D latꝰ A D.
      - maius, erit
        - Tertium latus Quadrante minus
        - Angulus { concluſus acutus, tertius obtuſus }
        - Vt in eodē Triāg. ADE, ſūpto latere E A, cum Baſi E D.

Digitized by Google

Primi Mobilis
Canon Secundus.

Data Baſe cum vno angulo, angulum reliquum, latus adiacens, & latus oppoſitum ſpecie cognoſcere.

Si Baſis fuerit

- Quadrans, & datus angulus fuerit, vel
  - Rectus, erit
    - Angulus reliquus rectus
    - Latus adiacens, oppoſitũ Quadrans
    - Vt patet in prima figura Rectangulorum.
  - Acutus, erit
    - Angulus reliquus rectus
    - Latus adiacens Quadrans; oppoſitum Quadrãte minus
    - Vt eſt Triangulum F C I ſecundæ figuræ Rectangulorum.
  - Obtus⁹, erit
    - Angulis reliquus rectus
    - Latus adiacens Quadrans; oppoſitum Quadrãte maius.
    - Vt eſt Triangulum F H G. ſecundæ figuræ Rectangulorum.
- Quadrante
  - minor, & datus angulus fuerit
    - Acut⁹, erit
      - Angulus reliquus acutus
      - Latus adiacens, oppoſitũ minus Quadrante
      - vt in Triang. A D C tertię figurę Rectãgulorum.
    - Obtuſus, erit
      - Angulus reliquus obtuſus
      - Latus adiacens, oppoſitũ maiora Quadrãtibus
      - Vt in Triang. C B D, tertiæ figurę Rectãg.
  - maior, & datus angulus fuerit
    - Acutus, erit
      - Angulus reliquus obtuſus
      - Latus adiacẽs, mai⁹; oppoſitum, minus — Quadrãte
      - Vt eſt Triangul. A D E, tertiæ figuræ ſumpta Baſi D E cum angulo D E A.
    - Obtuſus, erit
      - Angulus reliquus acutus
      - Latus adiacens, minus; oppoſitũ maius — Quadrãte
      - Vt eſt idẽ Triãgul. A D E, ſumpto tamen angulo D cum eadem Baſe.

Canon Tertius.

Dato latere cum angulo oppoſito ſingula quæſita ſpecie explorare, quæ ſunt Baſis latus aliud, & angulus alter: ſi ſaltem vnum ex ipſis ſpecie detur.

Si datum latus fuerit

- Quadrãs, & datus angulus erit neceſſario rectus, cum neq; acutus neq; obtuſus dari poſſit. Tunc
  - Baſis erit Quadrans.
  - Latus aliud / Angulus alter: variant, ſed vno eorum ſpecie cognito cognoſcim⁹ alterũ. Nam ſi vel
    - Alter angulus fuerit
      - Rectus, latus aliud erit Quadrans, vt in prima figura. Cap.5. Primi libri.
      - Acutus, latus aliud erit Quadrante minus, vt in Triangulo FIG ſecundæ figuræ eiuſdem capitis patet.
      - Obtuſus, latus aliud erit Quadrante maius, vt in Triãgulo FHG, ſecundæ figuræ.
    - Lat⁹ aliud fuerit
      - Quadrans, angulus reliquus rectus erit, vt in prima figura iam dicta.
      - Quadrãte
        - minus, acutus
        - maius, obtuſus
        - Erit angulus reliqu⁹, vt patet in Triangulis, FHG, FGI, ſecundæ figuræ.
- Quadrante
  - minus, & datus angul⁹ acutus neceſſariò erit, vt patet in figura 3. Cap.5. Primi lib.
  - maius, & datus angulus obtuſus erit neceſſariò, vt patet ex figura eadem.
  - Vtroq; caſu
    - Baſis / Latus aliud / Angulus alter: Variant, vt ex tertia figura conijci poteſt, nec aliquid certi colligere poſſumus, niſi vno horum trium cognito. Vide ſignum *

Itaq;

Digitized by Google

* Itaq; ſi exiſtēte latere dato Quadrante

- minore, fuerit vel
  - Baſis Quadrante
    - minor, erit
      - Latus aliud Quadrante minus
      - Angulus alter acutus
      - Vt patet in eodem Triangulo A C D tertiæ figuræ.
    - maior, erit
      - Latus aliud Quadrante maius
      - Angulus alter obtuſus
      - Vt videre eſt ĩ Triangulo F D E eiuſdem figuræ.
  - Latus aliud Quadrante
    - minus, erit
      - Baſis Quadrante minor
      - Angulus alter acutus
      - Vt patet in eodem Triangulo A C D.
    - maius, erit
      - Baſis Quadrante maior
      - Angulus alter obtuſus
      - Vt in eodem patet Triangulo B D E.
  - Angulus alter
    - acutus, erit
      - Baſis Quadrante minor
      - Latus aliud Quadrante minus
      - Vt patet in eodem Triangulo A D C.
    - obtuſus, erit
      - Baſis Quadrante maior
      - Latus aliud Quadrante minus
      - Vt conſtat in eodē Triangulo B D E.
- maiore, fuerit, vel
  - Baſis Quadrante
    - minor, erit
      - Latus aliud Quadrante maius
      - Angulus alter obtuſus
      - Vt eſt in Triãgulo C B D. tertię figu.
    - maior, erit
      - Latus aliud Quadrante minus
      - Angulus alter acutus
      - Vt conſtat in eodē Triangulo B D E.
  - Latus aliud Quadrante
    - minus, erit
      - Baſis Quadranre maior
      - Angulus alter acutus
      - Vt conſtat in eodē Triangulo B D E.
    - maius, erit
      - Baſis Quadrante minor
      - Angulus alter obtuſus
      - Vt in eodem Triãgulo C B D.
  - Angulus alter
    - acutus, erit
      - Baſis Quadrante maior
      - Latus aliud Quadrante minus
      - Vt in eodem Triãgulo B D E.
    - obtuſus, erit
      - Baſis Quadrante minor
      - Latus aliud Quadrante maius
      - Vt in eodem Triangulo C B D.

Canon

Digitized by Google

Canon Quartus.

Dato latere cum angulo adiacente: reliqua ſpecie innoteſcunt, nempe alter angulus aliud Latus, & Baſis.

- Si datũ latus fuerit
  - Quadrans, & datus angul⁹ fuerit
    - Rectus, erit
      - Angulus reliquus ſimiliter rectus
      - Latus aliud Quadrans
      - Baſis Quadrans
      - Vt patet in prima figura Rectangulorum
    - Acut⁹, erit
      - Angulus reliquus rectus
      - Latus aliud Quadrante minus
      - Baſis Quadrans
      - Vt eſt Triangulum F G I ſecundæ figuræ.
    - Obtus⁹, erit
      - Angulus reliquus rectus
      - Latus aliud Quadrante maius
      - Baſis Quadrans
      - Vt in Triangulo F H G. ſecundæ figuræ.
  - Quadrãte
    - minus, & angul⁹ datus
      - Acutus, erit
        - Angulus reliquus acutus
        - Latus aliud Quadrante minus
        - Baſis Quadrante minor
        - Vt in Triangulo C D A 3. figuræ.
      - Obtus⁹, erit
        - Angulus reliquus acutus
        - Latus aliud Quadrante maius
        - Baſis Quadrante maior
        - Vt ĩ Triã. A D E B D E. 3. figuræ.
    - maius, & angul⁹ datus
      - Acutus, erit
        - Angulus reliquus obtuſus
        - Latus aliud Quadrante minus
        - Baſis Quadrante maior
        - Vt eſt Triãgulũ BDE. vel DAE.
      - Obtus⁹, erit
        - Angulus reliquus obtuſus
        - Latus aliud Quadrante maius
        - Baſis Quadrante minor
        - Vt videre licet in Triang. B C D.

Canon

Digitized by Google

Primi Mobilis
Canon Quintus.

Datis duobus lateribus circa rectum, reliqua ſpecie dantur, hoc eſt Baſis cum vtroque angulo obliquo.

Si latera rectum ambientia fuerint affectionis

- Eiuſdem, hoc eſt ambo, vel
  - Quadrantes
    - Tertium latus Quadrãs eſt
    - Reliqui anguli ſunt recti
    - Vt in prima figura Rectãgulorũ.
  - Quadrãtibꝰ ſigillatim
    - minora, erit
      - Baſis Quadrante minor
      - Vterq; angulus acutus
      - Vt in Triang. CDA tertiæ figuræ.
    - maiora, erit
      - Baſis Quadrante maior
      - Vterq; angulus obtuſus
      - Vt in Triangulo CBD 3. figuræ.
- Diuerſæ, hoc eſt vel
  - Quadrãs vnũ & aliud Quadrante
    - minus, erit
      - Baſis Quadrans
      - Angulus oppoſitꝰ
        - Quadrãti rectus
        - minori lateri acutꝰ
      - Vt in Triangulo FGI 2. figuræ.
    - maius, erit
      - Baſis Quadrans
      - Angulus oppoſitꝰ
        - Quadranti rectus
        - maiori lateri obtusꝰ
      - Vt in Triangulo HFG. 2. figuræ.
  - Vnum minus & Aliud maius
    - Quadrãte, erit
      - Baſis Quadrante maior
      - Angulus oppoſitꝰ lateri
        - maiori obtuſus
        - minori acutus
      - Vt in Triangulis BDE. ADE tertiæ figuræ.

Digitized by Google

Canon Sextus.

Datis duobus angulis obliquis, Baſin, & reliqua latera ſpecie definire.

- Si duo anguli fuerint affectionis
  - Eiuſdem, hoc eſt, vel ambo
    - Recti:
      - Baſis eſt Quadrans
      - Latera reliqua ſunt Quadrantes
      - Vt in prima figura Rectangul.
    - Acuti, erit
      - Baſis minor Quadrante
      - Latus vtrumq; minus Quadrante
      - Vt in Triang. C A D 3. fig.
    - Obtuſi, erit
      - Baſis minor Quadrante
      - Latus vtrumq; maius Quadrante
      - Vt in Triang. CDB 3. fig.
  - Diuerſæ hoc eſt, vel
    - Rectus vnus & Alter, vel
      - Acutus, erit
        - Baſis Quadrans
        - Latus oppoſitum
          - Recto Quadrans.
          - Acuto minus Quadrante
        - Vt in Triangulo FGI ſecundæ figuræ.
      - Obtusꝰ, erit
        - Baſis Quadrans
        - Latus oppoſitum
          - Recto Quadrans
          - Obtuſo Quadrante maius
        - Vt in Triang. FG H ſecundæ figuræ.
    - Acutus vnus & Obtuſus alter erit
      - Baſis maior
      - Latus oppoſitum
        - Obtuſo maius quadrāte.
        - Acuto minus Quadrāte.
      - Vt in Triangulis A D E, B D E tertiæ figuræ.

CAPVT VNDECIMVM:
De ſoluendorum Obliquangulorum Triangulorum formis.

SOlutio Obliquangulorum Triangulorum non eſt ſimplex, ſicuti Rectangulorum, ſed commixta ac perplexa magis, cum ad quodlibet quæſitum indagandum plura inuenta, quæ diuerſis explorari poſſunt vijs, neceſſaria ſint. Quocirca non poſſunt Obliquangulorum ſolutioni adeò diſtinctæ aſſignari formæ, ſicut in Rectangulis.

Prima itaque ſolutionis forma Obliquangulorum tractatur per reductionem Trianguli Obliquanguli ad duo Rectangula, quæ ſanè Triangula Rectangula ſeparatim dimetiuntur, vt Obliquanguli quæſita prodeant. Hæc autem ſolutio Generalis non eſt ſingulis Triangulis Obliquangulis; deſeruit tamen ſingulis Problematibus Obliquangulorum, relictis duobus primis, in quibus reductio Obliquanguli in duo Rectangula obſeruari nequit commodè.

Secunda ſoluendorum huiuſmodi Triangulorum forma traditur per Sinus rectos tantum, vel per Sinus rectos & verſos ſimul, manente integro ipſo Triangulo. Sed nec hæc ad ſingula Triangulorum Obliquangulorum quæſita exploranda ſufficiens eſt.

Tertia forma oritur, adhibits in calculo, præter Sinus, Tangentibus & Secantibus, manente quoque ipſo Triangulo integro. Sed non habet vſum in ſingulis Obliquangulis.

Quartam formam vocamus per Proſtaphæreſin Sinuum; impropriè tamen, cùm ſingula inuenta, quæ ad quæſitum colligendum concurrunt, per ipſam Proſtaphæreſin non colligantur, ſed aliqua tantummodo. Non eſt autem hæc forma communis ſingulis Obliquangulis.

Quinta forma dimetiendi Obliquangula proponitur à nobis per ſolam Generalem Primi Mobilis Tabulam, ſeu primæ Analogiæ. Quæ ſanè generalis eſt ad omnia huiuſmodi Triangula.

Sexta forma traditur per alias etiam Tabulas Primi Mobilis præter ipſam primam, ſecundum quam formam vtimur duabus ex his quatuor Primi Mobilis Tabulis. Quas omnes formas ſequemur in dimenſione huiuſmodi Triangulorum, quam in Quarto libro tractabimus.

Septima, ac poſtrema forma ſoluendi Triangula Obliquangula proponitur per Organa ſeu Inſtrumenta ad hoc idonea, ſicut de Rectangulis diximus.

Caput

Digitized by Google

CAPVT DVODECIMVM.

Canones ſex Obliquangulorum Triangulorum Sphæricorum, quibus ex tribus vtcunque datis, ſingula quæſita ſpecie patent.

Canon Primus.

Datis tribus Lateribus, anguli ſinguli ſpecie patent.

Si tria data latera fuerint affectionis

- Eiuſdem, hoc eſt vel ſingula ſigillatim Quadrātibus
  - maiora; omnes anguli ſunt obtuſi, vt patet in quartafigura Obliquangulorum, nempe in Triangulo TSV.
  - minora
    - Duo anguli ſunt ſemper acuti.
    - Tertius angulus, qui maximo lateri opponitur, variat. Nam poteſt eſſe, vel
      - acutus, vt in Triangulo ABC primæ figuræ.
      - obtuſus, vt patet in Triangulo FGI ſecundæ figuræ.
- Diuerſæ, hoc eſt vel vnum
  - Quadrās, & reliqua duo affectionis
    - Eiuſdem, ſiue ſigillatim Quadrātib.
      - minora, erit angulꝰ oppoſitus
        - Quadranti obtuſus
        - Singulis reliquis duobus lateribus acutus.
        - Vt cōſtat in Triangulo PNQ 3.fi.
      - maiora, erunt ſinguli anguli obtuſi. Vt patet in Triangulo OMN tertiæ figuræ.
    - Diuerſæ, nēpe alterum Quadrante
      - minus
      - maius
      - erit angulꝰ oppoſitus
        - Quadranti acutus
        - minori lateri acutus
        - maiori lateri obtuſus.
        - Vt patet ī Triang. MNQ, ONP tertiæ figuræ.
  - Quadrāte
    - maius, & reliqua duo Quadrātibꝰ ſigillatī minora, erit ang. oppoſitꝰ
      - maiori lateri obtuſus
      - minori vtriq; lateri acutus
      - Vt conſtat in Triangul. PTS, RSZ, & SVZ quartæ figuræ.
    - minꝰ, & reliqu. duo Quadrāub. ſigillatim maiora, tūc angulus oppoſitꝰ
      - Maximo lateri eſt ſemper obtuſus.
      - Vtriq; reliquo lateri variat. Nā quandoq;
        - ambobus reliquis lateribus opponūtur anguli
          - Obtuſi, vt patet in Triāg. GLI 2.fig.
          - Acuti, vt ī Triāg. LHI. FLH. ſecundæ figuræ.
        - opponit angulus
          - Acutus minimo lateri
          - Obtusꝰ alteri lateri
          - Vt in Triang. EDA DAB. & EAC primæ figuræ.

Digitized by Google

Primi Mobilis
Canon Secundus.

Datis tribus angulis Obliquanguli Trianguli latera ſingula ſpecie definire.

Si dati anguli fuerit omnes affectionis

- Eiuſdem, hoc eſt vel
  - Obtuſi
    - Duo latera ſemper ſunt Quadrantibus maiora
    - Tertium latus variat. Nam poteſt eſſe vel
      - Quadrans, vt in Triangulo MON Tertiæ figuræ.
      - Quadrante
        - minus, vt in Triang. GLI ſecundæ figuræ.
        - maius, vt in Triang. T,S R quartæ figuræ.
  - Acuti, omnia latera ſunt Quadrantibus minora, vt eſt Triangulum ABC primæ figuræ.
- Diuerſæ, hoc eſt
  - Duo acuti & Vn⁹ obtus⁹. — Latera oppoſita variantur; nam vel erit latus oppoſitũ obtuſo
    - Quadrãs, & laterũ reliquorũ vel Quadrante
      - Vtrumq;
        - minus, vt eſt Triãgulum QNP. tertiæ figuræ.
        - maius. Vt eſt Triãgulnm MNO. tertiæ figuræ.
      - alterũ maius & alterũ min⁹ — Vt in Triang. MNQ. & ONP tertiæ fig.
    - Quadrante maius, & laterum reliquorũ Quadrante
      - Vtrunq; minus. Vt in Triang. OVZ, vel RTS, quartæ fig.
      - alterũ maius & alterũ min⁹ — Vt eſt Triãgul. FLH. vel LIH. ſecundæ figuræ.
  - Duo obtuſi & Vnus acut⁹ — erit latus oppoſitum
    - acuto minus
    - Vni obtuſo
    - Alteri obtuſo
    - — maius — Quadrãte. Vt in Triangulis EAC, DAB, DAE primæ fig.

Digitized by Google

Canon Tertius.

Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo comprahenſo, tertium latus, & vel quos angulos ſpecie notificare.

- **Si latera includentia**
  - Acutum fuerit af fectionis
    - Eiuſdem, hoc eſt ãbo Quadrantibus
      - minora
        - Tertium latus minus eſt Quadrante
        - Reliqui duo anguli variant. Nam aut ſunt
          - acuti ambo. Vt in Triãg. A B C primæ fig.
          - Vnus acutus & alter obtus⁹ — Vt in Triang. F G L. 2. fig.
      - maiora
        - Tertiũ lat⁹ minus eſt Quadrante
        - Reliquo duo anguli variant. Nã aut ſunt
          - obtuſi ãbo, Vt ĩ Triãg. EDA, EAC, DAB. prim. fig.
          - acutus vnus & obtus⁹ alter — Vt in Triang. LIH, & LHF ſecundæ figuræ.
    - Diuerſæ, & vel vnũ
      - Quadrans & aliud Quadrante
        - minus, erit
          - Tertium latus Quadrante minus.
          - angulus oppoſitus: Quadranti obtuſus. Lateri minori acut⁹. — Vt ĩ Triang. QNP. 3. fig.
        - maius, erit
          - Tertium latus Quadrante minus.
          - angulus oppoſitus: Quadranti acutus. lateri quadrante maiori obtuſus — Vt in Triãg. MNQ tertiæ figuræ.
      - minus & mai⁹ aliud
        - Quadrãte, erit
          - Tertiũ latus variũ. i. quãdoq; Quadrãte
            - maius, Vt in Triãg. I L H. 2. fig.
            - minus, Vt in Triang. P T S, & S V Z, quartæ figuræ.
          - minori lateri acut⁹, maiori lat. obtuſus — angulus oppoſitus.
  - Obtuſũ fuerit af fectionis
    - Eiuſdem, ideſt ambo Quadrante
      - minora, erit
        - Tertium latus Quadr. maius
        - Vterq; angul⁹ reliqu⁹ acutus
        - Vt ſunt Triangula T R S, R S Z, S Z V quartæ figuræ.
      - maiora, erit
        - Tertium latus variũ, quandoque Quadrãte
          - minus, Vt G L I Triangul. ſecundæ formæ.
          - maius, Vt T S V Triangul. quartæ figuræ.
        - Vterq; angulus reliquus obtuſus.
    - Diuerſæ, & vel vnũ
      - Quadrans & aliud Quadrante
        - minus, & tunc erit
          - Tertium latus Quadrante maius.
          - Vterq, ang. reliqu⁹ acut⁹. — Vt in Triãg. MNQ & ONP, tertiæ fig.
        - maius, erit
          - Latus tertium Quadrante maius.
          - Vterq; angulus reliquus obtuſus. — Vt in Triãg. O M N. 3. fig.
      - minus & mai⁹ aliud
        - Quadrãte, erit
          - Tertium latus Quadrante maius.
          - Vterq; angulus reliqu⁹ varius, nam poſſunt eſſe vel
            - Acuti ambo, Vt in Triãg. FLH. 2. fig.
            - Obtuſi ambo, Vt in Triãg. GLI. 2. fig.
            - Acutus vnus minori, Obtuſus alter maiori — Lateri oppoſitus, Vt ĩ Triangu. D A B. E A C. 1. fig

Primi Mobilis
Canon Secundus.

Datis tribus angulis Obliquanguli Trianguli latera ſingula ſpecie diffinire.

Si dati anguli fuerit omnes affectionis
- Eiuſdem, hoc eſt vel
  - Obtuſi
    - Duo latera ſemper ſunt Quadrantibus maiora
    - Tertium latus variat. Nam poteſt eſſe vel
      - Quadrans, vt in Triangulo MON Tertiæ figuræ.
      - Quadrante
        - minus, vt in Triang. GLI ſecundæ figuræ.
        - maius, vt in Triang. TSR quartæ figuræ.
  - Acuti, omnia latera ſunt Quadrantibus minora, vt eſt Triangulum ABC primæ figuræ.
- Diuerſæ, hoc eſt
  - Duo acuti & Vnꝰ obtuſꝰ. Latera oppoſita variantur; nam vel erit latus oppoſitũ obtuſo
    - Quadrãs, & laterũ reliquorũ vel Quadrante
      - Vtrumq;
        - minus, vt eſt Triãgulum QNP. tertiæ figuræ.
        - maius. Vt eſt Triãgulum MNO. tertiæ figuræ.
      - alterũ maius & alterũ minꝰ. Vt in Triang. MNQ. & ONP tertiæ fig.
    - Quadrante maius, & laterum reliquorũ Quadrante
      - Vtrunq; minus. Vt in Triang. OVZ, vel RTS, quartæ fig.
      - alterũ maius & alterũ minꝰ. Vt eſt Triãgul. FLH. vel LIH. ſecundæ figuræ.
  - Duo obtuſi & Vnus acutꝰ. erit latus oppoſitum
    - acuto minus
    - Vni obtuſo / Alteri obtuſo — maius
    - Quadrãte. Vt in Triangulis EAC, DAB, DAE primæ fig.

Digitized by Google

Canon Tertius.

Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo comprahenſo, tertium latus, & vel quos angulos ſpecie notificare.

Si latera includentia

- Acutum fuerit affectionis
  - Eiuſdem, hoc eſt ābo Quadrantibus
    - minora
      - Tertium latus minus eſt Quadrante
      - Reliqui duo anguli variant.
      - Nam aut ſunt
        - acuti ambo. Vt in Triāg. A B C primæ fig.
        - Vnus acutus & alter obtusꝰ — Vt in Triang. F G L. 2. fig.
    - maiora
      - Tertiū latꝰ minus eſt Quadrante
      - Reliquo duo anguli variant. Nā aut ſunt
        - obtuſi ābo, Vt ī Triāg. EDA, EAC, DAB. prim. fig.
        - acutus vnus & obtusꝰ alter — Vt in Triang. LIH, & LHF ſecundæ figuræ.
  - Diuerſæ, & vel vnū
    - Quadrans & aliud Quadrante
      - minus, erit
        - Tertium latus Quadrante minus.
        - angulus oppoſitus
          - Quadranti obtuſus.
          - Lateri minori acutꝰ.
          - — Vt ī Triang. QNP. 3. fig.
      - maius, erit
        - Tertium latus Quadrante minus.
        - angulus oppoſitus
          - Quadranti acutus.
          - lateri quadrante maiori obtuſus
          - — Vt in Triāg. MNQ tertiæ figuræ.
    - minus & maiꝰ aliud — Quadrāte, erit
      - Tertū latus variū. i. quādoq; Quadrāte
        - maius, Vt in Triāg. I L H. 2. fig.
        - minus, Vt in Triang. P T S, & S V Z, quartæ figuræ.
      - minori lateri acutꝰ, maiori lat. obtuſus — angulus oppoſitus.
- Obtuſū fuerit affectionis
  - Eiuſdem, ideſt ambo Quadrante
    - minora, erit
      - Tertium latus Quadr. maius
      - Vterq; angulꝰ reliquꝰ acutus
      - — Vt ſunt Triangula T R S, R S Z, S Z V quartæ figuræ.
    - maiora, erit
      - Tertium latus variū, quandoque Quadrāte
        - minus, Vt G L I Triangul. ſecundæ formæ.
        - maius, Vt T S V Triangul. quartæ figuræ.
      - Vterq; angulus reliquus obtuſus.
  - Diuerſæ, & vel vnū
    - Quadrans & aliud Quadrante
      - minus, & tunc erit
        - Tertium latus Quadrante maius.
        - Vterq, ang. reliquꝰ acutꝰ.
        - — Vt in Triāg. MNQ. & ONP, tertiæ fig.
      - maius, erit
        - Latus tertium Quadrante maius.
        - Vterq; angulus reliquus obtuſus.
        - — Vt in Triāg. O M N. 3. fig.
    - minus & maiꝰ aliud — Quadrāte, erit
      - Tertium latus Quadrante maius.
      - Vterq; angulus reliquꝰ varius, nam poſſunt eſſe vel
        - Acuti ambo, Vt in Triāg. FLH. 2. fig.
        - Obtuſi ambo, Vt in Triāg. GLI. 2. fig.
        - Acutus vnus minori / Obtuſus alter maiori — Lateri oppoſitus, Vt ī Triangu. D A B. E A C. 1. fig

Canon

Digitized by Google

Primi Mobilis
Canon Quartus.

Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere interiacente, reliquum angulum, & reliqua latera ſpecie determinare.

Si latus datis angulis interiacẽs fuerit

- Quadrãs, & anguli ad acentes vel
  - Acuti ambo, erit
    - Tertius angulus obtuſus.
    - Vtrumq; latus reliquum minus Quadrante.
    - Vt in Triangulo QPN tertiæ figuræ.
  - Obtuſi ãbo, erit
    - Tertius angulus obtuſus.
    - Vtrumq; latus reliquum maius Quadrante.
    - Vt in Triangulo OMN tertiæ figuræ.
  - Acutus vnus & Obtuſus alter erit
    - Tertius angulus acutus.
    - Latus op poſitum
      - Obtuſo maius Quadrante
      - acuto minus Quadrante
    - Vt in Triangulo MNQ ONP eiuſdem tertiæ figuræ.
- min⁹, & ãguli adiacentes vel
  - Acuti ambo, erit
    - Tertius angulus vari⁹, hoc eſt vel
      - Acutus, vt in Triangulo ABC primæ fig.
      - Obtuſus, vt in Triang. GLF ſecundæ fig.
    - Vtrumque latus Quadrante minus.
  - Obtuſi ãbo, erit
    - Tertius angulus varius, interdum ſcilicet
      - Acutus, vt in Triang. EDA. ADB. EAC. primæ figuræ.
      - Obtuſus, vt in Triang. GLI ſecundæ figuræ.
    - Vtrumq; latus reliquum Quadrante maius
  - Acutus vnus & Obtus⁹ alter erit
    - Tertius angulus acutus
    - Vtrumq; latus varium, interdum enim
      - minora ambo Quadrantibus, vt in Triang. FGL ſecundæ figuræ.
      - maiora ambo Quadrantibus, vt in Triãg. LHI & FLH ſecũdæ fig.
      - maius vnum quod obtuſo & minus alterũ quod acuto opponitur, vt in Triang. TPS. ZVX quartæ figuræ.
- Quadrãte
- maius & ãguli adiacentes vel
  - Acuti ambo, erit
    - Tertius angulus obtuſus.
    - Vtrũq; reliquorum laterum variũ, aut enim sũt
      - minora ambo Quadrãtibus, vt in Triangulis RSZ, SVZ, & TRS quartæ fig.
      - minus vnum & maius aliud Quadrante, vt in Triangulis FLG LIH ſecundæ figuræ.
  - Obtuſi ambo, erit
    - Tertius angu. obtuſus.
    - Vtrumq; latus varium Quandoq; enim ſunt
      - minora ambo Quadrantibus, vt in Triang. STV quartæ figuræ.
      - maius vnum & minus alterũ Quadrante, vt in Triãg. GLI 4. fig.
  - Obtuſus vnus & Acutus alter erit
    - Tertius angul. varius, interdũ
      - Acutus, vt in LIH, FLH ſecundæ fig.
      - Obtuſus, vt in Triangulis EDA DAB EAC primæ figuræ.
    - Latus Quadrante
      - maius, quod obtuſo
      - minus, quod acuto
      - angulo opponitur

Canon

Canon Quintus.

Datis Trianguli Obliquanguli duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, reliquum latus, & reliquos angulos ſpecie determinare.

Si angulus datus fuerit
- Acutus, & latera data affectionis
  - Eiuſdē, id eſt ambo Quadrantibus
    - maiora, erit
      - Latus Tertium Quadrante minus
      - Angulus
        - concluſus acutus.
        - tertius obtuſus.
      - Vt in Triangulis FLH, & HLI ſecundæ figuræ.
    - minora, ſingula qſita variant. Quòd ſi latus tertium fuerit, vel
      - Quadrans.
      - Quadrante maius.
        - erit ang. comprehenſus obtuſus, tertius acutus. Vt in Triang. QNP tertiæ fig. & PTS, SVZ quartæ.
      - Quadrante minus, nil certi colligetur, cum his tribus modis anguli varient. Aut enim eſt
        - 1. angulus comprehenſus & Tertius. acutus vterq; , vt in Triang. ABC primæ figuræ.
        - 2. angulus comprehenſus obtuſus, tertius acutus. Vt in Triang. FGL 2. figuræ, ſumendo latera FG, FL
        - 3. angulus comprehenſus acutus, terti' obtuſus. Vt in eodē Triāg. FGL ſumēdo lat. FG, GL cū āg. FLG.
  - diuerſę, vel
    - Quadrans vnum, & aliud Quadrāte, ſiue
      - maius, erit
        - Tertium latus minus Quadrante
        - angulus
          - concluſus acutus
          - tertius obtuſus
        - Vt in Triang. ONP, MNQ tertiæ figuræ.
      - minus, reliqua ſunt incerta. Sed vno cognito reliqua patēt. His enim duob' modis ſeſe habent
        - Primo eſt: Tertium latus minus & Ang. concluſus acutus & Angu. tertius obtuſus. Vt in Triangulo QNP tertiæ figuræ.
        - Secundo eſt: Tertium latus maius & Ang. cōcluſus obtuſus & Angul' tertius acutus. Vt in Triangulis ONP, PQN tertiæ figuræ.
    - Quadrāte maius vnum, minus aliud, tunc
      - Tertius angulus eſt ſemper obtuſus.
      - Angulus comprehenſus, Tertium latus: Variant quadrupliciter, vel enim eſt
        - Primo: Angu. cōprehenſus acu. Latus 3. maius Quadr. Vt in tri. LIH ſecundę figuræ.
        - Secūdo: compr. ang. acutus, latus 3. minus Quadr. Vt ī Tri. SVZ, & PTS quartę figuræ.
        - Tertio: Cōpr. ang. acutus, Tertiū lat' Quadrans. Vt ī Tri. ONP, MNQ 3. figurę.
        - Quarto: cōprēhēſus ang. obtus' 3. latus maius Quadr. Vt ī Tri. EDA, DAB, EAC primæ fig.
- Obtuſus: Vide ſignum A

A Si

Digitized by Google

A Si datus angulus fuerit Obtuſus, & latera data affectionis

- Eiuſdē, hoc eſt ambo vel Quadrātib.
  - minora, erit
    - Tertium latus Quadrante minus
    - angulus concluſus / tertius — acutus.
    - Vt in Triangulo F G L ſecundæ figuræ.
  - maiora, ſingula quæſita variant. Quòd ſi latus tertium fuerit vel
    - Quadrans / Quadrante maius — erit vterq; angulus nēpe compræhenſus / tertius — Obtuſus. Vt in Triangulis M N O Tertiæ, & T V S quartæ figuræ.
    - Quadrante minus, nil certi colligitur ob varietatem ipſorum angulorū triplicem. Dantur.n.
      - Primo angulus. couclusus acutus / tertius obtuſus — Vt in Triangulis A D E, D A B, E A C primæ figuræ.
      - Secūdo angulus concluſus / tertius — Obtuſus. Vt in Triangulo G L I ſecundæ figuræ.
      - Tertiò angulus concluſus / tertius — acutus. Vt in Triangulis L I H, I L H ſecundæ figuræ.
- Diuerſæ ſiue
  - Quadrans vnum, & aliud Quadrante
    - minus, erit
      - Latus tertium Quadrante minus
      - Angulus compræhenſus acutus / tertius acutus. — Vt in Triang. QNP tertiæ figuræ.
    - maius, reliqua ſunt incerta. Sed vnodato cætera patēt. Dupliciter.n. variant
      - Primo eſt: Tertiū latus Quadrante minus. Ang. compræhenſus / Angulus tertius — acutus. Vt ī Tri. O N P, M Q N tertiæ figuræ.
      - Secūdo eſt: Tertium latus Quadrante maius. Angulus comprehenſus obtuſus / tertius obtuſus. — Vt in Triangulo M O N tertiæ figuræ.
  - Quadrāte maius vnum & minus aliud — tunc reliqua quæſita variant. Nam ſi latus tertium fuerit
    - Quadrans, vel Minus Quadrante — vterque ang. eſt acutus. Vt ī Tri. ONP, MNQ. 3.fig. & PTS, RSZ. 4.fi.
    - maius poteſt eſſe, vel angulus
      - Primo: concluſus obtuſus / tertius acutus — Vt ī Tri. A D B, E D A, E A C, 1. figuræ.
      - Secūdo: concluſus / tertius — Obt. Vt ī Tri. G L I ſecūdæ figuræ.

Canon

Digitized by Google

Canon Sextus. Dati in Obliquangulo Triangulo duobus angulis, & latere vni eorum oppoſito, reliqua ſpecie reddere nota,

Si dati anguli fuerint affectionis

- Eiuſdem, hoc eſt, vel ambo
  - Acuti, & latus datũ fuerit
    - Quadrãs, erit: Tertius angulus Obtuſus. Latus { adiacẽs maius / tertium minus } Quad.te — Vt in Triãg. M N Q, ONP tertiæ figuræ Obliquangulorum.
    - Quadrante
      - maius, erit: Tertius angulus Obtuſus; Latus { adiacens maius / tertium minus } Quadrãte, vt in Triang. L H I, F L H ſecundæ figuræ.
      - minus, reliqua variatur his ſexti modis
        - 1. eſt: Tertius angulus acutus; Latus vtrunq; Quadrãte minus — Vt in Triangulo A B C primæ figuræ.
        - 2. eſt: Tertius angulus Obtuſus; Latus vtrunq; Quadrante minus — Vt in Triangulo F G L ſecundæ figuræ.
        - 3. eſt: Tertius angulus Obtuſus; Latus vtrunq; Quadrante maius — Vt in Triangulis L I H, & F L H tertiæ figuræ.
        - 4. eſt: Tertius angulus Obtuſus; Latus { adiacẽs Quadr. mai° / tertium Quadrans } — Vt in Triang. ONP, MNQ tertiæ figuræ.
        - 5. eſt: Tertius angulus Obtuſus; Latus { adiacẽs Quadr. mai° / Tertiũ Quadr. minus } — Vt in Triang. RTS, RSZ, SVZ 4. fig.
        - 6. eſt: Tertius angulus Obtuſus; Latus { adiacens Quadrans / tertiũ quadrãte min° } — Vt in Triang. Q N P tertiæ figuræ.
  - Obtuſi, & latus datũ fuerit
    - Quadrans, erit: Tertius angulus obtuſus; Latus vtrunq; Quadr. maius — Vt in Triangulo M O N 3. figuræ.
    - Quadrante
      - min°, erit: Tertius angulus obtuſus; Vtrunq; latus Quadrãte maius. — Vt in Triangulo G L I ſecundæ figuræ.
      - mai° reliqua variãtur his 6. modis
        - 1. erit: angulus tertius acutus. Latus { cõcluſus Quadr. min° / tertium Quadr. maius } — Vt in Triang. DAB, EAC, EDA primæ figuræ.
        - 2. erit: angulus tertius obtuſus; Latus vtrunq; Quadrãte mai° — Vt in Triang. T S V quartæ figuræ.
        - 3. erit: angulus tertius obtuſus; Latus { adiacẽs maius / tertium minus } Quadrãte — Vt in Triangulo G L I ſecundæ figuræ.
        - 4. erit: angulus tertius obtuſus; Latus { adiacẽs mai° Quadr. / tertium Quadrans } — Vt in Triang. M N O tertiæ figuræ.
        - 5. erit: angulus tertius obtuſus; Latus { adiacens Quadrans / tertiũ Quadrãte mai° } — Vt in Triang. MNO tertiæ figuræ.
        - 6. erit: angulus tertius obtuſus; Latus { adiacẽs Quadrãte minus / tertium Quadrãte maius } — Vt in Triangulo G L I ſecundæ figuræ.
- Diuerſæ. Vide ſignum B.

Digitized by Google

B Si dati anguli fuerint affectionis diuerſæ, id eſt vnus acutus, & obtuſus alter, ſi latus datum fuerit

- Quadrans, & ſubtendat angulum
  - Acutum, erit
    - Tertius angulus acutus
    - Latus
      - adiacens Quadrante minus
      - tertium Quadrante maius
    - Vt in Triangulis MNQ, ONP tertiæ figuræ.
  - Obtuſum, erit
    - Tertius angulus acutus
    - Latus vtrumq; Quadrante minus
    - Vt in Triangulo QNP tertiæ figuræ.
- Quadrante
  - minus, fueritq; oppoſitum angulo
    - Obtuſo, erit
      - Tertius angulus acutus
      - Vtrumque latus reliquum minus Quadrante
      - Vt in Triangulo FGL ſecundæ figuræ.
    - Acuto, ſi tertius anguli fuerit
      - Obtuſus, erit vtrumque latus reliquum Quadrante maius, vt in Triangulis EAC, EDA, DAB primæ figuræ.
      - Acutus, latera reliqua quinque modis variãt. Vel quidem
        - Primò vtrumque latus Quadrante minus eſt. Vt in Triangulo FGL, ſecundæ figuræ.
        - Secundò vtrumq; latus Quadrante maius eſt. Vt in Triangulis LIH, FLH ſecundæ figuræ.
        - Tertiò latus
          - Adiacẽs minus eſt Quadrante
          - tertium Quadrans eſt
          - Vt i Triangulo QNP tertiæ figuræ.
        - Quartò latus
          - adiacens minus
          - tertiũ maius
          - Quadrante. Vt in Triãg. PTS, RSZ, SVZ quartæ figuræ.
        - Quintò latus
          - adiacens Quadrans
          - tertium maius Quadrante eſt
          - Vt in Triãgu. MNQ, ONP tertiæ figuræ.
  - maius, fueritq; oppoſitum angulo
    - Acuto, erit
      - tertius angulus acutus
      - Latus
        - adiacens minus
        - tertium maius
        - Quadrante
      - Vt in Triangulo LHI, FLH ſecundę figuræ.
    - Obtuſo, ſi tertius angulus fuerit
      - Obtuſus, erit latus
        - adiacens maius
        - tertium minus
        - Quadrante. Vt in Triangulis ADE, EAC primę figurę.
      - Acutus, reliqua latera tripliciter variant. Eſt enim
        - Primò latus
          - adiacẽs maius
          - tertium minus
          - Quadrãte. Vt i Trian. LHI, FLH 2. fig.
        - 2. latus
          - adiacens minus Quadrante
          - tertiũ Quadrãs
          - Vt in Triangulo ONP, MNQ tertiæ figuræ.
        - Tertiò latus vtrumq; reliquũ minus Quadrãte. Vt in Triang. RTS, RSZ, SZV quartę figurę.

Ioannis

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM

In almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris.

PRIMI MOBILIS, ET TRIGONOMETRIAE SPHAERICORVM LIBER TERTIVS.

PRAEFATIO.

PRAXIN, ac dimenſionem calculi Triangulorum Rectangulorum Sphæricorum pluribus quidem, diuerſiſque modis in hoc Tertio Primi Mobilis, & Trigonometriæ Libro, iam ſum traditurus. Dum enim hac in re nauiter laborarē, pluresque vias Triangula ſoluendi adinuenirem, non abs re facturum me ſum arbitratus, ſi omne id, quod longis vigilijs acquiſiuiſſem, ad maiorem artis & ornatum, & amplificationem in medium adferrem. Iudicamus enim, vt diuerſa ſunt hominum ingenia, fore, vt quiſque illos ſequatur modos, qui ſibi conuenientes magis ac expeditiores videbuntur. Præſcripſimus autem in Primo præcedentis Secundi Libri Capite ſex Triangulorum Sphæricorum Rectangulorum formas, easque nunc omnes, vltima ſola, quæ ad Organa ſeu inſtrumenta pertinet, relicta, in eorum ſolutione ad praxin accommodare inſtituimus; illam verò alibi copioſiùs expendemus.

Verùm, cùm ſecundùm vnam eandemque formam, diuerſa ac multiplex tradatur Triangulorum Rectangulorum ſolutio, nos faciliores, ac magis expeditos tantùm modos, relictis tædioſis illis, & laborioſis, quos à pleriſque doctiſſimis alioquin viris pertractatos ſcimus, amplectemur. Iam verò, vt ex datis quæſita in Triangulis ipſis Rectangulis nullo negocio colligantur, conueniente ordine ſingula Problemata à nobis diſponentur; quæ ſanè tanta datorum, quæſitorumque oblata varietate ad ſextum decimum vſque numerum excreuēre.

Digitized by Google

Problemata Triangulorum Sphæricorum Rectangulorum huius Tertij libri.

1 DAta Baſe cum vno angulo, indagare latus dicto angulo oppoſitum.
2 Datis duobus lateribus circa rectum, Baſin inuenire.
3 Dato latere cum angulo adiacente, inquirere angulum illi lateri oppoſitum.
4 Data Baſe cum vno latere, explorare angulum illi lateri oppoſitum.
5 Dato latere cum angulo illi oppoſito, explorare Baſin.
6 Datis duobus angulis obliquis, inuenire latera illis oppoſita.
7 Dato latere cum angulo oppoſito, reperire alium angulum dicto lateri adiacentem.
8 Data Baſe cum vno latere, aliud latus adinuenire.
9 Datis duobus lateribus circa rectum, acutos angulos inquirere.
10 Data Baſe cum vno angulo, inuenire latus adiacens.
11 Dato angulo cum latere adiacente, exquirere Baſin.
12 Data Baſe, & angulo obliquo alterutro, reliquum angulum inueſtigare.
13 Dato latere cum angulo adiacente, indagare aliud latus dicto angulo oppoſitum.
14 Data Baſe cum vno latere, exquirere angulum ab his compræhenſum.
15 Dato latere cum angulo oppoſito, aliud latus inueſtigare.
16 Datis duobus angulis obliquis, Baſin explorare.

Digitized by Google

Singula Quæſita ex duobus vtcunque datis præter angulum Rectum in Triangulo Rectangulo.

- Inuenitur
  - Baſis ex
    - dato latere cum angulo ei
      - oppoſito — per 5
      - adiacente — per 11
    - datis duobus
      - lateribus — per 2
      - angulis — per 16
  - Latus ex
    - data Baſe, &
      - Latere altero — per 8
      - Angulo illi lateri
        - oppoſito — per 1
        - adiacente — per 10
    - dato latere alio cum angulo illi
      - oppoſito — per 15
      - adiacente — per 13
    - datis duobus angulis — per 6
  - Angulus ex
    - data Baſe cum
      - latere ipſi angulo
        - oppoſito — per 4
        - adiacente — per 14
      - angulo altero — per 12
    - dato latere cum angulo ei
      - oppoſito — per 7
      - adiacente — per 3
    - datis duobus lateribus — per 9

- Inuenitur ex
  - datis duobus
    - lateribus
      - Baſis — per 2
      - angulus quicunque — per 9
    - angulis
      - Baſis — per 16
      - latus quodcunque — per 6
  - data Baſe cum vno
    - latere
      - latus aliud — per 8
      - angulus
        - adiacens — per 14
        - oppoſitus — per 4
    - angulo
      - angulus alter — per 12
      - latus
        - adiacens — per 10
        - oppoſitum — per 1
  - dato latere cum angulo
    - oppoſito
      - Baſis — per 5
      - latus aliud — per 15
      - angulus alter — per 7
    - adiacente
      - baſis — per 11
      - latus aliud — per 13
      - angulus alter — per 3

PROBLE-

PROBLEMA PRIMVM.

Data Baſe cum vno angulo indagare latus dicto angulo oppoſitum.

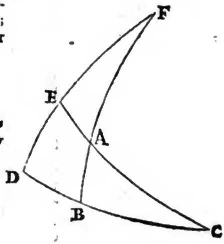
HÆ duæ Analogiæ ad huius quæſiti ſolutionem conducunt.

1 Vt ſinus totus ad Sinum anguli, ita Sinus Baſis ad Sinum lateris dicto angulo oppoſiti. Primum Theorema Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, ita Secans ſecunda Baſis ad Secantem ſecundam lateris quæſiti. Theorem.14. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vnica multiplicatione, & iuxta primam ſoluendi huiuſmodi Triangula formam.

MVltiplicetur Sinus anguli in Sinum Baſis, vt exigit Analogia hęc prima nunc recitata, & à producto abijce quinq; notas à dextra, ſecundum rationem aſſumpti integri Sinus per 100000, & relinquetur Sinus lateris quæſiti.



Exemplum Primum:

IN Triangulo A B C Rectangulo data ſit Baſis A C gr.53.45'. cum angulo C gr.32.45'. quæratur autem latus oppoſitum A B, & inuenietur gr.25.52'; vt hic.

Baſis A C gr.53.45'. eius Sinus. 80644 } *multiplica ſimul*
Angulus C. gr.32.45'. eius Sinus. 54097.

564508
725796
322576
403220

Sinus lateris quæſiti, cui congruunt gr.25.52'. *43625 | 98468*

Exemplum Secundum.

SEd eſto nunc Baſis A C gr.58.35'. & angulus C gr.47.30'. ex his inuenietur latus A B dicto angulo oppoſitum gr.38.59'. ſic.

Baſis A C gr.58.35. Cuius Sinus. 85340
Angulus C gr.47.30. Cuius Sinus 73728

682720
170680
597380
256020
597380

Sinus lateris quæſiti; cui debentur gr.38.59'. *62919 | 47520*

Secundus modus per Secantes iuxta ſecundam formam vna ſola facta multiplicatione.

MVltiplica Secantem ſecundam anguli dati in Secantem ſecundam Baſis datæ, & abijce quinque notas; nam relinquetur Secans ſecunda lateris quæſiti iuxta ſecundam Analogiam ſupra propoſitam.

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum idem Primum.

Baſis A C gr.53.45'. cuius Secans ſecunda 124001 } *multiplica inuicē, & per totū Sinū diuide.*
Angulus datus C gr.32.45'. cuius Secans ſecunda 184852 }

Secans ſecunda lateris quaſiti, cui congruunt 229218 | 32852
gr.25.52'. ſicut ſupra.

Tertius modus iuxta tertiam formam per Proſtaphæreſin Sinuum primariam.

QVæſitum hoc venari poteſt per primam formam Proſtaphæreſis Sinuum primariæ Theor. 33. Primi libri expoſitam, hoc modo. Adde inuicem angulum datum, & Baſin datam, & huius aggregati Sinum ſume ſecundum; deinde ſubtrahe minorem numerum ex illis duobus datis de maiore, cuius differentiæ Sinum ſecundum ſume, à quo aufer Sinum ſecundum dicti aggregati, ſi aggregatum ipſum fuerit Quadrante minus, vel ambo ſimul coniunge, ſi idem aggregatum exceſſerit Quadrantem, & prodibit ex tali additione, vel ſubtractione duplum Sinus lateris quæſiti. Vnde eius dimidium arealiter in Sinuum columna obſeruatus dabit à latere ſiniſtro quæſitum Trianguli latus.

Exemplum idem Primò propoſitum.

Baſis A C gr. 53.45'.
Angulus C. gr. 32.45.

Differentia 21. 0, *cuius Sinus ſecundus* 93358
Aggregatum 86.30, *cuius Sinus ſecundus* 6105 *ſubtrahe*

Relictum è ſubtractione 87253
Eius dimidium, Sinus quaſitus 43626. *Cuius arcus gr.25.52'.*

Exemplum Secundum.

Baſis A C gr. 58.35'.
Angulus C. gr. 47.30.

Differentia 11. 5. *cuius Sinus ſecundus* 98135 } *fiat additio.*
Aggregatum 106.5. *cuius Sinus exceſſus* 27704 }

Agrregatum è Sinibus 125839
Dimidium, nempe Sinus quaſitus 62919. *Cuius arcus gr.38.59'.*

Quartus modus iuxta quartam formam, hoc eſt per vnicum lateralem ingreſſum in Tabula Generali Primi Mobilis.

TRactatur Prima Analogia ſuperius propoſita per Tabulam Generalem ſic. Ingredere dictam Tabulam lateraliter cum Baſe, & angulo dato, ſumendo minorem numerum in fronte, & maiorem à latere ſiniſtro; nam in angulo communi habebis latus quæſitum.

Vt in dicto primo Exemplo propoſito, in quo Baſis eſt gr.53.45'. & angulus datus gr.32.45'. comperio in fronte Tabulæ minorem numerum, nempe gr.32.45'. & à latere ſiniſtro gr.53.45'. & in angulo patent gr.25.51'.57''.

PROBLE-

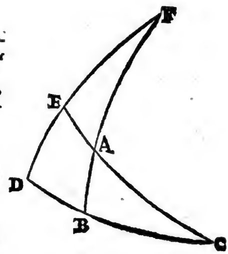
PROBLEMA SECVNDVM.

Datis duobus lateribus circa rectum Baſin inuenire.

DVæ hæ Analogiæ vſurpantur in ſolutione huius quæſiti.
1 Vt eſt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris, ita eſt Sinus ſecundus reliqui lateris ad Sinum ſecundum Baſis. Theor. 2. Primi libri.
2 Vt eſt Sinus totus ad Secantem vnius lateris, ita Secans alterius lateris ad Secantem Baſis. Theor. decimumquintum Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vnica multiplicatione, iuxta primam formam.

MVltiplicentur Sinus ſecundi adinuicem duorum datorum laterum, vt exigit Analogia prima ſupra propoſita, & productum per totum Sinum diuidatur, reijciendo ſcilicet ab ipſo producto quinque cifras à dextra, & relinquetur Sinus ſecundus Baſis.



Exemplum Primum.

SInt duo latera AB gr. 36. 15'. BC gr. 42. 30'. ex quibus opus ſit cognoſcere Baſin, AC. Inuenietur igitur ipſa Baſis AC gr. 53. 31'. Sic

Latus AB gr. 36. 15'. Sinus ſecundus 80644 } *multiplica ſimul, & per totum Sinum diuide.*
Latus BC gr. 42. 30'. Sinus ſecundus 73728 }

Sinus ſecundus Baſis AC quæſita, 59457 | 20832
cuius arcus eſt gr. 53. 31'. 4".

Exemplum Secundum.

SEd eſto latus AB gr. 38. 20', & latus BC gr. 57. 15'. Ex his inuenitur iuxta præſcriptum modum Baſis AC gr. 25. 6'. Vt hic.

	G	M	S		
Latus AB	38	20	0	78442	*Sinus ſecundus.*
Latus BC	57	15	0	54097	*Sinus ſecundus.*
Baſis AC quæſita.	25	6	0	42435	*Sinus ſecundus proueniens.*

Secundus modus per Sinus Rectos, & verſos, iuxta eandem primam formam.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum primum vnius lateris, ita Sinus primus alterius lateris ad Sinum verſum quæſitę Baſis minus Sinu verſo differentiæ laterum, id eſt multiplicentur Sinus ipſi primi datorum laterum adinuicem, & reciſis quinque cifris à producto, reliquo ipſi numero addatur Sinus verſus differentiæ laterum, & componetur Sinus verſus Baſis quæſitiæ.

Exemplum idem Primo propoſitum.

Latus AB	36	15	0	59131	*Sinus eius.*
Latus BC	42	30	0	67599	*Sinus eius.*
				39948	*Sinus verſus proueniens.*
Differentia laterum	6	15	0	594	*Sinus eius verſus addendus.*
Baſis quæſita AC	53	31	4	40542	*Sinus verſus proueniens.*

Tertius

Digitized by Google

Tertius modus per Secantes vnica multiplicatione, iuxta ſecundam formam.

IVxta Analogiam ſecundam ſupra propoſitam multiplicentur ſimul Secantes duorum datorum laterum; nam reciſſis quinque notis à dextra relinquetur Secans Baſis quæſitæ.

Exemplum idem Primum.

	G M S		
Latus AB.	36 15 0	124001	*Secans eius.*
Latus BC.	42 30 0	135634	*Secans eius.*
Baſis quæſita AC.	53 31 4	168183	*Secans producta.*

Quartus modus per Proſtaphæreſin Sinuum primariam, iuxta quartam formam.

IDem hoc quęſitum explorari poteſt per ſecundam formam Proſtaphæreſis Sinuum primarię Theorem. 34. Primi libri propoſitam in hunc modum. Adde ambo latera ſimul, & huius aggregati Sinum ſume ſecundum, deinde minore latere de maiore ſublato, cum hac differentia Sinum cape ſecundum, & ambos ſimul coniunge, ſi aggregatum laterum non excedet Quadrantem, ſeu gr.90. Vel Sinum ſecundum aggregati à Sinu ſecundo differentiæ laterum ſubtrahe, ſi aggregatum ipſum ſuperauerit 90. gradus, & vtroque modo producetur duplum Sinus ſecundi quæſitæ Baſis, vnde eius dimidium in area Sinuum inuentum declarabit in calce, & à latere dextro quantitatem ipſiuſmet Baſis.

Exemplum Primum ſupra propoſitum.

Latus BC.	42 30 0		
Latus AB.	36 15 0		
Differentia laterum.	6 15 0	99406	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum eorum.	78 45 0	19509	*Sinus eius ſecundus.*
		118915	*Aggregatum e Sinibus.*
Baſis quæſita AC.	53 31 4	59457	*Dimidium eius, id eſt Sinus quæſitus.*

Exemplum Secundum ſupra propoſitum.

Latus BC.	57 15 0		
Latus AB.	38 20 0		
Differentia ipſorum laterum.	18 55 0	94599	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum eorundem.	95 35 0	9729	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*
		84870	*Relictum è ſubtractione.*
Baſis quæſita AC.	25 6 0	42435	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

Quintus modus iuxta quartam formam, hoc eſt per vnicum lateralem introitum in Tabula Generali, ſeu Prima Analogia.

PRacticatur dicta Prima Analogia ſuperius propoſita per vnicum ingreſſum lateralem in Tabula Generali cum lateribus ipſis datis, comperiendo ſcilicet vnum in calce, & à latere dextro aliud, nam in communi angulo excipies complementum Baſis quæſitę.

Vt in dicto Primo Exemplo accipio latus minus, nempe gr.42.30'. in calce Tabulæ; & à latere dextro minus latus, nempe gr.36.15'. & in area deprahendo gr.36. 28'.56". complementum ſcilicet Baſis quæſitæ. Quare Baſis ipſa eſt gr.53.31'.4".

Digitized by Google

PROBLEMA TERTIVM.

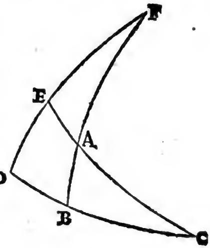
Dato latere cum angulo adiacente inquirere angulum illi lateri oppoſitum.

ANalogiæ hę conferunt ad huius quæſiti ſolutionem.

1 Vt eſt Sinus totus ad Sinum vnius anguli obliqui, ita Sinus ſecundus lateris adiacentis ad Sinum ſecundum alterius anguli huic lateri oppoſiti. Theor. tertium Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli, ita Secans lateris adiacentis ad Secantem alterius anguli huic lateri oppoſiti. Theor. 16. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vnica multiplicatione, iuxta primam ſoluendi Rectangula formam.



MVltiplicetur Sinus anguli dati in Sinum ſecundum lateris dati, nam poſt abiectionem quinq; notarum à dextrâ prodibit Sinus ſecundus anguli quæſiti iuxta primam Analogiam ſupra propoſitam.

Exemplum Primum.

DEtur in Triangulo A B C latus A B gr. 22.30'. cum angulo B A C gr. 55.40'. Ex his inuenietur reliquus angulus C gr. 40.16'. 42". hoc modo.

	G M S		
Angulus datus B A C.	55 40 0	82577	*Sinus eius.*
Latus datum A B.	22 30 0	92388	*Sinus eius ſecundus.*
Reliquus angulus C quæſitus.	40 16 42	76291	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum Secundum.

ESto etiam latus A B gr. 47. 30'. & angulus B A C gr. 39. 20'. Ex his colligetur reliquus angulus C gr. 64. 38'. 45". Vt hic.

Angulus datus B A C	39 20 0	63383	*Sinus eius.*
Latus datum A B.	47 30 0	67559	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus C quæſitus.	64 38 45	42821	*Sinus ſecundus prodiens.*

Secundus modus per Secantes vnica multiplicatione iuxta ſecundam formam.

FVndatur hic modus in ſecunda Analogia ſuperius propoſita. Multiplica itaque Secantem ſecundam anguli dati in Secantem lateris dati, & per totum Sinum diuide, vt exeat Secans anguli quæſiti.

Exemplum Primum ſupra propoſitum.

Angulus datus B A C.	55 40 0	121099	*Secans eius ſecunda.*
Latus A B datum.	22 30 0	108239	*Secans eius.*
Angulus C quæſitus.	40 17 0	131076	*Secans proueniens.*

Exemplum Secundum ſupra datum.

Angulus datus B A C	39 20 0	157771	*Secans eius ſecunda.*
Latus A B datum.	47 30 0	148019	*Secans eius.*
Angulus C quæſitus.	64 38 45	233531	*Secans proueniens.*

Tertius

Digitized by Google

Tertius modus per Sinuum Proſthaphæreſin primariam, iuxta tertiam formam.

SVme complementum dati lateris, cum quo, & angulo dato abſolue Proſtaphæreſin primariam, iuxta rationem in ſcholio Theor. 34. traditam & proueniet angulus quæſitus, vt in his exemplis hic repetitis cernere licet.

Exemplum idem Primum.

	G M S		
Lateris AB C Complementum	67 30 0		
Angulus datus BAC.	55 40 0		
Differentia	11 50 0	97875	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	123 10 0	54708	*Sinus exceſſus.*
		152583	*Aggregatum è ſinibus.*
Angulus quæſitus.		401642	*Dimidium, ideſt Sinus ſecūdus quæſitus.*

Exemplum Secundum.

Lateris AB Complementum	42 30 0		
Angulus datus BAC	39 20 0		
Differentia	3 10 0	99847	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	81 50 0	14205	*Sinus ſecundus.*
		85642	*Relictum è ſubtractione.*
		42821	*Dimidium, id eſt Sinus ſecūdus quæſitus.*

Quintus modas iuxta quartam formam, hoc eſt per vnicum lateralem ingreſſum in Tabula Generali.

INgredere lateraliter cum angulo dato, & cum dato latere, accipiendo ſcilicet in fronte angulum & à latere dextro latus, ſeu à latere ſiniſtro angulum, & in calce latus. Nam in area habebis complementum anguli quæſiti. Ita enim practicatur prima Analogia per Generele n Tab. vt hoc exemplo.

Eſto latus datum AB gr. 22. 30′. cum angulo BAC gr. 55. 40′. Accipio in fronte gr. 55. 40′. & cum gr. 22. 30′. à latere dextro excipio in area gr. 49. 43′. 18″. complementum ſcilicet quæſiti angule. Vnde angulus ipſe C quæſitus prodit gr. 40. 16′. 42″.

Problema Quartum.

Data Baſe cum vno latere explorare angulum illi lateri oppoſitum.

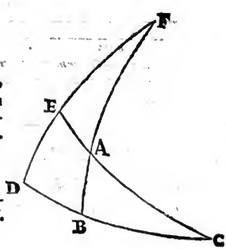
AD huius quæſiti enodationem vſurpantur hæ tres Analogiæ, nempe
1 Vt eſt Sinus Baſis ad Sinum totum, ita Sinus lateris dati ad Sinum anguli quæſiti. Analogia Primi Theor. Primi libri ſecundum terminos permutatim conuerſos ſumpta.
2 Vt Sinus totus ad Sinum Baſis datæ, ita Secans ſecunda lateris dati ad Secantem ſecundam anguli quæſiti. 5. Theorema Primi libri.
3 Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Baſis datę, ita Sinus lateris dati ad Sinum anguli ipſi oppoſiti. 7. Theorema Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus ex vna diuiſione iuxta primam formam.

MVltiplica Sinum lateris in Sinum totum, quod fit addendo ipſi quinque cifras à dextra, & productum hunc numerum diuide per Sinum Baſis datæ, & in quotiente emerget Sinus lateris quæſiti; ita enim ad calculū reuocatur Prima hæc Analogia.

Exemplum.

IN *Triangulo Rectangulo ABC data ſit Baſis AC gr. 60. cum latere AB. gr. 36. Ex his cognoſcetur angulus C. gr. 42. 44′. 30″. vt hic.*



	G M S		
Baſis AC	60 0 0	86602	*Sinus eius pro diuiſore*
Latus AB	36 0 0	58779	*Sinus eius multiplicandus in totum.*
Angulus C	42 44 30	67872	*Sinus proueniens.*

Secundus modus per Sinus & Secantes iuxta ſecundam formam, vnica multiplicatione.

SEcunda Analogia hic propoſita ſic ad calculum reuocatur. Multiplica Sinum Baſis datæ in Secantem ſecundam lateris dati, & abijce quinq; notas vltimas, vt relinquatur Secans ſecundam anguda anguli quæſiti, vt hic patet.

Exemplum ſupra propoſitum.

	G M S		
Baſis AC data	60 0 0	86603	*Sinus eius.*
Latus AB datum	36 0. 0	170130	*Secans eius ſecunda.*
Angulus quæſitus C	42.44.30.	147338.	*Secans ſecunda proueniens.*

Tertius modus iuxta eandem ſecundum formam per Sinus & Secantes aliter, vnica multiplicatione.

DEducitur hic modus ex tertia Analogia propoſita. Multiplica itaq; Sinum dati lateris in Secantem ſecundam Baſis, & à producto tolle quinq; vltimas notas à dextra ; nam relinquetur Sinus anguli quæſiti. Vt in eodem exemplo hic repetito patet.

Exemplum ſupra propoſitum.

	G M S		
Baſis data AC	60 0 0	115470	*Secans eius ſecunda.*
Latus datum AB	36 0 0	58778	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus C	42 44 30	67871	*Sinus proueniens.*

Quartus modus per Proſtaphæreſin ſecundariam penes tertiam formam.

REducitur ſecunda Analogia ſupra propoſita ad Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam obſeruando ſecundam atque etiam vltimam Regulam Capitis ſecundi libri ſecundi, tali pacto. Cum latere in calce Magni Canonis, & à latere dextro ſumpto collige arcum arealem quarti ordinis, cum quo numero commutato, & cum Baſe data inſtitues Proſtaphæreſin Sinuum iuxta formam præſcriptam in Theor. 33. Primi libri, & proueniens ex ea numerus erit Secans ſecunda anguli quæſiti, ex qua ſtatim angulus ipſe cognoſcetur. Ecce tibi idem ſupra propoſitum ſæpius Exemplum.

Exemplum ſupra Propoſitum.

	G M S		
Baſis AC data	60 0 0		
Latus AB gr. 36. commutatum in columna arcuum quarti ordinis	9 47 43		
Differentia	50 12 17	640045	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	69 47 43	345376	*Sinus eius ſecundus.*
		294669	*Relictum è ſubſtratione.*
Angulus quæſitus C.	42 44 30	147336	*Dimidium, ideſt Secans.*

Quintus modus ſimiliter per ſecundariam Proſtaphæreſin iuxta eandem tertiam formam.

POteſt accommodari tertia Analogia ſupra propoſita ad Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam, iuxta eiuſdem met ſecundam & vltimam Regulam dicti ſecundi Capitis Secundi libri, commutando ſcilicet numerum Baſis in arcum arealem dictæ quartæ ſeriei, ſeu ordinis, intrando ſcilicet in calce & à latere

Digitized by Google

à latere dextro, cum quo numero commutato vnà cum latere dato abſolues Proſtaphæreſin iuxta formam 33. Theor. Primi libri; nam ex ea proueniet Sinus anguli quæſiti. Vt hoc exemplo patet.

Exemplum.

	G M S		
Latus datum AB	36 0 0		
Baſis data gr. 60. commutata in arealem numerum 4. ſeriei.	6 37 51		
Differentia	29 22 9	87 14 78	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	42 37 51	73 57 39	*Sinus eius ſecundus.*
		13 57 39	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus C.	42 44 30	6 7 8 6 9	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

Sextus modus per arealem ingreſſum in Tabula Generali Primæ Analogiæ, iuxta quartam formam.

ANalogia prima ſupra poſita expeditur per vnicum introitum arealem in Generali Tabula ſic. Quære in latere ſiniſtro Tabulæ Baſin datam, & areatim in eadem linea ſume latus datũ; nam in fronte patebit quantitas anguli quæſiti, iuxta reg lam primam de areali ingreſſu traditam Cap. 4. Secundi libri. Vel etiam ſume in fronte Baſin datam, & in area eiuſdem columnæ latus datum, nam in latere ſiniſtro conſpicietur Angulus quæſitus.

Vt in eodem Exemplo accipio gr. 60. à latere ſiniſtro, & in eadem linea quæro gr. 36. ſed quoniam hic gradus præciſè non reperitur, accipio numerum proximè minorem, nempe gr. 35. 56'. 23". cui reſpondent in fronte gr. 42. 40'. & obſeruata differentia reſpectu numeri proximè maioris, nempe 36. 4'. 15". quæ eſt 7'. 52". de ipſa congruit pars proportionalis m. 4'. 30". pro m. 3'. 37". quibus propoſitus numerus excreſcit ſupra numerum proximè minorem in area, vnde frontalis numerus correctus eſt gr. 42. 44'. 30". & tantus eſt angulus, qui quærebatur.

Septimus modus per lateralem ingreſſum in eademmet Generali Tabula, iuxta eandem quartam formam, ſed adhibita commutatione vnius termini.

HIc modus fundatur in ſecunda Analogia ſupra propoſita. Quare vtere iiſdem terminis quarti modi; id eſt cum latere dato commutato, & cum Baſe data fac lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam, & excipies in area numerum, qui quidem vbi repertus fuerit in area quartæ ſeriei ſeu ordinis Magni Canonis dabit tibi in calce, & à latere dextro numerum anguli quæſiti.

Vt in dicto Exemplo latus datum gr. 36. fuit commutatum in gr. 9. 47'. 43". vt patet in quarto modo. cum hoc numero commutato, & cum Baſi data gr. 60. colligo per lateralem ingreſſum in Generali Tabula in area ipſius gr. 8. 28'. 30". quem numerum comperio in area quarti ordinis Magni Canonis, & in calce patent gr. 42. & à latere dextro m. 44'. pro quantitate anguli quæſiti.

Octauus modus aliter per lateralem ingreſſum in eandem Generalem Tabulam, iuxta eandem quartam formam, atque etiam facta commutatione vnius termini.

CVm hic modus fundetur in tertia Analogia ſuperius poſita, indiget eadem commutatione, quæ obſeruata fuit in quinto modo. Itaque ſi cum numero Baſis commutato, & cum latere dato ingrediaris lateraliter Generalem Tabulam excipies in eius area numerum, qui arealiter repertus in primo ordine Magni Canonis, manifeſtabit tibi in fronte, & à latere ſiniſtro angulum quæſitum.

Vt in dicto ſupra Exemplo in quinto modo commutata fuit Baſis gr. 60. in numerum hunc arealem quarti ordinis Magni Canonis, ſcilicet gr. 6. 37'. 51". cum hoc igitur numero commutato, & cum gr. 36. per lateralem introitum colligo gr. 3. 53'. 30". in dicta Generali Tabula, & hunc numerum denuo comperio in primo ordine Magni Canonis, cui in fronte reſpondent gr. 42. & à latere ſiniſtro min. 44. pro quantitate quæſiti anguli C.

Nonus

Nonus modus per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ iuxta quintam formam.

EXpeditiſſimè Tabula ſecundæ Analogiæ dabit tibi angulum optatum,ſi Baſin datam in calce illius Tabulæ acceperis, & à latere ſiniſtro latus datum, nam in area patebit quantitas anguli quæſiti. *Vt in eodem Exemplo ſumo Baſin datam A C gr.60. in calce dictæ Tabulæ, & à latere ſiniſtro ingredior cum gr.36. dati lateris A B, & area exhibet gr.42.45'. pro quæſito angulo C.*

PROBLEMA QVINTVM.

Dato latere cum angulo illi oppoſito explorare Baſin.

VT hoc quæſitum diſſolui per calculum poſſit, oportet conſtare; num tertius angulus ſit acutus, an obtuſus. Vel an tertium latus ſit Quadrante minus, vel maius. Recurre igitur ad Canonem Tertium decimi capitis Secundi libri,vbi fies voti compos,niſi ſciueris,an ipſamet quæſita Baſis ſit Quadrante maior, vel minor. Conducunt autem ad huius quęſiti ſolutionem hę tres Analogiæ.

1 Vt Sinus anguli ad Sinum totum, ita Sinus lateris ipſi angulo oppoſiti ad Sinum Baſis, Analogia Primi Theorem. Primi libri in terminis conuerſis.

2 Vt Sinus totus ad Sinum anguli, ita Secans ſecunda lateris oppoſiti ad Secantem ſecundam Baſis. Theorem.4. Primi libri.

3 Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, ita Sinus lateris ipſi oppoſiti ad Sinum Baſis. Theor. ſextum Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vna diuiſione iuxta primam formam.

SEcundum Primam Analogiam hic propoſitam adde Sinui lateris dati quinque cifras à dextra, & diuide hunc numerum per Sinum anguil dati, & prodibit in quotiente Sinus Baſis quæſitæ.

Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo A B C notum ſit latus A B gr.36. cum angulo ei oppoſito C gr.42.44'.30". Ex his dabitur per calculum Baſis A C gr.60. vt hic.

	G M S		
Angulus datus C.	42 44 30	67872	*Sinus eius pro diuiſore.*
Latus A B oppoſitum.	36 0 0	58779	*Sinus eius.*
Baſis A C quæſita.	60 0 0	86602	*Sinus prodiens.*

Secundus modus per Sinus, & Secantes iuxta ſecundam formam vnica multiplicatione.

IVxta ſecundam Analogiam ſupra poſitam multiplica Sinum dati anguli in Secantem ſecundam dati lateris ipſi oppoſiti, & de producto reijce quinque notas à dextra, & relinquetur Secans ſecunda Baſis. Vt in eodem Exemplo hic cernere licet.

Exemplum.

Angulus C	42 44 30	67872	*Sinus eius.*
Latus A B oppoſitum.	36 0 0	170130	*Secans eius ſecunda.*
Baſis A C quæſita.	60 0 0	115470	*Secans ſecunda prodiens.*

Tertius modus ſimiliter per Sinus, & Secantes iuxta eandem ſecundam formam, & per vnicam multiplicationem.

IVxta tertiam Analogiam ſupra propoſitam multiplica Secantem ſecundam anguli dati in Sinum lateris ipſi oppoſiti, & reijce à producto quinque notas; nam prodibit Sinus Baſis quæſitæ. Vt in hoc eodem Exemplo repetito patet.

Exemplum.

Digitized by Google

Exemplum.

	G M S		
Angulus C.	42 44 30	147342	*Secans eius ſecunda.*
Latus AB oppoſitum.	36 0 0	58779	*Sinus eius.*
Baſis AC quæſita.	60 0 0	86606	*Sinus prouentens.*

Quartus Modus per Proſtaphæreſin ſecundariam penes tertiam formam.

APtatur ſecunda Analogia ſupra propoſita ad Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam per Regulam ſecundam, & vltimam Capitis Secundi libri Secundi in hunc modum. Commutetur latus datum in arealem arcum quarti ordinis, intrando in calce, cum quo numero commutato, & cum angulo dato abſolue Proſtaphæreſin iuxta formam 33. Theor. Primi libri, & prodibit Secans ſecunda Baſis quęſitæ; vt hoc exemplo manifeſtum eſt.

Exemplum.

Angulus datus C	42 44 30		
Latus datum AB gr. 36. commutatum in arcu quarti ordinis.	9 47 43		
Differentia.	32 56 47	839180	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum.	52 32 13	608250	*Sinus eius ſecundus.*
		230930	*Relictum è ſubtractione.*
Baſis quæſita AC.	60 0 0	115465	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

Quintus Modus per Proſtaphæreſin aliter, iuxta eandem tertiam formam.

SPectat hic Modus ad tertiam Analogiam ſuperius poſitam, quæ aptatur ad Proſtaphęreſin ſecundariam per eandem ſecundam, & vltimam Regulam ſecundi Capitis libri Secundi, commutando ſcilicet angulum datum in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, facto ſcilicet ingreſſu in calce, & à latere dextro, cum quo numero commutato, & cum latere dato tractatur Proſtaphęreſis iuxta formam dicti 33. Theorem. libri Primi, & prodit Sinus quæſitę Baſis. Vt in ſubiecto Exemplo.

Exemplum.

Latus datum AB	36 0 0		
Angulus datus C gr. 42. 44′. 30″. commutatus in arcu 4. ordinis.	8 28 22		
Differentia	27 31 38	886791	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	44 28 22	713583	*Sinus eius ſecundus.*
		173208	*Relictum è ſubtractione.*
Baſis quæſita AC.	60 0 0	86604	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

Sextus Modus per arealem ingreſſum in Tabula Generali iuxta quartam formam.

ANalogia prima expoſcit arealem ingreſſum in Generali Tabula hac ratione iuxta primam Regulam traditam Capite quarto Secundi libri de areali ingreſſu Generalis Tabulæ. Quære in fronte Tabulæ numerum anguli dati, & in eadem columna arealiter ſume numerum lateris dati; nam à latere ſiniſtro Tabulæ habetur quantitas Baſis quæſitæ. Sic etiam quære à latere ſiniſtro Tabulæ angulum datum, & in area in eadem linea, ſume latus datum; nam in fronte patebit Baſis ipſa.

Vt in ſuperiore Exemplo obſeruato in fronte Tabulæ angulo C gr. 42. 44′. 30″, & comperto ſub eadem columna arealiter latere dato AB gr. 36. emerget à latere Baſis quæſita gr. 60.

Septimus

Septimus modus per lateralem ingreſſum in eadem tabula Generali, iuxtà eandem quartam formam, ſed non ſine commutatione vnius Termini.

CVM hic modus fundetur in 2. Analogia ſupra poſita, quemadmodum & quartus, ijdem termini conducunt ad hunc ingreſſum lateralem, quibus ibidem vſi fuimus ad abſoluendam Proſtaphęreſin. Ingredere itaq; lateraliter Tabulam Generalem cum latere dato commutato, & cum angulo dato, & excipe in area arcum, qui repertus in area arcuum quarti ordinis Magni Canonis patefaciet in calce & à latere dextro Baſin ipſam quæſitam.

Vt in eodem Exemplo, in quo latus gr. 36. commutatum fuit in gr. 9. 47′. 43″. quarti ordinis Magni Canonis, pono hunc numerum commutatum; & angulum datum C. gr. 42. 44′. 30″. ad ingreſſum lateralem, & colligo in area eius gr. 6. 37′. 51″. qui numerus repertus arealiter in eodem quarto ordine Magni Canonis manifeſtat in calce Baſin gr. 60.

Octauus modus per lateralem ſimiliter ingreſſum in eadem Generali Tabula, iuxta eandem quartam formam, adhibita nimirum vnius termini commutatione.

HIc verò modus prodit ex eadem tertia Analogia, ſicut etiam quintus modus. Quare eadem ratio in vtroq; obſeruanda eſt. Ingredere itaq; lateraliter Generalem Tabulam cum angulo dato commutato, & cum dato latere, & collige in area eius arcum, quem iterum arealiter obſerua in primo ordine Magni Canonis, atq; tibi manifeſtabit in fronte, & à latere ſiniſtro quantitatem Baſis quæſitæ.

Vt in eodem Exemplo fuit datum latus gr. 42. 44′. 30″. qui commutatur in arealem numerum quarti ordinis Magni Canonis, nempe in gr. 8. 28′. 22″. intrando in calce et à latere dextro. Cùm hoc igitur numero commutato, & cum gr. 36. lateris dati per introitum lateralem excipio in area Tabulæ Generalis gr. 4. 58′. 5″. qui numerus areatim repertus in primo ordine Magni Canonis dat in fronte gr. 60. pro Baſi quæſita.

Nonus modus per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ, iuxta quintam formam.

PEr Tabulam ſecundæ Analogiæ miro compendio quæſitum aſſequeris. Intrando in eam cum angulo & cum latere datis, ità tamen vt angulum quæras in calce, & latus à latere ſiniſtro Tabulæ; nam ſic in area elicies Baſis quæſitæ quantitatem.

Vt in eodemmet Exemplo accipio gr. 42. 44′. 30″. in calce dictæ Tabulæ, & à latere ſiniſtro gr. 36. & area prodit gr. 60. quanta ſcilicet eſt quæſita Baſis A C.

P R O B L E M A   S E X T V M.

Datis duobus angulis obliquis inuenire latera illis oppoſita.

ANalogiæ tres neceſſariæ ad huius Problematis ſolutionem.

1 Vt Sinus vnius anguli ad Sinum totum, ita Sinus ſecundus alterius anguli ad Sinum ſecundum lateris alteri angulo oppoſiti. Theor. 3. Primi libri in terminis conuerſis.

2 Vt eſt Sinus totus ad Sinum vnius anguli, ita Secās alterius anguli ad Secantem lateris alteri huic angulo oppoſiti. Theor. 10. libri Primi.

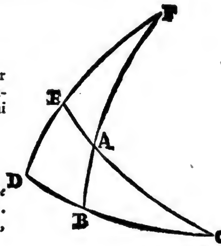
3 Vt eſt Sinus totus ad Secantem Secūdam vnius anguli, ita Sinus ſecundus anguli reliqui ad Sinum ſecundum lateris reliquo angulo oppoſiti. 12. Theorem. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vnica diuiſione, iuxta primam formam.

FVndatur hic modus in Prima hac Analogia. Adde igitur quinque cifras Sinui ſecundo anguli, cuius oppoſitum latus quæritur, & productum numerum partire per Sinum reliqui anguli adiacentis, & proueniet Sinus ſecundus lateris optati.

Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo A B C dentur cogniti duo anguli, nempe B A C gr. 73. 54′. & C gr. 30. & ex his quærantur latera oppoſita. Inuenietur enim latus B C gr. 56. 19′. quod angulo B A C opponitur, & latus A B angulo C. oppoſitum inuenietur gr. 25. 39′. 30″. vt hic.



Exemplum

Digitized by Google

	G M S		
Angulus datus BAC	73 54 0	96078	*Sinus eius pro diuiſore.*
Alter angulus datus C	30 0 0	86603	*Sinus eius ſecundus.*
Latus AB quæſitum	25 39 30	90138	*Sinus ſecundus prouenens.*

Exemplum pro latere BC.

Angulus datus C	30 0 0	50000	*Sinus eius pro diuiſore.*
Alter angulus BAC	73 54 0	27731	*Sinus eius ſecundus.*
Latus BC quæſitum	56 19 0	55462	*Sinus ſecundus prodiens.*

Secundus modus per Sinus rectos, & verſos, iuxta eandem primam formam.

FIat, vt Sinus vnius anguli dati quæſito lateri adiacentis ad differentiam inter Sinum verſum complementi eiuſdem anguli, & Sinum verſum alterius anguli quæſito lateri oppoſiti, ita Sinus totus ad Sinum verſum lateris quæſiti. Hoc eſt, à Sinu verſo anguli quæſito lateri oppoſiti aufer Sinum verſum complementi reliqui anguli, & relicto numero adde quinque cifras, & productum per Sinum primum anguli quæſito lateri adiacentis partire, nam procreabitur Sinus verſus lateris quæſiti.

Exemplum.

Dati ſint duo anguli, vt prius BAC gr. 73. 54'. & C gr. 30. & quæratur latus AB.

Angulus BAC	73 54 0	96078	*Sinus eius pro diuiſore.*
Complementum eius	16 6 0	3922	*Sinus eius verſus.*
Alter angulus C	30 0 0	13397	*Sinus eius verſus.*
		5475	*Differentia vtriuſque Sinus verſi.*
Latus AB quæſitum	25 39 30	9861	*Sinus verſus prouenens.*

Tertius modus per Sinus, & Secantes, iuxta ſecundam formam ex vna tantum multiplicatione.

MVltiplica Sinum vnius anguli in Secantem alterius anguli, cuius latus oppoſitum quæritur, & à producto reijce quinque notas, nam relinquetur Secans lateris alteri huic angulo oppoſiti, iuxta ſecundam Analogiam ſupra poſitam. Vt in eodem Exemplo hic cernere licet.

Exemplum pro latere AB inueniendo.

Angulus vnus datus BAC	73 54 0	96078	*Sinus eius.*
Alter Angulus datus C	30 0 0	115470	*Secans eius.*
Latus AB quæſitũ angulo C oppoſitum	25 39 30	110941	*Secans prouenens.*
Exemplum pro latere BC			
Angulus vnus datus C	30 0 0	50000	*Sinus eius.*
Angulus alter datus BAC	73 54 0	360601	*Secans eius.*
Latus BC quæſitum angulo C oppoſitum	56 19 0	180300	*Secans prouenens.*

Quartus modus per Sinus, & Secantes, iuxta ſecundam formam, ex vna multiplicatione.

MVltiplica Secantem ſecundam vnius anguli in Sinum ſecundum alterius anguli, cuius latus oppoſitum quæritur, vt exigit tertia Analogia ſuperius poſita, & à producto ſepara quinq; vltimas notas à dextra, nam reliquum erit Sinus ſecundus lateris, quod huic poſteriori angulo opponitur. Vt hic.

Pro latere AB			
Angulus vnus BAC	73 54 0	104082	*Secans eius ſecunda.*
Alter angulus C	30 0 0	86602	*Sinus eius ſecundus.*
Latus AB quæſitum, angulo C oppoſitũ	25 30 0	90137	*Sinus ſecundus prodiens.*
Pro latere AC			
Angulus vnus C	30 0 0	200000	*Secans eius ſecunda.*
Alter angulus BAC	73 54 0	27731	*Sinus eius ſecundus.*
Latus AC quæſitũ angulo BAC oppoſitũ	56 19 0	55462	*Sinus ſecundus prodiens.*

O *Quintus*

Digitized by Google

Quintus modus per Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam penes tertiam formam.

REducitur ſecunda Analogia ſuperior ad Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam, ſicut præcedens Propoſitio in hunc modum. Commutetur angulus, cuius oppoſitum latus quærendum eſt in arealem arcum Quarti ordinis Magni Canonis, cum quo numero ſic commutato,& cum altero angulo operare ſecundum formam præſcriptam in Theoremate trigeſimotertio, Quarti libri. Nam proueniet ex ea Secans quæſita lateris. Ecce Exemplum.

Pro inuentione lateris AB.

	G M S		
Angulus prior BAC	73 54 0		
Angulus poſterior C gr.30. commutatus	6 37 51		*In Quarto ordine Magni Canonis.*
Differentia	67 16 9	386403	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	80 31 51	164517	*Sinus eius ſecundus.*
		221886	*Relictum è ſubtractione.*
Latus AB ei congruum quæſitum	25 39 30	110943	*Dimidium id eſt Secans.*

Pro Inquiſitione lateris BC.

Angulus prior C	30 0 0		
Angulus poſterior BAC gr. 73.54'. Cui reſpondent	21 8 0		*In Quarto ordine Magni Canonis.*
Differentia	8 52 0	988050	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	51 8 0	627510	*Sinus eius ſecundus.*
		360540	*Relictum è ſubtractione.*
Latus BC quæſitum	56 19 0	180270	*Dimidium, id eſt Secans.*

Sextus modus per Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam arealiter penes tertiam formam.

HIc modus pertinet ad Tertiam Analogiam ſuprà allatam, quæ ad Proſtaphæreſin aptatur commutando angulum adiacentem quæſito lateri in arcum arealem dictæ quartæ ſeriei Magni Canonis, ingrediendo ſcilicet in calce & à dextro latere, atque etiam commutando alterum angulum quærendo lateri oppoſitum in eiuſdem anguli complementum, vt præcipit tertia Regula, Secundi Capitis ſecundi libri. Poſtea cum his duobus numeris commutatis abſolues Proſtaphæreſin iuxta 33. Theor. Quarti libri: nam ex ea producetur numerus vna nota à dextra augendus, vt euadat Sinus ſecundus lateris quæſiti. Vt hic.

Pro inquirendo latere AB.

Anguli C complementum	60 0 0		
Angulus BAC commutatus	5 58 28		
Differentia	54 1 32	587425	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	65 58 28	407144	*Sinus eius ſecundus.*
		180281	*Relictum è ſubtractione.*
Latus AB quæſitum	25 39 0	90140	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*
	Pro exquirendo latere BC.		
Anguli BAC complementum	16 6 0		
Angulus C commutatus	11 32 13		*In Magno Canone.*
Differentia	4 33 47	996829	*Sinus eius ſecundus*
Aggregatum	27 38 13	885904	*Sinus eius ſecundus.*
		110925	*Relictum è ſubtractione.*
Latus BC quæſitum	56 19 0	55462	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

Septimus modus per arealem ingreſſum in Tabula Generali, iuxta quartam formam.

TRactatur Prima Analogia ſuperiùs propoſita per vnicum arealem ingreſſum in Generali Tabula tali pacto. Accipe à ſiniſtro latere angulum datum, cuius adiacens latus quæritur, & in area in eadem linea quære complementum alterius anguli quæſito lateri oppoſiti; Nam in Baſi patebit quantitas ipſius lateris, quod quæritur, ſiue etiam accipe in fronte angulum dictum adiacentem, & in area

ſub

Digitized by Google

ſub eadem columna obſerua complementum anguli oppoſiti, & à latere dextro patebit latus quęſitum.

Vt in dicto Exemplo, in quo fuit datus angulus B A C gr. 73. 54'. & angulus C gr. 30. quæratur primo latus A B. Sumo itaque angulum B A C adiacentem à latere ſiniſtro, nempe gr. 73. 54'. & in area complementum alterius anguli ſcilicet gr. 60. & in calce patent gr. 25. 39'. Latus vero B C ſic exquiro. Sumo in fronte Tabulæ gr. 30. id eſt angulum adiacentem quæſito lateri, & in area eiuſdem columnæ quæro gr. 16. 6'. complementum ſcilicet alterius anguli, & à latere dextro patent gr. 56. 19'. pro latere B C.

Octauus modus per lateralem ingreſſum in eadem Generali Tabula, iuxta quartam formam, ſed non ſine commutatione vnius termini.

CVm hic modus relationem habeat ad ſecundam Analogiam, ſicut quintus modus, idcirco eadem commutatio hic obſeruanda eſt, quæ ibi tradita fuit. Cum angulo igitur commutato, cuius oppoſitum latus quæritur, atque etiam cum angulo adiacente ingredere lateraliter Tabulam ipſam Generalem; nam excipies ex ea numerum, qui adinuentus in area quarti ordinis Magni Canonis oſtendet tibi in fronte latus quæſitum.

Vt in eodem aſſumpto Exemplo ſic exploro latus A B. Cum angulo C commutato in gr. 6. 37'. 51", & cum angulo B A C gr. 73. 54'. oppoſito, ingreſſus Generalem Tabulam excipio in area gr. 6. 22'. 12". & hunc numerum areatim quæro in quarto ordine Magni Canonis, & reſpondent ei in fronte, & à latere ſiniſtro gr. 25. 40'. pro latere A B quæſito. Aliud verò latus B C ſic deprahendo. Sumo vice verſa angulum B A C commutatum in gr. 21. 8'. & angulum C gr. 30. & cum his ambobus numeris ingreſſus lateraliter dictam Generalem Tabulam, colligo gr. 10. 23'. 33". hic autem numerus areatim in quarto eodem ordine Magni Canonis compertus declarat in fronte, & à latere ſiniſtro latus ipſum quæſitum gr. 56. 20'.

Nonus modus per lateralem ingreſſum in eadem Tabula Generali aliter, iuxta eandem quartam formam, adhibita tamen vnius termini commutatione.

COnuenientiam habet hic modus cum Sexto Modo, cùm ambo fundentur in tertia Analogia, quam ſupra attulimus. Vtere igitur eadem terminorum commutatione, quæ in dicto ſexto modo fuit obſeruata. Quare pro colligendo latere ingredere Tabulam Generalem cum angulo adiacente quæſito lateri in arealem numerum quarti ordinis Magni Canonis commutato, atq; etiam cum altero angulo, qui quæſito lateri opponitur; ſumendo ſcilicet angulum commutatum in fronte, & reliquum angulum oppoſitum à latere dextro, vel etiam ſumendo dictum angulum commutatum à latere ſiniſtro, & angulum oppoſitum in calce; nam in angulo communi colliges numerum, qui debet quæri in area primi ordinis, vt in calce, & à latere eius dextro patefaciat quæſitum latus.

Vt in eodemmet Exemplo exquiro ſic latus A B. Ingredior dictam Tabulam cum angulo B A C commutato in gr. 5. 58'. 28". ſumendo ipſum in fronte, & à latere dextro ſumo gr. 30. anguli C quæſito lateri oppoſiti, & in area deprahendo gr. 5. 10'. 16". hunc autem numerum quæro in area primi ordinis Magni Canonis, & ipſi in calce & à latere dextro reſpondent gr. 25. 40'. pro latere A B quæſito. Aliud verò latus B C ſic deprahendo. Ingredior eandem Generalem Tabulam cum angulo C commutato in gr. 11. 32'. 13". accipiendo eum in fronte, & à latere dextro gr. 73. 54'. alterius anguli B A C quærendo lateri oppoſiti, & patent in area gr. 3. 10'. 40". quem demum numerum obſeruo in area Primi ordinis Magni Canonis, & reſpondent ei in calce, & à latere dextro gr. 56. 20'. pro latere altero quæſito B C.

Decimus modus per Tabulam ſecundæ Analogiæ, iuxta quintam formam, vnico ſcilicet laterali introitu.

INgredere in dicta Tabula in calce cum angulo, cuius adiacens latus quæritur, & à latere dextro cum altero angulo, & area dabit complementum lateris alteri huic angulo oppoſiti, ac priori adiacentis.

Vt in dicto Exemplo pro explorando latere A B ſumo in calce gr. 73. 54'. anguli B A C, & à latere dextro gr. 30. anguli C, & colligo gr. 64. 21'. pro lateris A B complemento. Vnde latus ipſum eſt gr. 25. 39'. Similiter pro addiſcendo latere A C, ſumo in calce eiuſdem Tabulæ gr. 30. anguli C, & à latere dextro gr. 73. 54'. anguli B A C, & in area patent gr. 33. 41'. pro dicti lateris A C complemento. Eſt igitur latus A C gr. 56. 19'.

Digitized by Google

PROBLEMA SEPTIMVM.

Dato latere cum angulo oppoſito reperire alium angulum dicto lateri adiacentem.

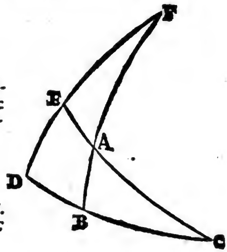
ANceps eſt hoc Triangulum, & opus eſt præſcire affectionem vel ipſiuſmet anguli quæſiti, vel alterius lateris, vel etiam Baſis, ſicut diximus Problemate quinto. Pertinent autem hę tres Analogiæ ad ſolutionem huius Problematis.

1 Vt Sinus ſecundus lateris ad Sinum totum, ita Sinus ſecundus anguli illi oppoſiti ad Sinum anguli dicto lateri adiacentis. Theor. 3. Primi libri ſecundum terminos permutatim conuerſos.

2 Vt Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris, ita Secans anguli oppoſiti ad Secantem ſecundam anguli adiacentis. Theor. 11. Primi libri.

3 Vt Sinus totus ad Secantem lateris, ita Sinus ſecundus anguli oppoſiti ad Sinum anguli adiacentis. Theor. 13. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vnica diuiſione, iuxta primam formam.



FVndatur hic modus in Prima Analogia. Adde quinque cifras à dextra Sinui ſecundo anguli dati, & productum hunc numerum partire per Sinum ſecundum lateris dati, cuius adiacens angulus quæritur, nam proueniet Sinus anguli quæſiti.

Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo ABC ſit datum latus AB gr. 25. 40'. cum angulo ipſi oppoſito C gr. 30. Ex his excipietur angulus BAC dicto lateri adiacens gr. 73. 55'. vt hic.

	G M S		
Latus AB	25 40 0	90132	*Sinus eius ſecundus pro diuiſore.*
Angulus C	30 0 0	86603	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus BAC quæſitus	73 54 42	96082	*Sinus proueniens.*

Secundus modus per Sinus, & Secantes vnica multiplicatione, iuxta ſecundam formam.

MVltiplica Sinum ſecundum lateris dati in Secantem anguli ipſi oppoſiti, & quod prouenit, per totum Sinum partire; nam relinquetur Secans ſecunda anguli quæſiti dato lateri adiacentis. Ita enim practicatur ſecunda Analogia ſuperius propoſita. Vt in eodem Exemplo ita repetito patet.

Latus AB datum	25 40 0	90133	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus C ei oppoſitus	30 0 0	118470	*Secans eius.*
Angulus BAC quæſitus	73 55 0	104077	*Secans ſecunda prodiens.*

Tertius modus adhuc per Sinus, & Secantes vnica multiplicatione, iuxta eandem ſecundam formam.

MVltiplica Secantem lateris dati in Sinum ſecundum anguli eidem oppoſiti, & à producto tolle quinque notas à dextra, & reliquum erit Sinus anguli dicto lateri adiacentis, qui quæritur. Vt in eodem Exemplo ſic practicatur tertia Analogia ſuperius poſita.

Latus AB datum	25 40 0	110947	*Secans eius.*
Angulus C datus ei oppoſitus	30 0 0	86603	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus BAC	73 54 42	96083	*Sinus proueniens.*

Quartus

Quartus modus per ſecundariam Proſtaphæreſin, iuxta tertiam formam.

APtatur ſecunda Analogia ad Proſtaphæreſin Sinuum tali pacto, ſicut & præcedentes. Permutabis angulum datum in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, & cum hoc numero permutato, atque etiam cum complemento lateris dati inſtitues Proſtaphęreſin, iuxta formam 33. Theor. Primi libri, nam ex ea proueniet numerus, qui arealiter adinuentus in quarto ordine Magni Canonis declarabit in calce, & a latere dextro angulum quæſitum. Vt in eodemmet patet Exemplo.

	G M S		
Lateris dati A B complementum	64 20 0		
Angulus datus C commutatus	6 37 51		
Differentia	57 42 9	534315	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	70 57 51	326150	*Sinus eius ſecundus.*
		208165	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus B A C quæſitus	73 55 0	104082	*Dimidium, id eſt Secans.*

Quintus modus per eandem ſecundariam Proſtaphæreſin, & iuxta eandem formam.

REducitur tertia Analogia propoſita ad Proſtaphæreſin tali pacto. Commutabis latus datum in arealem arcum quarti ordinis Magni Canonis, atque etiam angulum datum ipſi lateri oppoſitum commutabis in eiuſdem complementum, & cum his duobus numeris commutatis tractabis Proſtaphęreſin, iuxta vſitatam formam trigeſimi tertij Theorematis Quarti libri: nam ex ea colliges Sinum anguli quæſiti adiacentis dato lateri. Vt in ſequenti Exemplo apertè videre eſt.

Exemplum.

Anguli dati complementum	60 0 0		
Latus datum A B permutatum	6 22 12		
Differentia	53 37 48	592997	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	66 22 12	400829	*Sinus eius ſecundus.*
		192168	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus B A C	73 55 0	96084	*Dimidium, id eſt Sinus.*

Sextus modus per vnicum arealem ingreſſum in Tabula Generali, iuxta quartam formam.

COgnationem habet hic modus cum prima Analogia ſuperius expoſita. Ingredere igitur Tabulam Generalem in calce cum latere dato, & in illa columna ſume complementum anguli dati; nam à latere ſiniſtro exprimetur angulus quæſitus. Siue etiam ingredere cum latere dato à latere dextro Tabulæ, & arealiter in eadem linea ſume complementum anguli dati; nam in fronte patebit quæſitus angulus. Eſt enim in hoc calculo expediendo obſeruanda Regula tertia de ingreſſu areali, quam Capite quarto libri Quinti tradidimus.

Vt in eodemmet Exemplo ingredior in calce dicta Tabula cum gr. 25. 40'. dati lateris, & in illa columna quæro complementum dati anguli; nempe gr. 60. & à latere ſiniſtro prodeunt gr. 73. 54'. 42''. & tantus eſt angulus, qui deſideratur.

Septimus Modus per Generalem Tabulam laterali ingreſſu, facta tamen vnius termini commutatione, iuxta eandem quartam formam.

FVndatur hic modus in ſecunda Analogia ſuperius poſita. Cum angulo itaque dato accipies arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, facto in ipſo Canone introitu in fronte, & à latere ſiniſtro; hunc autem numerum ſic commutatum reperies in fronte Tabulæ Generalis, & à latere dextro numerum lateris dati; nam in vtriuſque concurſu dabitur arealis numerus, qui repertus in Quarto ordine Magni Canonis declarabit in calce, & à latere dextro quantitatem quæſiti anguli.

Vt in eodem exemplo, in quo datum fuit latus A B gr. 25. 40'. & angulus ipſi oppoſitus gr. 30. commuto hos gr. 30. in arealem numerum quarti ordinis Magni Canonis, nempe in gr. 6. 37'. 51''. Comperio itaque hunc numerum in

fronte

fronte Generalis Tabulæ, & à latere dextro ſumo gr.25.40'. & è directo in area patent gr.5.58'.27". hic autem numerus compertus in quarto ordine dicti Magni Canonis declarat in calce & à latere dextro quæſitum angulum BAC gr.73.55'.

Octauus modus per eandem Generalem Tabulam vnico laterali ingreſſu aliter iuxta eandem quartam formam, adhibita commutatione.

QVemadmodum ſuperior modus pendet à ſecunda Analogia, & cognationem habet cum quarto modo, cùm in vtroq; eadem commutatio obſeruanda ſit. Ita quoq; hic modus prodit à tertia Analogia, & conuenit cum quinto modo quoad commutationem. Itaq; commutato latere dato in arealem numerum quarti ordinis Magni Canonis, ſume hunc ipſum numerum commutatum in fronte Generalis Tabulæ, & à latere dextro comperies angulum datum; nam in area dabitur numerus, qui repertus in area quarti ordinis Magni Canonis patefaciet in fronte eius & à latere ſiniſtro angulum quæſitum.

Vt manente eodem Exemplo, in quo commutatum fuit latus datum gr.25.40'. in arealem arcum quarti ordinis Magni Canonis, nempe in gr.6.22'.12". Comperio itaque hunc numerum in fronte Generalis Tabulæ, et à latere dextro gr.30. dati anguli, & in area elicio gra.5.30'.50". quem numerum reperio arealiter in primo ordine eiuſdem Magni Canonis, & in fronte & à latere ſiniſtro patet angulus gr.73.55'.

Nonus modus per Tabulam ſecundæ Analogiæ vno laterali ingreſſu penes quintam formam.

SVme in fronte dictæ Tabulæ latus datum, & à latere dextro obſerua angulum datum, nam area in vtriuſque concurſu prodit anguli quæſiti quantitatem.

Vt in aſſumpto Exemplo, comperiendo latus datum AB. gr.25.40'. in fronte, & à latere dextro gr.30. pro angulo C, patent in area gr.73.55'.

PROBLEMA OCTAVVM.

Data Baſe cum vno latere aliud latus adinuenire.

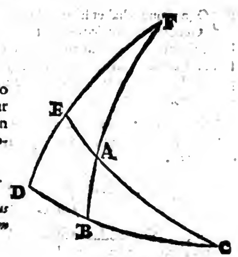
TRes hæ Analogiæ deſtinantur ſolutioni huius Problematis.

1 Vt Sinus ſecundus lateris vnius ad Sinum totum, ita Sinus ſecundus Baſis datæ ad Sinum ſecundum alterius lateris quæſiti. Theorema 2. Primi libri in terminis conuerſis.

2 Vt Sinus totus ad Sinum ſecundum dati lateris, ita Sinus ſecundus Baſis ad Sinum ſecundum alterius lateris quæſiti. Theor.8. Primi libri.

3 Vt Sinus totus ad Secantem dati lateris, ita Sinus ſecundus Baſis ad Sinum ſecundum alterius lateris quæſiti. Theor.9. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus vnica diuiſione, iuxta primam formam.



MVltiplica autem Sinum ſecundum Baſis datæ per Sinum totum, quod fit addendo ipſi quinq; cifras, & productum partire per Sinum ſecundum dati lateris, nam prouenict Sinus ſecundus lateris quæſiti. Hæc enim eſt operatio Primæ huius Analogiæ.

Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo ABC, data ſit Baſis AC. gr.60. & latus AB gr.36. Ex his exquiritur latus reliquum BC gr.51.50'. Vt iam demonſtrabimus.

	G	M	S		
Latus AB	*36*	*0*	*0*	*80902*	*Sinus eius ſecundus pro diuiſore.*
Baſis AC	*60*	*0*	*0*	*50000*	*Sinus eius ſecundus.*
Latus BC quæſitum	*51*	*50*	*0*	*61803*	*Sinus ſecundus proueniens.*

Secundus

Secundus modus per Sinus & Secantes vnica multiplicatione, iuxta ſecundam formam.

FVndatur hic modus in ſecunda Analogia, & talis eſt. Multiplica Sinum ſecundum dati lateris in Secantem Baſis, & abijce quinq; notas, & relinquetur ſecans lateris quæſiti. Vt in eodem Exemplo patet.

	G	M	S		
Latus A B	36	0	0	80902	*Sinus eius ſecundus.*
Baſis A C	60	0	0	200000	*Secans eius.*
Latus quæſitum B C	51	50	0	161804	*Secans prodiens.*

Tertius modus ſimiliter per Sinus & Secantes vnica multiplicatione, iuxta eandem ſecundam formam.

REſpicit hic modus tertiam Analogiam ſupra recitatam. Multiplica itaq; Secantem dati lateris in Sinum ſecundum Baſis datæ, & à producto reſcinde quinq; notas, & relinquetur Sinus ſecundus lateris quæſiti. Vt ex hoc repetito Exemplo videre eſt.

Latus A B.	36	0	0	123607	*Secans eius.*
Baſis A C.	60	0	0	50000	*Sinus eius ſecundus.*
Latus B C quæſitum	51	50	0	61803	*Sinus ſecundus prouenients.*

Quartus modus per Sinuum ſecundariam Proſthaphæreſin, iuxta tertiam formam, ſed facta vnius termini commutatione.

ACcommodatur ſecunda Analogia ſuperior, ſiue antè dicta, ad Proſtraphæreſin Sinuum ſecundariam; commutando latus datum in eiuſdem complementum, & Baſin datam in arealem numerum quarti ordinis Magni Canonis, intrando in fronte, & à latere ſiniſtro; cum his enim duobus numeris permutatis abſoluitur Proſtaphæreſis ſecundaria; vt in præcedentibus Problematibus fecimus, quæ dabit Secantem lateris quæſiti. Vt in eodem Exemplo hic repetito cernes.

Lateris dati A B complementum	54	0	0		
Baſis data B C commutata	11	32	13		*In quarto ordine Magni Canonis.*
Differentia	42	27	47	737712	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	65	32	13	414106	*Sinus eius ſecundus.*
				323606	*Relictum è ſubtractione.*
Latus quæſitum B C	51	50	0	161803	*Dimidium, id eſt ſecans.*

Quintus modus per eandem Proſtaphæreſin ſecundariam, aliter iuxta eandem tertiam formam, & facta in vno termino commutatione.

TErtia Analogia aptatur ipſi ſecundariæ Proſtaphæreſi; permutando latus datum in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, & loco Baſis accipiendo eiuſdem complementum; namque ſi cum his duobus numeris tractaueris Proſtaphereſin, colliges Sinum ſecundum lateris quæſiti; dùm tamen fuerint à te obſeruantę regulæ requiſitæ, præſertim vltima ſecundi cap. Secundi libri.

Baſis data A C complementum	30	0	0		
Latus datum A B commutatum in quarto ordine Magni Canonis.	7	6	1		
Differentia	22	53	59	921182	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	37	6	1	797581	*Sinus eius ſecundus.*
				123606	*Relictum è ſubtractione.*
Latus quæſitum B C	51	50	0	61803	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

Sextus modus per vnicum arealem ingreſſum in Tabula Generali, iuxta quartam formam.

FVndatur hic modus in prima Analogia. Ingredere itaq; in calce cum latere dato, & arealiter in dicta columna quære complementum Baſis; nam à latere dextro patebit latus quæſitum, ſiue etiam ſume

Digitized by Google

ſume latus datum à latere dextro Tabulę, & arealiter in eius directo complementum Baſis; nam in calce Tabulæ dabitur latus quæſitum.

Vt in eodem Exemplo, in quo data fuit Baſis A C. gr. 60. & latus A B. gr. 36. Quoniam abſoluere nequeo hunc ingreſſum comperiendo in calce latus datum, & in area complementum Baſis, idcircò ſumo latus datum, nempe gra. 36. à latere dextro, & in eadem linea quaro complementum Baſis, hoc eſt gr. 30. & in calce Tabula animaduerto gr. 51'40''. pro quantitate lateris quæſiti B C.

Septimus modus per lateralem ingreſſum in eadem Generali Tabula, iuxta quartam formam, ſed adhibita vnius termini commutatione.

PEndet hic modus à ſecunda Analogia, ſicut etiam quartus modus, vnde eandem commutatio in quarto modo tradita deſeruiet huic modo. Ingredere itaq; Tabulam Generalem lateraliter, ſumendo in fronte numerum Baſis commutatum in numerum arealem quartæ ſeriei Magni Canonis, & à latere dextro latus datum. Vel etiam ſumendo à latere ſiniſtro dictam Baſin commutatam, & in calce latus datum, prout opportunum videbitur; nam excipies numerum in area, qui arealiter quoque in eadem quartæ ſeriei columna repertus dabit in fronte gradus, & à latere ſiniſtro minuta lateris quæſiti.

Vt in eodem exemplo datam Baſin gra. 60. commuto in gra. 11. 32'. 13''. in area quarti ordinis magni Canonis, quem numerum comperio in fronte Generalis Tabula, & à latere dextro cum gr. 36. lateris dati excipio in area ſub eadem columna gr. 9. 58'. 40''. qui numerus in eodem quarto ordine Magni Canonis repertus arealiter dat gr. 51. in fronte, & à latere ſiniſtro m. 50'. pro quantitate lateris B C quæſiti.

Octauus modus aliter per lateralem ingreſſum in eadem Generali Tabula, iuxta quartam formam adhibita vnius termini commutatione.

DEducitur hic modus ex tertia Analogia, ſicut etiam quintus modus: Quare eadem commutatio in vtroq; neceſſaria eſt. Commutato itaq; latere dato in arealem numerum quarti ordinis Magni Canonis; ingredere cum eo, atq; cum data Baſe lateraliter dictam Generalem Tabulam, ita tamen vt numerum commutatum obſerues in fronte, & à latere dextro Baſin datam. Vel etiam, ſi neceſſitas vrgebit, ſume numerum commutatum à latere ſiniſtro, & Baſin in calce, & in area Tabulæ colliges numerum, qui arealiter in columna arcuum primæ ſeriei manifeſtabit tibi in calce Tabulæ latus quæſitum. Vt in hoc Exemplo.

Manente vt ſupra Baſi A C gr. 60. & latere A B gra. 36. commuto hos gra. 36. in gra. 7. 6'. 11'. quarti ordinis, quem numerum inquiro in fronte Tabula Generalis, & à latere dextro gra. 60. Baſis A C. Et colligo gra. 3. 32'. 36''. quem numerum reperio in area arcuum primis ordinis Magni Canonis, & in calce patent gr. 51. & à latere dextro aſcendente min. 50. pro quantitate lateris B C quæſiti.

Nonus modus per Tabulam ſecunda Analogia pro introitu laterali, iuxta quintam formam.

NVllo ferè negotio exploratur latus quæſitum per Tabulam ſecundæ Analogię; Ingrediendo cum latere dato in fronte Tabulæ, & cum Baſe data à latere dextro, nam colligitur in area lateris quæſiti complementum.

Vt in ſuperiore aſſumpto Exemplo, ex data Baſe A C gr. 60. à latere dextro reperta ſub columna gr. 36. lateris dati, colligo gr. 38. 10'. pro lateris quæſiti B C complemento, ex quo prodit ipſum latus gr. 51. 50'.

PROBLEMA NONVM.

Datis duobus lateribus circa rectum acutos angulos inquirere.

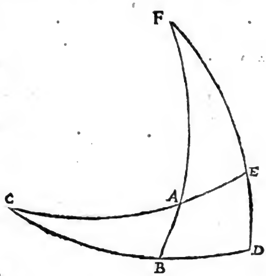
AD hoc Problema ſoluendum nulla ſola Analogia in Sinibus aptatur, ſed duæ neceſſariæ ſunt, Sed tamē hæ duę, in quibus interueniunt Secantes & Tangentes per ſe ſolæ ſufficiũt.

1 Vt Sinus totus ad Sinum vnius lateris, ita Tangens ſecunda alterius lateris ad Tangentem ſecundam anguli huic alteri lateri oppoſiti. Theor. 20. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam prioris lateris, ita Tangens poſterioris lateris ad Tangentem anguli poſteriori lateri oppoſiti. Theor. 22. Primi libri.

Digitized by Google

Primus modus per ſolos Sinus geminata operatione, iuxta primam formam.



INueniatur per ſecũdum Problema huius Baſis ex duobus lateribus datis, deinde ex hac inuenta Baſi, & latere, cuius angulus oppoſitus quæritur exploretur ipſe angulus per primum modum Quarti Problematis.

Operatio. Multiplicentur adinuicem Sinus ſecundi duorum datorum laterum, & facta per totum Sinum diuiſione exiet Sinus ſecundus Baſis, cuius arcus dicetur Inuentum primum. Deinde ſumpto Sinu primo huius primi Inuenti ſeruetur pro diuiſore, per quem diuidendus erit Sinus lateris in totum Sinum multiplicati, & in quotiente proueniet Sinus anguli ipſi lateri oppoſiti, qui quæritur.

Exemplum:

PRopoſitum ſit Triangulum A B C, in quo latera circa rectum data ſint, nimirum A B gr.38. & B C gr.54. Ex his iuxta præſcriptam rationem adinuenietur angulus C gr.44.0'. ferè, & angulus B A C gr.65.54'. Vt hic.

	G	M	S		
Latus A B datum	38	0	0	78801	*Sinus eius ſecundus.*
Latus B C datum	54	0	0	58778	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum, id eſt Baſis A C	62	24	30	46318	*Sinus ſecundus prouentens.*
				88627	*Sinus primus primi Inuẽti pro diuiſore.*
Latus vnum datum A B	98	0	0	61566	*Sinus eius.*
Angulus vnus quæſitus C	44	0	0	694455	*Sinus proueniens.*
Latus aliud datum B C	54	0	0	80902	*Sinus eius.*
Angulus alter B A C quæſitus	65	54	0	91283	*Sinus proueniens.*

Secundus modus per Sinus, & Tangentes vnica multiplicatione iuxta ſecundam formam.

PRimæ Analogiæ ſupra propoſitæ hæc eſt operatio. Multiplicetur Sinus lateris adiacentis quæſito angulo in Tangentem ſecundam alterius lateris eidem angulo oppoſiti; & ex producto abijciantur quinque notę à dextra, & relinquetur Tangens ſecunda anguli quæſiti; vt hic conſpicitur repetito priore Exemplo.

Latus B C datum adiacens	54	0	0	80902	*Sinus eius.*
Latus A B oppoſitum	38	0	0	125717	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus C	44	0	0	103550	*Tangens ſecunda prodiens.*
		Deinde ſimiliter.			
Latus A B adiacens	38	0	0	61666	*Sinus eius.*
Latus B C oppoſitum	54	0	0	72654	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus B A C	65	54	0	44730	*Tangens ſecunda proueniens.*

Tertius modus per Tangentes, & Secantes iuxta eandem ſecundam formam ex vnica ſimiliter multiplicatione.

SEcundæ Analogiæ ſuperius propoſitæ hæc eſt operatio. Multiplicetur Secans ſecunda lateris adiacentis in Tangentem lateris oppoſiti, & abiectis quinque notis à dextra relinquetur Tangens anguli quæſiti. Vt in ſubiecto Exemplo patet.

Lætus B C datum adiacens	54	0	0	123607	*Secans eius ſecunda.*
Lætus A B oppoſitum	38	0	0	78129	*Tangens eius.*
Angulus quæſitus C	44	0	0	96573	*Tangens quæſita prodiens.*
		Deinde ſimiliter.			
Latus A B adiacens	38	0	0	162427	*Secans eius ſecunda.*
Latus B C oppoſitum	54	0	0	137638	*Tangens eius.*
Angulus quæſitus B A C	65.54		0	223561	*Tangens proueniens.*

Quartus Modus per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin penes tertiam formam.

POſſet reduci vtraque Analogia ad praxin per Proſtaphęreſin; ſed nos contenti erimus accommodare ad hunc vſum priorem tantum vt magis expeditiorem, relicta altera, quæ duplici commutatione eget, ac proinde intricator eſt. Commutabis latus quæſito angulo oppoſitum in numerum arealem tertij ordinis, iuxta Regulam primam ſecundi Capitis Secundi libri, intrando ſcilicet in calce, & à latere dextro, & accipiendo in area arcum primum, vel ſecundum dicti tertij ordinis, quem numerum ſic commutatum deputa ad Proſtaphæreſin vnà cum altero latere dato, cuius adiacens angulus quæritur, nam exibit Tangens ſecunda dicti anguli quæſiti. Memento tamen ſeruare Regulam vltimam ſecundi Capitis, ſi fuerit acceptus arcus primus dicti quarti ordinis: Vt in his Exemplis apparebit.

Esto ſicut ſupra Triangulum ABC, cuius latus AB ſit datum gr.38. & latus BC gr.54. & oporteat colligere ex his angulum acutum BAC oppoſitum lateri BC.

	G M S		
Latus AB	38 0 0		
Latus BC permutatum in primum aruum tertij ordinis Magni Canonis	4 9 59		
Differentia	33 50 1	8 3 0 6 5 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	42 9 59	7 4 1 1 9 8	*Sinus eius ſecundus.*
		8 9 4 5 9	*Relictum è ſubtractione.*
Quæſitus angulus BAC	65 54 0	4 4 7 3 0	*Dimidium, id eſt Tangens ſecunda.*

Aliud Exemplum.

Latus BC commutatum in 2. arcum	46 35 50		
Latus AB	38 0 0		
Differentia	8 35 50	9 8 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	84 35 50	9 4 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
		8 9 4 6 0	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus BAC	65 54 0	4 4 7 3 0	*Dimidium, id eſt Tangens ſecunda.*

Quintus modus per Tabulam Generalem, duplici tamen ingreſſu, iuxta quartam formam.

HIc modus conuenit ad vnguem cum primo modo. Vnde duplici introitu opus eſt ad hoc Problema abſoluendum. Ex duobus itaque lateribus datis colligatur Baſis, ſeu Inuentum primum per quintum modũ ſecundi probl. Deinde ex hoc primo Inuento ſeu Baſe, & latere illo, cuius oppoſitus angulus quæritur, colligatur per ſextum modũ quarti probl. ipſe angulus quæſitus. Ingredere igitur primò lateraliter Tabulam Generalem cum lateribus datis, comperiendo vnum in calce, & aliud à latere dextro, & excipies in area numerum, cuius complementum erit Baſis, ſeu Inuentum primum. Deinde ſecundò ingredere eandem Tabulam arealiter cum hoc primo Inuento, & cum latere oppoſito angulo quæſito, ſumendo in latere ſiniſtro Tabulæ Inuentum primum, & areatim in eadem linea dictum latus; nam in fronte patebit quantitas anguli quæſiti.

Poteris etiam numerum primò Inuentum ex primo ingreſſu laterali reperire à latere dextro, & areatim in eadem linea latus. Nam in fronte idem angulus prodibit.

Vt in aſſumpto Exemplo. Cum lateribus AB gr.38. & BC gr.54. lateraliter compertis colligo in area Generalis Tabula gr.27 35′.33″. & hunc numerum comperio iterum à latere dextro dictæ Tabulæ, & in eadem linea ſumo arealiter gr.54. lateris BC, & in fronte dantur gr.65.54′. pro angulo quæſito BAC.

Sextus

Digitized by Google

Sextus modus per eandem Tabulam Generalem vnico ingreſſu laterali, iuxta eandem quartam formam, ſed adhibita vnius termini commutatione.

COgnationem habet hic modus cum quarto modo, cum ambo in prima Analogia ſundentur. Quare eadem commutatio hîc facienda eſt, quæ in dicto quarto modo. Cum latere igitur commutato, & altero latere, cuius adiacens angulus quærendus eſt, fac introitum lateralem in Generali Tabula; & in area excipies numerum, qui in eadem columna tertij ordinis, in qua fuit facta ſuperior commutatio, repertus dabit in calce, & à latere dextro magnitudinem anguli quæſiti.

Vt in eodemmet aſſumpto Exemplo pro habendo angulo BAC ingredior lateraliter Tabulam Generalem cum latere BC gr.54. commutato in gr.46.35′50″. in columna ſecundi arcus tertij ordinis Magni Canonis, atq; etiam cum gr.38. reliqui lateris AB, & colligo in area gr.26.34′. qui numerus iterum in eadem columna dicti quarti ordinis repertus dat in calce, & à latere dextro gr.65.54′. pro angulo quaſito BAC.

Similiter pro habendo reliquo angulo C commuto gr.38. in arcum primum dicti tertij ordinis, nempe in gr.7.21′.14″. cum quo, & cum gr.54. lateris BC deprahendo in area Generalis Tabula gr.5.56′.37″. qui numerus denuo compertus in eademmet columna primi arcus tertij ordinis oſtendit in calce gr.44. quantus eſt angulus C, qui quaritur.

Septimus modus per Tabulam tertiam Primi Mobilis, ſeu tertia Analogia ex ſolo laterali ingreſſu, iuxta quintam formam.

FAcilior cęteris, ac expeditior eſt hic modus. Ingredere tertiam Tabulam Primi Mobilis lateraliter, ſumendo in fronte latus adiacens, & à latere dextro Tabulę latus quærendo angulo oppoſitum: nam area exhibet in vtriuſque concurſu complementum anguli quæſiti.

Vt in dicto Exemplo, in quo latus AB datur gr.38. & latus BC gr.54. comperio primo in fronte dicta Tabula tertia gr.38. & à latere dextro gr.54. & in area colligo gr.24.6′. pro complemento anguli BAC quaſiti. Vnde ipſe angulus eſt gr.65.54′.

Similiter pro habendo reliquo angulo C ſumo in fronte gr.54. & à latere dextro gr.38. & in area patent gr.46. complementum ſcilicet dicti anguli C, vnde datur ipſe angulus gr.44.

PROBLEMA DECIMVM.

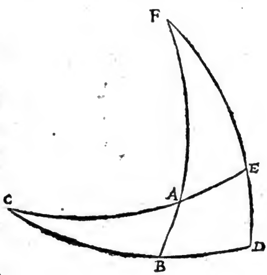
Data Baſe cum vno angulo inuenire latus adiacens.

AD hoc Problema vnica operatione tractandum deſeruiunt hæ duæ Analogiæ.

1 Vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli, ita Tangens Baſis ad Tangentem lateris adiacentis. Theor.23. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem anguli, ita Tangens ſecunda Baſis ad Tangentem ſecundam lateris angulo adiacentis. Theor.25. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus duplici operatione, iuxta Primam formam.



CVm data Baſe, & angulo dato eliciatur per primum modum Primi Problemati huius latus oppoſitum dato angulo, quod dicetur Inuentum primum. Deinde ex hoc Inuento, & Baſe data per primum modum octaui Problematis excerpetur latus ipſum quæſitum.

Operatio. Multiplicetur itaq; Sinus anguli dati in Sinum Baſis datæ, & quod remanet abiectis quinq; figuris à dextra, erit Sinus Inuenti primi, cuius arcus depræhendendus eſt, & cum eo Sinus ſecundus exquirendus eſt; per quem diuidendus erit Sinus ſecundus Baſis datę quinque cifris auctus, & in quotiente proſiliet Sinus ſecundus lateris quæſiti.

Exemplum.

In Triangulo Rectangulo ABC data ſit Baſis AC gr.66. & angulus C gr.35. Ex his inueſtigatur latus BC gr.61.28′. Vt infra.

Digitized by Google

	G M S		
Angulus C datus	35 0 0	5 7 3 5 8	*Sinus eius.*
Baſis A C data	66 0 0	9 1 3 5 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum, id eſt latus A B	31 36 2	5 2 3 9 9	*Sinus prodiens.*
Idem primum inuentum	31 36 2	8 5 1 7 3	*Sinus eius ſecundus diuiſor.*
Baſis eadem A C	66 0 0	4 0 6 7 4	*Sinus eius ſecundus.*
Latus quæſitum B C	61 28 30	4 7 7 5 5	*Sinus ſecundus proueniens.*

Secundus modus per Sinus, & Tangentes vnica multiplicatione iuxta ſecundam formam.

PRaxis primæ Analogiæ hæc eſt. Multiplicetur Sinus ſecundus anguli dati in Tangentem Baſis datæ, & reiectis quinque figuris, remanebit Tangens lateris quæſiti. Exemplum idem repetitum ſubijcio.

Angulus datus C	35 0 0	8 1 9 1 5	*Sinus eius ſecundus.*
Baſis A C	66 0 0	2 2 4 6 0 4	*Tangens eius.*
Latus quæſitum B C	61 28 30	1 8 3 9 8 4	*Tangens proueniens.*

Tertius modus per Tangentes, & Secantes iuxta eandem ſecundam formam per vnicam multiplicationem.

SEcunda Analogia ita ad Praxin reducitur. Ducatur Secans anguli in Tangentem ſecundam Baſis, & à producto reiectis quinque dextris figuris remanebit Tangens ſecunda lateris dato angulo adiacentis. Ecce Exemplum idem repetitum.

Angulus datus C	35 0 0	1 2 2 0 7 7	*Secans eius.*
Baſis A C.	66 0 0	4 4 5 2 3	*Tangens eius ſecunda.*
Latus quæſitum B C	61 28 30	5 4 3 5 2	*Tangens ſecunda proueniens.*

Quartus modus per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin ſecundum tertiam formam.

APtatur ad Proſtaphæreſin Prima Analogia hoc modo. Permutando .ſ. Baſin datam in arcũ primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis; & ſubſtituendo complementum anguli dati in locum ipſiuſmet anguli. Cum his enim duobus commutatis numeris tractatur Proſtaphæreſis, iuxta Theorema trigeſimumtertium Primi libri: & prodeunti ex ea numero additur vna figura; ſi commutatio Baſis fuerit facta in primum arcum, qui ſanè collectus numerus Tangens erit lateris quæſiti adiacentis dato angulo. Si autem in ſecundum arcum commutatio Baſis fuerit facta, nulla erit opus adiunctione.

Vt in eodem Exemplo ſupra accepto perſpicuum fiet. In quo angulus datus C eſt gr. 35. & Baſis data A C gr. 66. Ex his quæritur latus B C dicto angulo adiacens.

Anguli dati C complementum	55 0 0		
Baſis A C commutata in primũ arcum	12 58 47	*in 3. ordine.*	
Differentia	42 1 13	7 4 2 9 1 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	67 58 47	3 7 4 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
		3 6 7 9 7 6	*Relictum è ſubtractione.*
Latus quæſitum B C	61 28 0	1 8 3 9 8 8	*Dimidium, id eſt Tangens,*

Quintus modus per duplicem ingreſſum in Tabula Generali iuxta quartam formam.

COrreſpondet hic modus Primo modo per ſolos Sinus; vnde ob hoc duplici opus eſt introitu. Ex Baſe itaque, & angulo datis eliciatur per lateralem ingreſſum latus oppoſitum dato angulo, quod dicitur Inuentum primum, per quartum ſcilicet modum primi Problematis huius. Poſtea cum hoc Inuento primo, & eadem data Baſe colligatur per ſextum modum octaui huius Problematis latus quæſitum. Hoc eſt ingredere Tabulam Generalem lateraliter; primo cum Baſe, & angulo datis ſumendo in area numerum, qui congruit lateri, quod opponitur dato angulo, & dicitur Inuentum primum. Poſtea ſecundò ingredere eandem Tabulam, comperiendo in calce Inuentum hoc primum, & areatim complementum

Digitized by Google

mentum Baſis; nam à latere dextro reſpondet latus quæſitum. Vel etiam hic ſecundus ingreſſus, ſi expedierit, fiat ſumendo Inuentum primum à latere dextro Tabulæ, & arealiter in eius directo complementum Baſis; nam in calce Tabulæ dabitur latus quæſitum.

Vt in dicto Exemplo, pro indagando latere B C ex data Baſe A C gr.66. & angulo C gr.35. confero primò hos duos numeros ad ingreſſum lateralem, ſumendo in fronte gr.35. & à latere ſiniſtro gr.66. & in area exibit in vtriuſque concurſu Inuentum primum gr.31 36'. Deinde ſecundò comperio à latere dextro eiuſdem Tabulæ hoc primum inuentum, & in area in eadem linea obſeruo complementum Baſis, quod eſt gr.24. & in calce animaduerto gr. 61.28'. & tantum eſt quæſitum latus B C.

Sextus modus per vnicum lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem, iuxta eandem quartam formam, ſed non ſine commutatione.

PEndet hic modus à Prima Analogia ſupra propoſita, quemadmodum, & quartus modus; quare in vtroque requiritur eadem commutatio Baſis datæ in arcum primum, vel ſecundum tertiæ ſeriei Magni Canonis. Cum hac igitur Baſi commutata, & cum angulo dato ingredere lateraliter Generalem Tabulam, comperiendo in fronte Baſin commutatam, & à latere dextro angulum datum, vel ſumendo à ſiniſtro latere dictam Baſin commutatam, & in calce angulum datum, & vtroque modo excipietur in area numerus, qui iterum repertus in eademmet columna primi, vel ſecundi arcus tertij ordinis Magni Canonis, patefaciet in fronte, & à latere ſiniſtro latus quæſitum.

Vt in eodem aſſumpto Exemplo, inquiro in fronte Generalis Tabulæ gr.12.58'.47". numerum ſcilicet Baſis commutatæ, vt diximus; & à latere dextro gr.35. & in area patent gr.10.36'. hunc vero numerum deprahendo in eademmet columna arcus primi tertij ordinis, in qua facta fuit commutatio Baſis, & ei reſpondent in fronte gr.61. & à latere min.28. & tantum eſt latus B C, quod quæritur.

Septimus modus per Tabulam tertiæ Analogiæ, iuxta quintam formam, vnico laterali introitu.

EXpeditior, ac planior cęteris erit hic modus vltimus per Tabulam Tertiæ Analogiæ, capiendo in eius calce angulum datum, & a latere ſiniſtro Baſin datam; nam in area patebit latus ipſum quæſitū.

Vt in eodemmet Exemplo ſumptis gr.35. dati anguli in calce, & à latere ſiniſtro gr.66. datæ Baſis, profert area gr.61.28'. pro latere quæſito.

PROBLEMA VNDECIMVM.

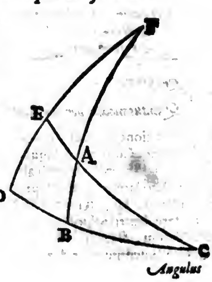
Dato angulo cum latere adiacente, Baſin inquirere.

AD huius quæſiti ſolutionem per vnicam operationem viam aperiunt duo hæc Theoremata, ſeu Analogiæ.

1 Vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris, ita Sinus ſecundus anguli adiacentis ad Tangentem ſecundam Baſis. Theor.18. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem anguli, ita Tangens lateris adiacentis ad Tangentem Baſis. Theor.30. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus ſed duplici operatione, iuxta primam formam.



CVm dato latere, & angulo dato illi adiacente excerpe per Primum modum tertij Problematis huius alterum angulum, quem dicimus Inuentum primum, atque cum hoc Inuento primo, & cum eodem dato latere collige per primum modum quinti Problematis ipſam Baſin quæſitam.

Operatio. Ducas Sinum anguli dati in Sinum ſecundum lateris dati, & abiectis abijciendis, reliquum erit primi inuenti Sinus ſecundus, nempe anguli reliqui: cuius Sinum primum ſerua pro diuiſore; adde mox Sinui lateris dati quinque notas à dextra, & prouenientem hunc numerum partire per diuiſorem nuper adſeruatum, & quotiens erit Sinus Baſis quæſitæ.

Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo A B C notum ſit latus A B gr.36. cum angulo ei adiacente B A C gr.52. Ex his excipietur Baſis A C gr.49.43'. tali proceſſu.

Digitized by Google

	G	M	S		
Angulus datus B A C	52	0	0	7 8 8 0 1	*Sinus eius.*
Latus et adiacens A B datum	36	0	0	8 0 9 0 2	*Sinus eius ſecundus.*
Primū Inuentum, ideſt angulus alter C	50	23	36	6 3 7 5 2	*Sinus ſecundus prodiens.*
				7 7 0 4 3	*Sinus eiuſdem primi Inuēti pro diuiſore.*
Latus idem A B datum.	36	0	0	5 8 7 7 9	*Sinus eius.*
Baſis A C quæſita	49	43	0	7 6 2 9 3	*Sinus proueniens.*

Secundus modus per Sinus, & Tangentes iuxta ſecundam formam per vnius multiplicationis vſum.

OPeratio primę Analogiæ ſupra propoſitæ hæc eſt. Multiplica Tangentem ſecundam lateris dati in Sinum ſecundum anguli adiacentis dati, & reiectis reijciendis relinquetur Tangens ſecunda quęſitæ Baſis; vnde & ipſa Baſis innoteſcet. Vt in eodem repetito Exemplo fit conſpicuum.

Latus datum A B	36	0	0	1 3 7 6 3 8	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus B A C	52	0	0	6 1 5 6 6	*Sinus eius ſecundus.*
Baſis quæſita A C	49	43	0	8 4 7 3 8	*Tangens ſecunda proueniens.*

Tertius modus per Tangentes, & Secantes vnica etiam multiplicatione, iuxta eandem ſecundam formam.

OPeratio ſecundæ Analogiæ ſuperius datæ talis exiſtit. Ducas Secantem dati anguli in Tangentem dati lateris, & à producto ſepara quinque vltimas notas à dextra; & relinquetur Tangens quæſitæ Baſis; Vnde & ipſa Baſis non ignorabitur. Exemplum hoc erit.

Latus datum A B	36	0	0	7 2 6 5 4	*Tangens eius.*
Angulus B A C	52	0	0	1 6 2 4 2 7	*Secans eius.*
Baſis quæſita A C	49	43	0	1 1 8 0 1 0	*Tangens prodiens.*

Quartus modus per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin iuxta tertiam formam.

DEducitur hic Quartus modus ex prima Analogia ſuperius recitata. Commutabis itaque latus datum in arcum arealem primum, vel etiam ſecundum tertij ordinis Magni Canonis; intrando ſcilicet in calce, & à latere dextro; cum quo, & cum complemento anguli dati abſolues Sinuum Proſtaphæreſin ſecundariam; nam elicies ex ea Tangentem ſecundam quæſitæ Baſis: dum tamen obſeruaueris vltimam regulam ſecundi Capitis Secundi libri.

Vt in eodem Exemplo. in quo datus eſt angulus B A C gr. 52. & latus A B datum eſt gr. 36. exquiro Baſin A C, inſtituendo Proſtaphæreſin in hunc modum.

Anguli dati B A C complementū	38	0	0		
Latus datum A B commutatum	7	54	40		*in primum arcum tertij ordinis.*
Differentia	30	5	20	8 6 5 2 4 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	45	54	40	6 9 5 7 7 3	*Sinus eius ſecundus.*
				1 6 9 4 7 6	*Relictum à ſubtractione.*
Quæſita Baſis A C	49	43	0	8 4 7 3 8	*Dimidium, id eſt Tangens 2. prodiens.*

Quintus modus per duplicatum ingreſſum in Tabulam Generalem iuxta quartam formam.

COnnexionem habet hic modus cum primo modo per ſolos Sinus, quare, ſicut ille, duplici eget operatione. Cum latere itaque, & angulo dato illi adiacente exquire per quartum modum Tertij Problematis vno ingreſſu laterali alterum angulum, quem vocamus Inuentum primum; cum quo & cum eodem dato latere venaberis per ſextum modum Quinti Problematis ex vno areali introitu quæſitam ipſam Baſin. Hoc eſt ingredere lateraliter Generalem Tabulam ſumendo in fronte angulum datum, & à latere dextro ipſum latus datum, ſiue etiam ſumendo à latere ſiniſtro angulum datum, & in calce latus datum, & excipies in area vtroque modo Inuentum primum; Deinde ſecundò obſeruabis hoc primum Inuentum in calce eiuſdem Tabulæ, & in eadem columna ſume latus datum; nam à latere ſiniſtro

ſtrò

ſtro ipſius Tabulæ conſpicietur quantitas Baſis quæſitę. Vel ſecundò accipe, ſi expedierit magis, Inuentum primum à latere dextro, & in area in eadem linea latus datum; nam in fronte patebit quantitas quæſitæ Baſis.

Vt manente eodem Exemplo. Sumitur angulus datus gr. 52. in fronte, & à latere dextro gr. 36. lateris dati, & area exhibet in vtriuſq; numeri concurſu gr. 39. 36. 24″. pro primo Inuento, quod rurſus comperiendum eſt à latere dextro eiuſdem Tabulæ; & in area gr. 36. lateris dati; & in fronte dantur gr. 49. 43′. quantum eſt Baſis, quæ exquirenda proponebatur.

Sextus modus per vnicum ingreſſum lateralem in eandem Generalem Tabulam, iuxta eandem quartam formam, obſeruata tamen vnius termini commutatione.

PRodit hic modus ex prima Analogia perinde ac quartus; vnde hic eadem commutatione egemus, quæ in illo tradita fuit. Cum latere ergo dato commutato in arcum primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis; & cum angulo dato fac ingreſſum lateralem in Generalem Tabulam, obſeruando in eius fronte latus commutatum, & à latere dextro datum angulum; nam arealis numerus in angulo communi, ſi fuerit conquiſitus in area primi arcus, vel ſecundi eiuſdem tertij ordinis, id eſt in eadem columna, in qua facta fuit prior commutatio, conſpicietur in calce, & à dextro latere quantitas Baſis quæſitæ.

Vt in dicto Exemplo comperio in fronte Generalis Tabulæ datum latus commutatum in gr. 7. 54′. 40″. vt diximus in quarto modo: A latere verò dextro ſumo gr. 52. anguli dati, & in area prodeunt gr. 4. 51′. 39″. qui numerus iterum adinuentus in columna primi arcus tertij ordinis manifeſtat in calce Tabulæ gr. 47. & à latere dextro min. 43. pro Baſe conquiſita.

Septimus modus per Tabulam tertiæ Analogiæ vnico laterali ingreſſu penes quintam formam.

COmpendioſiſſimè calculum hunc tractabis per Tabulam tertiæ Analogiæ, obſeruando in eius calce angulum datum, & à latere dextro eiuſdem Tabulæ ſumendo latus datum; nam ex area erues complementum Baſis quæſitæ, vnde & ipſa Baſis confeſtim dabitur.

Vt in eodem Exemplo iuxta hunc modum tractato, inquiro in calce Tabulæ gr. 52. anguli dati, & à latere dextro gr. 36. lateris dati, & area in vtriuſq; numeri concurſu exhibet gr. 40. 17′. pro quæſitæ Baſis complemento. Quare patet ipſam Baſin eſſe gr. 49. 43′. ſicut in reliquis modis collecta fuit.

PROBLEMA DVODECIMVM.

Data baſe, & angulo obliquo alterutro reliquum angulum exquirere.

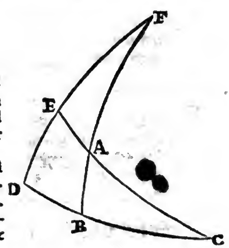
AD huius Problematis ſolutionem hæ duæ Analogiæ deſeruiunt vnica operatione.

1 Vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Baſis, ita Tangens vnius anguli ad Tangentem ſecundam alterius anguli. Theor. 19. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem Baſis, ita Tangens ſecunda anguli ad Tangentem alterius anguli Theor. 26. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus duplici operatione iuxta primam formam.

EX Baſe & angulo datis cognoſcatur per primum modum primi Problematis latus dicto angulo oppoſitũ, & per primum modum ſeptimi Problematis ex hoc latere modo inuento, quod dicimus Inuentum primum, & ex eodem angulo dato colligatur alter angulus quæſitus.



Operatio. Multiplica Sinum anguli dati in Sinum Baſis datæ, & à producto abſcinde quinq; numeros à dextra, & reliquum erit Sinus lateris dicto angulo oppoſiti, quod dicitur primum Inuẽtum. Poſtea adde quinque cifras Sinui ſecundo dicti anguli, & productum numerum diuide per Sinum ſecundum primi Inuenti, & prodibit in quotiente Sinus anguli quæſiti.

Exemplum

Exemplum.

DEntur in Triangulo Rectangulo ABC Baſis AC gra.66. & angulus C. gra. 35. Et quaratur ex his angulus BAC, nam inuenietur iuxta hanc formam gr.74.6'. Vt in ſubiecto calculu videre eſt.

	G M S		
Angulus datus C	35 0 0	5 7 3 5 8	*Sinus eius*
Baſis data AB	66 0 0	9 1 3 5 5	*Sinus eius*
Primum Inuentum, hoc eſt latus AB	31 36 0	5 2 3 9 9	*Sinus proueniens.*
		8 5 1 7 3	*Sinus ſecundus primi Inuenti diuiſor.*
Idem angulus datus C	35 0 0	8 1 9 1 5	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quaſitus BAC	74 6 0	9 6 1 7 5	*Sinus proueniens.*

Secundus modus per Sinus & Tangentes per opus multiplicationis iuxta ſecundam formam.

PRima Analogia ſuppeditat hũc modum. Ducito Sinum ſecundum Baſis datæ in Tangentem dati anguli, & tolle à producto numero quinque vltimas figuras; nam prodibit Tangens ſecunda anguli quæſiti; vt ex hoc repetito Exemplo liquet.

Baſis data AC	66 0 0	4 0 6 7 3	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus datus C	35 0 0	7 0 0 2 1	*Tangens eius.*
Angulus quaſitus BAC	74 6 0	2 8 4 8 0	*Tangens ſecunda prodiens.*

Tertius modus per Tangentes & Secantes vnica multiplicatione iuxta eandem ſecundam formam.

OPeratio ſecundæ Analogiæ hæc eſt. Ducito Secantem Baſis datæ in Tangentem ſecundam dati anguli, & productũ per totum Sinum partire, & exibit Tangens anguli quæſiti; Vt in hoc exẽplo.

Baſis data AC	66 0 0	2 4 5 8 5 9	*Secans eius.*
Angulus datus C	35 0 0	1 4 2 8 1 5	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quaſitus BAC	74 6 0	3 5 1 1 2 4	*Tangens proueniens.*

Quartus modus per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin iuxta tertiam formam.

REducitur prima Analogia ſuperius propoſita ad Proſtaphæreſin, ope commutationis dati Anguli in arcum arealem primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis; namq; cum hoc commutato numero anguli, & cum complemento Baſis datæ operando per Proſtaphęreſin Sinuum, exit Tangens ſecunda Anguli quæſiti. Ecce idem Exemplum ad Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam accommodatum.

Baſis data AC complementum	24 0 0		
Angulus C commutatus in primũ	4 0 35	*arcum tertij ordinis Magni Canonis.*	
Differentia	19 59 5	9 3 9 7 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	28 0 55	8 8 2 8 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
		5 6 9 6 4	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quaſitus BAC	74 6 0	2 8 4 8 2	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda.*

SIc in eodem exemplo poſſumus obſeruare commutationem in ſecundum arcum, vt hîc.

Angulus C commutatus in ſecun-	44 26 37	*dum arcum tertij ordinis Magni Canonis.*	
Baſis data AC complementum	24 0 0		
Differentia	20 26 37	9 3 7 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	68 26 37	3 6 7 4 7	*Sinus eius ſecundus.*
		5 6 9 5 6	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quaſitus BAC	74 6 0	2 8 4 7 8	*Dimidium, id eſt Tangens ſecunda.*

Quintus

Digitized by Google

Quintus modus per geminatam operationem ex Tabula Generali iuxta quartam formam.

COnuenit hic modus cum primo modo per ſolos Sinus, & vterque tractatur, ac abſoluitur ex duabus operationibus. Itaque ex angulo, & Baſe datis elice per quartum modum primi Problematis Inuentum primum; atque ex hoc primo Inuento, & angulo eodem dato colliges per ſextum modum Septimi Problematis angulum alterum, qui deſideratur. Hoc eſt, fiat primus introitus lateralis cum Baſe, & angulo datis, ſumendo minorem numerum in fronte, & maiorem à latere ſiniſtro, & numerus in area compertus dicetur primum Inuentum: ſecundus verò introitus abſoluatur comperiendo primum ipſum Inuentum in calce Tabulę, & in area eiuſdemmet columnæ complemẽtum anguli prius dati, & à latere ſiniſtro patebit angulus quæſitus; Siue etiam ſecundum ingreſſum abſolue ſumendo Inuentum primum à latere dextro Tabulæ, & in area in eademmet linea complementnm dati anguli; & in fronte Tabulæ exprimetur quantitas anguli quæſiti.

Vt in dicto Exemplo, in quo datur angulus C gr.35. cum Baſe AC gr.66. comperio in fronte Generalis Tabulæ gr.35. & à latere ſiniſtro gr.66. & in area prodit primum Inuentum gr.31.36'. Quod primum Inuentum quæro in calce eiuſdem Tabulæ, & in area eiuſdem columnæ inquiro gr.55. complementum ſcilicet anguli dati, & à latere ſiniſtro in eius directo conſpicio gr.74.6'. & tantus eſt angulus, qui deſideratur.

Sextus modus per vnicum ingreſſum in eandem Tabulam Generalem iuxta eandem quartam formam, ſed facta vnius termini commutatione.

DEducitur hic modus ex prima Analogia, veluti etiam quartus, quare in vtroque eadem commutatio adhibenda eſt. Intrabis igitur Generalem Tabulam lateraliter cum angulo dato commutato, ſicut præcepimus in dicto quarto modo, & cum Baſe data, ſumendo ſcilicet in fronte dictę Tabulæ angulum commutatum, & à latere dextro Baſin; ſiue etiam ſumendo à latere ſiniſtro angulum commutatum, & in calce Baſin; nam in area dabitur numerus, qui debet inquiri in area tertij ordinis Magni Canonis in illa ipſa columna primi, vel ſecundi arcus, in qua facta fuit prior anguli commutatio, nam in calce, & à latere dextro exprimetur anguli quæſiti quantitas.

In eodem Exemplo aſſumpto in quo data fuit Baſis AC gr.66. & angulus C gr.35. fuit commutatus dictus angulus in gr.44.26'.37''. ſecundi arcus tertij ordinis, hunc autem comperio à latere ſiniſtro Tabulæ, & in calce Baſin datam gr.66. & patent in area gr.16.32'.46''. qui numerus in eadem columna ſecundi arcus immiſſus oſtendet in inferiore parte gr.74.6'. & tantus eſt angulus, qui quærebatur.

Septimus modus per Tabulam tertiæ Analogiæ vnico laterali introitu iuxtà quintam formam.

IDem quęſitũ mira promptitudine indagatur per Tabulam tertię Analogię, obſeruando in calce Baſin datam, & à latere ſiniſtro angulum datum, quoniã in area animaduertitur anguli quęſiti cõplementũ.

Vt in eodemmet Exemplo, ſumo in calce dictæ Tabulæ gr.66. & à latere ſiniſtro gr.35. & in area conſpicio gr.15.54'. complementum ſcilicet quæſiti anguli; quare dabitur ipſemet angulus gr.74.6'. ſicut ſupra in alijs modis.

PROBLEMA XIII.

Dato latere cum angulo adiacente indagare aliud latus dicto angulo oppoſitum.

AD huiuſce quęſiti ſolutionem per opus ſimplicis multiplicationis hę duę Analogię faciũt.

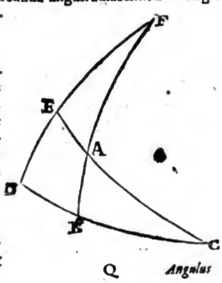
1 Vt eſt Sinus totus ad Tangentem anguli, ita Sinus lateris adiacentis ad Tangentem lateris oppoſiti. Theor. 17. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam lateris, ita Tangens ſecunda anguli adiacentis ad Tangentẽ ſecundã alterius lateris angulo oppoſiti. Theor. 28. Primi lib.

Primus modus ſolos Sinus geminata operatione iuxta primam formam.

CVm latere, & angulo datis eliciatur per primum modum tertij Problematis huius alter angulus, & ex his duobus angulis per primum modũ ſexti Problematis cognoſcetur quęſitũ latus.

Operatio: Multiplicentur ſimul Sinus anguli dati, & Sinus lateris dati ſecundus, nam poſt abiectionem quinq; figurarum à dextra prodibit Sinus ſecundus alterius anguli, qui dicitur Inuẽtum primum. Pręterea adde quinq; cifras à dextra Sinui prioris anguli dati, & productum diuide per Sinum Inuenti primi, & in quotiente proſiliet Sinus ſecundus lateris quæſiti.



Exemplum.

E*Sto Triangulum Rectangulum A B C, in quo datum ſit latus A B gr. 36. cum angulo adiacente B A C gr.52. Ex his percipietur latus reliquum B C gr.36.57'. vt ex hac duplici operatione colligere eſt.*

	G	M	S		
Angulus datus B A C	52	0	0	78801	Sinus eius.
Latus datum A B	36	0	0	80902	Sinus eius ſecundus.
Inuentum primum, id eſt alter angulus C	39	36	24	63752 77043	Sinus ſecundus prodiens. Sinus 1. Inuenti, & debet eſſe diuiſor.
Idem Angulus B A C	52	0	0	61566	Sinus eius ſecundus.
Latus B C quæſitum	36	57	0	79911	Sinus ſecundus prodiens.

Secundus modus per Sinus, & Tangentes iuxta ſecundam formam ex vna tantum multiplicatione.

PRimæ Analogię ſuperius poſitę hęc eſt operatio. Ducatur Tangens anguli dati in Sinum lateris adiacentis dati, & reiectis reijciendis reliquum erit Tangens lateris quæſiti. Exemplum idem ſic repetitum ſubijcio.

Angulus datus B A C	52	0	0	127994	Tangens eius.
Latus datum A B	36	0	0	58779	Sinus eius.
Latus quæſitum B C	36	57	0	75234	Tangens proueniens.

Tertius modus per Tangentes, & Secantes ex vna etiam multiplicatione, iuxta eandem ſecundam formam.

SEcunda Analogia ſic ad praxin reuocatur. Multiplica Secantem ſecundam dati lateris in Tangentem ſecundam anguli dati, & à producto reſcinde quinq; notas à dextra; nam quod remanet, erit Tangens ſecunda lateris quæſiti: Vt in hoc Exemplo.

Latus datum A B	36	0	0	170170	Secans eius ſecunda.
Angulus datus B A C	52	0	0	78129	Tangens eius ſecunda.
Latus quæſitum B C	36	57	0	132952	Tangens ſecunda.

Quartus modus per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin iuxta tertiam formam.

ACcommodatur prima Analogia ſupra propoſita ad Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam per commutationem dati anguli in primum, vel ſecundum arcum tertij ordinis Magni Canonis, intrando frontaliter, & à latere ſiniſtro, cum quo numreo permutato vnà cum latere dato tractabis ipſam Proſtaphæreſin ſecundum formam in præcedentibus traditam, vt habeas Tangentem quæſiti lateris. Quod hoc Exemplo confirmatur.

Latus datum A B	36	0	0		
Angulus datus B A C commu-	7	21	14	tatus in ſecundum arcum tertij ordinis Magni Canonis.	
Differentia	28	38	46	877597	Sinus eius ſecundus.
Aggregatum	43	21	14	727127	Sinus eius ſecundus.
				150470	Relictum è ſubtractione.
Latus quæſitum B C	36	57	0	75235	Dimidium, id eſt Tangens.

Quintus modus ex duobus ingreſſibus in Tabula Generali iuxta quartam formam.

COngruit hic modus cum primo modo ex Sinibus. Quocirca fit primò introitus in Generalem Tabulam lateralis cum dato latere, atque cum dato angulo; ita tamen, vt in fronte ſumas angulum, & à latere dextro latus; ſeu etiam ſumas à latere ſiniſtro angulum, & in calce latus datum; nam vtroque modo colliges complementum alterius anguli, ſicut habetur in quarto modo tertij Problematis, & hoc ſanè dicimus Inuentum primum, cum quo & cum complemento anguli prius dati facies introitum arealem, ſumendo, vt diximus in ſeptimo modo ſexti Problematis, à latere ſiniſtro angulum modò inuentum, id eſt à latere dextro oomplementum iam dictum, quod dicimus Inuentum primum, & arealiter in eadem linea complementum alterius anguli prius dati, & in Baſe conſpicietur quantitas lateris quæſiti. Aut etiam accipe in calce dictum Inuentum primum, & in area eiuſdem columnæ obſerua complementum anguli prius dati, & à latere dextro patebit latus quæſitum.

Vt in eodemmet Exemplo, in quo propoſitum fuit ex dato Latere A B gr. 36. & ex dato angulo B A C gr. 52. exquire

Digitized by Google

exquire latus B C ipſi dato angulo oppoſitum: primo quidem accepto in fronte ipſius Tabulæ Generalis angulo dato B A C gr.52. reperto à dextro latere Tabulæ datum latus A B gr.36. & in area reſpondet Inuentum primum gr.39 36'.24. quod ſanè complementum eſt alterius anguli C. Hoc autem primum Inuentum quæro à latere dextro dictæ Tabulæ (quod idem eſt perinde ac ſi acciperetur à ſiniſtro latere ipſemet angulus C, vt præcipit ſeptimus modus ſexti Problematis,) & in area obſeruo gr.38. qui congruunt complemento anguli prius dati B A C, & in fronte reſpondent gr.53.4'. pro complemento quæſiti lateris B C. Quare pronuncio, ipſum latus quæſitum eſſe gr.36.57'. ſicut prius.

Sextus modus per vnum tantùm ingreſſum lateralem in eadem Tabula Generali, penes eandem quartam formam, ſed non ſine commutatione.

RESpicit hic modus Primam Analogiam ſuperius propoſitam, perinde ac quartus modus, vnde communem habet commutationem dati anguli cum illo, in arcum ſcilicet primum, vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis. Ingredere itaque Generalem Tabulam lateraliter cum hoc angulo commutato, vt diximus in quarto modo, & cum latere dato, obſeruando vnum in fronte, & à latere ſiniſtro aliud, & ex area in vtriuſque concurſu habebis arcum, qui quæſitus in eadem columna primi, vel ſecundi arcus, in qua fuit facta dati anguli commutatio, dabit in fronte, & à latere ſiniſtro Magni Canonis quantitatem lateris quæſiti. Exemplum accipe.

Supra in quarto modo fuit commutatus datus angulus gr.52. in gr.7.21'.14". hos itaque gradus ſumo in fronte Tabulæ, & à latere dextro gr.36. dati lateris; & deprehendo in area gr.4.18'53". qui numerus arealiter in eademmet columna primi arcus tertij ordinis Magni Canonis inuentus declarat in fronte, & à latere ſiniſtro gr.36.57'. pro latere quæſito B C.

Septimus modus iuxta quintam formam, hoc eſt per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

MIro compendio aſſequimur quæſitum idem per Tabulam tertiæ Analogiæ, comperiendo ſcilicet in frõte ipſius latus datum, & à latere dextro angulum datum, nam in area prodit latus quæſitum.

Vt in eodemmet Exemplo ſumptis gradibus 36. dati lateris A B in fronte, & à latere dextro gr.52. dati anguli, area exibet gr.36'.57". pro dato latere B C.

PROBLEMA XIV.

Data Baſe cum vno latere exquirere angulum ab his comprehenſum.

AD hoc Problema per vnicam multiplicationem tractandum; hæ duæ Analogiæ ſunt neceſſariæ.

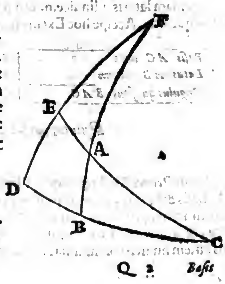
1 Vt Sinus totus ad Tangentem lateris, ita Tangens ſecunda Baſis ad Sinum ſecundum anguli dicto lateri adiacentis. Theor.24. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Tangentem Baſis, ita Tangens ſecunda lateris ad Secantem anguli adiacentis. Theor.31. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus duplicata operatione penes primam formam.

EX Baſe, & latere datis addiſcatur per primum modum quarti Problematis alter angulus dato lateri oppoſitus, & ex eodemmet dato latere, & angulo modo inuento deprehendatur per primum modũ ſeptimi Problematis angulus alter quæſitus.

Operatio. Adde Sinui lateris dati quinque ciſras à dextra, & productum numerum diuide per Baſin datam, & exiet in quotiente Sinus, cuius angulus dicetur Inuentum primum, cuius accipe Sinum ſecundum cui adde quinq; ciſras à dextra, & totum hunc numerum diuide per Sinum ſecundum lateris dati; nam in quotiente prouemiet Sinus anguli quæſiti.



Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo A B C detur Baſis A C gr.64. cum later A B gr.37. & ex his quæratur angulus comprahenſus B A C; is enim hoc proceſſu elicietur gr.58.26'. Vt hic vides.

68.26'.15"

	G	M	S		
Baſis data AC	64	0	0	8 9 8 7 9	*Sinus eius diuiſor.*
Latus datum AB	37	0	0	6 0 1 8 1	*Sinus eius.*
Inuentum primum, id eſt angulus C	42	2	5	6 6 9 5 8	*Sinus prodiens.*
				7 4 2 7 6	*Sinus ſecundus primi Inuenti.*
Latus datum AB	37	0	0	7 9 8 6 4	*Sinus eius ſecundus diuiſor.*
Angulus quæſitus BAC	68	26	0	9 3 0 0 0	*Sinus proueniens.*

Secundus modus aliter ex Sinibus per duplicem operationem iuxta eandem primam formam.

INueniatur ex iiſdem datis, nempe Baſe, & latere, per primum modum octaui Problematis aliud latus, & ex latere nunc inuento, & Baſe prius data colligatur per primum modum quarti Problematis angulus quæſitus.

Operatio. Sinui ſecundo Baſis datæ adde quinque cifras, & quod prouenit partire per Sinum ſecundum dati lateris, & quotiens dabit Sinum ſecundum lateris alterius; cuius ſanè arcus dicetur Inuentum primum; cum quo primo Inuento ſume Sinum primum, cui adiunge quinque notas, & prouenientem numerum diuide per Sinum Baſis datæ, & exibit in quotiente Sinus anguli quæſiti. Exemplum idem repetitum.

Latus AB datum	37	0	0	7 9 8 6 4	*Sinus eius ſecundus diuiſor.*
Baſis AC data	64	0	0	4 3 8 3 7	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum hoc eſt latus BC	56	42	30	5 4 8 8 9	*Sinus ſecundus proueniens.*
Eadem Baſis data AC	64	0	0	8 0 9 7 9	*Sinus eius.*
Idem Inuentum primum	56	42	30	8 3 5 9 4	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus BAC	68	26	0	9 3 0 0 0	*Sinus quæſitus.*

Tertius modus per Sinus, & Tangentes iuxta ſecundam formam.

OPeratio Primę Analogiæ ſuperius propoſitæ hæc eſt. Ducas Tangentem dati lateris in Tangentem ſecundam Baſis, & à producto numero reſcinde quinque vltimas figuras à dextra, & remanebit Sinus ſecundus anguli quæſiti. Exemplum idem.

Latus datum AB	37	0	0	7 5 3 5 5	*Tangens eius.*
Baſis AC data	64	0	0	4 8 7 7 3	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus BAC	68	26	0	3 6 7 5 3	*Sinus ſecundus proueniens.*

Quartus modus per Tangentes, & Secantes iuxta ſecundam formam.

OPeratio ſecundę Analogiæ ſupra poſitæ eſt hæc. Multiplica Tangentem Baſis, & Tangentem ſecundam lateris adinuicem, & à producto tolle quinque figuras dextras; nam relinquetur Secans anguli quæſiti. Accipe hoc Exemplum repetitum.

Baſis AC data	64	0	0	2 0 5 0 3 0	*Tangens eius.*
Latus AB datum	37	0	0	1 3 2 7 0 4	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus BAC	68	26	0	2 7 2 0 8 3	*Secans proueniens.*

Quintus modus per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin iuxta tertiam formam.

APtatur Prima Analogia ſupra allata ad Proſtaphæreſin ope commutationis vtriuſque dati, nempe Baſis & lateris, in arcus primos, vel ſecundos tertij ordinis Magni Canonis, vel commutando vnum in arcum primum, aliud in arcum ſecundum: hoc tamen obſeruato, vt cum Baſe ingrediaris in calçe, & à latere dextro Magni Canonis, & cum latere dato ingrediaris in fronte, & à latere ſiniſtro. Hos autem numeros commutatos loca ad Proſtaphæreſin, iuxta adſuetam formam, obſeruando præ-

ceptum

Digitized by Google

ceptum vltimæ Regulæ ſecun di Capitis penes varietatem, quæ poteſt accidere, ſi in arcum ſecundum vtrumque numerum commutaſti. Vel ſi vtrumque in arcum primum; vel ſi vnus numerus datus in arcum primum, & alius in arcum ſecundum fuerit commutatus. Ex hac autem Proſtaphæreſi rite obſeruata prodibit Sinus ſecundus anguli quæſiti. Cæterum exactior redditur calculus, ſi vterque numerus commutetur in ſecundum arcum, vel ſaltem vnus. Subijcio autem vnummet Exemplum tripliciter, quo vltima illa regula reluceat.

	G	M	S		
Latus datum ⌣A B commutatum	*48*	*53*	*57*	*in 3. ordine Magni Canonis*	
Baſis data ⌣A C commutata	*29*	*11*	*30*		
Differentia	*19*	*42*	*27*	*9 4 1 4 2*	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	*78*	*5*	*27*	*2 0 6 3 6*	*Sinus eius ſecundus.*
				7 3 5 0 6	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus B A C	*68*	*26*	*0*	*3 6 7 5 3*	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

Aliter.

Latus A B commutatum	*4*	*19*	*18*		
Baſis data A C commutata	*2*	*47*	*44*		
Differentia	*1*	*31*	*34*	*9 9 9 6 4 5 2*	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	*7*	*7*	*2*	*9 9 2 2 9 4 7*	*Sinus eius ſecundus.*
				7 3 5 0 5	*Relictum e ſubtractione.*
Angulus quæſitus B A C	*68*	*26*	*0*	*3 6 7 5 3*	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

Aliter.

Latus A B commutatum	*48*	*53*	*57*		
Baſis data A C commutata	*2*	*47*	*44*		
Differentia	*46*	*6*	*13*	*.6 9 3 3 5 6*	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	*51*	*41*	*41*	*6 1 9 8 6 2*	*Sinus eius ſecundus.*
				7 3 5 0 4	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus B A C	*68*	*26*	*0*	*3 6 7 5 2*	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

Sextus modus per Generalem Tabulam ex duplici introitu penes quartam formam.

CORreſpondet hic modus primo modo. Ex Baſe, & latere datis colligatur per ſextum modum quarti Problematis angulus dato lateri oppoſitus, quem vocamus Inuentum primum; & ex hoc Inuento angulo & eodem dato latere ſumatur per ſextum modum ſeptimi Problematis angulus quæſitus. Ingredere itaque primò à latere ſiniſtro Tabulæ Generalis cum Baſe data, & areatim in eadem linea accipe latus datum; nam in fronte elicies Inuentum primum, nempe angulum dato lateri oppoſitum: Deinde ſecundò iterum ingredere in calce eiuſdem Tabulæ cum latere eodem dato, & in illamet columna quære complementum Inuenti primi, & à latere ſiniſtro patet angulus quæſitus. Siue etiam ſecundò ingredere cum latere dato à dextro Tabulæ latere, & arealiter in eadem linea cape complementum dicti primi Inuenti, & in fronte Tabulæ manifeſtabitur angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo, in quo exhibita fuit Baſis gr.64. nempe ⌣A C, & latus A B gr.37. Sumo à ſiniſtro latere Tabulæ gr.64. & in area gr.37. & in fronte prodeunt gr.42.2′.5″. pro Inuento primo. Deinde iterum ingredior eandemmet tabulam in calce cum gr.37. & in illa columna obſeruo gr.47.57′.55″. hoc eſt complementum primi inuenti, & in latere ſiniſtro eiuſdem Tabulæ patent gr.68.26′.14″. & tantus eſt angulus quæſitus.

Septimus modus aliter per Generalem Tabulam duplici in:roitu, iuxta eandem quartam formam.

REſpicit hic modus ſecundum modum. Ex Baſe, & latere datis exploretur per ſextum modum octaui Problematis aliud latus, quod dicimus Inuentum primum: & per ſextum modum quarti Problematis ex eadem Baſe data, & hoc primo Inuento inquiratur angulus quæſitus. Quarè intrabis primo Generalem Tabulam in calce cum latere dato, quærendo in area eiuſdem columnæ complemen-

tum

tum Baſis datæ, & à latere dextro dabitur primum Inuentum; ſiue etiam intrabis cum latere dato à dextro latere Tabulæ, & arealiter in eius directo quæras complementum Baſis datæ, & in fronte dabitur primum Inuentum. Secundò ingrediaris eandem Tabulam Generalem à latere ſiniſtro cum Baſe data, & areatim accipe Inuentum primum; nam in fronte manifeſtabitur angulus quæſitus.

Vt in dicto meo Exemplo comperio à latere dextro Tabulæ Generalis latus datum gr. 37. & arealiter complementum Baſis datæ gr. 64. nempe gr. 26. & in calce patet primum Inuentum gr. 56. 42'. 30". Deinde comperio ſecundò in eadem Tabula à latere ſiniſtro Baſin ipſam datam, nempe gr. 64. & in area Inuentum ipſum primum nempe grad. 56. 42'. 30". & in fronte conſpicio gr. 68. 26'. 14". pro quæſito angulo.

Octauus Modus per vnicum lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem iuxta eandem quartam formam, mediante tamen commutatione.

Refertur hic modus ad Primam Analogiam, ſicut quintus modus. Quare eadem commutatio hic ſeruanda eſt, quam tetigimus ibi. Commutetur itaque tam Baſis data, quàm latus datum in arcus areales ſecundos, vel vnum in arcum primum, & alterum in arcum ſecundum; ſumendo videlicet Baſin in calce, & à latere dextro Magni Canonis: & latus datum in fronte, & à latere ſiniſtro, & cum his duobus numeris commutatis fac lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem, ſumendo minorem in fronte, & maiorem à latere ſiniſtro; nam ex area elicies complementum anguli quæſiti; ſi vtriuſque numeri commutatio facta fuerit in ſecundum arcum tertij ordinis Magni Canonis, quod ſanè euenire poteſt, quando latus datum fuerit minus gradibus 45. & Baſis excedat gr. 45. Quòd ſi commutatio vnius numeri fuerit facta in primum arcum, & alterius numeri in ſecundum arcum dicti tertij ordinis, tunc inuentus in area Generalis Tabulæ numerus debet inquiri in columna arealium arcuum primi ordinis Magni eiuſdem Canonis, vt habeatur ipſi reſpondens numerus in calce, & à latere dextro, qui erit angulus conquiſitus.

Non expedit autem pro calculo iuxta hunc modum abſoluendo vtrumque oblatum numerum, lateralem inquam, & Baſin in arcum primum commutare. Et nota, quòd neceſſe eſt ſemper poſſe ſaltem vnum terminum commutari in primum arcum, alterum in ſecundum, ſiue dentur ſinguli maiores ſemiquadrante; ſiue minores, ſiue minor vnus alter maior.

In eodem Exemplo per hunc modum expediendo, vtor commutatione terminorum, qua vſi fuimus in quinto modo. Vbi quidem latus datum A B fuit permutatum in ſecundum arcum gr. 48. 53'. 57". & Baſis A C in gr. 29. 11'. 30". ſecundi arcus. Cum his duobus numeris ingredior lateraliter Tabulam Generalem, & excipio in area gr. 21. 34'. complementum videlicet quæſiti anguli B A C.

Quòd ſi libuerit vti commutatione vnius termini in primum arcum, & alterius termini in ſecundum arcum, vt verbi gratia; ſit facta commutatio Baſis A C in primum arcum grad. 2. 47'. 44". & lateris A B in ſecundum arcum gr. 48. 53'. 57". tunc cum his colligentur laterali ingreſſu in area dictæ Generalis Tabulæ gr. 2. 6. 22'. quem numerum comperio in area Primi ordinis dicti Magni Canonis; & in calce & latere dextro reſpondent gr. 68. 26'. 20". pro angulo quæſito B A C.

Nonus modus per Tabulam quartæ Analogiæ penes quintam formam.

Expeditior cæteris eſt hic modus, qui per Tabulam quartæ Analogiæ tractatur. Namque fit lateralis in ea ingreſſus comperiendo in fronte latus datum, & à latere dextro Baſin datam; & in area patet complementum quæſiti anguli, qui modus refertur ad primam Analogiam ſupra propoſitam.

Vt in eodem Exemplo ſumo in latere quartæ huius Tabulæ gr. 37. ipſius dati lateris; & à dextro latere accipio gr. 64. nempe Baſis datæ; & area exhibet gr. 21. 34'. complementum ſcilicet quæſiti anguli. Quare angulus erit gr. 68. 26'. ſicut ſupra.

Decimus modus ex Tabula tertiæ Analogiæ per arealem introitum.

Qvoniam, vt alias diximus, Tabula quartæ Analogiæ ſubeſt non minimæ varietati circa calcem cuiuſcumque columnæ, icciрco hunc vltimum modum tradere placuit, quo vti poſſumus; quando ex Tabula quartæ Analogiæ quæſitum tuto depromi nequit. Fundatur autem is in 18. Theoremate penes terminos conuerſos ſumpto. Nam cùm ſit Tangens ſecunda lateris dati ad Sinum totum; vt eſt Tangens ſecunda Baſis datæ ad Sinum ſecundum anguli quæſiti, ſi fiat ingreſſus in Tabulam tertiæ Analogiæ hoc modo, vt latus datum quæratur à latere dextro dictæ Tabulæ, & in area complementum Baſis, prodibit in calce angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo ſumo à latere dextro gr. 37. & in area gr. 26. & video in calce gr. 68. 26'. & tantum dico eſſe angulum quæſitum.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA DECIMVMQVINTVM.

Dato latere cum angulo oppoſito aliud latus inueſtigare.

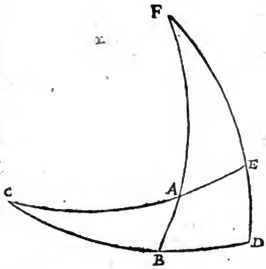
ANceps eſt hoc Triangulum, ſicut diximus Problemate 5. & 7. & neceſſe eſt, notam eſſe ſpeciem alterius anguli; an ſcilicet ſit acutus, an verò obtuſus; vel etiam affectionem alterius lateris, vel Baſis.

Analogiæ verò, quæ aptantur ſolutioni huius quæſiti per vnicam multiplicationem, ſunt hæ duæ.

1 Vt Sinus totus ad Tāgentem ſecundam anguli, ita Tangens lateris dicto angulo oppoſiti ad Sinum lateris adiacentis. Theorema 21. Primi libri.

2 Vt eſt Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris; ita Tangens anguli oppoſiti ad Sinum lateris adiacentis. Theorema 29. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus ex duplici operatione iuxta primam formam.



EX dato latere, & angulo oppoſito exploretur per primum modum quinti Problematis Baſis, quam dicimus Inuentum primum; & per primum modum octaui Problem. ex eademmet data Baſe, & hoc primo Inuento colligatur ipſum latus quæſitum.

Operatio. Sinui dati lateris adde quinque cifras à dextra, & quod prouenit diuide per Sinum anguli dati, & quotiens dabit Sinum Inuenti primi, ideſt Baſis. Poſtea ſume huius primi Inuenti Sinum ſecundum, cui adde quinque cifras ſimiliter à dextra, & productum partire per Sinum ſecundum eiuſdem dati lateris, & prodibit in quotiente Sinus ſecundus lateris quæſiti.

Exemplum.

ESto Triangulum A B C Rectangulum, cuius latus A B ſit notum, nimirum gr. 36. cum angulo oppoſito C gr. 42. 44′. Ex his itaque explorabitur latus adiacens B C gr. 51. 51′. tali pacto.

	G M S		
Angulus datus C	42 44 0	6 7 8 5 9	*Sinus eius*
Latus datum A B	36 0 0	5 8 7 7 9	*Sinus eius*
Inuentum Primum, ideſt Baſis A C	60. 1. 0.	8 6 6 1 9	*Sinus prouen
tens.*
Idem datum latus A B	36 0 0	8 0 9 0 2	*Sinus eius ſecundus diuiſor.*
Idem primum Inuentum A C	60 1 0	4 9 9 7 2	*Sinus eius ſecundus.*
Latus B C quæſitum	51 51 0	6 1 7 6 8	*Sinus ſecundus prouenie
ns.*

Secundus modus ſimiliter per ſolos Sinus, duabus operationibus, iuxta eandem primam formam.

EX latere, & angulo oppoſito datis eliciatur per primum modum ſeptimi Problematis alter angulus; & ex ambobus ipſis angulis; nempe angulo nunc inuento, & altero prius dato cognoſcatur per primum modum ſexti Problematis latus ipſum quæſitum.

Operatio. Sinui ſecundo dati anguli adiunge quinque cifras à dextra; & totum hunc adiunctum numerum partire per Sinum ſecundum lateris dati, & exibit in quotiente Sinus alterius anguli, qui angulus dicitur Inuentum primum. Huius autem Inuenti primi cape Sinum ſecundum, quem quinque cifris à dextra auge; & totum hunc numerum diuide per Sinum primum dati anguli, & quotiens dabit Sinum ſecundum lateris, qui quæritur. Vt in hoc repetito Exemplo apparet.

Latus

	G	M	S		
Latus AB datum	36	0	0	80902	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus datus C	42	44	0	73452	*Sinus eius ſecundus.*
Inuētū primū id eſt alter angulus BAC	65	13	0	90791	*Sinus proueniens.*
Idem angulus datus C	42	44	0	67859	*Sinus eius diuiſor.*
Idem primum Inuentum	65	13	0	41919	*Sinus eius ſecundus.*
Latus quaſitum B C	51	51	0	61770	*Sinus ſecundus proueniens.*

Tertius modus per Sinus, & Tangentes vna tantum multiplicatione iuxta ſecundam formam.

OPeratio primæ Analogiæ præcedentis eſt hæc. Ducito ſecundam Tangentem anguli dati in Tangentem primam lateris dati eidem oppoſiti, & à producto reſcinde quinque vltimas figuras à dextra, & relinquetur Sinus lateris quæſiti. Subijcio Exemplum.

Angulus datus C	42	44	0	108243	*Tangens eius ſecunda.*
Latus AB datum	36	0	0	72654	*Tangens eius.*
Latus BC quaſitum	51	51	0	78633	*Sinus proueniens.*

Quartus modus per Tangentes, & Secantes vna etiam multiplicatione iuxta eandem ſecundam formam.

OPeratio ſecundæ Analogiæ ſupra recitatæ. Ducito Tangentem ſecundam lateris in Tangentem primam anguli ipſi oppoſiti, & de producto tolle quinque vltimas figuras, & prodibit Secans ſecunda lateris quæſiti. Vt hoc Exemplo vides.

Latus datum AB	36	0	0	137638	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus datus C	42	44	0	92385	*Tangens eius.*
Latus BC quaſitum	51	51	0	127157	*Secans ſecunda proueniens.*

Quintus modus per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin iuxta tertiam formam.

ACcommodatur prima Analogia ſuperior ad Sinuum Proſtaphæreſin tali pacto. Commutentur numeri ambo, nempe lateris dati & anguli dati in arcus primos, vel in arcus ſecundos tertij Ordinis Magni Canonis; vel alterum, quem libuerit, in arcum primum, & alterum in arcum ſecundum: ita tamen, vt latus datum ſumas in fronte, & à latere ſiniſtro; angulum verò datum in calce, & à dextro latere Magni Canonis, cum quibus duobus numeris per alterum horum modorum commutatis abſolues Proſtaphæreſin, vt moris eſt; nam ex ea colliges Sinum lateris quæſiti. Sume Exemplum.

Latus datum AB commutatum	46	35	50	} *in 3. ordine Magni Canonis*	
Angulus C datus commutatus	6	12	50		
Differentia	40	23	0	761727	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	52	48	40	604445	*Sinus eius ſecundus.*
				157282	*Relictum è ſubtractione.*
Latus quaſitum BC	51	51	0	78641	*Dimidium, id eſt Sinus quaſitus.*

Vel hoc modo.

Angulus datus C commutatus	6	12	50	} *in tertio Ordine Magni Canonis.*	
Latus datum AB commutatum	4	9	59		
Differentia	2	2	51	9993615	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	10	22	49	9836326	*Sinus eius ſecundus.*
				157289	*Relictum è ſubtractione.*
Latus quaſitum BC	51	51	0	78644	*Dimidium, id eſt Sinus quaſitus.*

Sextus

Digitized by Google

Sextus modus per duplicatum ingreſſum in Generalem Tabulam, iuxta quartam formam.

PEndet hic modus à primo modo. Cum dato latere & angulo dato illi oppoſito collige per ſextum modum quinti Problematis Baſin, & cum eodem met latere, & Baſe nunc inuenta depræhendes per ſextum modum octaui Problematis latus ipſum quæſitum.

Ingredere itaq; primò in fronte Tabulæ Generalis cum angulo dato, & in eadem columna quære arealiter latus datum, & à latere dextro patebit Inuentum primum. Poſtea ſecundò ingredere eandem Tabulam in calce cum latere dato, & arealiter ſub dicta columna obſerua Inuentum primum, nam à latere dextro prodibit latus quæſitum. Siue etiam ſecundò intrabis eandem Tabulam à dextro latere eius cum latere ipſo dato, ſumendo arealiter in eius directo primum Inuentum, & in calce eiuſdem Tabulæ conſpicietur latus quæſitum.

Vt in dicto Exemplo comperio primò in fronte Generalis Tabulæ angulum ipſum gr. 42. 44'. & in ſubiecta columna deprahendo latus datum gr. 36. & animaduerto à latere dextro gr. 30. pro primo Inuento. Mox ad ſecundum ingreſſum me confero, ſumendo à latere dextro eiuſdem Tabulæ gr. 36. dati lateris, & in eius directo in area conſpicio primum Inuentum gr. 30. & reſpondentem ei numerum in calce, nempe gr. 51. 51'. accipio pro latere quæſito B C.

Septimus modus aliter per duplicatum ingreſſum in eadem Tabula Generali iuxta eandem quartam formam.

COnuenit hic modus cum ſecundo modo huius Problem. Cum dato itaque latere, & angulo ſumatur per ſextum modum ſeptimi Problematis alter angulus, & ex ambobus angulis per ſeptimum modum ſexti Problematis eliciatur latus quæſitum. Fac igitur ingreſſum in calce Tabulæ Generalis cum latere dato, & in illa columna ſume complementum anguli dati, & à latere dextro habebis Inuentum primum. Aut ſi expedierit, ingredere cũ latere dato à latere dextro Tabulę, & arealiter in eadem linea cape complementũ anguli dati, & in calce patebit ipſum Inuentũ primum. Poſtea ingredere ſecundò cum angulo prius dato quærendo ipſum in latere ſiniſtro, & in area obſerua Inuentum primum, & Baſis Tabulæ dabit tibi latus quæſitum. Aut ſecundò ſi expedierit, cape in fronte angulum prius datum; & in eadem columna inquire arealiter Inuentum primum, & à latere dextro dabitur latus quęſitũ.

Vt in eodem Exemplo comperio in calce Generalis Tabulæ latus datum gr. 36. & in eadem columna animaduerto gr. 47. 16'. nempe complementum anguli dati, & video à dextro latere Tabulæ gr. 24. 47'. & hoc dico Inuentum primum. Secundò deprahendo à latere ſiniſtro Tabulæ angulum prius datum, nimirum gr. 42. 44'. & in areali eiuſdem linea conſpicio gr. 24. 47'. hoc eſt Inuentum primum, & in calce manifeſtatur latus quæſitum A C gr. 51. 51'.

Octauus modus per Tabulam Generalem vnico laterali ingreſſu, adhibitaq; terminorum commutatione, iuxta quartam formam.

REſpicit hic modus primam Analogiam, ſicut etiam quintus modus, & eadem terminorum commutatio in vtroq; attendenda eſt. Commutetur vel latus datum in primum arcum tertij ordinis Magni Canonis, ſi fuerit maius gr. 45. & angulus datus in arcum ſecundum. Vel vice verſa commutetur angulus datus in primum arcum, & latus datum in ſecundum, ſi latus datum fuerit minus gr. 45. hoc tamen obſeruando, vt cum latere dato ingrediaris ſemper in fronte, & à latere ſiniſtro; & cum angulo dato in calce, & à latere dextro. Cum quibus ambobus numeris commutatis fac ingreſſum lateralem in Generali Tabula, & in area depromes arcum, qui vbi fuerit conquiſitus in ordine primo in columa ſcilicet arcuum arealium declarabit in fronte, & à latere ſiniſtro latus quæſitum. Et nota, quòd neceſſe eſt ſemper in hac ſolutione, vt vnum ex duobus datis poſſit commutari in ſecundum arcum. Etenim ſi latus datum eſt minus gr. 45. haberi poteſt congruus ei numerus in columna ſecundi arcus, intrando in fronte, vt decet. Si autem fuerit maius gr. 45. tunc quoq; & angulus datus maior erit gr. 45. quocirca comperietur neceſſariò in calce, vt reſpondeat ei dictus ſecundus arcus. Non poteſt autem tradi ſolutio quæſiti iuxta hunc modum, dum vtrumq; datum permutatur in primum arcum. Sed poteſt fieri commutatio vtriuſq; in ſecundũ arcum, & tunc colligitur Sinus lateris quęſiti. Exempla nũc propono.

Eſto, vt ſupra propoſuimus, latus datum A B gr. 36. & angulus datus gr. 42. 44'. & ex his quæratur latus dicto angulo adiacens B C. Latus igitur datum commutatur in ſecundum arcum tertij ordinis Magni Canonis, nempe in gr. 46. 35'. 50". & angulus datus commutatur in primum arcum eiuſdem ordinis, nempe in gr. 6. 12'. 56". Cum his duobus numeris ſic commutatis facio lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam; & obijcitur mihi in area arcus gr. 4. 30'. 3". quem reperio in area arcuum primi ordinis, et video ei reſpondere in fronte, et à latere ſiniſtro gr. 51. 51'. & tantum eſt latus B C, quod deſideratur.

Digitized by Google

Aliud Exemplum.

Sed eſto nunc latus datum A B gr.60. nimirum maius gradibus 45. & angulus datus ſit gr.70. Latus itaque datum commutatur in primum arcum gr.9.58′.27″. & angulus commutatur in ſecundum arcum gr.21.20′.39″. quos numeros ambos ſic commutatos confero ad ingreſſum lateralem, excipiens in area gr.3.37′.40″. quem arcum transfero ad arcuum arcuum columnā primi ordinis, & accipio ei reſpondentem numerum in fronte, & à latere dextro gr.39.30′. & tantum eſt latus, quod quærendum erat B C.

Nonus modus per Tabulam quartæ Analogiæ iuxta quintam formam.

SI compendio inſigni idem latus ex altero latere, & angulo oppoſito datis venari volueris, ita peragito, obſeruando inſtitutum primæ Analogiæ ſupra propoſitæ. Quære latus datum in fronte Tabulæ, & à latere dextro eiuſdem datum angulum, & in vtriuſq; concurſu excipies latus quæſitum. Siue etiam ſume latus datum in latere dextro eiuſdem Tabulæ, & in calce angulum datum; nam idem numerus dabitur in area pro quantitate quæſiti lateris.

In eodem Exemplo conſpicio gr.36. frontaliter, & à latere dextro gr.42.44′. & area exhibet gr.51.51′. & tantum eſt latus quæſitum. Et idem numerus etiam prodit ſumendo in calce gr.42.44′. & à latere ſiniſtro gr.36.

Decimus modus per vnicum introitum arealem in Tabulam tertiæ Analogiæ.

QVoniam, vt in præcedente modo diximus, interdum euenit, per lateralem introitum in Tabulam quartæ Analogiæ non poſſe elici præciſè quæſitum; cùm ſcilicet accidit ingreſſus circa calcem cuiuſcunq; columnæ, idcirco huic incommodo ſuccurrimus per arealem introitum in Tabula tertiæ Analogiæ, qui fundatur in Analogia 17. Theor. Primi libri iuxta terminos conuerſos; quæ ait, ita eſſe Tangentem anguli ad Sinum totum, vt eſt Tangens lateris oppoſiti ad Sinum lateris adiacentis. Quare ingreſſus Tabulā tertiæ Analogiæ, deſumendo à latere ſiniſtro angulum datum, & arealiter latus datum in fronte Tabulæ obtinebitur latus quæſitum.

Vt in dicto Exemplo accipio à latere ſiniſtro gr.42.44′. & in area gr.36. & in fronte prodibit latus quæſitum gr.51.51′. Sicut ſupra.

PROBLEMA XVI.

Datis duobus angulis obliquis Baſin addiſcere.

ANalogiæ deſeruientes huius quæſiti ſolutioni per vnicam operationem ſunt hæ duæ.

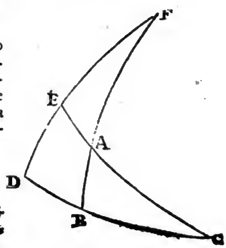
1 Vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius anguli, ita Tangens ſecunda alterius anguli ad Sinum ſecundum Baſis. Theor.27. Primi libri.

2 Vt Sinus totus ad Tangentem anguli, ita Tangens alterius anguli ad Secantem Baſis. Theor.32. Primi libri.

Primus modus per ſolos Sinus duplici tamen operatione, penes primam formam.

CVm duobus angulis datis deprome per primum modum ſexti Problematis huius vnum latus, cum quo, & angulo illi oppoſito explorare per primum modum 5. Problem. Baſin.

Operatio. Adde Sinui ſecundo vnius anguli quinq; cifras, & totum hunc numerum diuide per Sinum reliqui anguli, & prodibit Sinus ſecundus lateris priori angulo oppoſiti, quod latus vocabimus Inuentum primum. Cuius primi quidem Inuenti cape Sinum primum, ipſumq; adiunctione quinque cifrarum à dextra augebis, & hunc ipſum numerum partire per Sinum anguli prioris, & emanabit in quotiente Sinus Baſis quæſitæ.



Exemplum.

IN Triangulo Rectangulo A B C noti ſint anguli obliqui B A C, & C, id eſt B A C gr.42.44′. & C. gr.54. & oporteat ex his habere Baſin A C. Inuenietur itaq; ipſa Baſis gr.38.9′. Vt in ſubiecto calculo patet.

Angulus

	G	M	S		
Angulus vnus datus C	54	0	0	80902	*Sinus eius diuiſor:*
Alter angulus datus BAC	42	44	0	73452	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum, id eſt latus BC	24	47	0	90791	*Sinus ſecundus prodiens.*
Idem angulus BAC	42	44	0	67859	*Sinus eius diuiſor.*
Inuentum primum BC	24	47	0	41919	*Sinus eius.*
Baſis quæſita AC	38	9	0	61773	*Sinus prouenìens.*

Secundus modus per Sinus & rectos, & verſos iuxta eandem primam formam.

DEducimus hunc modum ex Theorem. 39. Primi libri.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli, ita Sinus alterius anguli ad primum Inuentum moxq; fiat, vt primum Inuentum ad Sinum totum, ita differentia inter Sinum ſecundum differentiæ laterum, & primum ipſum Inuentum, quam dicimus ſecundum Inuentum, ad Sinum ſecundum Baſis quæſitæ.

Operatio. Multiplicentur ſimul Sinus vtriuſq; dati anguli, & abiectis quinque figuris à dextra, reliquum dicetur primum Inuentum; quod ſeruetur pro diuiſore abſoluẽdo calculum altero horum duorum modorum.

Primò quidem ſumatur Sinus ſecundus differentiæ laterum, conferaturq; cum primo Inuento, vt vtriuſque differentia deſeruiat pro ſecundo Inuento, cui adde quinque cifras, & per primum Inuentum partire, exibit enim Sinus ſecundus Baſis quæſitæ.

Secundò & facilius quidem, ſumatur Sinus ſecundus differentiæ vnius anguli à complemento alterius ad ſemicirculum, cui adde quinque cifras, & productum per primum Inuentum diuide, & prodibit in quotiente Sinus verſus Baſis quæſitæ.

Exemplum.

DAti ſint, vt ſupra duo anguli, nimirum angulus BAC gr. 42. 44'. & angulus C gr. 54. & ex eis quærenda ſit Baſis. AC. Inſtituetur ſic calculus.

Angulus vnus datus BAC	42	44	0	67859	*Sinus eius.*
Angulus alter C	54	0	0	80902	*Sinus eius.*
				54899	*Primum Inuentum pro diuiſore.*
Differentia laterum	11	16	0	98073	*Sinus eius ſecundus.*
				43174	*Differentia vtriuſq; id eſt Inuentum 2.*
Baſis quæſita AC	38	9	0	78642	*Sinus ſecundus prouenìens.*

Vel etiam perficiatur calculus hoc modo.

Complementũ anguli C ad ſemicirculũ	126	0	0		
Alter angulus BAC	42	44	0		
Differentia	83	16	0	11725	*Sinus eius ſecundus.*
				54899	*Primum Inuentum, vt ſup. pro diuiſore.*
Baſis quæſita AC	38	9	0	21358	*Sinus verſus quæſitus.*

Tertius modus per Sinus, & Tangentes vnica multiplicatione iuxta ſecundam formam.

HIc modus praxis eſt primæ Analogiæ ſuperius propoſitæ. Duc inuicem Tangentes ſecundas datorum angulorum, & à producto tolle quinque dextras figuras, & remanebit Sinus ſecundus Baſis quæſitæ; vt in adiuncto Exemplo cernes.

Digitized by Google

	G M S		
Angulus datus B A C	42 44 0	108243	*Tangens ſecunda.*
Angulus datus C	54 0 0	72654	*Tangens eius ſecunda.*
uæſita A C	38 9 0	78643	*Sinus ſecundus proueniens.*

Quartus modus per Tangentes, & Secantes vnica etiam multiplicatione penes eandem ſecundam formam.

IVxta ſecundam Analogiam ſupra allatam. multiplica Tangentes adinuicem datorum angulorum, & à producto ſepara quinq; figuras à dextra, & remanebit Secans Baſis quæſitæ; vt hîc cernis.

Angulus datus B A C	42 44 0	92385	*Tangens eius.*
Angulus datus C	54 0 0	137638	*Tangens eius.*
Baſis quæſita A C	38 9 0	127157	*Secans proueniens.*

Quintus modus per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin iuxta tertiam formam.

APtatur prima Analogia ſupra allata ad Sinuum Proſtaphæreſin tali ratione. Commutetur vterq; angulus datus vel in arcum primum, vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis; vel vnus in arcum primum, & alter in arcum ſecundum, ingrediendo ſcilicet cum vtroque angulo in calce, & à latere dextro dicti Magni Canonis, & cùm his ambobus numeris commutatis inſtituatur Proſtaphæreſis, vt prodeat Sinus ſecundus Baſis quæſitæ. Sed vide Exemplum.

Angulus datus B A C commutatus	6 12 50	*in arcum primum.*	
Angulus datus C commutatus	4 9 59	*in arcum primum.*	
Differentia	2 2 51	9993615	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	10 22 49	9836326	*Sinus eius ſecundus.*
		157289	*Relictum è ſubtractione.*
Baſis quæſita A C	38 9 0	78644	*Dimidium id eſt Sinus proueniens.*

Vel etiam Sic.

Angulus datus C commutatus	46 35 50	*in arcum ſecundum.*	
Angulus B A C commutatus	6 12 50	*in arcum ſecundum.*	
Differentia	40 23 0	761727	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	52 48 40	604445	*Sinus eius ſecundus.*
		157282	*Relictum è ſubtractione.*
		78641	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

Sextus modus per duplicem introitum in Generalem Tabulam iuxta quartam formam.

PRodit hic modus à primo modo. Cum duobus angulus datis elice per ſeptimum modum ſexti Problematis vnum latus, quod dicitur Inuentum primum, cum quo, & angulo illi oppoſito venaberis Baſin quæſitam per ſextum modum quinti Problematis. Ingredere itaque à ſiniſtro latere cum angulo priore, & in area in eadem linea ſume complementum alterius, & in calce patebit primum Inuentum. Siue etiam accipe in fronte angulum, quem vocamus priorem, & in area ſub eadem columna ſume complementum alterius anguli, & à latere dextro conſpicietur Inuentum primum. Poſtea ſecundò ingredere eandem Tabulam Generalem inquirendo poſteriorem angulum à latere ſiniſtro dictę Tabulæ, & in area in eadem linea primum Inuentum; nam in fronte conſpicietur Baſis quæſita. Seu etiam ſecundò ingredere in fronte cum angulo illo poſteriore, & in eadem columna arealiter ſume primum Inuentum; nam à latere ſiniſtro Tabulæ reſpondebit Baſis quæſita.

Vt in dictomet Exemplo vocetur angulus C prior, qui eſt gr. 54. & alter angulus B A C vocetur poſterior. Inquiro itaq; in fronte dicta Tabula priorem hunc angulum, nempe gr. 54. et in illa columna obſeruo gr. 47. 16'. qui debentur comple-

Digitized by Google

complemento poſterioris anguli B A C, & à latere dextro video primum Inuentum gr. 24. 47′. Et rurſus comperio à latere ſiniſtro poſteriorem angulum B A C, nempe gr. 42. 44′. & in eadem linea in area ſumo primum ipſum Inuentum, & in fronte manifeſtabitur Baſis quæſita A C gr. 38. 9′.

Septimus modus per ipſammet Generalem Tabulam, iuxta eandem quartam formam, vnico ingreſſu laterali, ſed non ſine vtriuſque anguli dati commutatione.

REfertur hic modus ad primam Analogiam, veluti etiam quintus. Quocirca in vtroque eadem datorum angulorum ſeruanda eſt commutatio; vel quidem in ſecundos arcus, vel vnius in primum arcum, & alterius in ſecundum tertij videlicet ordinis Magni Canonis. Cum his ergo numeris commutatis operaberis Proſtaphæreſin, vt aliàs diximus, & prodibit ex ea numerus, qui adinuentus in area arcuum primi ordinis manifeſtabit in calce, & à latere dextro Baſim quæſitam, ſi commutatio ſ.erit facta vnius numeri in primum arcum, & alterius in ſecundum. Sed ſi vtriuſque fuerit in ſecundos arcus facta commutatio, exiẽs ex Proſtaphæreſi numerus erit Sinus ſecundus Baſis quæſitæ. Et nota, quòd neceſſe eſt, poſſe ſemper reperiri vnum ex datis angulis in calce Magni Canonis, vt ei reſpondeat arcus ſecundus, quamuis dicta columna ſecundi arcus pro dimidio tantum Quadrante deſeruiat. Enimuerò ſi vnus ex datis angulis eſt maior gr. 45. tunc ingredi poteſt cum eo in calce, & haberi arcus ſecundus ei congruens. Si autem dictus angulus fuerit minor gr. 45. qualis eſt verbi gratia C in triangulo A B C, tunc eius complementum erit maius gr. 45. cuius complementi menſura eſt arcus E F, quo arcu eſt ſemper maior angulus oppoſitus E A F, ideſt B A C. qui eſt alter angulus propoſiti Trianguli. Quare alter hic angulus B A C commutabitur commodè in arcum ſecundum dicti tertij ordinis.

Exemplum.

Angulus B A C, qui ſupra fuit datus gr. 42. 44′. permutetur in primum arcum gr. 6. 12′. 50″. tertij ordinis, & angulus C gr. 54. permutatur in arcum ſecundum gr. 46. 35′. 50″. eiuſdem ordinis. Cum his duobus numeris facto laterali ingreſſu in Generalem Tabulam colligo gr. 4. 30′. 3″. quem numerum arealiter quæro in area arcuum primi ordinis, & depromo in calce, & à latere dextro Magni Canonis gr. 38. 9′. pro Baſi AC, quam exquirere propoſuimus.

Octauus modus per Tabulam quartæ Analogiæ vno tantum laterali introitu, iuxta quintam formam.

SI expeditionem cæteris huius Problematis calculum habere volueris, confugies ad Tabulam quartæ Analogiæ, in qua intrabis lateraliter cum ambobus datis angulis, ſumendo ſcilicet vnum in calce, & alium à latere dextro, nam area pandet complementum quæſitæ Baſis, vnde & ipſa non ignorabitur.

Vt in eodem Exemplo comperio angulum B A C gr. 42. 44′. à latere dextro, & angulum C gr. 54. in calce, & in area reſpondent gr. 51. 51′. Vnde conijcio ipſam Baſim eſſe gr. 38. 9′.

Nonus modus per arealem introitum in Tabulam tertiæ Analogiæ.

SI contigerit non poſſe erui quæſitum præciſè per Tabulam quartæ Analogiæ, cùm ſcilicet occurrerit introitus; vbi differentiæ, quæ ad ſingulos gradus conſurgunt, notabiliter variant, confugiemus ad Tabulam tertiæ Analogiæ, quæ defectum alterius Tabulæ ſupplet. Nam cùm ex 19. Theoremate in terminis permutatim conuerſis ſit Tangens vnius anguli ad Sinum totum; vt eſt Tangens ſecunda alterius anguli ad Sinum ſecundum Baſis; ſi fiat ingreſſus in dictam Tabulam tali pacto, vt vnus angulus accipiatur à latere ſiniſtro, & complementum alterius anguli in area, habebitur quidem in calce Baſis quæſita.

Vt in dicto Exemplo capio gr. 54. à latere ſiniſtro, & in area gr. 47. 16′. complementum ſcilicet alterius anguli, & in calce animaduerto gr. 38. 9′. pro Baſi. Sicut etiam colligitur, accipiendo à latere ſiniſtro gr. 42. 44′. & in area complementum alterius anguli gr. 36.

IOANNIS

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM

In almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris

PRIMI MOBILIS. ET TRIGONOMETRIAE SPHAERICORVM LIBER QVARTVS.

Præfatio.

Difficillima omnium conſenſu hucuſque fuit Triangulorum Obliquangulorum ſolutio, cùm ob perplexas & multiplices operationes (quæ in Triangulis Rectangulis vnico & nonnunquam duplici calculo facillimè poſſunt expediri) tum etiam ob tædioſam caſuum vbique occurrentium varietatem. Neque tamen ideo leuiori bracchio, vt à pleriſque hactenus factum, Gordeus ille Obliquangulorum nodus perſtringetur, ac diſſoluetur. Maius opus moueo, ideoque & prolixiore, ac pro viribus clariore ſermone, frequentioribus allatis exemplis, vtendum duximus; ita tamen moderatè, vt citra ſtudioſorum nauſeam puriſſimum fontem non Augei ſtabulum, aut vaſtiſſimum aliquod pelagus ingrediamur. Trademus itaque præter vſitatos aliorum modos, quos ceu præſtantiores aliunde excerpſimus, & nouos quoſdam noſtra induſtria nuper excogitatos. Quos vt quibuſuis aliorum vijs, abſit dicto inuidia, facilè meliores agnoſcimus, ità hoc vnicè, & meritò gloriamur, ſumma aliquot ac feliciſſima in quibuslibet abſtruſiſſimis rei Mathematicæ quæſitis enodandis ingenia, diu multumque huic labori inſudaſſe, neque tamen vnquam proſperiore velo, quàm à nobis factum ſit, ad optatiſſimum portum prouectos eſſe. Franciſcus ſanè Vieta, nunquam ſatis laudatæ memoriæ vir, nullique huius æui, noſtro quidem iudicio, in exquirendis nouis, ac ſubtilioribus modis, facile ſecundus, non contemnendam in Obliquangulorum calculo poſuit operam, plurimumque & quantum nullus antea ſublatis mille ambagibus, illum promouit. verùm longè plures anfractus in hoc Obliquangulorum labyrintho reliquit, quàm expediuit: Nihil enim eſt, quod adeò omnium vires, & animos in obliquangulorum calculo diſtrahat ac diuexet, quàm tædioſæ vbiuis obuiæ diuiſiones. Quas cùm nos ingenti ſanè audacia, & incredibili labore omninò ſuſtulerimus, ita vt omnis dictorum Obliquangulorum ſolutio abſque vlla diuiſione commodè abſoluatur, ſperamus fore vt ſtudioſi hoſce noſtros ſudores gratiſſimo beneuolentiæ munere, & aliquo cum applauſu ſint excepturi. Inſeruimus autem Magno Canoni in hunc Obliquangulorum vſum Sinus verſos ſummè, vt ex ipſis Problematibus apparebit, neceſſarios, ac expeditos. Ac ne quæſita incerto ordine, confunderemus, rem omnem in duodecim diuerſa Problemata diſtribuimus, pro ſingulis diuerſos etiam, ac varios ſoluendi modos afferentes, vt quiſque illa incedat via, quæ ſibi videbitur expeditior;

peditior;

Digitized by Google

peditior. Sunt ſeptem in vniuerſum formæ pro expediendo Triangulorum obliquangulorum calculo, quas vndecimo Capite Secundi libri huius attulimus; ac per illas quidem omnes, ſola ſeptima excepta, quæ per Inſtrumenta tractatur, & alibi data occaſione à nobis tractabitur, Problemata hæc diſcutiemus.

Problemata Triangulorum Obliquangulorum Libri Quarti.

1 DAtis Obliquanguli Trianguli omnibus lateribus, angulum quemcumque definire.

2 Dati Obliquanguli Trianguli ſingulis angulis, latus quodlibet manifeſtare.

3 Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo ab eis compræhenſo tertium latus explorare.

4 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo ab eis compræhenſo, angulum, quem libuerit è reliquis, exquirere.

5 Datis Obliquanguli Trianguli duobus angulis, & latere eis interueniente, reliquum angulum inuenire.

6 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere eis interueniente, reliqua latera cognoſcere.

7 Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli alteri dato lateri oppoſiti, latus tertium explorare.

8 Datis in Obliquangulo Triangulo lateribus duobus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli reliquo dato lateri oppoſiti, angulum ipſum huic reliquo lateri dato oppoſitũ exquirere.

9 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota quoque ſpecie anguli illius, qui reliquo dato lateri opponitur, angulum reliquum a datis lateribus compræhenſum cognoſcere.

10 Datis Obliquanguli Trianguli duobus angulis, & latere vni eorum oppoſito, tertium angulum indagare, dùm tamen fuerit cognita affectio lateris reliquo angulo dato oppoſiti.

11 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere vni eorum oppoſito, latus alteri angulo oppoſitum inueſtigare, dum tamen fuerit expreſſa affectio ipſius.

12 Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere vni eorum oppoſito, latus dictis angulis interiacens venari.

Singula quæſita ex tribus vtcunque datis in Triangulo Sphærico Obliquangulo.

- Inuenitur
  - Angulus vel ex
    - Tribus lateribus — per Problema 1.
    - Duobus lateribus & Angulo compræhenſo — per Problema 4.
    - Duobus angulis & latere eis interiacente — per Problema 5.
    - Duobus lateribus & angulo vni eorũ oppoſito — hoc eſt, vel qui
      - reliquo datò lateri opponitur — per 8.
      - à dictis lateribus cõprȩhenditur — per 9.
    - Duobus angulis & latere vni eorũ oppoſito — per Problema 10.
  - Latus vel ex
    - tribus angulis — per Problema 2.
    - Duobus lateribus, & angulo compræhenſo — per Problema 3.
    - Duobus angulis, & latere interiacente — per Problema 6.
    - Duobus lateribus, & angulo vni eorũ oppoſito — per Problema 7.
    - Duobus angulis, & latere vni eorũ oppoſito — hoc eſt, vel quod
      - alteri angulo opponitur — per Pro. 11.
      - dictis angulis interiacet — per Prob. 12.

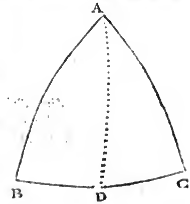
- Inuenitur ex
  - Tribus
    - Lateribus angulus quilibet — per Problema 1.
    - angulis latus quodlibet — per Problema 2.
  - Duobus
    - lateribus & angulo
      - compræhenſo ab eis vel
        - latus tertium — per Problema 3.
        - angulus quilibet — per Problema 4.
      - oppoſito vni eorum vel
        - latus tertium — per Problema 7.
        - angulus
          - alteri dato lateri oppoſitus per Problema 8.
          - à dictis lateribus compræhenſus per Problema 9.
    - Angulis, & latere
      - interiacente eis vel
        - Angulus tertius — per Probl. 5.
        - Latus quodcunq; è reliquis — per Probl. 6.
      - Oppoſito vni eorum, vel
        - Tertius angulus — per Problema 10.
        - Latus
          - alteri angulo oppoſitum — per 11.
          - dictis angulis interiacens — per 12.

Digitized by Google

PROBLEMA PRIMVM.

Datis Obliquanguli Trianguli tribus lateribus, angulum quemcumque definire.

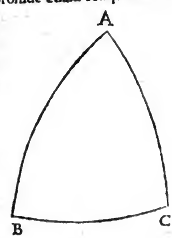
TRiangulum hoc datorum omnium laterum varijs modis poteſt offerri; nam aut ſingula latera dantur æqualia, aut duo tantùm, quæ quæſitum angulum compræhendunt, vel non compræhendunt: aut omnia certè ſunt inæqualia. Occurrente igitur Triangulo ſingulorum laterum æqualium, aud duorum tantùm, reducemus illud ad duo Rectangula per demiſſionem arcus perpendicularis, ſicut diximus numero quarto, capite ſexto Primi libri, vt eorum ſolutio facilè ad inſtar Rectangulorum Triangulorum, de quibus in ſuperiori libro egimus, obtineri poſſit. Nam ſi ſunt omnia latera æqualia, à quouis angulo: ſi duo tantùm, ab angulo ab illis compræhenſo per arcum perpendicularem in latus oppoſitum deductum, partiemur Triangulum in duo Rectangula, quæ æqualia inter ſeſe erunt; cùm latus, in quo perpendicularis cadit, per æqualia diuidatur. Quare facillimè per decimumquartum Problema præcedentis Libri colligetur quæſitus angulus, ſi fuerit vnus ex angulis æqualibus.



Vt ſi ſit oblatum Triangulum A B C Obliquangulum Aequilaterum, vel Iſoſceles, cuius ſingula latera A B, A C ſint æqualia; nempe grad. 64. & latus B C grad. 74. ducto perpendiculari arcu A D, ſecatur latus B C æqualiter in D, vt aliàs diximus. Quamobrem cùm in Triangulo A B D detur Baſis A B grad. 64. cum latere B D grad. 37. dabitur ex decimoquarto Problemate Tertij libri angulus comprahenſus B, vt hic patet iuxta tertium modum.

	G	M	S		
Latus datum B D	37	0	0	75355	*Tangens eius.*
Baſis data A B	64	0	0	48773	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus B	68	26	0	36753	*Sinus ſecundus proueniens.*

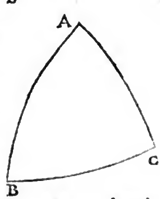
Sed ex ijſdem datis, nempe Baſi A B, & latere B D, colligetur per quartum Problema Tertij huius angulus B A D, quo duplicato innoteſcet totus angulus A, & proinde etiam reliqui noti erunt. Sed ſint hunc omnia latera inæqualia, in oblato Obliquangulo Triangulo, certè illud ad Rectangulorum Triangulorum difficile aptatur reductionem; & proinde per leges eorum ſoluere ipſum ope Magni Canonis non curabimus. Sed alijs tamen rationibus, è quibus aliquas inſigniores, ac planiores nunc trademus, relictis de induſtria tædioſis perplexisve ſolutionibus, ab alijs quibuſdam traditis.



Primus modus per ſolos Sinus.

EXimius in Mathematicis vir Franciſcus Vieta Capite decimonono, Octaui libri Variorum de Rebus Mathematicis reſponſorum, hanc tradit formam ſoluendi huiuſmodi Triangulum, quam ſuis verbis placuit afferre.

„ Latus quærendo angulo oppoſitum eſto primum. Duo igitur Rectan-
„ gula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum quod fit ſub Si-
„ nibus, qui pertinent ad complementa laterum ſecundi, & tertij; alte-
„ rum ſub Sinibus ipſorummet laterum ſecundi, & tertij. Et erit vt e-
„ xiens è ſecunda applicatione latitudo ad aggregatum, vel differentiam
„ latitudinis, ex prima applicatione oriundæ, ita Sinus totus ad comple-
„ mentum anguli quæſiti.



Hoc eſt fiat, vt Sinus totus ad Sinum vnius lateris ambientis angulum quæſitum, ita Sinus reliqui lateris dictum angulum ambientis, ad Inuentum primum. Rurſus fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris ambientis dictum angulum, ita Sinus ſecundus alterius lateris ambientis ad ſecundum Inuentum. Quod ſanè confer cum Sinu

S ſecundo

Digitized by Google

ſecundo primi lateris dicto angulo quærendo oppoſiti, & minorem de maiore aufer, vel ſimul inuicem adde, iuxta cautiones ſequentis Canonis ex eodem auctore collecti, & prodibit Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt primum Inuentum ad tertium Inuentum; ita Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Operatio. Multiplica ad inuicem Sinus primos laterum ambientium inquirendum angulum, & per totum diuide, vt exeat Inuentum primum. Sic quoque Sinus ſecundos eorundemmet laterum adinuicem multiplica, & per totum diuide; vt prodeat Inuentum ſecundum; quod confer cum Sinu ſecundo primi lateris dicto angulo oppoſiti, obſeruando cautiones inferioris Tabellæ, vt vtrumque ſimul addas, vel minorem de maiore auferas ad definiendum Inuentum tertium; cui adde quinque cifras, vt per totum Sinum multiplicetur, & partire per primum Inuentum, & producetur Sinus ſecundus anguli quæſiti.

Si latus primum, quod angulo quæſito opponitur, fuerit Quadrante

- Minus, & latera ambientia affectionis ſint
  - Eiuſdem, hoc eſt ambo vel maiora, vel minora Quadrantibus; fiat Subtractio minoris de maiore; & ſi Inuentum ſecundum fuerit Sinu ſecundo primi lateris
    - 1 minus; acutus
    - 2 maius; obtuſus
  - 3 Diuerſæ, hoc eſt vnum Quadrante maius, aliud minus; fiat Additio ſecundi Inuenti, & Sinus ſecundi primi lateris, & tunc acutus
- Maius, & latera ambientia affectionis ſint
  - 4 Eiuſdem, fiat Additio, & tunc Obtuſus
  - Diuerſæ; fiat Subtractio minoris de maiore; Et ſi Inuentum ſecundum fuerit Sinu ſecundo primi lateris
    - 5 minus; obtuſus
    - 6 maius; acutus

erit angulus quæſitus.

Compendium noſtrum.

Expeditiùs his modis conficies Inuentum ſecundum, quàm ex multiplicatione duorum Sinuum ſecundorum inuicem, & per totum Sinum diuiſione.

Adde itaque primo Inuento Sinum verſum differentiæ laterum, & hoc aggregatum ſubtrahe ab integro Sinu, ſi fuerit illo minus; vel ab eo abijce totum Sinum, ſi eum ſuperauerit, & relinquetur Inuentum ſecundum; Vt in quarto, & quinto Exemplis patebit.

Vel potius conferas primum Inuentum cum Sinu ſecundo differentiæ laterum, minorem numerum de maiore ſubducendo; vt relinquatur ſecundum Inuentum; vt in ijſdem Exemplis conſtat.

Primum Exemplum pro Primo caſu.

Oblatum ſit Triangulum ſoluendum notorum laterum ſic: AB gr. 54. 50′. BC gr. 25. & AC grad. 42.55′9″. Quæratur autem angulus B primo lateri AC obtenſus.

Latus

		G	M	S		
Latus 1. A C inquirẽda angula oppoſitũ		42	55	9	7 3 2 3 1	Sinus eius ſecundus.
Latera ambientia dictum Angulum	A B	54	50	0	8 1 7 4 8	Sinus eius primus.
	B C	25	0	0	4 2 2 6 2	Sinus eius primus.
					3 4 5 4 8	Inuentum primum pro diuiſore.
Eadem latera ambientia	A B	54	50	0	5 7 5 9 6	Sinus eius ſecundus
	B C	25	0	0	9 0 6 3 1	Sinus eius ſecundus.
					5 2 2 0 0	Inuẽtum 2. auferendum à ſinu 2. pri. lat.
					2 1 0 3 1	Inuentum tertium
Angulus B quæſitus		52	30	0	6 0 8 7 7	Sinus ſecundus prodiens ex diuiſione.

Secundum Exemplum pro eodem Primo caſu.

Esto nunc Triangulum aliud, cuius latus AC, quod quæſitum angulum ſubtendit, ſit gr. 49. 51'. 50". latera verò reliqua dictum eundem angulum ambientia ſint Quadrantibus maiora; hoc eſt A B gr. 106. 0'. 0". & B C gr. 120. 0'. 0". Ex his indagatur angulus B, vt ſequitur.

Latus 1. AC quærendo ang. oppoſitum		49	51	50	6 4 4 6 0	Sinus eius ſecundus.
Latera ambientia quærendum angulum	A B	106	0	0	9 6 1 2 6	Sinus eius primus.
	A C	120	0	0	8 6 6 0 3	Sinus eius primus.
					8 3 2 4 8	Inuentum primum pro diuiſore.
Eadem latera ambientia	A B	106	0	0	2 7 5 6 4	Sinus eius ſecundus.
	A C	120	0	0	5 0 0 0 0	Sinus eius ſecundus.
					1 3 7 8 2	Inuentum 2. ſubtrah: à ſinu 2. primi lateris.
					5 0 6 7 8	Inuentum tertium.
Angulus B quæſitus		52	30	0	6 0 8 7 6	Sinus ſecundus proueniens ex diuiſione.

Tertium Exemplum pro Secundo caſu.

Latus 1. AC quærendo angul. oppoſitum		74	11	45	2 7 2 3 5	Sinus eius ſecundus.
Latera dictum angulum ambientia	A B	46	10	0	7 2 1 3 6	Sinus eius.
	B C	60	0	0	8 6 6 0 3	Sinus eius.
					6 2 4 7 2	Inuentum primum pro diuiſore.
Eadem latera ambientia	A B	46	10	0	6 9 2 5 6	Sinus eius ſecundus.
	B C	60	0	0	5 0 0 0 0	Sinus eius ſecundus.
					3 4 6 2 8	Inuentum ſecundum.
					2 7 2 3 5	Sinus 2. primi lateris ſubtrahendus.
					7 3 9 3	Inuentum tertium.
Angulus B quæſitus		96	47	48	1 1 8 3 4	Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.

Quartum Exemplum pro Tertio caſu.

Latus primum A C		74	11	45	2 7 2 3 5	Sinus eius ſecundus.
Latera ambientia quæſitum angulum	A B	46	10	0	7 2 1 3 6	Sinus eius primus.
	B C	120	0	0	8 6 6 0 3	Sinus eius primus.
					6 2 4 7 2	Inuentum primum.
Differentia laterum		73	50	0	7 2 1 5 7	Sinus eius verſus addendus.
					1 3 4 5 2 9	Aggregatum, à quo abijce ſinum totum.
					1 0 0 0 0 0	Sinus totus.
Vel ſic collige Inuentum 2.					3 4 5 2 9	Inuentum ſecundum.
Differentia laterum		73	50	0	2 7 8 4 3	Sinus eius 2. ſubtrah. à primo inuento.
					3 4 5 2 9	Inuentum 2. add. ſinui 2. primi lateris.
					6 1 8 6 3	Inuentum tertium.
Angulus B quæſitus		8	0	0	9 9 0 2 7	Sinus ſecundus prodiens.

Quintum Exemplum pro quarto caſu.

	G M S		
Latus primum A C	105 48 11	27236	*Sinus eius ſecundus*
Latera ambientia quaſitum angulum { *A B*	46 10 0	72136	*Sinus primus.*
{ *A C*	60 0 0	86603	*Sinus primus.*
		62472	*Inuentum primum*
Differentia laterum	13 50 0	2900	*Sinus eius verſus addendus.*
		65372	*Aggregatum ſubtrahendum à Sinu toto.*
		24628	*Inuentum ſecundum.*
Vel ſic collige ſecundum Inuentum.			
Differentia laterum	13 50 0	97100	*Sinus eius ſecundus*
		62472	*Primum Inuentum ſubtrahendum.*
		34628	*Inuentum 2. add. Sinui 2. primi lateris.*
		61864	*Inuentum tertium.*
Angulus quaſitus B	172 0 0	99024	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Exemplum ſextum pro quinto Caſu.

Latus primum ◡*A C*	130 8 10	64460	*Sinus eius ſecundus.*
Latera ambientia quaſitum angulum { *A B*	106 0 0	96126	*Sinus primus*
{ *B C*	60 0 0	86603	*Sinus primus*
		83248	*Inuentum primum pro diuiſore*
Latera eadem ambientia { *A B*	106 0 0	27564	*Sinus eius ſecundus*
{ *B C*	60 0 0	50000	*Sinus eius ſecundus*
		13782	*Inuentum 2. ſubtrah. à Sinu 2. pri: lat.*
		50678	*Inuentum tertium*
Angulus B C acutus	52 30 0	60876	*Sinus ſecundus proueniens*
Complem. eius ad ſemic. pro ang. B quaſ.	127 30 0		

Septimum Exemplum pro Sexto Caſu.

Latus primum ◡*A C*	91 56 40	3392	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*
Latera ambientia angulũ quaſitum { *A B*	46 10 0	72136	*Sinus primus.*
{ *B C*	120 0 0	86603	*Sinus primus.*
		62472	*Inuentum primum pro diuiſore*
Latera ambientia eadem { *A B*	46 10 0	69256	*Sinus ſecundus*
{ *B C*	120 0 0	50000	*Sinus ſecundus*
		34628	*Inuentum 2. add. ſinui 2. primi lateris*
		61863	*Inuentum tertium*
Angulus quaſitus B	8 0 0	99027	*Sinus ſecundus proueniens.*

Secundus modus noſter primo conformis per Secantes.

EXpeditior ac promptior redditur à nobis Primus modus Vietæ, per ſolas multiplicationes, ſine vlla diuiſione niſi per Sinum totum; adhibitis nimirum in calculo Secantibus præter Sinus.

Nam cùm ex Theoremate 41. Sinus totus ſit medius proportionalis inter 4. numerum ex multiplicatione duorum Sinuum ad inuicem, & per totum diuiſione; & quartum alium numerum ex multiplicatione duarum ſecundarum Secantium eorundemmet arcuum, & per totum Sinum diuiſione; ſi cum duobus lateribus datis, pro Sinibus capiantur Secantes ſecundæ, multiplicando eas adinuicem, & per totum Sinum diuiſione facta, producetur primum Inuentum; ad quod ſe habet Sinus totus, ſicut ſe habet primum Inuentum ſecundum Vietam ex Sinibus collectum ad Sinum totum.

Poteſt itaque tradi hic modus ſecundum ſtilum Vietæ, hac ratione. Duo rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum, vnum quod ſit ſub Sinibus ſecundis laterum ſecundi, & tertij, alterum ſub Secantibus ſecundis eorundem laterum ſecundi, & tertij; Et erit vt Sinus totus ad exeuntem ex ſecunda

cunda

cunda applicatione latitudinem; ita aggregatum, vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ ad Sinum complementi anguli quæſiti.

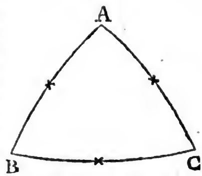
Hoc eſt; fiat vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius lateris ambientis quæſitum angulum; ita Secans ſecunda alterius lateris ambientis ad Primum Inuentum; poſtea fiat, ſicut ſupra; vt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius lateris ambientis; ita Sinus ſecundus alterius lateris ambientis ad ſecundum Inuentum, ex quo, & Sinu ſecundo Primi lateris quæſito angulo oppoſiti indagatur, ſicut in primo modo, tertium Inuentum. Demum fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita tertium Inuentum ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Operatio. Multiplicentur ſimul Secantes duorum laterum quæſitum angulum ambientium, & per totum Sinum fiat diuiſio, vt proueniat primum Inuentum. Multiplicentur quoque ſimul ſecundi Sinus eorundemmet laterum, & per totum fiat diuiſio, vt prodeat ſecundum Inuentum, & tertium Inuentum colligatur, ſicut in primo modo, quod quidem per primum Inuentum multipletur, & per totum Sinum diuidatur, vt prodeat Sinus ſecundus anguli quæſiti.

Exemplum Primum, idem cum primo ſuperioris modi.

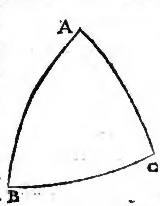
		G	M	S		
Latus primum AC		42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Latera ambientia quæſitum angulum	AB	54	50	0	8 1 7 4 8	*Secantes ſecundæ.*
	BC	25	0	0	4 2 2 6 2	
					3 4 5 4 8	*Inuentum primum.*
Eadem latera ambientia	AB	54	50	0	5 7 5 9 6	*Sinus ſecundi.*
	B.C	25	0	0	9 0 6 3 1	
					5 2 2 0 0	*Inuentum 2. auferendum à Sinu 2. Pi. later.*
					2 1 0 3 1	*Inuentum tertium ducendum in primum.*
Angulus B quæſitus		5 2 3 0 0			6 0 8 7 7	*Sinus ſecundus prodiens.*

Tertius modus, per Sinus rectos, & verſos.



PRoponatur Triangulum quodcunq; Obliquangulum notorum omnium laterum, ex quibus angulos adinuenire oporteat; quale eſt A B C, in quo ſingula latera patent, & exquirendus ſit angulus B ſecundum formam Theor. 38. Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum vnius lateris quæſitum angulum ambientis, ita Sinus alterius lateris eundem angulum ambientis ad Inuentum primum. Deinde fiat ſecundò; Vt Inuentum primum ad differentiam duorum Sinuum verſorum, nempe primi lateris angulo quæſito oppoſiti, & reliquorum ambientium dictum angulum differentiæ, quam dicimus Inuentum ſecundum; ita Sinus totus ad Sinum verſum anguli quæſiti. Vel fiat tertiò; vt Inuentum primum ad differentiam Sinuum ſecundum tertij lateris angulo quærendo oppoſiti, & reliquorum differentiæ; ita Sinus totus ad Sinum verſum anguli quæſiti.

Summa calculi. Laterum ambientium angulum quæſitum Sinus multiplica adinuicem, & à producto abijce quinque notas dextras, & relinquetur Inuentum primum. Poſtea aufer Sinum verſum differentiæ ipſorummet laterum ex Sinu verſo primi lateris angulo inquirendo oppoſiti; & prouèniet Inuentum ſecundum, quod per integrum Sinum multiplicatum, & per primum Inuentum diuiſum dabit Sinum verſum anguli quæſiti.



Vel hac alia ratione ſecundum Inuentum explorabis. Subtrahe è conuerſo Sinum ſecundum primi lateris angulo quærendo oppoſiti à Sinu ſecundo differentię reliquorum laterum, quę dictum compræhendunt angulum; ſi primum latus fuerit Quadrante minus. Sed ſi Quadrantem ſuperauerit, ambos hos ſecundos Sinus inuicem adde, & vtroque modo producetur Inuentum ſecundum, ex quo & primo Inuento colliges Sinum verſum anguli quæſiti.

Primum Exemplum, reſpondens primo Exemplo Primi modi.

O*Fferatur Triangulum Obliquangulum habens latera nota hac ratione. Latus AB gr. 54. 50'. Latus BC gr. 25. & latus AC gr. 42. 55'. 9'. Ex his verò ſit inquirendus angulus B dicto lateri AC oppoſitus. Sic igitur diſponitur ſupputatio.*

Latera

		G	M	S		
Latera ambientia quaſitum angulum	AB	54	50	0	81748	*Sinus eorum.*
	BC	25	0	0	42262	
					34548	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Latus primũ AC quaſito angulo oppoſitũ		42	55	9	26769	*Sinus eius verſus.*
Differentia laterum ambientium		29	50	0	13252	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
					13517	*Differentia Sinuũ verſorũ .i. ſecundũ Inuẽ.*
Vel cõficiatur ſic ſecundũ Inuẽtum						
Differentia laterum ambientium		29	50	0	86748	*Sinus eius ſecundus.*
Latus primum AC		42	55	9	73231	*Sinus eius ſecundus ſubtrahendus.*
					13517	*Inuentum ſecundum.*
Angulus quaſitus B		52	30	0	39124	*Sinus verſus prodiens.*

Secundum Exemplum.

Sint latera ambientia quaſitum angulum AB gr.106.0'. BC gr.120. & AC, quod quaſito angulo opponitur gr.49.51'.50".

Latera ambientia quaſitum angulum	AB	106	0	0	96126	*Sinus eorum.*
	BC	120	0	0	86603	
					83248	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Latus primũ AC quaſito angulo oppoſitũ		49	51	50	35540	*Sinus eius verſus.*
Differentia laterum ambientium		14	0	0	2970	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
					32570	*Inuentum ſecundum.*
Vel ſic collige ſecũdum Inuentum						
Differentia laterum ambientium		14	0	0	97030	*Sinus eius ſecundus.*
Latus primum AC		49	51	50	64460	*Sinus eius ſecundus ſubtrahendus.*
					32570	*Inuentum ſecundum.*
Angulus B quaſitus		52	30	0	39124	*Sinus verſus proueniens.*

Tertium Exemplum.

Latera ambientia angulum quaſitum	AB	46	10	0	72136	*Sinus eorum.*
	BC	60	0	0	86603	
					62472	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Latus primum AC		74	11	45	72765	*Sinus verſi.*
Differentia laterum ambientium		13	50	0	2900	
					6986|5	*Inuentum ſecundum.*
Angulus B quaſitus		96	47	48	11|1834	*Sinus verſus proueniens.*

Quartum Exemplum.

Latera ambientia angulum quaſitum	AB	46	10	0	72136	*Sinus ~~verſus~~ eorum.*
	BC	120	0	0	86603	
					62472	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Latus primum AC		74	11	45	72765	*Sinus verſus eorum.*
Differentia laterum ambientium		73	50	0	72157	
					608	*Inuentum ſecundum.*
Angulus B quaſitus		8	0	0	973	*Sinus verſus poueniens.*

Quintum Exemplum.

Latera ambientia angulum quaſitum	AB	46	10	0	72136	*Sinus eorum.*
	BC	60	0	0	86603	
					62472	*Inuentum primum pro diuiſore.*

Latus

Digitized by Google

	G	M	S		
Latus primum AC	105	48	11	1 2 7 2 3 6	*Sinus eius verſus.*
Differentia laterum ambientium	13	50	0	2 9 0 0	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
				1 2 4 3 3 6	*Differ. Sinuū verſorū, i. Inuentū ſecūdum.*
Angulus B quæſitus	172	0	0	1 9 9 0 2 7	*Sinus verſus prodiens.*

Sextum Exemplum.

Latera ambientia quæſitum angulum. AB	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
BC	60	0	0	8 6 6 0 3	
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Latus primum AC	91	56	40	1 0 3 3 9 3	*Sinus eius verſus.*
Differentia laterum ambientium	73	50	0	7 2 1 5 7	*Sinus eius verſus.*
				3 1 2 3 6	*Inuentum ſecundum.*
Angulus B quæſitus	60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus verſus prouenienſ.*

Septimum Exemplum.

Latera ambientia quæſitum angulum AB	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum verſi.*
BC	60	0	0	8 6 6 0 3	
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Latus primum AC	77	30	8	7 8 3 6 0	*Sinus eorum verſi.*
Differentia laterum ambientium	13	50	0	2 0 0 0	
				7 5 4 6 0	*Inuentum ſecundum.*
Angulus B quæſitus	102	0		1 2 0 7 9 1	*Sinus verſus prouenienſ.*

Quartus modus per Secantes conueniens ſuperiori tertio modo.

REddi poteſt facilior, ac expeditior ſuperior tertius modus ope Secantium in hanc formam ſecundum Theor. 41. Primi libri, Sicut diximus in ſecundo modo.
Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius lateris ambientis, ita Secans ſecunda alterius lateris ambientis ad Inuentum primum, ſicut etiam in ſecundo modo. Deinde, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum; ita differentia inter Sinum verſum primi lateris angulo quærendo oppoſiti, & Sinum verſum differentiæ reliquorum laterum ambientium, quam dicimus Inuentum ſecundum, ad Sinum verſum anguli quæſiti.

Operatio. Collectis ſecūdis Secantibus cum duobus lateribus angulum quæſitum concludentibus, fiat earum inter ſe multiplicatio, & per totum Sinum diuiſio, vt prodeat Inuentum primum; deinde vt in tertio modo conficiatur ſecundum Inuentum; quæ duo Inuenta inter ſeſe multiplicentur, & per Sinum integrum productum partiatur; & exiens inde numerus Sinus erit verſus anguli quæſiti.

Exemplum primum, quod eſt idem cum primo ſuperiorum modorum.

Latera ambientia quæſitum angulum AB	54	50	0	1 2 2 3 2 7	*Secantes eorum ſecundæ.*
BC	25	0	0	2 3 6 6 2 0	
				2 8 9 4 5 0	*Inuentum primum.*
Differentia laterum ambientium	29	50	0	8 6 7 4 8	*Sinus eorum ſecundi.*
Primum latus AC	42	55	9	7 3 2 3 1	
				1 3 5 1 7	*Inuentum ſecundum.*
Angulus B quæſitus	52	30	0	3 9 1 2 4	*Sinus verſus proueniens.*

Quintus modus per Proſtaphæreſin Sinuum.

DVplex Proſtaphæreſeon Sinuum forma aptatur huic ſolutioni. Vna quidem vulgata, quam eruditi quidam communiter ſeruant; in qua neceſſe eſt, ambo latera eſſe ſigillatim Quadrantibus minora, licet angulus ab eis compræhenſus poſſit eſſe vel minor, vel maior recto. Altera verò noſtra, quæ magis Generalis eſt, ac ſingulis Triangulorum ferè Generibus congruit, nec vlli ſubeſt difficultati ob varietatem, ſicut ſuperior.

Prior

Prior forma eſt hæc. Laterum ambientium angulum datum minoris cum complemento maioris ſit primò additio; deinde ſubtractio, vt tam aggregatum, quàm differentia innoteſcat, atque tam aggregati, quàm differentiæ Sinus collige, quos inuicem adde, ſi complementum maioris lateris cedet minori lateri; ſi verò excedet illud, ſubtrahe Sinum differentiæ à Sinu aggregati; cuius quidem numeri ex huiuſmodi additione, vel ſubtractione prouenientis dimidium dicetur Inuentum primum. Poſtea Sinus ſecundus primi lateris angulo quærendo oppoſiti auferatur à Sinu aggregati, ſi dictum latus non attigerit magnitudine Quadrantem, vel eidem addatur, ſi Quadrantem exceſſerit, & producetur Inuentum ſecundum. Quod ſanè per integrum Sinum multiplicetur, & productum per primum Inuentum diuidatur, & quotiens numerus erit Sinus verſus anguli quæſiti.

Poſterior forma huius Proſtaphæreſis ſic à nobis traditur. Latera ambo, quæ quæſitũ angulũ comprehendunt, ſimul adde, atque etiam minus de maiore ſubducito, vt prodeat tam ipſorum aggregatum, quàm differentia: quod tamen aggregatum excedere poteſt Quadrantem, & interdum vltra ſemicirculum excreſcere. Huius itaque aggregati ſume Sinum ſecundum; ſi defecerit à Quadrante; vel Sinum primum exceſſus ſupra Quadrantem collige, ſi ſuperauerit Quadrantem, vel Sinum ſecundum complementi ipſius aggregati ad ſemicirculum. Quòd ſi ſemicirculum tranſcendet, ſume Sinum ſecundum exceſſus ſupra ſemicirculum. Sic quoque cum laterum ipſorum differentia ſume Sinum ſecundum, quem priori adde, ſi aggregatum exceſſerit Quadrantem; vel ab ipſo aufer, ſi fuerit Quadrante minus, & vtroque modo proueniet duplum primi Inuenti, quod dimidiatum dabit Inuentum primum. Inuentum verò ſecundum dupliciter inueniri poteſt. Primò quidem detrahendo Sinum ſecundum primi lateris à Sinu ſecundo differentiæ laterum, (ſicut in priore Proſtaphæreſi obſeruatum eſt, præterquam quòd ibi ſumebatur Sinus ~~ſecundus~~ aggregati laterum) ſi minus Quadrante fuerit dictum latus; aut addendo ſimul vtrumque ſi, Quadrantem exceſſerit. Vel potius ſecundò, auferendo ſemper Sinum verſum differentiæ laterum à Sinu verſo primi lateris, quod quidem expeditius eſt. Quo Inuento ſecundo parato calculum abſolues non aliter, quàm in præcedente forma. Vel iuxta compendium primi, & ſecundi modi, commutando Inuentum primum in Secantem ſecundam, & reliqua peragendo, vt ibi diximus.

Exemplum primum, iuxta primam formam.

	G	M	S		
Complementum maioris lateris AB	35	10	0		
Latus minus BC	25	0	0		
Aggregatum	60	10	0	8 6 7 4 8	*Sinus eorum.*
Differentia	10	10	0	1 7 6 5 1	
				6 9 0 5 7	*Relictum è ſubtractione.*
Hic fiat Diuiſor,				3 4 5 4 8	*Dimidium id eſt Inuentum primum.*
Primum latus AC	42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus auferendus.*
				1 3 5 1 7	*Inuentum ſecundum.*
Angulus quæſitus B	52	30	0	3 9 1 2 4	*Sinus verſus proueniens.*

Exemplum idem ſecundum noſtram formam.

Latus AB	54	50	0		
Latus BC	25	0	0		
Differentia laterum	29	50	0	8 6 7 4 8	*Sinus ſecundi.*
Aggregatum	79	50	0	1 7 6 5 1	
				6 9 0 5 7	*Relictum è ſubtractione.*
Hic ſtatuatur pro diuiſore				3 4 5 4 8	*Dimidium, id eſt Inuentum primum.*
Primum latus AC	42	55	9	2 6 7 6 9	*Sinus eius verſus.*
Differentia laterum	29	50	0	1 3 2 5 2	*Sinus eius verſus.*
				1 3 5 1 7	*Inuentum ſecundum.*
Angulus quæſitus B	52	30	0	3 9 1 2 4	*Sinus verſus proueniens.*

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum ſecundum iuxta noſtram formam, eſtq; quintum Primi modi.

	G M S		
Latus A B	46 10 0		
Latus B C	60 0 0		
Differentia laterum	13 50 0	97100	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	106 10 0	27843	*Sinus exceſſus.*
		124943	*Aggregatum Sinuum.*
Hic ſtatuatur diuiſor.		62471	*Dimidium, id eſt primum Inuentum.*
Primum latus A C	105 48 11	127234	*Sinus eius verſus.*
Differentia laterum	13 50 0	2900	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
		12433·4	*Inuentum ſecundum.*
Angulus quæſitus B	172 0 0	199027	*Sinus verſus prouentens.*

Sextus modus per Tabulam Generalem, qui refertur ad Primum modum; ſed non ſine Sinibus fit.

INgredere primò lateraliter Tabulam Generalem cum duobus lateribus datis, quæ quæſitum angulum intercipiunt; ſumendo vnum in fronte, & aliud à latere ſiniſtro, & excipies in area numerum, qui dicetur Inuentum primum. Ingredere ſecundò cum iiſdem lateribus lateraliter; ſed ſumendo vnum in calce, & aliud à latere dextro, & in area colliges Inuentum ſecundum, cui congruentem accipe Sinum ex Tabula Sinuum, quem confer cum Sinu ſecundo primi lateris quæſito angulo oppoſiti, minorem de maiore auferendo, vel ambos ſimul componendo, iuxta Canonem primi modi, vt prodeat tertium Inuentum, cui arcus ex Tabulà Sinuum debitus eliciatur, cum quo & cum primo Inuento fiat ingreſſus arealis in eandem Generalem Tabulam, & numerus à latere patens dextro, aut in calce Tabulæ erit angulus quæſitus.

Cautela. Si ambo latera data circa quærendum angulum ſint ſigillatim maiora Quadrantibus, aut eorum vnum, accipiantur complementa illorum ad ſemicirculum, cum quibus tractentur ingreſſus laterales per Tabulam Generalem; nam calculus exibit, ſicut in primo modo. Vel cum primo Inuento, & tertio fiat lateralis ingreſſus in Tabulam ſecundæ Analogiæ; ſumendo primum Inuentum in calce, & à latere ſiniſtro tertium Inuentum; nam in area offeretur complementum anguli quæſiti.

Exemplum idem cum Primo reliquorum modorum.

Latera ambientia angulum { A B	54 50 0		
B C	25 0 0		
Inuentum primum ex primo ingreſſu	20 12 40		
Primum latus A C	42 55 9	73231	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundũ ex ſecundo ingreſſu	31 27 58	52200	*Sinus eius.*
Arcus inuenti tertij	12 8 27	21031	*Inuentum Tertium.*
Idem inuentum primum	20 12 40		
Angulus quæſitus B	52 30 0		
Aut etiam ſic.			
Inuentum primum	20 12 40		*in calce* } *Tabula tertia.*
Inuentum tertium	12 8 27		*à latere ſiniſtro* }
Angulus quæſitus B	52 30 0		

Septimus modus per Tabulam Generalem mediantibus Sinibus verſis, qui reſpondet Tertio modo huius Problematis.

COllige per ingreſſum lateralem in Tabulam Generalẽ cum duobus lateribus quærendum angulum concludentibus arealem numerum pro Inuento primo; & accipe tàm Sium verſum primi lateris eidem angulo oppoſiti, quàm Sinum verſum differentiæ laterum, & facta huius ab illo ſubductione, relinquetur eorum differentia, quam in arcum arealem Tabulæ Sinuum verſorum commutabis, & exiet Inuentum ſecundum, quod pone ad ingreſſum arealem Tabulæ Generalis vnà cum Inuento pri-

mo, & elicies numerum, qui poſtremò inuentus areatim in Tabula Sinuum verſorum dabit in fronte; & à latere ſiniſtro angulum quæſitum.

Si per Sinus ſecundos, relictis Sinibus verſis, Inuentum ſecundum colligere libuerit, ſubduces Sinum ſecundum primi lateris à Sinu ſecundo differentiæ reliquorum, & exiet differentia in arcum arealem ordinis Sinuum verſorum commutanda; vt prius.

Hic autem modus non eſt Generalis, ſed locum habet, quando primum latus angulo quærendo oppoſitum non attingit Quadrantem, ſed ſuperante eo Quadrantem, adiacens Triangulum ad ſoluendum aſſumendum eſt, in quo ipſum primum latus prodit Quadrante minus.

Exemplum reſpondens primo Exemplo primi, & ſecundi modi huius.

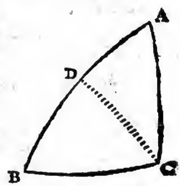
	G M S		
Latus A B	*54 50 0*		
Latus B C	*25 0 0*		
Primum Inuentum	*20 12 40*		
Latus A C primum	*42 55 9*	*26769*	*Sinus eorum verſi.*
Differentia laterum	*29 50 0*	*13252*	
Arcus ei congruus in area 2. ordinis	*7 46 6*	*13517*	*Differentia Sinuum verſorum.*
Idem primum Inuentum	*20 12 40*		
Numerus collectus commutandus	*23 2 0*		
Angulus quæſitus B	*52 30 0*		

Octauus modus per ſolam Tabulam Generalem, vel per Tabulas quoque reliquarum Analogiarum.

AD huius quæſiti ſolutionem conducit Theorema quadrageſimumſeptimum Primi libri, quod ait, in Triangulo Obliquangulo à perpendiculari arcu in duo Rectangula ſecto Sinus ſecundos laterum dicto perpendiculari arcui conterminalium eandem obtinere proportionem, quam Sinus ſecundi ſegmentorum Baſis à perpendiculari factorum, auxiliantibus quoque Problematibus ſecundo, & tertio quinti Capitis Secundi libri; vt cognoſcere valeamus ſegmenta Baſis à perpendiculari arcu facta, Intelligo autem nunc Baſin, vnum è lateribus circa quærendum angulum. Etenim ex altero latere dato circa dictum angulum, & ſegmento illo, quod ipſi angulo adhæret per 14. Problem. Tertij huius illico cognoſcemus dictum angulum quæſitum.

Oblato itaq; Obliquangulo Triangulo datorum omnium laterum, intellige à termino vnius lateris circa quæſitum angulum in aliud latus, circa eundem perpendicularem arcum duci, vt dictum Triangulum ad duo Rectangula reducatur, & hoc ſane quando, vel Triangulum datum conſtiterit ex tribus lateribus ſigillatim Quadrantibus minoribus, vel quando duo eius latera ſunt Quadrantibus minora; nempe vnum, quod quæſito angulo opponitur, & aliud, quod eidem adiacet, exiſtente tertio latere maiore, in quod perpendicularis arcus debet cadere. Quod ſi in Triangulo oblato latus, quod quæſito angulo opponitur, Quadrantem excellerit, exiſtentibus vel reliquis lateribus Quadrantibus minoribus, vel vno quadrante minore, & alio maiore; accipiendum eſſet adiacens ei Triangulum. Sic quoque cum latera ambientia quæſitum angulum erunt Quadrantibus maiora, etiamſi tertium latus fuerit Quadrante maius, accipere conuenit ad ſoluendum aliud Triangulum ei adiacens, vt infra Exemplis notum faciemus.

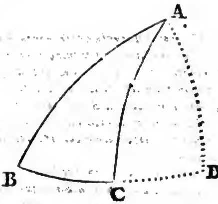
Sit nunc, Exempli gratia, datum Triangulum A B C, cuius ſingula latera ſint Quadrantibus minora, vel ſaltem duo A C, C B, quæratur autem ex his angulus B. A termino C minoris lateris B C circa dictam angulum in latus maius A B duco perpendicularem arcum C D, vt in duo Triangula Rectangula conformetur. Iam igitur opus eſt cognoſcere ſegmentum B D, quod ſanè obtinebimus in hunc modum. Cum ex præallegato Theoremate 47. Primi libri ſit Sinus ſecundus lateris A C ad Sinum ſecundum lateris B C, vt eſt Sinus ſecundus ſegmenti A D ad Sinum ſecundum ſegmenti B D, cumq; detur aggregatum duorum arcuum A D, D B propter latus A B cognitum, idcirco per ſecundum Problema quinti Capitis Secundi libri cognoſcetur, ope Generalis Tabulæ, vterq; arcus A D, B D. Explorato autem arcu B D, confuges ad decimumquartum Problema tertij, nam eo mediante, & latere ſeu Baſi B C in Triangulo Rectangulo B D C deprahendes quæſitum angulum B.



Quod

Digitized by Google

Quòd ſi à termino maioris lateris AB perpendicularem arcum in minus latus BC, circa quærendum angulum, ducere fuerit propoſitum; nihilominus in cognitionem quæſiti, paulò diuerſa ratione, peruenire licebit, & hoc ſanè, operando per Problema tertium dicti quinti Capitis ſecundi libri. Nam cum ex dicto Theor. 47. ſit proportio Sinus ſecundi lateris AB ad Sinum ſecundum lateris AC, vt eſt Sinus ſecundus arcus BD, ad Sinum ſecundum arcus CD, cumq; latus BC tertium datum ſit tanquam differentia dictorum arcuum BD, CD, facilè per tertium Problema dictum venaberis arcum BD, quo mediante, & latere ſeu Baſe AB depromes ad eundem modum quæſitum angulum B.



Operationem hanc per Generalem Tabulam ſic inſtitue. Accipe complementa ad Quadrantes duorum laterum AC, BC, quorum vnum quæſito angulo ſit oppoſitum. Ex his autem complementis maius accipe in fronte Generalis Tabulæ, & minus areatim, & facta debita correctione elicies in latere ſiniſtro numerum, quem dicimus primum Inuentum. Vel etiam cape à latere ſiniſtro maius ex dictis complementis, & in area minus; & in fronte obtinebis ipſum met primum Inuentum; quod primum Inuentum accipe vel in fronte Tabulæ, & per illam columnam, cui præeſt, diſcurre, donec adinuenias numerum arealem, & lateralem ſiniſtrum ei correſpondentem in eadem linea, qui coniuncti efficiant complementum reliqui lateris ad ſemicirculum; tunc enim vtriuſque complementa ad Quadrantes erunt ſegmenta dicti lateris tertij, in quo perpendicularis arcus cadit. Vel quidem cape à latere ſiniſtro primum Inuentum, & per illam lineam diſcurre, donec inueneris numerum arealem cum frontali adæquare complementum tertij lateris ad ſemicirculum; & vtriuſque numeri cape complementum ad Quadrantem; nam ſic dabuntur ſegmenta dicti tertij lateris, maius verò ſegmentum ex ipſis adhæret maiori lateri, & minus minori.

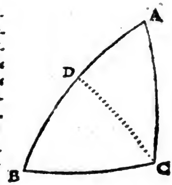
Verùm ſi perpendicularis arcus ceciderit extra Triangulum; vtpote quando à termino maioris lateris circa quæſitum angulum in aliud datũ latus circa eũdem educitur (quod vtiq; cognoſcetur, cum duo numeri mediante primo Inuento reperiri nequeunt, qui ſimul aggregati efficiant complementum tertij lateris ad ſemicirculum) tunc quidem, poſtquam eo modo explorasti primum Inuentum, debes è regione dicti primi Inuenti in fronte Tabulæ comperti inquirere duos numeros, quorum differentia æqualis ſit tertio lateri, nam dictorum numerorum complementa ad Quadrantes erunt ſegmenta quæſita; vnum quidem egrediens Triangulum, nempe maius ſegmentum: & aliud extra Triangulum cadens, nempe minus. Poſtremò verò cum ſegmento, quod angulo quæſito adhæret, & cum altero latere circa dictum angulum deprehendes per 14. Problema Tertij angulum quæſitum. Qui ſanè an acutus ſit, an obtuſus, ex ſubiecta tabella edisces.

Si latus quod angulo quæſito opponitur, fuerit Quadrante
- minus, & latera dictum angulum ambientia affectionis
  - Diuerſæ, hoc eſt vnum Quadrante maius, aliud minus, Acutus (1)
  - Eiuſdem, hoc eſt ambo minora Quadrantibus; ſi perpendicularis arcus à minore latere circa rectum ductus, cadit
    - intra Triangulum, Acutus (2)
    - extra Triangulũ, Obtuſus (3)
- maius, & latera dictum angulum ambientia affectionis
  - Diuerſæ, ſi perpendicularis arcus cadit
    - Intra Triãg. Acut. (4)
    - Extra Triang. Obtuſus (5)
  - Eiuſdem; & tunc Obtuſus (6)

erit angulus quæſitus.

 Exemplum

Exemplum Primum.



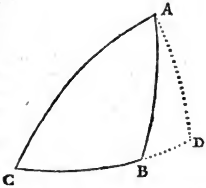
OFferatur Triangulum Obliquangulum ABC notorum omnium laterum Quadrantibus ſigillatim minorum, & ſit quidem latus AC, quod angulo quaſito opponitur gr.42.55′.9″. latus AB gr.54.50′. & latus BC gr 25. qua duo dictum angulum comprahendunt. Intelligo à termino C minoris lateris BB circa angulum quarendum B duci perpendicularem arcum CD in aliud latus AB circa dictum angulum B, vt in duo Rectangula Triangula propoſitum Triangulum ſit ſectum, quem perpendicularem arcum conijcio incidere intra Triangulum ex ipſo calculo, vt patebit.

Primò quidem accipio complementa ad Quadrantes laterum AC, BC, & lateris quidem BC complementum, quod eſt gr.65. quaro à latere ſiniſtro Generalis Tabula, & in area gr.47.4′.51″. quod eſt complementum lateris AC, & in fronte reſpondent gr.53.52′.34″. pro primo Inuento. Etenim inuento è regione gr.65. à latere numerum arealem proximè minorem, nempe gr.47.1′.34″. differentem ab oblato numero 3′.17″. cui areali inuento numero ſuperſtant in capite Tabula grad.53.50′. Differentia verò ad ſequentem numerum arealem eſt 7′.50″. qua in fronte Tabula Proportionalis obſeruata comperio priorem differentiam 3′.7″. arealiter; & colligo à latere m.5′.34″. addenda frontali numero gr.53.50′. vt prodeant gr.53.52′.34″. pro primo inuento. Praterea cùm tertium latus ſit gr.54.50′. erit eius complementum ad ſemicirculum gr.125.10′. manente igitur ipſo primo Inuento in fronte Tabula, diſcurro arealiter ſub illa columna, donec occurrant duo numeri, vnus arealis, & vnus lateralis ſiniſter; qui ſimul aggregati conficiant dictum tertij lateris complementum; & inuenio quidem è regione lateralis numeri gr.74.10′. arealem numerum cum ipſo laterali reſtituentem propemodum dictum aggregatum. Nam ſub columna gr.53.50′. è regione gr.74.50′. patet arealis numerus gr.50.57′.26″. quem per lateralem differentiam m.9′.1″. corrigo, reſpectu m.2′.34″. qua ſunt vltra gr.53.50′. in ipſo primo Inuento. Et prodit arealis numerus correctus gr.50.59′.45. hic autem additus lateralis numero grad.74.10. conficit grad.125.9′.45″. deficientibus à complemento tertij lateris ſecundis tantummodo 15″. pro quibus addo laterali numero ſecunda 11″. vt ſit quidem grad. 74.10′.11″. qui numerus ſi reijciatur à dicto complemento, relinquit alterum numerum grad. 50.59′.49″. & vtriuſque acceptis complementis ad Quadrantes, pronuncio ſegmenta tertij lateris AB eſſe hac, nempe ſegmentum AD gr.39.0′11″. & BD, quod quaſito angulo adiacet gr.15.49′49″. cum quo quidem ſegmento, & cum latere BC quod dicto angulo adiacet gr.25. per 14. Problema, excerpo angulum B graduum 52.m.30′. Nam certior factus ſum dictum angulum debere eſſe acutum, propterea quod è regione primi Inuenti comperti fuerunt duo numeri, arealis ſcilicet & lateralis aquales complemento tertij lateris AB. Ecce autem pradictus calculus ob oculos poſitus propter clariorem formam.

	G	M	S	
Lateris BC complementum	65	0	0	*à ſiniſtro latere.*
Lateris AC complementum.	47	4	51	*in area.*
Inuentum primum	53	52	34	*in fronte.*
Complem. 3. lat. AB ad ſemicirculum	125	10	0	
Numerus lateralis	74	10	0	
Nu. arealis è directo ipſius ſub 1. inuēto	50	59	45	
Aggregatum ipſorum	125	9	45	
Differentia à complemento tertij lateris	0	0	15	
Differentia cōſurgens ad ſequentem num.		13	29	
Pars prop. de dicta Differentia pro ſec. 15.	0	0	11	
Numerus lateralis correctus	74	10	11	
Reliquus numerus arealis	50	59	49	*ei correſpondens.*
Complementum ipſorum ad Quadrantem { BD	15	49	49	
{ AD	39	0	11	
Latus AB reliquum	25	0	0	*à latere dextro* } *Tabula quarta.*
Segmentum, ſeu latus BD	15	49	49	*in fronte* }
Angulus quaſitus B	52	30	0	*& eſt complementum numeri in area comperti.*

Digitized by Google

Secundum Exemplum.



SEd manente eodem Triangulo ABC, ducamus modo perpendicularem arcum A D à termino maioris lateris A B circa quæſitum angulum B in aliud latus B C minus circa dictum angulum.

Eſt itaque Complementum lateris A C 47.4′.51″. quærendum in fronte, & complementum lateris A B gr.35.10′. in area, vt poſſit colligi à latere ſiniſtro primum Inuentum grad.51.51′.27″. Cùm autem tertium latus ſit B C gr.25. eius complementum ad ſemicirculum eſt gr.155. cui numero cùm non poſſim reperire duos numeros ſimul iunctos æquales, nempe arealem, & lateralem, idcirco vtor dicto tertio latere B C ceu differentia, coniectans ex hoc dictum arcum perpendicularem cadere extra Triangulum; & cum debita operatione comperio maiorem ex ipſis à latere ſiniſtro gr.74.10′. & minorem in area gr.49.10′. ſub columna gr. 51.51′.27″. quorum numerorum complementa ad Quadrantes ſunt B D gr.40.50′. & C D gr.15.50′. nam horum differentia eſt gr.25. pro latere B C. Cum ſegmento verò B D maiore gr.40.50′. & latere A B gr.54.50′. colligo angulum B gr.52.30′.

	G	M	S	
Lateris A C complementum	47	4	51	*in fronte.*
Lateris A B complementum	35	10	0	*in area.*
Inuentum primum à latere ſiniſtro	51	51	27	
Latus tertium B C tanquam differ.	25	0	0	
Numerus lateris ſiniſter	74	10	0	
Numerus arealis	49	10	0	
Numeri lateralis complementum	15	50	0	*eſt ſegmentum C D.*
Numeri arealis complementum	40	50	0	*eſt ſegmentum B D.*
Latus A B	54	50	0	
Angulus B quæſitus	52	30	0	*id eſt complementum Numeri Arealis.*

Tertium Exemplum.

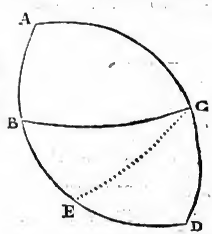
SEd eſto nunc aliud Triangulum A B C, cuius ſingula latera ſint Quadrantibus minora, nempe A B grad.46.10′. B C gr.60. quæ latera concludunt angulum B conquirendum. Sit verò latus A C, quod dictum angulum ſubtendit gr.74.12′. Ducto autem perpendiculari arcu A D ignoratur an intra, an extra Triangulum cadat, donec ex calculo hoc notificetur. Cum complementis itaque laterum A B, & A C exquiro primum Inuentum gr. 23.9′.2′. vt infra, & quia eo mediante haberi nequeunt duo numeri, nempe arealis et lateralis, ſeu frontalis, qui adæquent tertij lateris C B complementum ad ſemicirculum, quod eſt gr.120. idcirco exquiro duos numeros, nempe arealem, & lateralem, qui differant gr.60. quantum eſt latus CB, & eſt quidem eorum maior grad.82.58′. lateralis, & minor arealis gr.22.58′. Arealis verò complementum ad Quadrantem eſt C D gr.67.2′. lateralis verò complementum eſt B C gr.7.2. Cum hoc autem ſegmento B D, & cum latere A B adinuenio angulum A B D gr.83.12′. qui eſt adiacens angulo quæſito obtuſo A B C, nempe gr. 96.48′. propterea quod perpendicularis arcus extra propoſitum Triangulum cadit.

Lateris is A B complementum	43	50	0	*à latere ſiniſtro.*
Lateris A C complementum	15	48	0	*in area.*
Inuentum primum	23	9	2	*in fronte.*
Latus tertium C B tanquam differentia	60	0	0	
Numerus lateralis ſiniſter	82	50	0	
Numerus arealis è regione il lius	22	48	36	*ſub columna gr.23.0′.*
Differentia ad ſequentem columnam		9	55	
Pars cógruēs 9.2″. primi Inu. de d. Differ.		8	58	
Numerus Arealis correctus	22	57	34	*præcisè conueniens numero frontali graduum 23. 9′. 2″.*
Different a à laterali numero	50	52	26	
Differentia huius differentiæ à 3. latere		7	34	
Differentia numeri lateralis à ſequente		10	0	
Differentia numeri Arealis à ſequente		0	32	

Digitized by Google

Differentia vtriuſque inquirenda		9	28	in fronte Tabulæ proportionalis.
Differentia prior arealiter ſumenda		7	34	
Pars Proportional. addẽda prior. lateral. nu.		8	0	
Lateralis numerus correctus	82	58	0	
Arealis numerus	22	58	0	
Complementum ipſorum ad Quadrantes { B D	7	2	0	
{ C D	67	2	0	
Latus A B	46	10	0	à latere dextro } Tabulæ quarta.
Segmentum B D	7	2	0	in fronte }
◡Angulus A B D	83	12	0	Complementum anguli acuti ex area
Complementum eius ad ſemicirculum, eſt angulus quæſitus A B C	96	48	0	

Quartum Exemplum.



SIt datum Triangulum A B C, cuius latera A B grad. 46. 10'. B C grad. 60. ambientia angulum quæſitum B, quem ſubtendit latus ◡A C Quadrante maius, nempe grad. 105. 48'. 15''. Loco huius accipio adiacens Triangulum B C D ad ſoluendum, ſicut ſequitur, in quo latus B C manet idem grad. 60. & C D grad. 74. 11'. 45''. Latus vero B D grad. 133. 50'.

Lateris B C complementum	30	0	0	in fronte.
Lateris C D complementum	15	48	15	in area.
Inu... primum à latere ſiniſtro	33	0	16	
Complem. 3. lateris B D ad ſemicirculum	46	10	0	
Numeri ipſum æquantes	30	14	35	in fronte.
	15	55	25	in area.
Numeri frontalis complementum	59	45	25	id eſt ſegmentum B E.
Numeri arealis complementum	74	4	35	id eſt ſegmentum E D.
Lateris B C complementum	30	0	0	in area } Tabula tertia
Segmentum B E	59	45	25	à latere dextro }
Angulus C B E inuentus acutus	8	0	0	
Complementum ipſius ad ſemicirculum pro angulo quæſito ◡A B C	172	0	0	

Quintum Exemplum.

DEtur poſtremo Triangulum A B C, cuius ſint hæc latera data, AB graduum 46. 10'. & C B gr. 60. & A C gr. 83. 3'. 20''. cui lateri quæratur angulus B oppoſitus.

Pono igitur ad Operationem faciendam complementa laterum ◡A B, & ◡A C, & colligo primum Inue. graduum 2. 48'. 29''. Poſtmodum etiam examino, vtrumne inueniri poſſint duo numeri è regione primi Inuen. qui coniuncti & ſimul comprahenſi efficiant complementum tertij lateris C B, quod ſcilicet eſt graduum 120. Verùm quoniam hos numeros ibidem nuſquam comperio, ſumo dictum tertij lateris complementum, nempe C B tanquam differentiam, & è regione ipſiuſmet primi Inuenti adinuenio duos numeros; inter quos cadit dicta illa differentia; quorum numerorum maior eſt graduum 62. 29'. 26''. & minor graduum 2. 29'. 26''. Maioris verò complementum, quòd eſt graduum 27. 30'. 34''. accipio pro ſegmento B E, cum quo, & cum latere A B gradum 46. 10'. colligo angulum A B E acutum. Huius autem anguli complementum ad ſemicirculum, eſt ipſe angulus quæſitus A B C, vt in ſubiecto calculo declaratur.

Lateris

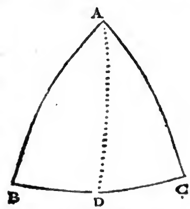
Digitized by Google

	G	M	S	
Lateris A B complementum	43	50	0	*à latere ſiniſtro.*
Lateris A C complementum	1	56	40	*in area.*
Primum Inuentum	2	48	29	*in fronte*
Latus C B pro differentia	60	0	0	
Numerus lateralis ſiniſter	62	29	26	
Numerus arealis	2	29	26	
Complementum Numeri lateralis	27	31	34	*id eſt ſegmentum B E.*
Complementum Numeri arealis	87	30	34	*id eſt ſegmentum D E.*
Latus A B	46	10	0	*à latere dextro* } *quarta Tabulæ.*
Segmentum B E	27	30	34	*in fronte* }
Angulus A B E	60	0	0	*id eſt complementum Numeri arealis.*
Complem. eius ad ſemicirc.	120	0	0	*ideſt angulus A B C quæſitus.*

PROBLEMA II.

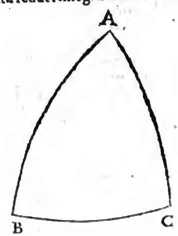
Datis in Obliquangulo Triangulo ſingulis angulis, latus quodlibet manifeſtare.

SI oblati Trianguli Obliquanguli ſunt omnes anguli æquales, etiam latera eius ſingula erunt æqualia. Quare vno ex ipſis lateribus inuento, cætera patebunt. Quòd ſi duo tantum anguli fuerint æquales, & latera quoque, quæ ipſos reſpiciunt, erunt æqualia ad inuicem, tuncque vnum ex lateribus æqualibus ſufficiet adinuenire, nam reliquum hoc inuento dabitur; deinceps tertiũ tantùm latus indagandum erit. Sed ſi omnes anguli fuerint inęquales, & ſingula quoque latera adinuicem inæqualia erunt, & proinde ſingula ſeorſim ſunt exploranda.



Sit primò quidem Triangulum A B C Obliquangulum; ſed æquiangulum, & ab angulo A intelligatur demiſſus perpendicularis arcus A D in latus oppoſitum B C, quod ſane biſariam ſecabitur vnà cum angulo A. Quocirca cùm in Triangulo Rectangulo B D A noti ſint anguli obliqui B, & B A D ex decimoſexto Problemate Tertij libri colligetur latus, ſeu Baſis A B, & proinde reliqua latera euadent nota. Vel per octauum Problema eiuſdem cognoſcetur latus B D, quod duplicatum dabit integrum latus B C, vnde omnia latera euadent cognita.

Sit ſecundò Triangulum A B C duo tantùm habens æqualia latera A B, A C. Demiſſo perpendiculari arcu A D, biſecabitur tam latus B C, quàm angulus A. Quare in Triangulo Rectangulo A D B ex duobus cognitis angulis B, & B A D dabitur primò per decimumſextum Problema Tertij libri latus A B, & ex conſequenti euadet notum latus A C. Poſtea per octauum Problema eiuſdem patefiet itidem latus BD, quod duplicatũ reddet integrum latus B C.



Sed eſto nunc Triangulum Obliquangulum A B C inæqualium angulorum, ex quibus oporteat latus quodcunque explorare. Quod profectò Triangulum maximè perplexum à quibuſdam habitum fuit, & ceu Gordianus quidem nodus penè indiſſolubilis, ideoque varias illi ſolutiones parum fęliciter tradiderunt, per multas nimirum ambages, ac operationum prolixitates, quas in præſentiarum nos relinquentes tutiores ſoluendi ipſum Triangulum modos, ac nullis difficultatibus obnoxios, nunc proponemus.

Primus modus per ſolos Sinus.

CLariſſimus vir Franciſcus Vieta hunc modum his verbis tradit. „ Enimuero angulus, cui latus quærendum opponitur, primus è datis eſto. Duo igitur Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod fit ſub Sinibus, qui pertinent ad complementa angulorum ſecundi, & tertij; alterum ſub Sinibus, qui pertinent ad angulos ipſos ſecundum, & tertium. Et erit, vt exiens è ſecunda applicatione latitudo ad aggregatum, vel differen-

tiam

,, tiam latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinu complementi anguli primi, ita Sinus totus ,, ad Sinum complementi lateris quæſiti.

Hoc eſt; fiat vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli adiacentis quæſito lateri, ita Sinus reliqui anguli eidem lateri adiacentis ad primum Inuentum; atque etiam fiat, vt Sinus totum ad Sinum ſecundum vnius anguli adiacentis; ita Sinus ſecundus alterius anguli adiacentis ad ſecundum Inuentum. Quod profectò conferendum eſt cum Sinu ſecundo anguli primi, qui quæſito lateri opponitur: eos vel inuicem addendo, vel alterum ab altero ſubducendo, vt ſequens Tabella ex Vietæ conſtructa præceptis edocet, & relinquetur tertium Inuentum. Poſtremò fiat, vt primum Inuentum ad tertium Inuentum; ita Sinus totus ad Sinum ſecundi anguli quæſiti.

Si primus angulus, qui lateri quæſito opponitur, fuerit

- Acutus, & reliqui anguli ambientes quęſitum latus ſint affectionis
  - 1 Eiuſdem; fit Additio, & tunc minus
  - Diuerſæ, nempe vnus acutus, alter obtuſus, fit Subtractio. Et ſi Inuentum ſecũdum fuerit Sinu ſecundo primi anguli
    - 2 minus, & tũc minus
    - 3 maius, & tũc maius
- Obtuſus, & reliqui anguli ambientes quęſitum latus ſint affectionis
  - Eiuſdem, fit Subtractio. Et ſi Inuentum ſecundum fuerit Sinu ſecundo primi anguli
    - 4 minus, & tũc maius
    - 5 maius, & tũc minus
  - 6 Diuerſæ; fit Additio, & tunc maius

Quadrante erit latus quęſitum.

Operatio. Capiantur ſeorſim tam Sinus primi, quàm ſecundi vtriuſque anguli quæſito lateri adiacentis, & ſumendus eſt etiam Sinus ſecundus primi anguli, cui latus quærendum opponitur, quem ſerua. Ex multiplicatione autem duorum primorum Sinuum vtriuſque anguli circa latus datum, & per totum diuiſione prouenit primum Inuentum, & ex multiplicatione ſecundorum Sinuum adinuicem eorundemmet angulorum producitur ſecundum Inuentum, quod conferendum eſt cum Sinu ſecundo primi anguli, & iuxta ſuperioris Tabellæ cautione facienda eſt eorum additio, vel ſubtractio, vt innoteſcat tertium Inuentum, quod per integrum Sinum ductum, & per primum Inuentum diuiſum, manifeſtat Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Nota.

HAbet & hîc locum noſtrum definiendi ſecundum Inuentum compendium abſque multiplicatione Sinuum ſecundorum; & quidem duobus hiſce modis.

Primùm; adde Inuento primo Sinum verſum differentiæ vnius anguli à complemento alterius ad ſemicirculum; & hoc aggregatum aufer à Sinu toto, ſi fuerit minus: vel tolle ab eo Sinum totum, ſi fuerit illo maius. Aut ſecundò conferas primum Inuentum cum Sinu ſecundo differentiæ vnius anguli à complemento alterius ad ſemicirculum, minorem numerum de maiore ſubducendo, & relinquetur vtroque modo Inuentum ſecundum.

Primum

Digitized by Google

Primum Exemplum pro Primo caſu.

		G	M	S		
Primus angulus A		74	11	45	2 7 2 3 5	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli ambientes quaſitum latus	B	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum*
	C	60	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Iidem anguli ambientes	B	46	10	0	6 9 2 5 6	*Sinus eorum ſecundi.*
	C	60	0	0	5 0 0 0 0	
					3 4 6 2 8	*Inuentum ſecundum.*

Vel colligatur ſic ſecundum Inuentum.

		G	M	S		
Differentia vnius anguli ambientis à complemento reliqui ad ſemicirculum		73	50	0	2 7 8 4 3	*Sinus eius 2. ſubtrah. à primo Inuento.*
					3 4 6 2 8	*Inuentum 2. addendum Sinui 2. pri. anguli.*
					6 1 8 6 4	*Inuentum 3. per Sinum totum multiplican.*
Latus B C quaſitum		8	0	0	9 9 0 2 7	*Sinus ſecundus prouenient.*

Secundum Exemplum pro Secundo caſu.

Primus angul. quaerendo lateri oppoſitus		42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quaſito lateri	B	125	10	0	8 1 7 4 8	*Sinus eorum*
	C	25	10	0	4 2 2 6 2	
					3 4 5 4 8	*Primum Inuentum pro diuiſore.*
Iidem anguli adiacentes quaſito lateri	B	125	10	0	5 7 5 9 6	*Sinus eorum ſecundi.*
	C	25	0	0	9 0 6 3 1	
					5 2 2 0 0	*Inuentum primum multiplic. in totum.*
					2 1 0 3 1	*Inuentum tertium multipl. in totum.*
Latus B C quaſitum		52	30	0	6 0 8 7 6	*Sinus ſecundus prodiens.*

Tertium Exemplum pro Tertio caſu.

Angulus primus A		77	30	8	2 1 6 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quaſito lateri	B	133	50	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum*
	C	60	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Primum Inuentum pro diuiſore.*
Iidem anguli adiacentes quaſito lateri	B	133	10	0	6 9 2 5 6	*Sinus eorum ſecundi.*
	C	60	0	0	5 0 0 0 0	
					3 4 6 2 8	*Inuentum ſecundum.*
					2 1 6 4 0	*Sinus ſecundus primi anguli A.*
					1 2 9 8 8	*Inuentum tertium multipl. in totum.*
Latus quaſitum B C		102	0	0	2 0 7 9 1	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Quartum Exemplum pro Quarto caſu.

Angulus primus A		113	0	0	3 9 0 7 3	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quaſito lateri	B	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum*
	C	60	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
					3 4 6 2 8	*Inuentum 2. ſubtrab. à Sinu 2. primi anguli.*
					4 4 4 5	*Inuentum 3. multiplican. in totum.*
Latus B C quaſitum		94	4	38	7 1 1 5	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Digitized by Google

Quintum Exemplum pro Quinto caſu.

	G	M	S		
Primus angulus A	91	56	40	3 3 9 2	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	46	10	0		*Sicut in primo Exemplo, Vnde*
C	60	0	0		
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
				3 4 6 2 8	*Inuentum ſecundum.*
				3 3 9 2	*Sinus ſecundus primi anguli ſubtrahendus.*
				3 1 2 3 6	*Inuentum tertium multiplic. in totum.*
Latus quæſitum B C	60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus ſecundus proueniens.*

Sextum Exemplum pro ſexto caſu.

Primus angulus A	105	48	11	2 7 2 3 6	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes B	133	50	0		*Sicut in tertio Exemplo, Vnde*
C	60	0	0		
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
				3 4 6 2 8	*Inuen. 2. addendum Sinui ſecundo pri. ang.*
				6 1 8 6 4	*Inuentum 3. multipl. in totum.*
Latus B C quæſitum	172	0	0	9 9 0 2 4	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantẽ prodiens.*

Secundus modus noſter congruens cum ſuperiore, ſed adhibitis ſecantibus.

REddi poteſt ſuperior Vietæ modus expeditior ac facilior ſolis multiplicationibus, nulla interueniente diuiſione, niſi per Sinum totum; ſequendo ſcilicet Theorem. 41. eo modo, ſicut factum fuit in primo Problemate huius; & proferri poteſt ſic ſecundum ipſiusmet ſtylum. Duo igitur Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quòd fit ſub Sinibus ſecũdis angulorum ſecundi, & tertij; alterum verò ſub Secantibus ſecundis eorundẽmet angulorũ ſecundi, & tertij. Et erit, vt Sinus totus ad exeuntem ex ſecunda applicatione latitudinem: ita aggregatum vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinu complementi anguli primi ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli adiacentis quæſito lateri, ita Secans ſecunda alterius anguli dicto lateri adiacentis ad primum Inuentum: moxque fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius ex angulis adiacentibus, ita Sinus ſecundus alterius anguli adiacentis ad Inuentum ſecundum, ſicut in ſuperiore modo, ex quo & Sinu ſecundo primi anguli per additionem vel ſubductionem conficiatur tertium Inuentum, vt ſupra. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum; ita tertium Inuentum ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Operatio. Sumantur cum duobus angulis adiacentibus quæſito lateri tam Secantes ſecundæ, quàm Sinus ſecundi; & multiplicatis ſimul Secantibus ſecundis, & per totum Sinum diuidendo oritur Inuẽtum primum; & ſic etiam multiplicatis adinuicem Sinibus ſecundis, & per totum Sinum partiendo, emergit ſecundum Inuentum eadem forma, ſicut in priore modo. Quin etiam & tertium Inuentum eademmet ratione exploratur, quod itidem multiplicatum in primum Inuentum, & per totum Sinum diuiſum producit vltimò Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Exemplum primum congruens cum Exemplo ſecundo ſuperioris modi.

Ang. primus A cui opponitur quæſ. latus	42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes eidem lateri B	125	10	0	1 2 2 3 2 7	*Secantes eorum ſecundæ.*
C	25	0	0	2 3 6 6 2 0	
				2 8 9 4 5 0	*Inuentum primum.*
Iidem anguli adiacentes B	125	10	0	5 7 5 9 6	*Sinus eorum ſecundi.*
C	25	0	0	9 0 6 3 1	
				5 2 2 0 0	*Inuentum 2 ſubtr. à Sinu 2. primi anguli.*
				2 1 0 3 1	*Inuentum 3. multiplicatum in primum.*
Latus B C quæſitum	52	30	0	6 0 8 7 4	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum ſecundum congruens cum Exemplo ſexto ſuperioris modi.

	G	M	S		
Primus angulus A	105	48	11	27236	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	133	50	0	138628	*Secantes eorum ſecunda.*
C	60	0	0	115470	
				160073	*Inuentum primum.*
Iidem anguli adiacentes quæſito lateri B	133	50	0	69256	*Sinus eorum ſecundi.*
C	60	0	0	50000	
				34628	*Inuen. 2. addendo Sinus ſecundo pri. lateris*
				61864	*Inuentum tertium multiplic. in primum.*
Latus B C quæſitum	172	0	0	99024	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Tertius modus per Sinus rectos, & verſos.

FVndatur hic modus in Theorem. 38. Primi huius; qui talis eſt. Fiat, vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli quæſito lateri adiacentis; ita Sinus alterius anguli dicto angulo adiacentis ad primum Inuentum. Poſtea fiat, vt Inuentum primum ad Sinum totum, ita differentia inter Sinum verſum anguli primi quæſito lateri oppoſiti, & Sinum verſum differentiæ vnius anguli adiacentis, & alterius adiacentis ad ſemicirculum complementi ad Sinum verſum lateris quæſiti.

Operatio. Collectis Sinibus duorum angulorum quæſito lateri adiacentium, eos adinuicem multiplica, & per totum Sinum diuide, & reliquum erit Inuentum primum, quod ſerua pro diuiſore. Deinde ſume complementum ad ſemicirculum vnius anguli adiacentis quæſito lateri, & cõfer ipſum cum reliquo angulo adiacente eidem quæſito lateri, vt habeas eorum differentiam; cuius accipe Sinum verſum, moxque primi anguli quæſito lateri oppoſiti Sinum verſum deſume, & per ſubductionem horum duorum Sinuum verſorum differentiam notabis, quam dicimus Inuentum ſecundum, hoc autem per totum Sinum multiplica, & per primum Inuentum diuide, & emerget Sinus verſus lateris quæſiti. Cæterum Inuentum ſecundum per Sinus etiam ſecundos relictis Sinibus verſis exquires, & compendioſè quidem hac forma. Aufer ſemper Sinum ſecundum primi anguli à Sinu ſecundo differentiæ vnius anguli à complemento alterius ad ſemicirculum, ſi angulus primus fuerit acutus; ſed ſi fuerit obtuſus, hos Sinus ſecundos ſimul coniunge, & fiet Inuentum ſecundum. Quòd ſi contigerit, nullam eſſe differentiam vnius lateris à complemento alterius ad ſemicirculum, tunc Sinus verſus primi anguli dicetur Inuentum ſecundum. Et hoc quidem fit, quando duo anguli adiacentes quæſito lateri ſimul iuncti implent ſemicirculum, ſeu grad. 180.

Exemplum Primum congruens cum primo Primi modi.

	G	M	S		
Primus ang. A quæſito lateri oppoſitus	74	11	45	72765	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	46	10	0	72136	*Sinus eorum*
C	60	0	0	86603	
				62472	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	133	50	0		
Angulus C	60	0	0		
Differentia	73	50	0	72157	*Sinus eius verſ. ſubtr. à Sinu verſo pri. ang.*
				608	*Inuentum 2. multiplicandum in totum.*
Latus quæſitum A C	8	0	0	973	*Sinus verſus proueniens.*

Secundum Exemplum congruens cum ſecundo Primi modi.

	G	M	S		
Primus angulus A quæſito lat. oppoſitus	42	55	9	26769	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	125	10	0	81748	*Sinus eorum*
C	25	0	0	42262	
				34548	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	54	50	0		
Alter angulus C	25	0	0		

Quintum Exemplum pro Quinto caſu.

	G	M	S		
Primus angulus A	91	56	40	3 3 9 2	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	46	10	0		*Sicut in primo Exemplo, Vnde*
C	60	0	0		
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
				3 4 6 2 8	*Inuentum ſecundum.*
				3 3 9 2	*Sinus ſecundus primi anguli ſubtrahendus.*
				3 1 2 3 6	*Inuentum tertium multiplic. in totum.*
Latus quæſitum B C	60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus ſecundus prouentens.*

Sextum Exemplum pro ſexto caſu.

Primus angulus A	105	48	11	2 7 2 3 6	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes B	133	50	0		*Sicut in tertio Exemplo, Vnde*
C	60	0	0		
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
				3 4 6 2 8	*Inuen. 2. addendum Sinui ſecundo pri. ang.*
				6 1 8 6 4	*Inuentum 3. multipl. in totum.*
Latus B C quæſitum	172	0	0	9 9 0 2 4	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantē prodiens.*

Secundus modus noſter congruens cum ſuperiore, ſed adhibitis ſecantibus.

REddi poteſt ſuperior Vietæ modus expeditior ac facilior ſolis multiplicationibus, nulla interueniente diuiſione, niſi per Sinum totum; ſequendo ſcilicet Theorem. 41. eo modo, ſicut factum fuit in primo Problemate huius; & proferri poteſt ſic ſecundum ipſiusmet ſtylum. Duo igitur Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quòd fit ſub Sinibus ſecũdis angulorum ſecundi, & tertij; alterum verò ſub Secantibus ſecundis eorundẽmet angulorũ ſecundi, & tertij. Et erit, vt Sinus totus ad exeuntem ex ſecunda applicatione latitudinem: ita aggregatum vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinu complementi anguli primi ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli adiacentis quæſito lateri, ita Secans ſecunda alterius anguli dicto lateri adiacentis ad primum Inuentum: moxque fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum vnius ex angulis adiacentibus, ita Sinus ſecundus alterius anguli adiacentis ad Inuentum ſecundum, ſicut in ſuperiore modo, ex quo & Sinu ſecundo primi anguli per additionem vel ſubductionem conficiatur tertium Inuentum, vt ſupra. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum; ita tertium Inuentum ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Operatio. Sumantur cum duobus angulis adiacentibus quæſito lateri tam Secantes ſecundæ, quàm Sinus ſecundi; & multiplicatis ſimul Secantibus ſecundis, & per totum Sinum diuidendo oritur Inuẽtum primum; & ſic etiam multiplicatis adinuicem Sinibus ſecundis, & per totum Sinum partiendo, emergit ſecundum Inuentum eadem forma, ſicut in priore modo. Quin etiam & tertium Inuentum eademmet ratione exploratur, quod itidem multiplicatum in primum Inuentum, & per totum Sinum diuiſum producit vltimò Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Exemplum primum congruens cum Exemplo ſecundo ſuperioris modi.

Ang. primus A cui opponitur quæſ. latus	42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes eidem lateri B	125	10	0	1 2 2 3 2 7	*Secantes eorum ſecundæ.*
C	25	0	0	2 3 6 6 2 0	
				2 8 9 4 5 0	*Inuentum primum.*
Iidem anguli adiacentes B	125	10	0	5 7 5 9 6	*Sinus eorum ſecundi.*
C	25	0	0	9 0 6 3 1	
				5 2 2 0 0	*Inuentum 2 ſubtr. à Sinu 2. primi anguli.*
				2 1 0 3 1	*Inuentum 3. multiplicatum in primum.*
Latus B C quæſitum	52	30	0	6 0 8 7 4	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum ſecundum congruens cum Exemplo ſexto ſuperioris modi.

	G	M	S		
Primus angulus A	105	48	11	27236	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	133	50	0	138628	*Secantes eorum ſecundæ.*
C	60	0	0	115470	
				160073	*Inuentum primum.*
Iidem anguli adiacentes quæſito lateri B	133	50	0	69256	*Sinus eorum ſecundi.*
C	60	0	0	50000	
				34628	*Inuen. 2. addendo Sinui ſecundo pri. lateris*
				61864	*Inuentum tertium multiplic. in primum.*
Latus B C quæſitum	172	0	0	99024	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Tertius modus per Sinus rectos, & verſos.

FVndatur hic modus in Theorem. 38. Primi huius; qui talis eſt. Fiat, vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli quæſito lateri adiacentis; ita Sinus alterius anguli dicto angulo adiacentis ad primum Inuentum. Poſtea fiat, vt Inuentum primum ad Sinum totum, ita differentia inter Sinum verſum anguli primi quæſito lateri oppoſiti, & Sinum verſum differentiæ vnius anguli adiacentis, & alterius adiacentis ad ſemicirculum complementi ad Sinum verſum lateris quæſiti.

Operatio. Collectis Sinibus duorum angulorum quæſito lateri adiacentium, eos adinuicem multiplica, & per totum Sinum diuide, & reliquum erit Inuentum primum, quod ſerua pro diuiſore. Deinde ſume complementum ad ſemicirculum vnius anguli adiacentis quæſito lateri, & cōfer ipſum cum reliquo angulo adiacente eidem quæſito lateri, vt habeas eorum differentiam; cuius accipe Sinum verſum, moxque primi anguli quæſito lateri oppoſiti Sinum verſum deſume, & per ſubductionem horum duorum Sinuum verſorum differentiam notabis, quam dicimus Inuentum ſecundum, hoc autem per totum Sinum multiplica, & per primum Inuentum diuide, & emerget Sinus verſus lateris quæſiti. Cæterum Inuentum ſecundum per Sinus etiam ſecundos relictis Sinibus verſis exquires, & compendioſè quidem hac forma. Aufer ſemper Sinum ſecundum primi anguli à Sinu ſecundo differentiæ vnius anguli à complemento alterius ad ſemicirculum, ſi angulus primus fuerit acutus; ſed ſi fuerit obtuſus, hos Sinus ſecundos ſimul coniunge, & fiet Inuentum ſecundum. Quòd ſi contigerit, nullam eſſe differentiam vnius lateris à complemento alterius ad ſemicirculum, tunc Sinus verſus primi anguli dicetur Inuentum ſecundum. Et hoc quidem fit, quando duo anguli adiacentes quæſito lateri ſimul iuncti implent ſemicirculum, ſeu grad. 180.

Exemplum Primum congruens cum primo Primi modi.

Primus ang. A quæſito lateri oppoſitus	74	11	45	72765	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	46	10	0	72136	*Sinus eorum*
C	60	0	0	86603	
				62472	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	133	50	0		
Angulus C	60	0	0		
Differentia	73	50	0	72157	*Sinus eius verſ. ſubtr. à Sinu verſo pri. ang.*
				608	*Inuentum 2. multiplicandum in totum.*
Latus quæſitum A C	8	0	0	973	*Sinus verſus proueniens.*

Secundum Exemplum congruens cum ſecundo Primi modi.

Primus angulus A quæſito lat. oppoſitus	42	55	9	26769	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	125	10	0	81748	*Sinus eorum*
C	25	0	0	42262	
				34548	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	54	50	0		
Alter angulus C	25	0	0		

	G	M	S		
Differentia	29	50	0	1 3 2 5 2	*Sinus eius verſus ſubtr. à ſinu verſo pri. ang.*
				1 3 5 1 7	*Inuentum ſecundum*

Vel ſic coniugatur ſecundum Inuentum.

	G	M	S		
Differentia angulorum eadem	29	50	0	8 6 7 4 8	*Sinus eorum ſecundi.*
Idem primus angulus A	42	55	9	7 3 2 3 1	
				1 3 5 1 7	*Inuentum 2. multipl. per totum.*
Latus quaſitum A C	52	30	0	3 9 1 2 5	*Sinus verſus prodiens.*

Tertium Exemplum, idem cum tertio Primi modi.

Primus angulus A	77	30	8	7 8 3 6 0	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quaſito late-ri B	133	50	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
C	60	0	0	8 6 6 0 3	
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	46	10	0		
Alter angulus C	60	0	0		
Differentia	13	50	0	2 9 0 0	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
				7 5 4 6 0	*Inuentum ſecundum multiplic. in totum.*
Latus quaſitum B C	102	0	0	1 2 0 7 9 0	*Sinus verſus prodiens.*

Quartum Exemplum, idem cum quarto Primi modi.

Primus angulus A	113	0	0	1 3 9 0 7 3	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quaſito late-ri B	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
C	60	0	0	8 6 6 0 3	
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	133	50	0		
Angulus C	60	0	0		
Differentia	73	50	0	7 2 1 5 7	*Sinus verſus ſubtrah. à Sinu verſo pri. ang.*
				6 6 9 1 6	*Inuentum 2. multipl. in totum.*
Latus B C quaſitum	04	4	38	1 0 7 1 1 5	*Sinus verſus proueniens.*

Quintum Exemplum, quod eſt idem cum quinto Primi modi.

Angulus primus A	91	56	40	1 0 3 3 9 3	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quaſito late-ri B	46	10	0		*Vt ſupra in primo Exemplo, Vnde*
C	60	0	0		
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Complementum anguli B ad ſemicirc.	133	50	0		
Alter angulus C	60	0	0		
Differentia	73	50	0	7 2 1 5 7	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
				3 1 2 3 6	*Inuentum 2. multiplicandum in totum.*
Latus A C quaſitum	60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus verſus proueniens.*

Sextum Exemplum, quod eſt idem cum ſexto Primi modi.

Primus angulus A	105	48	11	1 2 7 2 3 3	*Sinus eius verſus.*
Angulus adiacentes quaſito late-ri B	133	50	0		*Sicut in tertio Exemplo, Vnde*
C	60	0	0		
				6 2 4 7 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Angulus C	60	0	0		
Complementum anguli B ad ſemicirc.	46	10	0		
Differentia	13	50	0	2 9 0 0	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
				1 2 4 3 3 3	*Inuentum ſecundum.*

Vel exqu.-

Digitized by Google

Vel exquiratur ſic Inuentum ſecundum.

	G M S		
Differentia eadem	13 50 0	97100	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus primus A	105 48 11	27233	*Sinus eius exceſſus addendus.*
		124333	*Inuentum ſecundum multipl. vt ſupra.*
Latus quæſitum A C	172 0 0	199022	*Sinus verſus prodiens.*

Quartus modus noſter valdè compendioſus, ac facilis adhibitis Secantibus præter Sinus, iuxta Theorema 41. Primi huius.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli adiacentis quæſito lateri, ita Secans ſecunda alterius anguli dicto lateri adiacentis ad primum Inuentum. Deinde fiat, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum, ita differentia inter Sinum verſum, vel Sinum ſecundum anguli primi quæſito lateri oppoſiti, & Sinum verſum, vel Sinum ſecundum differentiæ vnius anguli adiacentis, & reliqui anguli adiacentis ad ſemicirculum complementi (hanc autem differentiam dicimus ſecundum Inuentum) ad Sinum verſum lateris quæſiti.

Summa Operationis. Collige Secantes ſecundas cum duobus angulis quæſito lateri adiacentibus, quas inuicem multiplica, & per totum Sinum diuide, reiectis ſcilicet quinque notis à dextra, & relinquetur primum Inuentum. Collige poſtea ſecundum Inuentum non aliter quàm in ſuperiore modo, ac ipſum poſtmodum per primum Inuentum multiplica, & per totum Sinum partire, & in quotiente prodibit Sinus verſus lateris quæſiti.

Primum Exemplum.

Primus angulus A	42 55 9	26769	*Sinus eius verſus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	125 10 0	122327	*Secantes eorum ſecundæ.*
C	25 0 0	236620	
		289450	*Inuentum primum.*
Cōplementū anguli B ad ſemicirculū	54 50 0		
Alter angulus C	25 0 0		
Differentia	29 50 0	13252	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
		13517	*Inuentum 2. multiplicandum in primū.*
Latus quæſitum A C	52 30 0	39125	*Sinus verſus prodiens.*

Secundum Exemplum.

Primus angulus A	105 48 11	27233	*Sinus eius ſecundus.*
Anguli adiacentes quæſito lateri B	133 50 0	138628	*Secantes eorum ſecundæ.*
C	60 0 0	115470	
		160073	*Inuentum primum.*
Angulus C	60 0 0		
Cōplementū anguli B ad ſemicirculū	46 10 0		
Differentia	13 50 0	97100	*Sinus 2. addēdus Sinui 2. Primi anguli.*
		124333	*Inuentum 2. multiplicandum in primū.*
Latus BC quæſitum	172 0 0	199024	*Sinus verſus prodiens.*

Quintus modus per Proſthaphæreſin Sinuum.

Dvplex aptatur Proſthaphæreſis ſolutioni huiuſmodi Trianguli datorum angulorum; vna quidem, quam alij obſeruant, quæ propriè ſpectat ad illud Triangulum, quod duos angulos quæſito lateri adiacentes acutos habet: altera verò noſtra ſingulis Triangulorum generibus deſeruiens.

Prima hæc eſt: Angulorum datorum lateri quæſito adiacentium minoris, & complementi maioris fiat tam Additio, quam Subtractio, vt aggregatum, & differentia cognoſcantur, & tam huius aggregati, quàm differentiæ Sinus ſumantur, quos inuicem adde, ſi complementum maioris lateris fuerit minus minore latere: aut Sinum differentiæ à Sinu aggregati aufer, ſi complementum fuerit maiore latere maius;

Digitized by Google

maius; & quod vel per additionem, vel per ſubtractionem producetur, dimidiandum eſt, & pro Inuento primo ſeruandum. Poſtea Sinus ſecundus primi anguli quærendo lateri oppoſiti auferatur à Sinu differentiæ ſupra elicito, ſi dictus angulus fuerit acutus: vel ſimul addantur, ſi fuerit obtuſus, & prodiliet ſecundum Inuentum, quod per Sinum totum multiplicatum, & per primum Inuentum diuiſum dabit Sinum verſum lateris quæſiti.

Noſtra Proſtaphæreſeon forma hæc eſt. Collige ambos angulos ſimul, & huius aggregati Sinum ſecundum ſume, deinde aufer minorem à maiore, & cum eorum differentia Sinum ſecundum ſume, & ambos hos ſimul adde, ſi angulorum aggregatum fuerit minus Quadrante. Minorem verò de maiore deme, quando aggregatum non ſuperat Quadrantem, cuius quidem numeri conflati ex additione, vel relicti è ſubtractione dimidium erit Inuentum primum. Quòd ſi contigerit, aggregatum ſuperare ſemicirculum, tunc cum exceſſu ſupra ſemicirculum ſumendus eſt Sinus ſecundus, ſicut in præcedente Problem. admonuimus. Poſtea Sinus ſecundus primi anguli auferatur à Sinu aggregati dicti, ſi dictus angulus fuerit acutus: vel ſimul coniunge, ſi fuerit obtuſus, & vtroque modo prodibit Inuentum ſecundum, quod per totum Sinum multiplicatum, & per primum diuiſum, dabit Sinum verſum lateris quæſiti.

Primum Exemplum ſecundum aliorum formam.

	G	M	S		
Angulus B minor	46	10	0		
Complementum maioris anguli C	30	0	0		
Aggregatum	76	10	0	97100	*Sinus eorum.*
Differentia	16	10	0	27843	
				124943	*Aggregatum Sinuum.*
Hic ſtatuatur diuiſor.				62472	*Dimidium ſeu primum Inuentum.*
Primus angulus A	74	11	45	27235	*Sinus eius 2 ſubtrah: à Sinu differētia*
				608	*Inuentum ſecundū multiplic. in totum.*
Latus quæſitum B C	8	0	0	973	*Sinus verſus prodiens.*

Idem Exemplum ſecundum noſtram formam.

Angulus B	46	10	0		
Angulus C	60	0	0		
Differentia	13	50	0	97100	*Sinus ſecundi.*
Aggregatum	106	10	0	27843	
				124943	*Aggregatum.*
				62472	*Dimidium, ideſt primum Inuentum.*
Primus angulus A	74	11	45	27235	*Sinus eius 2. ſubtr. à Sinu 2. aggregati.*
				608	*Inuentum ſecundum, vt ſupra.*
Latus quæſitum B C	8	0	0	973	*Sinus verſus prodiens.*

Secundum Exemplum.

Anguli adiacentes B	133	50	0		
C	60	0	0		
Differentia	73	50	0	27843	*Sinus eorum ſecundi.*
Aggregatum	193	50	0	97100	
				124943	*Aggregatum.*
				62472	*Dimidiū, i. Primū Inuentū pro diuiſore.*
Primus angulus A	105	48	11	27233	*Sinus eius 2. addēdus Sinui 2. aggregati.*
				124333	*Inuentum 2. multiplicandum in totum.*
Latus quæſitum A C	172	0	0	199022	*Sinus verſus quæſitus.*

Sextus modus per Tabulam Generalem, ſed non ſine Sinuum auxilio.

PRimus modus, qui per Sinus traditur, transferri poteſt ad vſum Generalis Tabulæ tali pacto. Cum duobus angulis adiacentibus quæſito lateri collige per ingreſſum lateralem tam primum Inuentum, quàm ſecundum; hoc tamen diſcrimine obſeruato, vt dicti anguli pro primo Inuento colligendo ſumantur

Digitized by Google

ſumantur in fronte, & à latere ſiniſtro, & pro ſecundo Inuento in calce & à latere dextro. Cum hoc autem ſecundo Inuento cape Sinum, quem conferas cum Sinu ſecundo primi anguli, & per additionem eorum, vel ſubtractionem, ſicut docuit tabella Primi modi, conficias tertium Inuentum, cuius arcus depromatur ex Sinuum Tabula, quem cum primo Inuento pone ad ingreſſum arealem, & habebis in calce, vel à latere dextro, prout exiget dictus arealis ingreſſus, latus ipſum quæſitum. Quòd ſi hunc arealem ingreſſum in Generalem Tabulam euitare volueris, confugies ad Tabulam ſecundæ Analogię: nam quærendo in eius calce primum Inuentum, & à latere ſiniſtro tertium Inuentum, ex area depromes quæſiti anguli complementum. Memineris tamen, quòd quando aliquis angulus datus, vel etiam vterque, cum quibus ſit ingreſſus, exceſſerit Quadrantem, accipere conuenit complementum eius ad ſemicirculum.

Exemplum.

	G M S		
Angulus B	125 10 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	54 50 0		
Angulus C	25 0 0		
Primum Inuentum ex primo ingreſſu	20 12 41		
Inuentum ſecundum ex ſecundo ingreſſu	31 27 58	52200	*Sinus eius.*
Primus Angulus A		73231	*Sinus ſecundus.*
Arcus inuenti huius 3. in area quærẽdus	12 8 27	21031	*Inuentum tertium.*
Inuentum primum in fronte	20 12 40		
Latus quæſitum BC à latere dextro	52 30 0		

Septimus modus aliter per Generalem Tabulam, ſed interuenientibus Sinibus verſis.

CVm duobus angulis, qui quæſitum latus intercipiunt, fac lateralem introitum in Generali Tabula, & in area habebis arcum, quem vocamus primum Inuentum. Accipe deinde Sinuum verſum primi anguli quæſito lateri oppoſiti, atque etiam Sinum verſum differentiæ vnius ex adiacentibus angulis, & alterius ad ſemicirculum complementi, & per ſubductionem elice horum Sinuum verſorum differentiam; hāc verò in arealem arcum Sinuum verſorum commutabis, & ille numerus ſecundùm dicetur Inuentum. Cum hoc autem ſecundo Inuento, & cum primo facto areali ingreſſu excipies numerum adinueniendum in area Magni Canonis adiacente Sinibus verſis, vt in fronte, & a latere eius ſiniſtro prodeat quæſitum latus. Quòd ſi ope Sinuum ſecundorum Inuentum ſecundum producere malueris, relictis Sinibus verſis; ſubduces Sinum ſecundum primi anguli à Sinu ſecundo differentiæ reliquorum, & prodibit differentia in arcum arealem ordinis Sinuum verſorum commutanda, vt prius.

Illud tamen ſcias, hunc modum non eſſe Generalem omnibus caſibus, ſed locum tantum habere, cùm primus angulus, qui quærendo lateri opponitur, fuerit acutus; ſed exiſtente eo obtuſo, adiacens Triangulum ad ſoluendum accipere conuenit, in quo complementum ipſius primi anguli ad ſemicirculum habetur.

Exemplum.

Angulus B	125 10 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	54 50 0		
Angulus C	25 0 0		
Primum Inuentum	20 12 41		
Angulus primus A	42 55 9	26769	*Sinus eius verſus.*
Differentia Angulorum	29 50 0	13252	*Sinus eius verſus.*
Inuentum 2. ex area Sinuum verſorum	7 46 6	13517	*Differentia Sinuum verſorum.*
Primum Inuentum	20 12 41		
Numerus prodiens ex Generali Tabula	23 2 0		*ex area columnæ Sinuum verſorum.*
Latus quæſitum BC	52 30 0		

Octauus

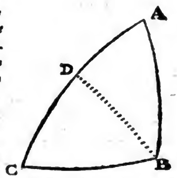
Digitized by Google

Octauus modus per ſolam Tabulam Generalem, atque etiam per Tabulas reliquarum Analogiarum.

VT per Tabulam Generalẽ explorari poſſit latus quodlibet, opus eſt vti Problemate ſecundo quinti Capitis Secundi libri: atque Triangulum propoſitum ſolutioni huiuſmodi aptare, ſi non fuerit idoneum. Intelligo autem Triangulum idoneum, quod vel ſingulos habet angulos acutos, vel ſaltem duos latus quæſitum non intercipientes. Quòd ſi propoſitum Triangulum ex tribus conſtiterit obtuſis angulis, adiacens ei Triangulum accipiendum eſt; quod duos habebit acutos angulos, & vnum obtuſum. Sed ſi ex duobus obtuſis, & vno acuto, adiacens ei Triangulum, quod tres acutos obtinet, accipiendum erit. Verùm ſi duos habuerit acutos, & vnum obtuſum lateri quærendo oppoſitum, itidem accipere conuenit adiacens Triangulum; vt paulò inferius exemplo declarabimus. Oblato itaque Triangulo ad ſoluendum apto, intelligendum eſt in eo ab vno termino inquirendi lateris arcum perpendicularem educi; vt Triangulum illud in duo Triangula Rectangula diuidatur. Vt ſi daretur Triangulum A B C notorum omnium angulorum acutorum, cuius latus B C quærendum eſſet; tunc ab alterutro quærendi lateris termino, puta B, ducendus eſſet perpendicularis arcus B D, qui neceſſariò per ea, quæ Cap. 5. Primi libri numero quarto diximus, intra ipſum Triangulum cadet. Cum igitur ex Theor. 48. Primi libri, ſit Sinus anguli C B D ad Sinum anguli D B A, vt eſt Sinus ſecundus anguli C ad Sinum ſecundum anguli A, cumque dentur duo anguli C B D, D B A coniunctim, quia notus eſt totus angulus B, ideo per praxin Problem. ſecundi 5. Cap. Secundi libri, dabuntur ipſi anguli ſeorſim. Quocircà cùm in Triangulo Rectangulo B D C noti ſint duo anguli acuti, dabitur ex decimoſexto Probl. 3. lib. Baſis B C, ideſt latus quæſitum.

Operatio autem per Generalem Tabulam, ac per reliquas Analogiarum Tabulas ſic ſe habet. Vice duorum angulorum A & C accipe eorundem complementa, & maiorem numerum ex ipſis obſerua in fronte, minorem in area; à latere verò ſiniſtro habebis numerum, quem vocamus primum Inuentum. Hoc autem primum Inuentum in latere ſiniſtro Tabulæ obſeruandum eſt, & in eadem linea procedendum eſt, quouſq; adinueniantur duo numeri nempe arealis, & frontalis, qui vel præciſè, vel quàm proximè æquales ſint tertio angulo, qui à perpendiculari ſectus eſt. Quòd ſi tales inueniri nequeunt hoc pacto, recurrendum eſt ad alium Tabulæ verſum, ſumendo ſcilicet primum Inuentum in fronte, & ſub illa columna diſcurrendum eſt, donec comperiantur duo numeri, nempe arealis, & lateralis ſiniſter, qui reſtituant dictum tertium angulum; & quando præciſè non comperiuntur, corrigendi veniunt numeri per partem proportionalem. Quibus ſanè adinuentis, ſi angulus C fuerit maior quàm angulus A, accipies pro angulo C B D minorem ex ipſis inuentis angulis; contra verò ſi angulus C fuerit minor, accipe maiorem angulum inuentu pro angulo C B D. Ad extremum verò ex duobus angulis C, & C B D obtinebis ex decimoſexto Problemate Tertij libri, vel per ſolam Generalem Tabulam ex duplici ingreſſu latus B C; vel quidem per Quartæ Analogiæ Tabulam ex vnico laterali ingreſſu; niſi neceſſitas detur vtendi tertia Tabula per introitum arealem, vt aliàs diximus. Nunc Exempla adferemus.

Primum Exemplum.



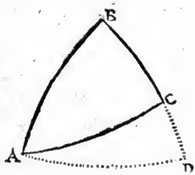
OFferatur Triangulum A B C notorum omium angulorum, & ſit quidem angulus A graduum 74. 11'. 45''. C graduum 60. & B gr. 46. 10'. Oporteat autem ex his cognoſcere latus B C. Intelligo itaque demitti ab angulo B perpendicularem arcum B D intra Triangulum occurrentem, & per ſuperiorem proceſſum inquiro pirmum angulum C B D. Complementum igitur anguli A eſt graduum 15. 48' 15''. & complementum anguli C eſt graduum 30. Maiorem itaque numerum ex his ſuperioribus complementis ſumo in fronte Generalis Tabulæ, nempe graduum 30. & minorem graduum 15. 48'. 15''. in area; & à latere ſiniſtro deprabendo primum Inuentum 33. 0'. 16''. Poſtea è regione huius primi Inuenti in latere ſiniſtro procedo, & ſub columna graduum 30. 10'. capio arealem numerum graduum 15. 53'. 9''. qui cum ſuperiore coniunctus conficit gradus 46. 3'. 9''. qui numerus minor eſt tertij anguli numero, qui eſt grad. 46. 10'. eſtque differentia 6'. 51''. Sub columna verò gr. 30. 20'. è regione ipſiuſmet primi Inuenti patet arealis numerus graduũ 15. 58'. 3''. qui cũ frontali coniunctus conficit gr. 46. 18'. 3''. noto autem, per ſubtractionem, differentiam vtriuſque aggregati, eſtq; minutorum 14'. 54''. Verùm, vt vti poſſim Tabula proportionali ad vſum Generalis Tabulæ, accipio dimidium vtriuſque differentiæ; & dimidium quidem vltimæ differentiæ, nempe m. 7'. 27''. obſeruo in fronte ipſius Tabulæ Proportionalis, & in area comperio dimidium prioris differentiæ, nempe minutorum 3'. 26''. & à latere reſpondent minuta 4'. 35''. addenda numero frontali

Digitized by Google

tali graduum 30.10'. vt ſint gradus 30.14'.35". Quibus ab integro angulo reiectis grad.46.10'. remanet alter numerus graduum 15.55.25". Quoniam vero angulus C adiacens quæſito lateri B [illegible] minor eſt altero angulo A, idcirco accipio pro angulo C B D maiorem ex ipſis numeris, nempe graduum 30.14.35". Poſtremo cum in Triangulo B D C Rectangulo ſint cogniti duo anguli obliqui, nempe C B D grad.30.14.35". & C gr.60. ex his colligetur latus B C gr.8. per Generalem Tabulam duplici operatione; Vel per Tabulam Tertiæ Analogiæ ex areali ingreſſu; quia Tabula Quartæ Analogiæ ipſum ſuppeditare ad vnguem nequit, occurrente ingreſſu in extremitate columnæ. Sed ecce tibi ſubiectum Exemplum.

	G	M	S	
Anguli C Complementum	30	0	0	*in fronte.*
Anguli A Complementum	15	48	15	*in area.*
Inuentum primum à latere ſiniſtro	33	0	16	
Tertius angulus B diuidendus	46	10	0	
Numerus frontalis	30	10	0	
Numerus arealis ſub ipſo è regione primi Inuenti	15	53	9	
Aggregatum ipſorum	46	3	9	
Differentia ab angulo B		6	51	
Dimidium ipſius Differentiæ		3	26	
Numerus frontalis ſequentis columnæ	30	20	0	
Arealis numerus ſub ipſo	15	58	3	
Aggregatum ipſorum	46	18	3	
Aggregatum prius inuentum	46	3	9	
Differentia vtriuſque Aggregati		14	54	
Dimidium eius		7	27	*In fronte Tabulæ Proportionalis.*
Dimidium prioris differentiæ.		3	26	
Pars proportionalis addenda priori numero frontali		4	35	*in latere collecta.*
Angulus vnus C B D	30	14	35	
Angulus alter D B A	15	55	25	
Angulus C	60	0	0	*à latere ſiniſtro* } *Tabulæ Tertiæ.*
Complementum anguli C B D modò inuenti	59	45	25	*in area* }
Latus quæſitum B C in calce repertum	8	0	0	

Exemplum Secundum.



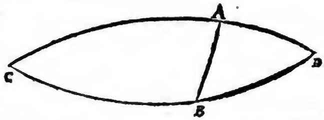
D*Etur nunc Triangulum A B C Obliquangulum duos habens acutos angulos, nempe A grad.42.55'9". & C graduum 25. cum angulo B obtuſo graduum 125.10. à quo perpendicularis arcus cadit; Vt in ſubiecto calculo patet.*

Anguli C complementum	65	0	0	
Anguli A complementum	47	4	51	
Inuentum primum in fronte.	53	52	34	
Tertius angulus B diuidendus	125	10	0	
Numerus lateralis ſiniſter	74	10	0	
Num. arealis è regione illius ſub colum. gr 53.50'.	50	57	26	
Num. arealis è regione illius ſub colum. gr 54 0'.	51	6	27	
Differentia vtriuſque		9	1	
Pars proportionalis de ipſa competens m'.2'.34".		2	18	*reliquis primi Inuenti.*
Num. arealis è regione gr.74.10'.correctus, vt con-	40	59	44	*ueniat gr.53.52.34 .frontalibus.*
Aggregatum cum laterali	125	9	44	
Differentia ab angulo dato		0	16	
Dimidium		0	8	
Numerus lateralis ſiniſter	74	20	0	
Numerus arealis è regione illius correctus ſicut ſu-	51	3	13	*pra, vt conueniat gr.53 52'.34". in fronte.*
Aggregatum cum laterali	125	23	13	
Aggregatum prius.	125	9	44	

X *Differentia*

	G	M	S	
Differentia vtriuſque		13	29	
Dimidium		6	44	*in fronte Tabulæ proportionalis.*
Dimidium differentiæ prioris		0	8	*in area.*
Pars propor. add. priori numero laterali gr. 74.10'.		0	12	*à latere ſiniſtro.*
Angulus C B D	74	10	12	
Angulus D B A	50	59	48	
Angulus C	25	0	0	*in calce* } *Quarta Tabula.*
Angulus C B D	74	10	12	*à latere dextro* }
Numerus in area compertus	37	27	0	
Complementum eius eſt latus B C	52	33	0	

Tertium Exemplum.



Ponamus dari Triangulum A B C, cuius angulus C acutus eſt gr. 60. & reliqui anguli obtuſi, nempe A gr. 105.48'.15". & B gr. 133.50'. & quærendum ſit latus B C. Vice huius Trianguli accipio ei adiacens A B D, cuius angulus D eſt idem cum angulo C, & angulus A eſt graduum 74.12'. Angulus verò B gr. 46.10'. Ducto autem perpendiculari arcu B C, vt angulus B dimidatur, innotuit go angulum D B E gr. 30.14'.35". ſicut patuit in primo Exemplo; ex quo angulo & angulo D gr. 60. cognitum fuit latus B D gr. 8. in dicto Primo Exemplo, quod reiectum ex ſemicirculo reliquit latus quæſitum B C gr. 172.

P R O B L E M A III.

Datis duobus lateribus Trianguli Obliquanguli cum angulo ab eis concluſo, tertium latus explorare.

Primus modus per Rectangulorum Triangulorum leges, reſoluendo ſcilicet Propoſitum Triangulum in duo Rectangula Triangula.

IN hac ſoluendi forma neceſſarium eſt, Triangulum habere vnum ſaltem ex duobus lateribus datis Quadrante minus, & quòd angulus ab illis contentus ſit acutus. Quòd ſi offeratur Triangulum conſtans ex duobus lateribus datis Quadrante ſigillatim maioribus cum angulo acuto, loco huius accipiemus ad ſoluendum Triangulum illi congruum, quod ex continuatione laterum oritur, conſtans ſcilicet ex duobus lateribus, quæ ſunt datorum laterum complementa ad ſemicirculum cum angulo eodem dato. Vt oblato Triangulo A B C laterum datorum B C, A C Quadrante circuli ſigillatim maiorum, cum angulo C dato acuto; accipiemus Triangulum A B D conſtans ex lateribus B D, A D quæ ſunt complementa priorum ad ſemicirculum cum angulo D, qui æqualis eſt angulo C; nam ex lat. B D, A D cum ang. D colligetur tertium latus C B, quod idem eſt in vtroq; Triangulo.

Quòd ſi proponatur Triangulum A D C conſtans ex datis lateribus A D, A C Quadrante circuli maioribus ſigillatim cum angulo ab illis compræhenſo obtuſo, loco illius accipiemus ad ſoluendum adiacens illi Triangulum C B A, quod conſtat ex continuatione vnius lateris dati A D, manente altero latere dato A C, & continuatione tertij lateris D C quærendi, ad concurſum in B in quo ſanè dabuntur duo latera, quorum vnum, nempe B A erit minus Quadrante, & angulus compræhenſus erit acutus, nempe C A B tanquam complementum dati anguli obtuſi ad ſemicirculum, & in hoc caſu colligimus latus C B, complementum ſcilicet ad ſemicirculum quærendi lateris D C propoſiti Trianguli. Vide figuram Cap. 5. Primi libri.

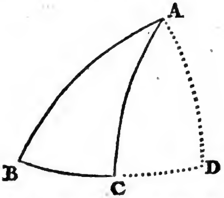
Pariter quoque oblato Triangulo A B C habente vnum ex lateribus datis C B maius Quadrante, & aliud A B minus cum angulo B obtuſo, congruum erit ad ſoluendum Triangulum A B D, quod latera ſingula habet Quadrantibus minora, & angulum ab eis contentum acutum A B D, & oritur ex continuatione lateris maioris ad partem lateris minoris; & in hoc quoque, ſicut nec in altero, non colligetur quærendum latus A C; ſed eius complementum ad ſemicirculum A D.

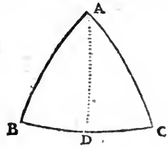
Iam verò ad ipſum Triangulum ſoluendum ſermonem conuertamus, dimiſſione ſcilicet arcus perpendicularis à termino vnius lateris dati in aliud latus datum, continuatum etiam ſi neceſſe fuerit, partiendo propoſitum Triangulum in duo Rectangula, qui ſanè perpendicularis arcus diſpeſcens Triangulum, an intra ipſum, an verò extra cadat, minimè ex datis cognoſci poteſt; ſed ex ipſa potius ſolutione & calculo, vt videbimus. Et primò quidem propoſito Triangulo A B C datorum laterum A B, B C

cum

Digitized by Google

cum angulo compræhenſo B perpendicularis arcus A D à termino vnius A in aliud latus B C cadens, partitur ipſum in duo Rectangula A B D, A D C. Sumpto itaque primò Triangulo A B D Rectangu-





lo, cuius angulus ad D rectus eſt, ex noto latere A B, nempe Baſi rectum ſubtendente, & angulo dato B colligetur per Primum Problema Tertij perpendicularis arcus A D, nempe latus dato angulo B oppoſitum. Et per Octauum Problem. eiuſdem Tertij ex eadem data Baſe A B, & latere nunc inuento A D explorabimus aliud latus B D, ex quo patebit per ſubductionem minoris à maiore latus D C in altero Triangulo Rectangulo A D C, & ex conſequenti caſus ipſius perpendicularis cognoſcetur, an ſcilicet intra, an extra ipſum propoſitum cadat Triangulum. Nam ſi B D arcus prodeat minor latere dato B C, perpendicularis intra Triangulum incidet, vt in ſecundo diagrammate: ſi verò latus B D inuentum fuerit maius latere B C, perpendicularis A D extra Triangulum propoſitum occurret, nimirum in ipſum latus B C protractum; vt ex primo diagrammate liquet.

Poſtremò ex duobus lateribus cognitis circa rectum D Trianguli alterius A D C dabitur per Secundum Problema Tertij Baſis A C, hoc eſt tertium latus quæſitum in propoſito Triangulo A B C.

Primò fiat, vt Sinus totus ad Sinum lateris A B dati; ita Sinus anguli dati B ad Sinum Inuenti Primi, qui eſt perpendicularis arcus A D cognoſcendus.

Secundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem Inuenti primi A D, ita Sinus ſecundus eiuſdem dati lateris A B ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi B D.

Tertiò confer Inuentum ſecundum, nempe latus B D cum altero latere dato B C, minorem de maiore tollendo, vt relinquatur differentia D C, quæ dicitur Inuentum tertium.

Quartò & vltimò fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Inuenti tertij; ita Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum ſecundum lateris tertij quæſiti A C.

Summa operationis. Multiplicetur Sinus lateris dati A B per Sinum anguli dati B, & per totum diuidatur, & exiet Sinus lateris A D, qui dabit ipſum latus, quod eſt Inuentum primum, cuius Secantem multiplica in Sinum ſecundum eiuſdem dati lateris A B, & reiectis quinque cifris relinquetur Sinus ſecundus Inuenti ſecundi, cuius, atque alterius lateris dati B C ſume per ſubductionem minoris à maiore differentiam pro Inuento tertio, nempe latus D C. Poſtremò Inuenti tertij Sinus ſecundus multiplicetur per Sinum ſecundum Inuenti primi, & abiectis quinque cifris producitur Sinus ſecundus quæſiti lateris A C, ex quo latus ipſum dabitur.

Primum Exemplum congruens primo diagrammati.

SEd eſto nunc Triangulum A B C habens latus A B gr. 54. 50'. latus B C gr. 58. & angulus ab eis concluſus gr. 52. 30'. Calculus talis prodibit pro inquirendo latere A C.

	G M S		
Latus A B	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus datus B	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus proueniens.*
Idem primum Inuentum A D	40 25 56	1 3 1 3 7 5	*Secans eius.*
Latus idem A B	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B D	40 49 38	7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latus aliud datum B C	58 0 0		
Inuentum tertium C D	17 10 22	9 5 5 4 1	*Sinus eius ſecundus.*
Primum Inuentum, vt ſupra A D	40 25 56	7 6 1 1 7	*Sinus eius ſecundus.*
Latus quæſitum A C	43 20 42	7 2 7 2 3	*Sinus ſecundus prodiens.*

Digitized by Google

Secundum Exemplum congruens ſecundo diagrammati.

Eſto propoſitum Triangulum A B C ſecundi diagrammatis, cuius latera A B gr. 54.50'. & B C gr. 25. dentur cum angulo B comprahenſo gr. 52.30'. & libeat ex his cognoſcere tertium latus A C. Calculus hac ratione inſtituetur.

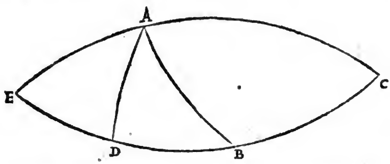
	G M S		
Latus A B	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus datus B	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus proueniens.*
Idem primum Inuentum A D	40 25 56	1 3 1 3 7 5	*Secans eius.*
Idem datum latus A B	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B D	40 49 38	7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latus aliud datum B C ſubtrahendum	25 0 0		
Inuentum tertium C D	15 49 38	9 6 2 0 8	*Sinus eius ſecundus.*
Idem primum Inuentum A D	40 25 56	7 6 1 1 7	*Sinus eius ſecundus.*
Latus A C quæſitum	42 55 9	7 3 2 3 1	*Sinus ſecundus proueciens.*

Tertium Exemplum, quando datus angulus eſt obtuſus.

Sint nunc duo latera data hoc pacto. A B gr. 46.10'. B C gr. 60. cum angulo ab eis concluſo gr. 172. Loco huius Trianguli ſoluemus adiacens Triangulum A E B, quod formatur ex continuatione lateris C B ad concurſum Tertij lateris A C in E, in quo ſanè latera ſic ſe habent: Latus A B gr. 46.10'. Latus E B gr. 120.0'. Angulus A B E gr. 8.0'. Vnde calculus huiuſmodi exiet.

Latus B E	120 0 0		
Latus A B	46 10 0	7 2 1 3 6	*Sinus eius.*
Angulus A B E	8 0 0	1 3 9 1 7	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	5 45 43	1 0 0 3 9	*Sinus proueniens.*
		1 0 0 5 0 8	*Secans primi Inuenti.*
Idem latus A B	46 10 0	6 9 2 5 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum [illegible] D [illegible] auferendum a latere B E	45 53 15	6 9 6 0 7	*Sinus ſecundus podiens.*
Inuentum tertium	74 6 45	2 7 3 7 5	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum idem primum A D	5 45 43	9 9 4 9 5	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus ei correſpondens.	74 11 49	2 7 2 4 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
Reliquū de ſemicirculo pro latere q̄ſito A C	105 48 11		

Ablato autem latere A E gr. 74.11'.49". à ſemicirculo producit gr. 105.48'.11". quantum ſcilicet eſt latus A C quæſitum propoſiti Trianguli, A B C.



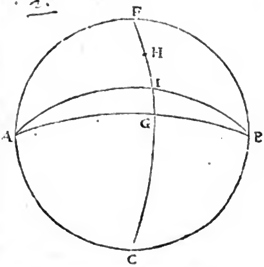
Non eſt prætermittendum, quòd ſi fortaſſis occurrerit in oblato Triangulo dari vnum ex lateribus Quadrans, facilem admodum reddi calculum, ac per ſolum primum Problem. Tertij huius poſſe abſolui, quod nunc apertum fiet.

Eſto primò. Vt in oblato Triangulo Obliquangulo F I E latus F E ſit Quadrans, & latus F I Quadrante minus cum angulo E F I, quem dicta latera intercipiunt, acuto. Producto latere F I in G, vt F G euadat Quadrans, & per puncta G, & E ducto maximo circulo, erit arcus G E menſura dicti anguli dati E F I, & proinde notus. Eſt præterea notus arcus I G, tamquam complementum dati late-

Digitized by Google

ti lateris E I: igitur per primum Problema Tertij huius datis duobus lateribus G E, I G circa angulum rectum, dabitur Baſis I E, quod eſt tertium latus quæſitum.

Si manente ipſo dato angulo acuto, fuerit vnum ex lateribus datis Quadrans, & aliud Quadrante maius; vt eſt Triangulum I C E, cuius latus C E eſt Quadrans, & I C Quadrante maius. Eodem prorſus modo cognoſcemus latus tertium I E, cùm arcus I G ſit complementum ad Quadrantẽ tam arcus F I minoris, quàm I C maioris.



Poſtremò ſi manente vno ex datis lateribus Quadrãte, ſit latus aliud vel Quadrante minus, vel maius, & datus angulus obtuſus; cuiuſmodi ſunt Triangula A I F, & A I C. Quadrantes ſunt A F, A C, & anguli obtuſi C, & F. Altero igitur eorum occurrente, accipiendum erit adiacens illi Triangulum E I F, vel I C E, & ex dicti anguli complemento ad ſemicirculum cum complemento dati lateris ad Quadrantem; venandum erit tertium latus, quod tunc ſubducendum erit à ſemicirculo, vt prodeat latus AI quæſitum Quadrante maius.

Secundus modus per Sinus rectos, & verſos abſque ductu perpendicularis Triangulum diuidentis, iuxta Theorema 38. Primi libri.

Fiat, vt Sinus totum ad Sinum vnius lateris dati, ita Sinus alterius lateris dati ad Inuentum primum: deinde fiat, vt Sinus totus ad Inuentum primum, ita Sinus verſus anguli dati ad Inuentum ſecundum: quo cognito duplici forma calculum abſoluere poteris.

Primò quidem addendo ſemper hoc ſecundum Inuentum Sinui verſo differentiæ laterum; & componetur Sinus verſus tertij lateris quæſiti; & hæc quidem forma planior eſt.

Vel ſecundò, ſumpto Sinu ſecundo cum differentia laterum, confer ipſum cum Inuento ſecundo, minorem de maiore auferendo; producitur enim ſic Sinus ſecundus lateris quæſiti; quod an ſit Quadrante maius, an minus; cognoſces obſeruata varietate caſuum in hac tabella expreſſa.

Cum datus angulus fuerit
- Acutus, & data latera affectionis
  - Eiuſdem, id eſt ambo minora Quadrante, vel maiora; minus
  - Diuerſæ, id eſt vnũ maius Quadrãte, & aliud minus
- Obtuſus, & data latera affectionis
  - Eiuſdem
  - Diuerſæ; maius

[Diuerſæ (acutus) et Eiuſdem (obtuſus):] Si Inuẽtum 2. fuerit Sinu differentiæ
- maius; maius etiam
- minus; minus etiam

Quadrante erit latus quæſitum.

Summa igitur calculi eſt, vt colligas Sinus cum lateribus datis, quæ angulum datum concludunt, quos adinuicem multiplica, & per totum Sinum partire, vt prodeat in quotiente Inuentum primum; quod ſanè per Sinum verſum dati anguli multiplica; & iterum per totum Sinum diuide, & exiet Inuentum ſecundum. Subducto deinde minore latere de maiore, ſume cum hac differentia Sinum verſum, ſi iuxta primam formam calculum abſoluere volueris; vel Sinum ſecundum, ſi poſteriorem formam ſequi libuerit. Nam addito ſemper ſecundo Inuento Sinui verſo differentiæ laterum, producetur Sinus verſus lateris quæſiti. Vel ſublato ſecundo Inuento à Sinu ſecundo differentiæ laterum, ſi

fuerit

Digitized by Google

ſuerit illo minus, vel viciſſim dempto Sinu ſecundo differentiæ laterum à ſecundo Inuento, quando illud excreſcit, relinquetur vtroque modo Sinus ſecundus lateris quæſiti. Vnde & ipſum latus patebit.

Primum Exemplum exiſtentibus lateribus eiuſdem affectionis, nempe ambobus Quadrantibus minoribus, & angulo ab illis comprahenſo acuto.

Esto Triangulum ABC habens latus AB graduum 54. 50', latus BC graduum 25. & angulum comprahenſum B graduum 52. 30'.

		G	M	S		
Latera ambientia	*AB*	54	50	0	8 1 7 4 8	*Sinus eorum.*
	BC	25	0	0	4 2 2 6 2	
					3 4 5 4 8	*Inuentum primum.*
Angulus B datus		52	20	0	3 9 1 2 4	*Sinus eius verſus.*
					1 3 5 1 7	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum		29	50	0	1 2 2 5 2	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus quæſitum AC		42	55	9	2 6 7 6 9	*Sinus verſus proueniens.*
Vel ſic.						
Differentia laterum		29	50	0	8 6 7 4 8	*Sinus eius ſecundus.*
					1 3 5 1 7	*Inuentum ſecundum ſubtrahendum.*
Latus quæſitum AC		42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus ſecundus proueniens.*

Secundum Exemplum; in quo latera ſunt itidem eiuſdem affectionis, ſed ambo ſigillatim Quadrantes excedunt, & angulus ab eis comprahenſus eſt acutus.

Latera ambientia	*AB*	106	0	0	9 6 1 2 6	*Sinus eorum.*
	BC	120	0	0	8 6 6 0 3	
					8 3 2 4 8	*Inuentum primum.*
Angulus B datus		52	30	0	3 9 1 2 4	*Sinus eius verſus.*
					13 2 5 7 0	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum		14	0	0	2 9 7 0	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus quæſitum AC		51	50	0	3 5 5 4 0	*Sinus verſus proueniens.*
Vel ſic.						
Differentia laterum		14	0	0	9 7 0 3 0	*Sinus eius ſecundus.*
					3 2 5 7 0	*Inuentum ſecundum ſubtrahendum.*
Latus quæſitum AC		49	51	50	6 4 4 6 0	*Sinus ſecundus proueniens.*

Tertium Exemplum, in quo dantur duo latera diuerſæ affectionis cum angulo ab eis contento acuto.

Latera ambientia	*AB*	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
	BC	120	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Angulus B comprahenſus		8	0	0	9 7 3	*Sinus eius verſus.*
					6 0 8	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum		73	50	0	7 2 1 5 7	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus quæſitum AC		74	11	45	7 2 7 6 5	*Sinus verſus prodiens.*
Aut ſic.						
Differentia laterum		73	50	0	2 7 8 4 3	*Sinus eius ſecundus.*
					6 0 8	*Inuentum ſecundum ſubtrahendum.*
Latus quæſitum AC		74	11	45	2 7 2 3 5	*Sinus ſecundus proueniens.*

Quartum Exemplum ſimile ſuperiori Tertio.

Latera ambientia	*AB*	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
	BC	120	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Angulus B comprahenſus		60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus eius verſus.*

Inuentum

Digitized by Google

	G	M	S		
				3 1 2 3 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum	73	50	0	7 2 1 5 7	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus AC quæſitum	91	56	40	1 0 3 3 9 3	*Sinus verſus prodiens.*
Aut ſic.					
				3 1 2 3 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum.	73	50	0	2 7 8 4 3	*Sinus eius ſecundus.*
Latus AC quæſitum	91	56	40	3 3 9 3	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem prodiens.*

Quintum Exemplum, vbi dantur duo latera eiuſdem affectionis cum angulo comprahenſo obtuſo.

Latera ambientia	*AB*	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
	BC	60	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Angulus B comprahenſus		102	0	0	1 2 0 7 9 1	*Sinus eius verſus.*
					7 5 4 6 0	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum		13	50	0	2 9 0 0	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus quæſitum AC		77	30	8	7 8 3 6 0	*Sinus verſus prouenicns.*
Aut ſic.						
Differentia laterum		13	50	0	9 7 1 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
					7 5 4 6 0	*Inuentum ſecundum ſubtrahendum.*
Latus AC quæſitum		77	38	8	2 1 6 4 0	*Sinus ſecundus prouenient.*

Sextum Exemplum, & vltimum congruens cum ſuperiore Quinto.

Latera ambientia	*AB*	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
	AC	60	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Angulus B comprahenſus.		172	0	0	1 9 9 0 2 7	*Sinus eius verſus.*
					1 2 4 3 3 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum		13	50	0	2 9 0 0	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus AC quæſitum		105	48	11	1 2 7 2 3 6	*Sinus verſus prouenicns.*
Aut ſic.						
					1 2 4 3 3 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum		13	50	0	9 7 1 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Latus AC quæſitum		105	48	11	2 7 2 3 6	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem prodiens.*

Tertius modus ſimiliter abſque partitione Trianguli in duo Rectangula.

HVnc modum Franciſcus Vieta ſic tradit.

„ Enimuero duo Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quòd fit ſub „ Tangentibus, quæ pertinent ad complementa datorum laterum; Alterum ſub eorundem comple- „ mentorum Secantibus. Et erit, vt exiens è ſecunda applicatione latitudo ad aggregatum, vel dif- „ ferentiam latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinu complementi anguli dati; ita Sinus „ totus ad Sinum complementi lateris quæſiti.

Hoc eſt fiat primò; Vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius lateris dati, ita Secans ſecunda alterius lateris dati ad Inuentum primum, quod ſeruetur pro diuiſore. Secundo fiat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius lateris dati; ita Tangens ſecunda alterius lateris dati ad Inuentum ſecundum. Quod conferendum eſt cum Sinu ſecundo anguli dati, alterum ab altero detrahendo, vel ambo coniungendo; iuxta varietatem inferioris Tabellæ, vt pateat tertium Inuentum. Demum fiat, vt primum Inuentum ad hoc tertium Inuentum, ita Sinus totus ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Si datus

Digitized by Google

- Si datus angulus à datis lateribus compræhenſus fuerit
  - Acutus, & latera ipſum concludẽtia fuerint aſſectionis
    - Eiuſdem, fit Additio; & tũc minus (1)
    - Diuerſæ, fit Subtractio. Et ſi Inuentum ſecundũ fuerit Sinu ſecundo ipſius dati anguli
      - minus, & tunc minus (2)
      - maius, & tunc maius (3)
  - Obtuſus, & latera ipſum concludentia fuerint affectionis
    - Eiuſdem, fit Subtractio. Et ſi Inuentum ſecundũ fuerit Sinu ſecundo ipſius dati anguli
      - minus, tunc maius (4)
      - maius, tunc minus (5)
    - Diuerſæ, fit Additio; & tunc maius (6)
- Quadrante erit latus quæſitum.

Operatio. Sumantur cum lateribus datis tam eorum Secantes ſecundæ, quàm Tangentes ſecundæ: multiplicentur verò Secantes ſimul, & per totum Sinum diuidantur, & reliquum ſeruetur pro diuiſore, quod dicetur primum Inuentum; multiplicentur pariter inuicem Tangentes ſecundæ, & per totum Sinum fiat diuiſio, & reliquum erit Inuentum ſecundum. Quod quidem conferatur cum Sinu ſecundo anguli dati, & iuxta varietatem caſuum in ſuperiore Tabella expreſſorum facienda eſt eorum additio, vel ſubtractio; vt prodeat tertium Inuentum, quod per totum Sinum multiplicatum, & per primum Inuentum diuiſum producet Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Primum Exemplum.

		G M S		
Datus angulus B		52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus*
Latera ambientia	*AB*	54 50 0	1 2 2 3 2 7	*Secantes ſecundæ.*
	BC	25 0 0	2 3 6 6 2 0	
			2 8 9 4 5 0	*Inuentum primum pro diuiſore*
Latera ambientia	*AB*	54 50 0	7 0 4 5 5	*Tangentes ſecundæ.*
	BC	25 0 0	2 1 4 4 5 1	
			1 5 1 0 9 1	*Inuentum 2. addendum Sinui 2. anguli B.*
			2 1 1 9 6 7	*Inuentum tertium.*
Latus BC quæſitum		42 55 9	7 3 2 3 1	*Sinus ſecundus proueniens.*

Secundum Exemplum.

Datus angulus B		52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus ſecundus.*
Latera ambientia	*AB*	106 0 0	1 0 4 0 3 0	*Secantes ſecundæ.*
	BC	120 0 0	1 1 5 4 7 0	

Inuentum

		G M S		
			1 2 0 1 2 5	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Eadem latera ambientia	AB	106 0 0	2 8 6 7 5	*Tangentes ſecundæ.*
	BC	120 0 0	5 7 7 3 5	
			1 6 5 5 6	*Inuentum 2. adden. Sinui ſecundo anguli B.*
			7 7 4 3 2	*Inuentum tertium.*
Latus quæſitum BC		49 51 50	6 4 4 6 0	*Sinus ſecundus prodiens.*

Tertium Exemplum.

Datus angulus B		8 0 0	9 9 0 2 7	*Sinus eius ſecundus.*
Latera ambientia	AB	46 10 0	1 3 8 6 2 8	*Secantes ſecundæ.*
	BC	120 0 0	1 1 5 4 7 0	
			1 6 0 0 7 4	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Eadem latera ambientia	AB	46 10 0	9 6 0 0 8	*Tangentes ſecundæ.*
	BC	120 0 0	5 7 7 3 5	
			5 5 4 3 0	*Inuentum 2. ſubtrah. à Sinu ſecundo ang. B.*
			4 3 5 9 7.	*Inuentum tertium multiplicandum in totum*
Latus quæſitum BC		74 11 45	2 7 2 3 5	*Sinus ſecundus prodiens.*

Quartus modus noſter, qui in præcedente Tertio fundatur.

SVb compendioſiorem, & faciliorem formam reducimus præcedentem Vietæ modum ſic; vt nulla interueniat diuiſio, præterquam per Sinum totum; & hoc quidem fiet, ſequendo doctrinam Theorematis 41. Primi libri huius.

Duo igitur Rectangula applicabuntur ad Sinum totum; vnum, quod fit ſub Tangentibus ſecundis datorum laterum: alterum ſub eorundem Sinibus. Et erit, vt Sinus totus ad exeuntem è ſecunda applicatione latitudinem; ita aggregatum, vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinu complementi anguli dati ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Hoc eſt; fiat, vt Sinus totus ad Sinum primum vnius dati lateris; ita Sinus primus alterius dati lateris ad Inuentum primum. Secundo fiat, vt ſupra, Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius lateris, ita Tangens ſecunda alterius lateris ad Inuentum ſecundum; & ex hoc ſecundo Inuento, & Sinu ſecundo anguli dati elice Inuentum tertium, vt ſupra. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita tertium Inuentum ad Sinum ſecundum lateris quæſiti.

Operatio. Sumantur igitur cum duobus lateribus datis tam Sinus primi, quàm Tangentes ſecundæ; & facta inuicem Sinuum multiplicatione, & per totum Sinum diuiſione, quod inde elicietur, primum dicetur Inuentum. Colligatur autem mediantibus Tangentibus ſecundis adinuicem multiplicatis, & per totum Sinum diuiſis, Inuentum ſecundum, ex quo & ex Sinu anguli dati ſecundò elice tertium Inuentum; quod in primum Inuentum multiplicatum, & per totum Sinum diuiſum, procreabit Sinum ſecundum lateris quæſiti. Vt in ſubiecto calculo apparet.

Exemplum idem Primum ſuperius datum.

Datus angulus B		52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Latera ambientia	AB	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eorum.*
	BC	25 0 0	4 2 2 6 2	
			3 4 5 4 8	*Inuentum primum.*
Eadem latera ambientia	AB	54 50 0	7 0 4 5 5	*Tangentes ſecundæ*
	BC	25 0 0	2 1 4 4 5 1	
			1 5 1 0 9 1	*Inuentum 2. addendum Sinui ſecundo ang. B*
			2 1 1 9 6 7	*Inuentum 3. multiplicandum in primum.*
Latus BC quæſitum		42 55 9	7 3 2 3 1	*Sinus ſecundus prodiens.*

Quintus modus per Proſtaphæreſin Sinuum.

DVplicem rationem huius ſolutionis per Proſtaphæreſin Sinuũ trademus; vnam quidem, quam alij communiter obſeruant; in qua neceſſe eſt, ambo latera eſſe ſigillatim Quadrantibus minora: alterã

Digitized by Google

verò noſtram; quæ generaliter ſingulis Triangulorum generibus accommoda eſt, nec perplexitati alicui ſubeſt; vt prior.

Prior forma eſt hæc. Si latera, quæ datum comprehendunt angulum (ſiue is fuerit acutus, ſiue obtuſus, nihil intereſt) non ſunt ſigillatim Quadrantibus minora; accipiatur adiacens Triangulum, vt alias monuimus; in quo latera ſingula Quadrante circuli minora pateant: deinde facta minoris lateris cum complemento maioris tum additione, tum ſubtractione, & ſumptis tam aggregati, quàm differentiæ Sinibus, fiat eorum additio, ſi complementum lateris maioris fuerit minus latere minore: ſed ſubtractio inſtituenda eſt, quotieſcunque complementum lateris maioris, erit maius latere minore, & prodibit ex tali additione, vel ſubtractione numerus, cuius dimidium dicitur primum Inuentum, quod ſanè in Sinum verſum anguli dati ducendum eſt, & per integrum Sinum partiendum; vt exeat Inuentum ſecundum. Quod poſtremò ſublatum à Sinu aggregati ſupra educto, ſi fuerit illo minus, relinquet Sinum ſecundum lateris quæſiti. Vel contrà, Sinus aggregati à ſecundo Inuento reiectus producet exceſſum tertij lateris quæſiti ſupra Quadrantem, quod inditio eſt, ipſum tertium latus Quadrantem excedere: Quæ varietas accidere poteſt, quando datur angulus obtuſus; ſed angulo exiſtente acuto, ſemper prodit latus quæſitum Quadrante minus.

Poſterior forma ſic proponitur a nobis. Coniunge ambo latera data ſimul, & cum hoc aggregato ſume Sinum ſecundum, ſi defecerit à Quadrante: vel Sinum exceſſus ſupra Quadrantem, ſi tale aggregatum ſuperauerit Quadrantem, dum tamen ſemicirculum non excedat: nam tunc operatio inſtituenda eſt cum complementis vtriuſque ad ſemicirculum. Deinde ſublato minore latere à maiore, cum ipſorum differentia accipe ſimiliter Sinum ſecundum; quorum Sinuum ſecundorum fiat additio, ſi aggregatum laterum exceſſerit Quadrantem; vel fiat ſubtractio minoris de maiore, ſi fuerit Quadrante minus; & vtroque modo prodibit numerus, cuius dimidium eſt Inuentum primum: quod per Sinum verſum anguli dati multiplicatum, & quod producitur per totum Sinum diuiſum, dabit quotiens Inuentum ſecundum. Hoc autem addendum eſt ſemper Sinui verſo differentiæ laterum; vt componatur Sinus verſus lateris quæſiti; non aliter quàm in priori forma Secundi modi ſupra expoſiti.

Non ignorandum tamen eſt, iuxta hanc poſteriorem formam poſſe colligi Sinum ſecundum lateris quæſiti, mediante Sinu ſecundo aggregati, vel differentiæ, ſed hac diſtinctione obſeruata. Si aggregatum laterum defecerit à Quadrante, obſeruandus eſt Sinus ſecundus differentiæ laterum. Si excreuerit ſupra Quadrantem, accipiendus eſt Sinus exceſſus aggregati laterum ſupra Quadrantem, & conferendus eſt cum Inuento ſecundo, minorem de maiore tollendo; vt relinquatur Sinus ſecundus lateris quæſiti; vel Sinus exceſſus eius ſupra Quadrantem; iuxta cautiones prioris formæ, ac etiam Tabellæ in ſecundo modo præcedente deſcriptæ. Sed planior eſt, ac notior calculus per Sinus verſos differentiæ laterum, & quæſiti lateris.

Cæterùm reddi poteſt vtraque forma compendioſior, ac facilior, multò, & euitari vna multiplicatio occurrens; ſi peracta Proſtaphæreſi cum lateribus datis, donec pateat Inuentum primum, arcus huius eliciatur à latere, & in fronte Tabulæ Sinuum; atque cum angulo dato colligatur in ſerie Sinuum verſorum arcus arealis, dum tamen angulus non ſit Quadrante maior; & cum his duobus numeris abſoluatur iterum Proſtaphæreſis Sinuum, vt prodeat Inuentum ſecundum; cum quo & cum Sinu verſo differentiæ laterum, vel cum Sinu aggregati colligetur non aliter, quàm ſupra, ipſum latus quæſitum. Sed varia nunc dabimus Exempla ſecundum vtramque formam.

Primum Exemplum ſuperius allatum; cùm duo latera ſunt minora Quadrantibus, & angulus ab eis comprahenſus acutus.

Sunto latera AB graduum 54.50′. BC graduum 25. & angulus comprahenſus graduum 52. 30′.

	G	M	S		
Complementum maioris lateri AB	35	10	0		
Latus minus BC	25	0	0		
Aggregatum	60	10	0	86748	*Sinus eorum.*
Differentia	10	10	0	17653	
				69097	*Differentia Sinuum.*
				34548	*Dimidium, id eſt primum Inuentum.*
Angulus B comprahenſus	52	30	0	39124	*Sinus eius verſus.*
				13516	*Inuentum ſecundum auferen. à Sinu aggreg.*
Latus AC quæſitum	42	55	9	73232	*Sinus ſecundus prodiens.*

Idem

Idem Exemplum ſecundum noſtram formam.

	G M S		
Latera ambientia { *AB*	54 50 0		
{ *BC*	25 0 0		
Differentia	29 50 0	8 0 7 4 8	} *Sinus eorum ſecundi.*
Aggregatum	79 50 0	1 7 6 5 1	
		6 9 0 9 7	*Differentia Sinuum.*
		3 4 5 4 8	*Dimidium, id eſt primum Inuentum.*
Angulus B comprahenſus	52 30 0	3 9 1 2 4	*Sinus eius verſus.*
		1 3 5 1 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum	29 50 0	1 3 2 5 2	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus AC quæſitum	42 55 9	2 6 7 6 8	*Sinus verſus prodiens.*

Secundum Exemplum reſpondens ſecundo Exemplo ſecundi modi, iuxta noſtram formam.

Lateris AB gr. 106. complem. ad ſemicirc.	74 0 0		
Lateris BC gr. 120. complem ad ſemicircul.	60 0 0		
Aggregatum	134 0 0	6 9 4 6 6	} *Sinus ſecundi addendi.*
Differentia	14 0 0	9 7 0 3 0	
		1 6 6 4 9 6	*Aggregatum Sinuum.*
		8 3 2 4 8	*Dimidium, id eſt primum Inuentum.*
Angulus B comprahenſus	52 30 0	3 9 1 2 4	*Sinus eius verſus.*
		3 2 5 7 0	*Inuentum ſecundum.*
Sed adhibito Compendio ſecundum colligi poteſt Inuentum per ſecundariam Proſtaphæreſim ſic.			
Arcus inuenti primi à latere Sinuū collectus	56 21 15		
Arcus ſumptus arealiter cum angulo dato in	22 1 54		*ſerie Sinuum verſorum*
Differentia	33 19 21	8 3 5 6 0	} *Sinus eorum ſecundi.*
Aggregatum	78 23 9	1 8 4 2 0	
		6 5 1 3 0	*Differentia Sinuum.*
		3 2 5 7 0	*Dimidium, id eſt Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum	14 0 0	2 9 7 0	*Sinus eius verſus.*
Latus AC quæſitum	49 51 50	3 5 5 4 0	*Sinus verſus prodiens.*

Tertium Exemplum reſpondens tertio Exemplo ſecundi modi.

Latus AB datum	46 10 0		
Latus BC datum	120 0 0		
Aggregatum	166 10 0	9 7 1 0 0	*Sinus exceſſus.*
Differentia	73 50 0	2 7 8 4 3	*Sinus ſecundus.*
		1 2 4 9 4 3	*Aggregatum è Sinibus.*
		6 2 4 7 2	*Dimidium, id eſt primum Inuentum.*
Angulus B comprahenſus	8 0 0	9 7 3	*Sinus eius verſus.*
		6 0 8	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum	73 50 0	7 2 1 5 7	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus AC quæſitum	74 12 0	7 2 7 6 5	*Sinus verſus prouenitus.*

Quartum Exemplum conueniens cum Quarto ſecundi modi.

Latera ambientia { *AB*	46 10 0		
{ *BC*	120 0 0		
Aggregatum	166 10 0	9 7 1 0 0	*Sinus exceſſus.*
Differentia	73 50 0	2 7 8 4 3	*Sinus ſecundus.*

		1 2 4 9 4 3	Aggregatum Sinuum.
		6 2 4 7 2	Dimidium, ſeu primum Inuentum.
Angulus B comprahenſus	60 0 0	5 0 0 0 0	Sinus eius verſus.
		3 1 2 3 6	Inuentum ſecundum.
Differentia laterum	73 50 0	7 2 1 5 7	Sinus eius verſus addendus.
Latus A C quaſitum	90 35 30	1 0 3 3 9 3	Sinus verſus proueniens.

Sextus modus per Tabulam Generalem ſolam, vel etiam ſimul cum Tabula ſecunda Analogia.

RESpondet hic modus Primo modo, qui per ſolos Sinus abſoluitur; intelligendo ſcilicet Triangulū Obliquangulum propoſitum in duo Triangula Rectangula eſſe diuiſum. Ingredere itaque primò lateraliter cum latere dato arcui perpendiculari contermino, quod ſcilicet rectum ſubtendit angulum ab ipſo perpendiculari arcu factum; atque etiam cum angulo dato, & numerus, qui in area deprometur, vocetur Inuentum primum. Secundò ingredere eandemmet Tabulam arealiter cum Inuento primo, & cum complemento prædicti lateris dati, ſumendo ſcilicet in calce primum Inuentum, & in area eiuſdemmet columnæ complementum lateris dati; nam à latere dextro patebit Inuentum ſecundum. Vel, ſi neceſſitas vrgebit, obſeruabis à latere dextro Tabulæ primum Inuentum, & in area complemētum lateris dati; nam in calce apparebit ipſum Inuentum ſecundum. A quo auferes aliud latus datum, in quod cadit perpendicularis, ſi fuerit illo minus. Vel contrà, Inuentum hoc ſecundum à latere iam dicto ſubduces, ſi latus maius fuerit illo; & reliquum è ſubtractione dicetur Inuentum tertium. Poſtremò ingredere lateraliter eandem Tabulam cum Inuentis tertio, & primo; accipiendo ſcilicet vnum ex eis à latere dextro, & aliud in calce, & colliges in area complementum lateris quæſiti, ex quo latus ipſum manifeſtum fiet.

Exemplum primum congruens cum primo Exemplo Primi modi.

	G	M	S	
Latus vnum datum, nempe Baſis A B	54	50	0	Primus ingreſſus lateralis.
Angulus datus B	52	30	0	
nue i t a primum nempe perpendicularis A D	40	25	56	Secundus ingreſſus arealis.
Complementum lateris dati A B	35	10	0	
Inuentum ſecundum	40	49	38	
Aliud latus datum B C ſubtrahendum	25	0	0	
Latus C D id eſt Inuentum tertium	15	49	38	Tertius ingreſſus lateralis.
Inuentum primum	40	25	56	
Complementum lateris A C	47	4	51	
Latus quæſitum A C	42	55	9	

Exemplum ſecundum reſpondens ſecundo Exemplo Primi modi.

Latus datum, ſeu Baſis A B	54	50	0	Primus ingreſſus lateralis.
Angulus datus B	52	30	0	
Inuentum primum, nempe perpendicularis A D	40	25	56	Secundus ingreſſus arealis.
Complementum Baſis A B	35	10	0	
Inuentum ſecundum	40	49	38	
Aliud latus B C, à quo ſubtrahitur Inuentum ſecundū	58	0	0	
Inuentum tertium, nempe latus C D	17	10	22	Tertius ingreſſus lateralis.
Primum Inuentum	40	25	56	
Complementum lateris quæſiti A E	46	39	18	
Latus ipſum quæſitum A C	43	20	42	

Tertium Exemplum conueniens tertio Exemplo Primi modi.

Latus datum, ſeu Baſis A B	46	10	0	Primus Ingreſſus lateralis.
Angulus datus A B E	8	0	0	
Inuentum primum, nempe perpendicularis A D	5	45	42	Secundus Ingreſſus arealis.
Complementum lateris A B	43	50	0	

Inuentum

Digitized by Google

	G	M	S	
Inuentum ſecundum	45	53	15	
Latus aliud datum B E, à quo ſubtrahitur Inuentum	120	0	0	*ſecundum.*
Inuentum tertium nempe latus E D	74	6	45	*Tertius ingreſſus arealis.*
Primum Inuentum	5	45	42	
Numerus in area patens	15	48	11	
Quadrans addendus	90	0	0	
Latus A E quæſitum	105	48	11	

Septimus modus ſupradicto aliquantò compediosior; ſed non ſine Sinibus verſis; qui congruit cum Quarto modo.

INgredere lateraliter cum duobus lateribus datis, & elice arealem numerum Tabulę Generalis pro Inuento primo; quem ſerua, & cum angulo dato accipe in ſerie Sinuum verſorum arealem arcum; & hunc cum reſeruato pridem numero pone ad ingreſſum lateralem eiuſdem Tabulæ Generalis, & numerum in area excerpes, quem ad aream ſeriei Sinuum verſorum aptabis, vt tibi deſignet Sinum verſum ei adiacentem (qui dicitur ſecundum Inuentum) addendum ſemper Sinui verſo differentiæ laterum; qui vt in ſecundo modo exploratur; & proueniet Sinus verſus lateris quæſiti.

Memineris tamen, hunc modum congruenter locum habere; quando angulus compræhenſus à lateribus datis erit acutus. Verùm quando idem angulus compræhenſus à lateribus datis offertur obtuſus, ſoluendum erit neceſſariò adiacens Triangulum; quod conſtat ex angulo acuto; qui datum angulum ſupplet ad ſemicirculum; & ex complemento vnius lateris; manente tamen integro reliquo latere dato.

Exemplum correſpondens Exemplo primo ſecundi modi.

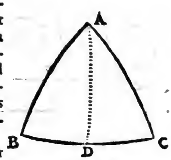
Angulus datus B	52	30	0		
Latus A B datum	54	50	0		*Primus ingreſſus lateralis.*
Latus B C datum	25	0	0		
Inuentum primum	20	12	40		*Secundus Ingreſſus lateralis.*
Numerus arealis ſumptus in ſerie Sinuum verſorum cum dato angulo B	23	1	54		
Numerus in Tabula Generali ſumptus	7	46	6	1 3 5 1 7	*Sinus eius verſus, id eſt Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum	29	50	0	1 3 2 5 2	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus quæſitum A C	42	55	0	2 6 7 6 9	*Sinus verſus proueniens.*

P R O B L E M A IV.

Datis duobus lateribus in Triangulo Obliquangulo cum angulo ab eis comprahenſo, angulum, quem libuerit e reliquis, exquirere.

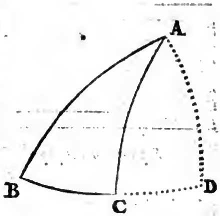
Primus modus reducendo propoſitum Triangulum ad duo Triangula Rectangula, demiſſo perpendiculo in alterum ex lateribus datis.

PRopoſitum Triangulum Obliquangulum in duo Triangula Rectangula diuidatur eo prorſus modo, ſicut in præcedente Problem. Et ſit Exempli gratia Triangulum A B C, cuius latera ſint data
2 A B, BC cum angulo A ab eis concluſo; ex quibus oporteat cognoſcere quemlibet è reliquis angulis A & C, videlicet angulum C. Quod quidem Triangulum arcus perpendicularis A D ſecat in duo Rectangula Triangula, ſicut in præcedente Propoſitione, ita tamen, vt angulus quærendus integer maneat; quod fiet, ſi perpendicularis ab altero angulo A cadat,



Sumpto itaque primùm Triangulo Rectangulo A B D, non aliter quàm in præcedente præcepimus, explorabimus perpendicularem arcum A D primum; ex noto ſcilicet latere A B, & angulo B; & per octauum Problem. Tertij libri ex eodem latere ſeu Baſi A B, & latere A D nunc inuento addiſcemus latus B D. Vnde ſicut in præcedente

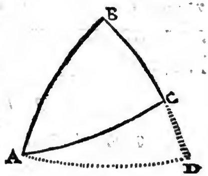
cedente Problemate per ſubtractionem cognoſcetur latus D C alterius Rectanguli Trianguli A D C. Ex quo conſtabit caſus ipſius arcus perpendicularis; an ſcilicet intra, vt in prima figura, an extra propoſitum Triangulum cadat, vt in ſecunda figura. Poſtremò ex duobus lateribus A D, & D C Trianguli Rectanguli A D C nunc exploratis colligemus per nonum Problem. Tertij angulum A C D, qui pertinet ad propoſitum Triangulum, quando perpendicularis arcus cadit intra. Sed ſi ceciderit extra, vt in ſecundo diagrammate, accipiemus complementum eius ad ſemicirculum pro angulo A C B propoſiti Trianguli.



Iuxta igitur Primum modum præcedentis Problematis explorentur tria Inuenta; nempe primum arcus perpendicularis A D, ſecundum latus B D; tertium verò & poſtremum latus D C. Deinde fiat per ſecundum modum Noni Problematis; vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij, quod eſt latus D C; ita Tangens ſecunda Inuenti primi, lateris ſcilicet A D, ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Operatio. Multiplicetur Sinus dati lateris A B per Sinum anguli dati B, & per totum Sinum diuidatur, vt prodeat Sinus lateris A D, qui dabit ipſum latus pro Inuento primo: cuius Secantem multiplica in Sinum ſecundum eiuſdem dati lateris A B, & reiectis quinque cifris relinquetur Sinus ſecundus Inuenti ſecundi, vnde facillimè emanabit ipſum Inuentum ſecundum, nempe latus B D; quod conferas cum altero latere prius dato B C, minorem de maiore demendo; & relictum è ſubtractione erit Inuentum Tertium. Poſtremò ſume Sinum huius Inuenti tertij, eumq; ducas in Tangentem ſecundam Inuenti primi; & reciſſis quinque notis prodibit Tangens ſecunda anguli quæſiti; quando ſcilicet ſecundum Inuentum; nempe latus B D, eſt minus altero dato latere B C. Sed ſi fuerit maius, angulus, qui colligetur per ſecundam Secantem, auferendus eſt à ſemicirculo, vt emergat angulus quæſitus. Et hoc quidem congruit ſecundo diagrammati, vbi angulus, qui per ſuperiorem proceſſum colligitur, eſt A C D; eſtq; adiacens quæſito angulo A C B.

Primum Exemplum.

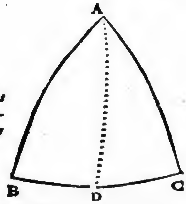


E*ſto Triangulum A B C, cuius latera duo data ſint, nimirum A B gr. 54. 50'. B C gr. 25. cum angulo B comprahenſo grad. 52. 30'. & oporteat exquirere angulum C. Tunc calculus ſic inſtituitur, demiſſo perpendiculari arcu A D ab altero angulo A in latus adiacens datum B C continuatum.*

	G M S		
Latus A B quærendo angulo oppoſitum	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eorum.*
Angulus datus B	52 30 0	7 9 3 3 5	
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus proueniens.*
		1 3 1 3 7 6	*Secans primi Inuenti.*
Idem latus A B	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B D	40 49 38	7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
Aliud latus datum B C ſubtrah:	25 0 0		
Inuentum tertium D C	15 49 38	2 7 2 7 4	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	1 1 7 3 6 5	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus ei congruus	72 14 40	3 2 0 1 0	*Tangens ſecunda prodiens.*
Reliquū ad ſemicirculum.i. ang. C quæſitus	107 45 20		

Secundum

Digitized by Google



Secundum Exemplum.

ESto aliud Triangulum A B C habens latus A B gr.54.50'. Latus B C gr.58. & angulum ab eis concluſum gr.52.30'. & inueſtigandus ſit angulus C. Cadat perpendicularis arcus ab angulo A in latus adiacens datum B C, & inſtituetur calculus ſic.

	G	M	S		
Latus A B quærendo angulo oppoſitum	54	50	0	81748	*Sinus eorum.*
Angulus datus B	52	30	0	79335	
Inuentum primum A D	40	25	56	64855	*Sinus proueniens.*
				131376	*Secans primi Inuenti.*
Idem latus A B	54	50	0	57596	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B D	40	49	38	75667	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latus aliud datum B C	58	0	0		
Idem Inuentum ſecundum B D	40	49	38		
Differentia, ideſt Inuentum tertium D C	17	10	22	29525	*Sinus eius.*
Primum Inuentum A C	45	25	56	117366	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus C	70	53	17	34652	*Tangens ſecunda proueniens.*

Secundus modus per Sinuum Proſtaphæreſin.

TRiplicatam oportet adhibere per Proſtaphæreſin Sinuum operationem ad quæſiti anguli inuentionem. Nam primò quidem cum latere inquirendo angulo oppoſito, & cum angulo dato inſtituenda eſt Proſtaphæreſis primaria ſecundum aſſuetum modum, vt ex ea colligatur Sinus, cuius arcus dicitur Inuentum primum. Poſtea ſecundò facta commutatione primi Inuenti in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis; cum hoc commutato numero, & cum complemento eiuſdemmet lateris inquirendo angulo oppoſiti tractanda eſt rurſus Proſtaphæreſis; nam prodibit ex ea Sinus ſecundus, cuius arcus dicitur ſecundum Inuentum. Cum quo & cum altero dato latere conficiendum eſt Inuentum tertium. Poſtremò commutetur Inuentum primum in arealem arcum primum, vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis facto ſcilicet ingreſſu in calce, & à latare dextro, iuxta primam Regulam Secundi Capitis Secundi libri. Tunc verò ſic commutatum numerum deputa ad Proſtaphæreſin vnà cum Inuento tertio, nam colliges ex ea Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Exemplum.

Latus datum A B quærendo angu oppoſ.	54	50	0		
Angulus datus B	52	30	0		
Differentia	2	20	0	99917	*Sinus ſecundi.*
Aggregatum	107	20	0	29793	
				129710	*Aggregatum Sinuum:*
Primum Inuentum ei reſpondens	40	25	56	64855	*Dimidium, ideſt Sinus.*
Complementum eiuſdem lateris dati A B	35	10	0		
Inuentum primum commutatum in arcum	7	32	57		*quarti ordinis Magni Canonis.*
Differentia	27	37	3	886062	*Sinus ſecundi.*
Aggregatum	42	42	57	734727	
				151335	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum	40	49	38	75667	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Latus aliud datum B C	25	0	0		
Inuentum tertium	15	49	38		
Inuentum primum commutatum in arealem	6	44	24		*arcum tertij ordinis.*
Differentia	9	5	4	987449	*Sinus ſecundi.*
Aggregatum	22	34	2	923430	
				64019	*Differentia Sinuum.*
Angulus ei congruus	72	14	40	32010	*Dimidium, ideſt Tangens quæſita*
Reliquum ad ſemicirculum, & eſt Angulus	107	45	20		*quæſitus.*

Tertius

Tertius modus, manente ipſo Triangulo integro.

FRanciſcus Vieta ſolutionem huius Trianguli ſic tradit.

,, Enimuerò latus quærendo angulo oppoſitum eſto è datis primum. Duo igitur Rectangula ſi-,, gillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod fit ſub Sinu complementi anguli dati, & ,, Tangente complementi lateris dati ſecundi: Alterum ſub Sinu ipſius anguli dati, & Secante com- ,, plementi lateris dati ſecundi. Et erit, vt exiens è ſecunda applicatione latitudo ad aggregatum, ,, vel differentiam latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Tangente complementi lateris pri- ,, mi, ita Sinus totus ad Tangentem complementi anguli quæſiti.

Quod ſic explicamus. Fiat, vt Sinus totus ad Sinum dati anguli; ita Secans ſecunda lateris adiacentis quæſito angulo ad Inuentum primum. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli dati; ita Tangens ſecunda eiuſdem lateris adiacentis ad Inuentum ſecundum. Hoc autem confer cum Tangente ſecunda lateris dati quærendo angulo oppoſiti, accipiendo aggregatum ex eis, vel differentiam, iuxta varietatem caſuum, quæ in ſequente tabella exprimitur, & prodibit ſic Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt primum Inuentum ad tertium; ita Sinus totus ad Tangentem ſecundam ang. quæſiti.

Si latus primum, quod ang. quæſito opponitur, fuerit Quadrante
- Minus; latus verò ſecundum, ideſt adiacens, & angulus datus affectionis fuerint inter ſe
  - Diuerſæ; ſumatur Aggregatum ex ſecundo Inuento, & ex Tangente ſecunda lateris primi, & tunc Acutus
  - Eiuſdem, ſumatur Differentia inter Tangentem ſecundam lateris primi, & Inuentum ſecundum. Quòd ſi Inuentum ſecundum fuerit Tangente ſecunda primi lateris
    - minus; Acutus
    - maius; Obtuſus
- Maius, latus verò ſecundum, ideſt adiacens, & angulus datus affectionis fuerint inter ſe
  - Diuerſæ; ſumatur Differentia iam dicta; & ſi Inuentum ſecundum fuerit Tangente ſecunda primi lateris
    - minus; Obtuſus
    - maius; Acutus
  - Eiuſdem, ſumatur Aggregatum; & tūc Obtuſus.

erit ang. quæſit°.

Operatio. Capiatur tam Sinus primus, quàm ſecundus dati anguli, & cum latere adiacente ſumatur Secans ſecunda, & Tangens ſecunda. Multiplica poſtea Secantem ſecundam lateris ipſius in Sinum primum anguli, & facta per Sinum totum diuiſione, exiens numerus Inuentum dicetur primum. Multiplicetur quoque Tangens ſecunda lateris eiuſdem in Sinum ſecundum ipſiuſmet anguli, & facta ſimiliter per totum Sinum diuiſione prodibit Inuentum ſecundum. Sumpta poſtmodum Tangente ſecunda cum altero dato latere, quod quæſitum angulum ſubtendit, fiat Aggregatum ex ea, & ex Inuento ſecundo, vel amborum differentia colligatur, ſicut præcedens tabella edocet, & producetur Inuentum tertium; quod quidem in Sinum totum multiplicatum, & per primum Inuentum diſtributum dabit Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Primum Exemplum congruens cum primo Exemplo primi modi.

	G M S		
Latus B C ſecūdum dicto angulo adiacens	25 0 0	2 3 6 6 2 0	*Secans ſecunda eius.*
Angulus B compræhenſus	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
		1 8 7 7 2 2	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Idem latus B C ſecundum	25 0 0	2 1 4 4 5 1	*Tangens eius ſecunda.*
Idem angulus B	52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
		1 3 0 5 4 9	*Inuentum ſecundum.*
Primum latus A B quærendo angulo oppoſ.	54 50 0	7 0 4 5 5	*Tangens eius ſecunda ſubtrahe*
		6 0 0 9 4	*Inuctum tertium multiplicandum in totum.*
Angulus C quæſitus	107 45 20	3 2 0 1 2	*Tangens exceſſus ſupra Quadrantem.*

Secundum

Digitized by Google

Secundum Exemplum conforme ſecundo Exemplo Primi modi.

	G M S		
			Tangens eius ſe unda.
Latus AB primum quærendo angu. oppoſ.	54 50 0	70455	*Tangens eius ſecunda.*
Latus BC eidem adiacens	58 0 0	117918	*Secans eius ſecunda.*
Angulus B comprahenſus	52 30 0	79335	*Sinus eius.*
		93550	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Idem latus BC	58 0 0	62487	*Tangens eius ſecunda.*
Idem angulus B	52 30 0	60876	*Sinus eius ſecundus.*
		38040	*Inuentum 2. ſubtrah: à Tangente 2. pri. late.*
		32417	*Inuentum tertium multipl. in totum*
Angulus C quæſitus	70 53 17	34672	*Tangens ſecunda prodiens.*

Quartus modus noſter ex ſupradicto emanans.

EXpeditiorem reddimus Vietæ modum abſque vlla diuiſione ſequendo Theor.43. Primi lib. Duo itaque Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod fit ſub Sinu ſecundo anguli dati, & Tangente ſecunda lateris dati ſecundi: alterum ſub Secante ſecunda anguli dat,& Sinu lateris dati ſecundi. Et erit, vt Sinus totus ad exeuntem è ſecunda applicatione latitudinem; ita aggregatum, vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Tangente ſecunda lateris primi ad Tangentem ſecundam, anguli quæſiti.

Itaque fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam dati anguli; ita Sinus lateris adiacentis ad Inuentum primum. Deinde explorato, vt in ſuperiore modo, ſecundo Inuento, & tertio; fiat vt Sinus totus ad primum Inuentum; ita tertium Inuentum ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Operatio. Sumatur è conuerſo primi modi Secans ſecunda anguli dati; & eiuſdem Sinus ſecundus, & ſumatur Sinus primus lateris dati adiacentis, atque etiam Tangens ſecunda eiuſdem lateris; multiplicata Secante ſecunda anguli in Sinum primum lateris dicti, & producto per totum Sinum diuiſo, oritur primum Inuentum. Multiplicato verò Sinu ſecundo eiuſdem anguli in Tangentem ſecundam dicti lateris, & per totum Sinum diuiſo, prodit, ſicut in ſuperiore tertio modo, Inuentum ſecundum. Ex quo & cum Tangente ſecunda primi lateris quærendo angulo oppoſiti conficitur per additionem, vel ſubtractionem tertium Inuentum; quod in primum Inuentum multiplicatum, poſt ablationem quinque notarum, procreabitur Tangens ſecunda anguli quæſiti; ſicut ſupra.

Exemplum primum conueniens primo Exemplo Primi, & Secundi modi.

	G M S		
Latus BC ſecundum	25 0 0	42262	*Sinus eius.*
Angulus B datus	52 30 0	126047	*Secans eius ſecunda.*
		53270	*Inuentum primum.*
Idem latus BC	25 0 0	214451	*Tangens eius ſecunda.*
Idem angulus B	52 30 0	60876	*Sinus eius ſecundus.*
		130549	*Inuentum ſecundum.*
Primum latus AB	54 50 0	74455	*Tangens ſecunda ſubtrahenda.*
		60094	*Inuentum tertium multipl. in primum.*
Angulus C quæſitus.	107 45 20	32012	*Tangens exceſſus ſupra Quadrantem.*

Secundum Exemplum congruens cum ſecundo Primi, & Secundi modi.

Latus AB primum	54 50 0	70455	*Tangens eius ſecunda.*
Latus BC ſecundum	58 0 0	84405	*Sinus eius.*
Angulus B datus	52 30 0	126047	*Secans ſecunda.*
		106894	*Inuentum primum.*
Idem latus BC	58 0 0	62487	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus idem B datus	52 30 0	60876	*Sinus eius ſecundus.*
		38040	*Inuentum 2. ſubtr. à Tangente 2. pri. later.*
		32316	*Inuentum tertium multipl. in primum.*
Angulus C quæſitus	70 53 17	34651	*Tangens ſecunda prouenient.*

Quintus modus per Tabulam Generalem deductus ex Primo modo; atque etiam per Tabulam tertiæ Analogiæ.

INgredere lateraliter primò cum latere illo dato, quod quærendo angulo opponitur; & cum angulo dato; & in area colliges primum Inuentum, cum quo, & cum complemento illiuſmet lateris dati fac arealem ingreſſum in eadem Tabulam, ſumendo ſcilicet in calce primum Inuentum; & areatim in eademmet columna complementum dicti lateris; nam à latere dextro patebit Inuentum ſecundum, quod confer cum alio latere dato, minus de maiore detrahendo; & relictum è ſubtractione erit tertium Inuentum. Poſtremò quære Inuentum tertium in fronte Tabulæ tertiæ Analogiæ; & à latere dextro primum Inuentum; nam in area dabitur complementum anguli quæſiti.

Primum Exemplum ſicut ſupra.

	G	M	S	
Latus A B quærendo angulo oppoſitum	54	50	0	*ingreſſus lateralis in primam Tabulam.*
Angulus datus B	52	30	0	
Inuentum primum	40	25	56	*in calce* } *Primæ Tabulæ.*
Complementum lateris A B	35	10	0	*in area*
Inuentum ſecundum	40	49	38	*à latere dextro acceptum.*
Latus aliud datum B C	25	0	0	
Differentia, ſeu Inuentum tertium	15	49	38	*in fronte* } *Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum, vt ſupra	40	25	56	*à latere dextro*
Numerus ex area deſumptus addendus Quadranti	17	45	0	
Angulus quæſitus C	107	45	0	

Secundum Exemplum, vt ſupra.

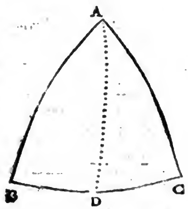
Latus A B quærendo angulo oppoſitum	54	50	0	*in fronte* } *Primæ Tabulæ.*
Angulus B datus	52	30	0	*à ſiniſtro latere*
Inuentum primum in area compertum	40	25	56	
Complementum eiuſdem latrris A B	35	10	0	
Inuentum ſecundum à latere dextro acceptum	40	49	38	
Latus aliud datum B C	58	0	0	
Differentia, ſeu Inuentum tertium	17	20	22	*in fronte* } *Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum, vt ſupra	40	25	52	*à latere dextro*
Numerus ex area collectus	19	7	0	
Complementum eius pro angulo C quæſito	20	53	0	

Cæterùm ſi in hac etiam vltima operatione calculum abſoluere volueris per ſolam Tabulam Generalem; conſule Quartum, vel Quintum modum noni Probl. huius Tertij, & fies voti compos.

PROBLEMA V.

Datis Obliquanguli Trianguli duobus angulis, & latere interiacente, reliquum angulum inuenire.

Primus modus per Rectangulorum leges demiſſo perpendiculo; vt Triangulum ipſum in duo Rectangula partiatur.

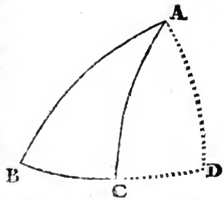


PRopoſitum ſit Triangulum A B C ad ſoluendum notorum angulorum A & B cum latere A B, quod eis adiacet; ex quibus libeat cognoſcere reliquum angulum C. Intelligatur ab vno datorum angulorum A cadere perpendicularem arcum A D in oppoſitum latus B C, vt fiant duo Triangula Rectangula A B D, A D C, ſiue intra, ſiue extra cadat perpendicularis, quod cognoſci nequit, niſi ex calculo. Sed cognita ſpecie alterius anguli C, patebit caſus ipſius perpendicularis; vt diximus in Primo libro Capite ſexto in fine.

Sumpto

Digitized by Google

Sumpto autem primò Triangulo Rectangulo A B D, quoniam in eo datur latus A B, ſeu Baſis cum angulo B, prodibit ex primo Probl. Tertij latus A D, ſeu perpendicularis arcus ipſi angulo dato B oppoſitus. Deinde per ſeptimum Problem. Tertij, ex latere nunc inuento A D, & angulo dato illi oppoſito explorabimus angulum B A D. Qui ſi minor erit altero dato angulo A, perpendicularis cadit intra Triangulum; & hic ab illo ſubducendus eſt, vt prodeat angulus D A C. Quòd ſi angulus B A D fuerit inuentus maior angulo B A C, perpendicularis cadet extra Triangulum; vt in ſecunda figura; & ab angulo B A D nunc explorato. ſubducendus eſt angulus B A C datus, vt relinquatur angulus C A D, ex quo & latere A D nuper inuento exquiritur tertius angulus C per tertium Problem. eiuſdem Tertij.



Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum lateris dati ſeu Baſis; ita Sinus anguli vnius dati ad Sinum Inuenti primi. Deinde ſecundò fiat, vt Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum ſecundum eiuſdem anguli dati; ita Sinus totus ad Sinum Inuenti ſecundi, ex quo prodit ipſum Inuentum ſecundum.

Vel ſecundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem Inuenti primi; ita Sinus ſecundus anguli dati ad Sinum Inuenti ſecundi, vt prius, ex quo prodit ipſum Inuentum ſecundum, quod ſublatum ab altero angulo dato, ſi fuerit illo minus, vel contrà ab Inuento ſecundo ſublatus alter angulus datus, ſi Inuentum ſecundum fuerit maius, prodibit Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij; ita Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Summa operationis. Sinus lateris dati, atque etiam anguli vnius inuicem multiplica, & per Sinum totum diuide, & exiens numerus erit Inuentum primum. Poſtea Secantem lateris ſeu Baſis datæ multiplicabis per Sinum ſecundum anguli dati, & per totum Sinum diuides; nam exibit Sinus ſecundi Inuenti; ex quo cognoſcetur Inuentum ſecundum, cuius quidem, & lateris alterius dati, per ſubductionem minoris à maiore, ſume differentiam, quam vocamus tertium Inuentum. Poſtremò huius tertij Inuenti Sinum per Sinum ſecundum primi Inuenti multiplica, & per totum partire, vt proueniat Sinus ſecundus anguli quæſiti.

Cæterum vt omnis dubitatio, quæ accidere poteſt, tollatur in hac ſolutione; aduertendum eſt, propoſitum Triangulum non eſſe idoneum ad ſoluendum, ſi habuerit duos angulos datos obtuſos, atque etiam ſi habuerit latus datum maius Quadrante. Ideò ad Triangulum adiacens confugiendum eſt, illudque ſolues loco propoſiti Trianguli his ſeruatis Regulis.

Si propoſitum Triangulum conſtiterit ex duobus angulis obtuſis cum interiacente latere Quadrante minore, accipiendum erit Triangulum adiacens, quod oritur ex continuatione duorum laterum, quæ datis angulis opponuntur, exiſtente latere dato vtrique communi; namq; in eorum concurſu efformatur angulus quærendo angulo æqualis, & in eo anguli dati ſunt complementa priorum ad ſemicirculum.

Si verò & angulos datos habuerit obtuſos, & latus Quadrante maius, ſumendum erit Triangulum oriens ex continuatione dati lateris, quod ſanè habebit latus datum tanquam complementum illius ad ſemicirculum, & habebit vnum angulum tanquam complementum alterius ad ſemicirculum; alium verò habebit obtuſum, & priori altero æqualem; ſed angulus, qui ex calculo explorabitur, erit complementum quæſiti anguli ad ſemicirculum.

Quòd ſi propoſitum Triangulum conſtiterit ex duobus angulis acutis, cum latere interiacente Quadrante maiore, adiacens nihilominus Triangulum aſſumendum eſt, in quo datur complementum ipſius dati lateris ad ſemicirculum cum complemento vnius anguli ad ſemicirculum, manente eodem altero angulo; & tunc calculus exhibet complementum anguli quæſiti ad ſemicirculum. Sed ſi vnus fuerit angulus acutus, & alter obtuſus, & latus datum maius Quadrante, idoneum erit ad ſoluendum adiacens Triangulum, habens complementum dati lateris ad ſemicirculum, & complementum dati anguli obtuſi, & angulus ex calculo eductus erit complementum quæſiti anguli ad ſemicirculum.

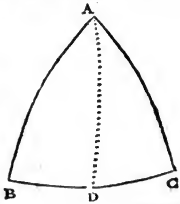
Primum Exemplum.

Triangulum A B C Prima figura habeat angulum A gr. 46. 10'. angulum B gr. 60. & latus, quod eis adiacet B A gr. 8. Ex his ſit opus exquirere reliquum angulum C; ducto perpendiculari arcu A D conficio duo Triangula Rectangula A B D, A C D, & ad inquiſitionem dicti anguli C ſic procedo, ſumpto prius Triangulo Rectangulo A D B.

Digitized by Google

	G M S		
Latus AB datum	8 0 0	1 3 9 1 7	*Sinus eius.*
Angulus B	60 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Inuentum primum AD	6 55 20	1 2 0 5 2	*Sinus prouenienſ.*
		1 0 0 7 3 4	*Secans Inuenti primi*
Idem angulus B	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum BAD	30 14 38	5 0 3 6 7	*Sinus prodiens.*
Alter angulus A datus	46 10 0		
Differentia ſeu Inuentum tertium DAC	15 55 22	2 7 4 3 3	*Sinus eius.*
Inuentum primum, vt ſupra, AD	6 55 20	9 9 2 7 1	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus C	74 11 49	2 7 2 3 3	*Sinus ſecundus prodiens.*

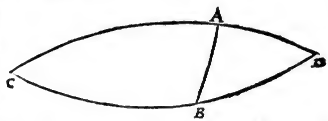
Secundum Exemplum.



E Sto nunc Triangulum ABC Obliquangulum Secundæ figuræ, cuius duo anguli dati ſint, A quidem graduum 125.10', B verò grad.25. cum latere interiacente AB gr.52.30'. Demitto perpendicularem ab angulo A obtuſo in latus BC, & ſumpto prius Triangulo ABD proſequor ſolutionem ſic.

Latus datum AB	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Angulus B datus	25 0 0	4 2 2 6 2	*Sinus eius.*
Inuentum primum AD	19 35 24	3 3 5 2 9	*Sinus prouenienſ.*
		1 0 6 1 4 4	*Secans Inuenti primi.*
Idem angulus B	25 0 0	9 0 6 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum BAD	74 9 8	9 6 1 9 9	*Sinus prodiens.*
Alter angulus A datus	125 10 0		
Differentia, ſeu Inuentum tertium DAC	51 0 52	7 7 7 3 0	*Sinus eius.*
Inuentum primum, vt ſupra AD	19 35 24	9 4 2 1 2	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus C quæſitus.	42 55 9	7 3 2 3 1	*Sinus ſecundus prouenienſ.*

Tertium Exemplum.



S Int nunc duo anguli dati, ſic; C graduum 60. B grad.133.50'. cum latere interiacente BC gra. 172. Continuato latere CB à parte anguli B obtuſi ad concurſum in D cum latere CA extenſo, oritur Triangulum BAD, cuius anguli duo dantur, nimirum B grad. 46.10'. & D gr.60. cum interiacente latere BD, grad.8. Et hoc quidem eſt idemmet Triangulum Primi Exempli huius, ex cuius calculo prodit angulus BAD gr.74.11'49". qui ſi à ſemicirculo auferatur, relinquetur angulus adiacens BAC, graduum.105.48'.11'. qui primò quærebatur in propoſito Triangulo ABC.

Secundus modus abſque partitione Trianguli in duo Rectangula Triangula per Sinus rectos, & verſos, iuxta Theorema Trigeſimumnonum Primi libri.

F Iat, vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli; ita Sinus alterius anguli ad Inuentum primum. Deinde etiam, vt Sinus totus ad Inuentum primum; ita Sinus verſus lateris dati ad Sinum verſum anguli quæſiti, minus Sinu verſo differentiæ vnius anguli à complemento alterius ad ſemicirculum.

Summa

Summa operationis. Accipe Sinus vtriuſque anguli dati; eoſque ſimul multiplica, & per Sinum totum diuide, & exibit primum Inuentum; quod itidem multiplica per Sinum verſum lateris dati, & per totum etiam Sinum diuide, & exibit Inuentum ſecundum, cui adde ſemper Sinum verſum differentiæ vnius anguli dati à complemento alterius ad ſemicirculum. Vel, ſi mauis, poſtquam Inuentum ſecundum inueniſti, collige ambos angulos ſimul, & ſi aggregatum illorum defecerit à Quadrante, vel ſi excreuerit ſupra ſemicirculum; cum aggregato, ſiue cum exceſſu ſupra ſemicirculum ſume eius Sinum ſecundum, illumque coniunge cum Inuento ſecundo, & efficies Sinum exceſſus anguli quæſiti ſupra Quadrantem. Sed ſi aggregatum vtriuſque anguli dati ſuperauerit Quadrantem, licet non attingat ſemicirculum, cum exceſſu collige Sinum, & confer cum Inuento ſecundo, minorem numerum de maiore adferendo, vt relinquatur Sinus ſecundus anguli quæſiti. Sed ſimplicior eſt inquiſitio anguli per Sinus verſos, quàm per Sinus ſecundos, eſtque etiam hæc minùs intricata.

Exemplum primum congruens primo Exemplo Primi Modi.

		G	M	S		
Anguli dati	*A*	46	10	0	72136	*Sinus eorum.*
	B	60	0	0	86603	
					62472	*Inuentum primum.*
Latus datum A B		8	0	0	973	*Sinus eius verſus.*
					608	*Inuentum ſecundum.*
Complementum anguli B ad ſemicirculum		120	0	0		
Alter angulus A		46	10	0		
Differentia		73	50	0	72157	*Sinus eius verſus addendus Inuento ſecundo.*
Angulus quæſitus C		74	11	49	72765	*Sinus verſus prodiens.*

Vel ſic abſoluatur calculus per Sinus ſecundos.

Anguli dati	*A*	46	10	0		
	B	60	0	0		
Aggregatum angulorum		106	10	0	27843	*Sinus ſecundus, ſeu Sinus exceſſus.*
					608	*Inuentum ſecundum auferendum.*
Angulus C quæſitus		74	11	49	27235	*Sinus ſecundus pro ueniens.*

Secundum Exemplum conueniens cum ſecundo Primi modi.

Anguli dati	*A*	125	10	0	81748	*Sinus eius.*
	B	25	0	0	42262	
					34548	*Inuentum primum.*
Latus datum A B		52	10	0	39124	*Sinus eius verſus.*
					13517	*Inuentum ſecundum.*
Complementum anguli B ad ſemicirculum		155	0	0		
Alter angulus A		125	10	0		
Differentia		29	50	0	13252	*Sinus verſus eius adaedus Inuento ſecundo*
Angulus quæſitus C		42	55	9	26769	*Sinus verſus prodiens.*

Vel ſic compleatur calculus per Sinus ſecundos.

Anguli dati	*A*	125	10	0		
	B	25	0	0		
Aggregatum ipſorum		150	10	0	86748	*Sinus ſecundus, ſeu Sinus exceſſus.*
					13517	*Inuentum ſecundum auferendum.*
Angulus C quæſitus		42	51	9	73231	*Sinus ſecundus prouenient.*

Tertium Exemplum.

Anguli dati	*A*	60	0	0	86603	*Sinus eius.*
	B	133	50	0	72136	
					62472	*Inuentum primum.*
Latus A B datum		172	0	0	199027	*Sinus eius verſus.*

Inuentum

		1 2 4 3 3 6	*Inuentum ſecundum.*
Complementum anguli A ad ſemicirculum	120 0 0		
Alter angulus B	133 50 0		
Differentia	13 50 0	2 9 0 0	*Sinus eius verſus addendus ſecundo Inuento*
Angulus C quæſitus	105 48 16	1 2 7 2 3 6	*Sinus verſus proueniens.*

Vel ſic per Sinus ſecundos abſoluatur calculus.

Anguli dati { *A*	60 0 0		
B	133 50 0		
Aggregatum ipſorum	193 50 0		
Semicirculus auferendus	180 0 0		
	13 50 0	9 7 1 0 0	*Sinus 2. ſubtrahendus ab Inuento ſecundo.*
Angulus quæſitus C	105 48 16	2 7 2 3 6	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Tertius modus Vietæ per Tangentes, & Secantes.

FRanciſcus Vieta ſic hoc Problema enunciat.

,, Enimuerò duo Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod ſit ſub Tan-,, gentibus,quę pertinent ad complementa duorum angulorum. Alterum ſub eorundem complemen-,, torum ſecantibus. Et erit, vt exiens è ſecunda applicatione latitudo ad aggregatum, vel differen-,, tiam latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinus complementi lateris dati; ita Sinus totus ad ,, Sinum complementi anguli quæſiti.

Quod ſic explicamus, Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam vnius anguli dati; ita Secans ſecunda alterius anguli dati ad Inuentum primum. Moxque fiat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam vnius anguli dati; ita Tangens ſecunda alterius anguli dati ad Inuentum ſecundum; quod quidẽ confer cum Sinu ſecundo lateris dati facta vtriuſque additione, vel alterius ab altero ſubtractione, prout caſus expoſtulat, & Tabella ſequens admonet, & fiet tertium Inuentum. Poſtremò fiat, vt primum Inuentum ad hoc tertium Inuentum, ita Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

- Si latus datũ, quod angulis datis adiacet fuerit Quadrante
  - Minus, & anguli dati ſint affectionis
    - 1 Diuerſæ, ſumitur Aggregatum, & tunc Acutus
    - Eiuſdem; ſumitur Differentia. Et ſi Inuentum ſecundum fuerit Si nu ſecundo dati lateris
      - 2 minus; Acutus
      - 3 maius; Obtus⁹
  - Maius, & anguli dati ſint affectionis
    - Diuerſæ; ſumitur Differentia. Et ſi Inuentum ſecundum fuerit Si nu ſecundo dati lateris
      - 4 minus; Obtus⁹
      - 5 maius; Acutus
    - 6 Eiuſdem, ſumitur Aggregatum,& tunc Obtuſus
- } Erit angulus quæſitus.

Operationis

Operationis ſumma. Sumantur tam Secantes ſecundæ, quàm Tangentes ſecundæ vtriuſque anguli dati; lateris verò dati capiatur Sinus ſecundus. Multiplicentur primò inuicem Secantes ſecundæ amborum angulorum, & per totum Sinum fiat diuiſio, & producetur Inuentum primum. Ex multiplicatione autem Tangentium ſecundarum vtriuſque anguli, & per Sinum totum diuiſione reſultat Inuentum ſecundum; cum quo, & cum Sinu ſecundo lateris dati formatur Inuentum tertium iuxta varietatem caſuum ſuperioris Tabellæ. Hoc autem Inuentum tertium, vbi fuerit per integrum Sinum multiplicatum; &, quod hinc producitur, per totum Sinum diuiſum; producetur Sinus ſecundus anguli quæſiti.

Exemplum primum congruens primo ſuperiorum modorum.

		G	M	S		
Anguli dati	*A*	46	10	0	138628	*Secantes ſecundæ.*
	B	60	0	0	115470	
					160074	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Anguli ijdem dati	*A*	46	10	0	96008	*Tangentes ſecundæ.*
	B	60	0	0	57735	
Latus datum A B					55430	*Inuentum ſecundum.*
		8	0	0	99027	*Sinus eius ſecundus.*
					43597	*Inuentum tertium multiplicandum in totum.*
Angulus C quæſitus		74	11	49	27235	*Sinus ſecundus proueniens.*

Exemplum ſecundum congruens ſecundo ſuperiorum modorum.

Anguli dati	*A*	125	10	0	122327	*Secantes ſecundæ.*
	B	25	0	0	236620	
					289450	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Anguli ijdem dati	*A*	125	10	0	70455	*Tangentes ſecundæ.*
	B	25	0	0	214451	
Latus datum A B					151091	*Inuentum ſecundum.*
		52	30	0	60876	*Sinus eius ſecundus addendus.*
					211967	*Inuentum 3. multiplicandum in totum.*
Angulus C quæſitus		42	55	9	73231	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum tertium congruens cum tertio ſuperiorum modorum.

Anguli dati	*A*	60	0	0	138628	*Secantes ſecundæ.*
	B	133	50	0	115470	
					160073	*Inuentum primum pro diuiſore.*
Anguli ijdem dati	*A*	60	0	0	96008	*Tangentes ſecundæ.*
	B	133	50	0	57735	
Latus datum A B					55430	*Inuentum 2. ſubtrahend. à Sinu 2. lateris A B*
		172	0	0	99027	*Sinus eius ſecundus.*
					43597	*Inuentum tertium multiplicandum in totum*
Angulus C quæſitus		105	48	16	27236	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Quartus modus noſter ſupradicto Vietæ conformis.

SVppletur à nobis præcedens Vietæ modus; vt nulla in eo interueniat tædioſa diuiſio, tali ratione iuxta Theor. 41. Primi libri.

Enimuerò duo Rectangula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod fit ſub Tangentibus ſecundis datorum angulorum; alterum ſub Sinibus eorundemmet angulorum. Et erit, vt Sinus totus ad exeuntem è ſecunda applicatione latitudinem; ita aggregatum, vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Sinus ſecundi lateris dati ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Hoc eſt; fiat, vt Sinus totus ad Sinum vnius anguli dati; ita Sinus alterius anguli dati ad Inuentum primum; &, vt in ſuperiore, per ſecundas Tangentes eorundemmet angulorum colligatur ſecundum Inuentum; quin etiam & tertium Inuentum ſimiliter, vt ibi expreſſimus, cognoſcatur

Demum

Digitized by Google

Demum fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum; ita tertium Inuentum ad Sinum ſecundum anguli quæſiti,

Exemplum primum, quod eſt idem cum primo ſuperiorum modorum.

		G	M	S		
Anguli dati	A	46	10	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
	B	60	0	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Iidem anguli dati	A	46	10	0	9 6 0 0 8	*Tangentes ſecundæ.*
	B	60	0	0	5 7 7 3 5	
					5 5 4 3 0	*Inuentum ſecundum.*
Latus A B datum		8	0	0	9 9 0 2 7	*Sinus eius ſecundus.*
					4 3 5 9 7	*Inuentum 3. multiplicandum in primum.*
Angulus C quæſitus		74	11	49	2 7 2 3 6	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum ſecundum congruens ſecundo ſuperiorum modorum.

		G	M	S		
Anguli dati	A	125	10	0	8 1 7 4 8	*Sinus eorum.*
	B	25	0	0	4 2 2 6 2	
					3 4 5 4 8	*Inuentum primum.*
Iidem anguli dati	A	125	10	0	7 0 4 5 5	*Tangentes ſecundæ.*
	B	25	0	0	2 1 4 4 5 1	
					1 5 1 0 9 1	*Inuentum ſecundum.*
Latus datum A B		[illegible]	20	0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus addendus.*
					2 1 1 [illegible] 6 7	*Inuentum 3. multiplicatum in primum.*
Angulus C quæſitus		42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus ſecundus proueniens.*

Exemplum tertium conforme Tertio ſuperiorum modorum.

		G	M	S		
Anguli dati	A	60	0	0	7 2 1 3 6	*Sinus eorum.*
	B	133	50	0	8 6 6 0 3	
					6 2 4 7 2	*Inuentum primum.*
Iidem anguli dati	A	60	0	0	9 6 0 0 8	*Tangentes ſecundæ.*
	B	133	56	0	5 7 7 3 [illegible]	
					5 5 4 3 0	*Inuentum 2 ſubtrah. à Sinu 2 lateris A B*
Latus A B datum		172	0	0	9 9 0 2 7	*Sinus eius ſecundus.*
					4 3 5 9 7	*Inuentum tertium multipl. in totum.*
Angulus quæſitus C		105	48	16	2 7 2 3 6	*Sinus exceſſus ſupra Quadrantem.*

Quintus modus per Proſtaphæreſin Sinuum:

CVm datis ipſis angulis abſoluatur Sinuum Proſtaphæreſis ſecundum vnam vel alteram formam; vt ex ea habeatur primum Inuentum, quod ſanè per Sinum verſum lateris dati multiplica, & per totum Sinum partire: nam numerus inde exiens erit Inuentum ſecundum. Hoc autem auferas à Sinu differentiæ laterum, ſi priorem Proſtaphæreſis formam ſequutus fuiſti; ſeu à Sinu aggregati laterum, ſi poſteriorẽ Proſtaphæreſis modũ obſeruaſti, & vtroque modo emerget Sinus ſecundus anguli quæſiti, dummodo Inuentum ſecundum non ſit maius dicto Sinu aggregati, tunc enim Sinus aggregati auferendus erit ab illo, vt relinquatur Sinus exceſſus ſupra Quadrantem anguli quæſiti.

Exemplum primum, vt ſupra.

Anguli dati	A	46	10	0		
	B	60	0	0		
Differentia	*laterum*	13	50	0	9 7 1 0 0	*Sinus ſecundi.*
Aggregatum		106	10	0	2 7 8 4 3	
					1 2 4 9 4 3	*Aggregatum ex Sinibus.*
					6 2 4 7 2	*Dimidium, id eſt Inuentum primum.*
Latus datum A B		8	0	0	9 7 3	*Sinus eius verſus.*
					6 0 8	*Inuentum ſecundum auferen. à Sinu aggreg.*
Angulus C quæſitus		74	11	49	2 7 2 3 5	*Sinus ſecundus proueniens.*

Digitized by Google

Exemplum Secundum.

		G	M	S		
Anguli dati	*A*	125	10	0		
	B	25	0	0		
Differentia	*dictorum angulorũ*	100	10	0	17651	*Sinus eorum ſecundi.*
Aggregatum		150	10	0	86748	
					69097	*Differentia Sinuum.*
					34548	*Dimidium, id eſt Inuentum primum.*
Latus datum A B		52	30	0	39124	*Sinus eius verſus.*
					13517	*Inuentum ſecundum auferen. à Sinu aggreg.*
Angulus C quæſitus		42	55	9	73231	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum Tertium.

		G	M	S		
Anguli dati	*A*	60	0	0		
	B	133	50	0		
Differentia		73	50	0	27843	*Sinus eorum ſecundi.*
Aggregatum		193	50	0	97100	
					124943	*Aggregatum è Sinibus.*
					62472	*Dimidium, id eſt Inuentum primum.*
Latus A B datum		172	0	0	192017	*Sinus eius verſus.*
					124336	*Inuentum ſecundum.*
					97100	*Sinus aggregati ſubtra'endus.*
Angulus C quæſitus		105	48	16	27236	*Sinus exceſſus ſupra Quadra ...*

Sextus modus per Tabulam generalem iuxta ſtylum Primi modi.

Seruat hic modus partitionem Trianguli Obliquanguli in duo Rectangula, veluti in primo modo præcepimus.

Ingredere itaque Tabulam Generalem cum Baſe, ſeu latere dato, & cum angulo dato; & excerpe numerum arealem pro Inuento primo. Ingredere ſecundò eandemmet Tabulam arealiter, ſumendo in calce Inuentum primum, ſeu in latere dextro, & in area eiuſdem columnæ complementum prædicti anguli dati, & excipies à latere ſiniſtro, vel in fronte Inuentum ſecundum. Cuius quidem ſecundi Inuenti, & reliqui anguli dati ſume per ſubtractionem minoris à maiore differentiam, quam vocamus Inuentum tertium. Poſtremò ingredere lateraliter eandemmet Tabulam cum hoc Inuento tertio, & cũ Inuento primo; reperiendo ſcilicet Inuentum tertium in fronte Tabulæ, & Inuentum primum à latere dextro; vel reperiendo Inuentum tertium à latere ſiniſtro, & Inuentum primum in calce Tabulæ, & numerus in area patens erit complementum anguli quæſiti.

Exemplum Primum.

	G	M	S		
Latus datum, ſeu Baſis A B	8	0	0	*in fronte*	*primæ Tabulæ.*
Angulus vnus datus B	60	0	0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum primum in area ſumptum	6	55	21	*à latere dextro*	*primæ Tabulæ.*
Complementum eiuſdem anguli B	30	0	0	*in area*	
Inuentum ſecundum	30	14	38		
Angulus alter A datus	46	10	0		
Differentia per ſubtractionem, ſeu Inuentum tertium	15	15	22	*Ingreſſus lateralis.*	
Inuentum primum, ſicut ſupra	6	55	21		
Complementum anguli quæſiti	15	48	11	*in area comperti.*	
Angulus quæſitus C	74	11	49		

Exemplum Secundum.

	G	M	S		
Latus datum, ſeu Baſis A B	52	30	0	*à latere ſiniſtro*	*primæ Tabulæ.*
Angulus vnus datus B	25	0	0	*in fronte*	
Inuentum primum in area ſumptum	19	35	24		

	G M S	
Complementum anguli dati B	65 0 0	*in area* } *primæ Tabulæ.*
Idem primum Inuentum	19 35 24	*à latere dextro*
Inuentum ſecundum in fronte ſumptum	74 9 8	
Alter angul[illegible] datus A	125 10 0	
[illegible] Inuentum tertium	51 0 52	*in fronte* } *primæ Tabulæ.*
Inuentum primum, vt ſupra	19 35 24	*à dextro latere*
Numerus in area compertus	47 4 51	
Complementum erit Angulus C quæſitus	42 55 9	

Exemplum Tertium.

Latus datum, ſeu Baſis A B, i. complementum A B	8 0 0	*in fronte* } *primæ Tabulæ.*
Angulus eius datus B, ſeu D	60 0 0	*à latere ſiniſtro*
Inuentum primum ex area ſumptum	6 55 21	*à latere dextro* } *primæ Tabulæ.*
Complementum eiuſdem anguli D	30 0 0	*in area*
Inuentum ſecundum	30 14 38	
Alterius anguli A complementum ad ſemicirculum	46 10 0	
Differentia, id eſt Inuentum tertium	15 55 22	
Inuentum primum, vt ſupra	6 55 21	
Numerus in area repertus addendus Quadranti	15 48 11	
Angulus C quæſitus	105 48 11	

Septimus modus per eandem Tabulam generalem, ſed non ſine Sinibus verſis.

DEducimus hunc modum ex ſecundo modo huius. Collige Inuentum primum per ingreſſum lateralem cum duobus angulis datis, & cum latere dato accipe arcum arealem in ſerie Sinuum verſorum, quem pone ad ingreſſum lateralem cum primo Inuento, colligendo numerum in area, qui reperiendus eſt in area ſeriei Sinuum verſorum, accipiendo adiacentem ei Sinuum verſum, qui dicitur Inuentum ſecundum, cui ſemper adde Sinum verſum differentiæ vnius anguli dati à complemento alterius ad ſemicirculum, & prodibit Sinus verſus anguli quæſiti, cuius arcus depromitur ex Tabula Sinuum verſorum. Vt in hoc Exemplo.

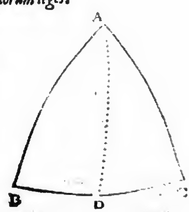
Anguli dati { *A*	46 10 0		*in fronte* } *primæ Tabulæ.*
{ *B*	60 0 0		*à latere ſiniſtro*
Inuentum primum	38 39 40		*à latere ſiniſtro* } *primæ Tabulæ.*
Numerus ex area Sinuum verſorum cum latere dato grad. 8. deſumptus	0 33 27		*in fronte*
Numerus in area collectus	0 20 53	6 0 8	*Sinus eius verſus, id eſt Inuentum 2.*
Complementum anguli B ad ſemicirculum	120 0 0		
Alter angulus A	46 10 0		
Differentia	73 50 0	7 2 1 5 7	*Sinus eius verſus A.*
Angulus C quæſitus	74 11 49	7 2 7 6 5	*Sinus verſus prodiens.*

P R O B L E M A V I.

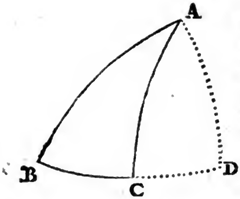
Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere eis interiacente, reliqua latera cognoſcere.

Primus modus per Triangulorum Rectangulorum leges.

PRopoſitum Triangulum A B C Obliquangulum duos habeat notos angulos A, & B, cum latere eis interiacente A B, & quæratur quoduis reliquorum laterum, puta A C. Ab angulo itaque A quærendo lateri adiacenti deducatur perpendicularis arcus A D in aduerſum latus B C, vt prodeant duo Triangula Rectangula A D B, A D C, atque primùm aſſumpto Triangulo A D B, ex latere noto A B pro eius Baſi cum angulo B dato colligatur per primum Problema Tertij perpendicularis arcus A D, quem primum Inuentum vocamus; ſicut factum fuit in præcedente Problemate. Secundò ex hoc primo Inuento, & angulo dato exploretur per ſeptimum Problema eiuſdem Tertij angulus B A D, cui nomen eſto Inuentum ſecundum.



Qui



Qui angulus ſi fuerit minor altero angulo A dato, perpendicularis arcus cadit intra Triangulum, vt in prima figura; ſin erit maior, extra, vt in ſecunda. Tertiò per ſubtractionem minoris de maiore, his angulis collatis, cognoſcatur angulus D A C, cum quo tandem, & cum primo Inuento A D per vndecimum Problema Tertij, obtinebitur quæſitum latus A C.

Primò itaque fiat, vt Sinus totus ad Sinum lateris A B dati, ita Sinus vnius anguli B dati, qui quæſito lateri opponitur, ad Sinum, cuius arcus dicitur primum Inuentum.

Secundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem Inuenti primi; ita Sinus ſecundus eiuſdemmet anguli B dati ad Sinum, cuius angulus dicitur Inuentum ſecundum, qui angulus ſi fuerit minor altero angulo dato A, ſubducatur ab illo, ſed ſi maior tollatur angulus A ab ipſo inuento angulo, & prodibit Inuentum tertium, nempe angulus B A C. Ad extremum fiat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Inuenti primi, ita Sinus ſecundus tertij Inuenti ad Tangentem lateris quæſiti ſecundam.

Summa Operationis. Ducatur Sinus lateris dati in Sinum anguli quæſito lateri oppoſiti, & poſt abiectionem quinque cifrarum, remanebit Sinus, cuius arcus dicitur primum Inuentum; cuius Secans multiplicetur in Sinum ſecundum eiuſdemmet anguli, & abiectis quinque notis, remanebit Sinus, cuius arcus dicitur Inuentum ſecundum. Huius accipe differentiam ab altero angulo dato, qui quæſito lateri adiacet; cuius differentiæ, quam tertium Inuentum appellamus, Sinus ſecundus poſtremò ducatur in Tangentem ſecundam primi Inuenti, & prodibit poſt abiectionem quinque cifrarum Tangens lateris quæſiti ſecunda.

Primum Exemplum.

ESto latus datum A B gr. 50. angulus verò B gr. 30. cui opponitur quæſitum latus; alter verò angulus A, qui eidem lateri adiacet, ſit gr. 102. 53′. 31″. Vt in ſubiecto calculo apparet.

	G M S		
Latus datum A B	50 0 0	7 6 6 0 4	} Sinus eorum.
Angulus B datus quæſito lateri oppoſitus	30 0 0	5 0 0 0 0	
Inuentum primum A D	22 31 16	3 8 3 0 2	*Sinus prodiens.*
		1 0 8 2 5 5	*Secans primi Inuenti.*
Idem angulus B datus	30 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B A D	69 38 20	9 3 7 5 2	*Sinus prodiens.*
Alter angulus A datus	102 53 31		
Differentia vtriuſque i. Inuentum tertium	33 15 11	8 3 6 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum A D, vt ſupra	22 31 16	2 4 1 1 7 0	*Tangens eius ſecunda.*
Latus quæſitum A C	26 22 0	2 0 1 6 8 1	*Tangens vltimo proueniens ſecunda.*

Secundum Exemplum.

Latus datum A B	58 0 0	8 4 8 0 5	} Sinus eorum.
Angulus datus B quæſito lateri oppoſitus	70 53 17	9 4 4 9 0	
Inuentum primum A D	53 15 23	8 0 1 3 2	*Sinus prodiens*
		1 6 7 1 5 8	*Secans prim. Inuenti.*
Idem angulus B datus	70 53 17	3 2 7 4 1	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B A D	33 11 0	5 4 7 3 1	*Sinus prodiens.*
Alter angulus A datus	52 30 0		
Differentia vtriuſque, ſeu Inuentum tertium	19 19 0	9 4 3 7 1	*Sinus eius ſecundus*
Inuentum primum, vt ſupra	53 15 23	7 4 6 5 4	*Tangens eius ſecunda.*
Latus quæſitum A C	54 50 4	7 0 4 5 2	*Tangens ſecunda vltimò prodiens.*

Secundus modus.

FRanciſcus Vieta ſic hoc Problema ſoluit.

„ Enimuerò angulus, cui latus quærendum opponitur, è datis primus eſto. Duo igitur Rectan-
„ gula ſigillatim applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod fit ſub Sinu complementi lateris dati, &
„ Tangente complementi dicti anguli 1[i]. Alterum ſub Sinu ipſius lateris dati, & Secante complementi

Digitized by Google

„ eiuſdem anguli ſecundi. Et erit, vt exiens è prima applicatione latitudo ad aggregatum, vel diffe-
„ rentiam latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Tangentis complementi anguli primi, ita Si-
„ nus totus ad Tangentem complementi lateris quæſiti.

Hoc eſt; Fiat, vt Sinus totus ad Sinum lateris dati, ita Secans ſecunda anguli adiacentis quæſito lateri ad Inuentũ primum, deinde iterum vt Sinus totus ad Sinũ ſecundum eiuſdem lateris dati, ita Tangens ſecunda dati anguli adiacentis quæſito lateri ad Inuentum ſecundum. Quod ſecundum Inuentum conferas cum Tangente ſecunda alterius anguli quæſito lateri oppoſiti, ſumendo aggregatum ex vtroque, vel eorundem differentiam, ſicut admonet ſequens Tabella, & conficietur Inuentum tertium. Tandem fiat, vt primum Inuentum ad tertium, ita Sinus totus ad Tangentem ſecundam lateris quæſiti.

Summa Operationis. Accipe cum latere dato tam Sinum primum, quàm ſecundum, & accipe tam anguli primi, cuius latus oppoſitum quæritur, quàm anguli ſecundi Tangentem ſecundam, atque etiam anguli ſecundi cape Secantem ſecundam: poſtea multiplica inuicem Sinum lateris dati, & Secantem ſecundam anguli adiacentis, & per totum Sinum diuide, & exiet Inuentum primum. Deinde multiplica Sinum ſecundum eiuſdem lateris dati in Tangentem ſecundam dati anguli adiacentis, & per totum Sinum diuide, & relinquetur Inuentum ſecundum, quod confer cum Tangente ſecunda primi anguli, cuius latus oppoſitum quæritur; vt per eorum additionem, vel ſubtractionem iuxta varietatẽ ſequentis Tabellæ prodeat tertium Inuentum; quod per totum Sinum ducas, & per primum Inuentum diuide; nam exibit Tangens ſecunda lateris quæſiti.

Si angulus primus, cui latus quæſitum opponitur, fuerit
- Acutus; angulus verò ſecundus & latus datũ fuerint inter ſe affectionis
  - 1 Eiuſdem; ſumatur Aggregatum ex ſecundo Inuento, & ex Tangente ſecunda anguli primi; & tunc minus
  - Diuerſæ; ſumatur Differentia inter Tangẽtem ſecundam primi anguli, & Inuentum ſecundum. Quòd ſi Inuentum ſecũdum fuerit Tangente ſecunda primi anguli
    - 2 minus; & min⁹
    - 3 maius; & mai⁹
- Obtuſus; angulus verò ſecundus, & latus datum fuerint inter ſe affectionis
  - Eiuſdem; ſumitur Differentia iam dicta. Et ſi Inuentum ſecũdum fuerit Tangente ſecũda primi anguli
    - 4 minus; & mai⁹
    - 5 maius; & min⁹
  - 6 Diuerſæ, ſumatur Aggregatum, & tunc maius

Quadrante erit latus quæſitum.

Primum Exemplum.

Eſto datum latus ◡AB graduum 50. & angulus primus B graduum 30. Cuius latus oppoſitum quæritur; alter vero angulus ſecundus ◡A graduum 102.53.31''. Cuius complementum ad ſemicirculum, ſit graduum 77.6'.29''.

Angulus

	G	M	S		
Angulus B datus primus	30	0	0	173205	Tangens ſecunda eius.
Latus datum AB	50	0	0	76604	Sinus eius.
Angulus alter A	77	6	29	102586	Secans eius ſecunda.
				78585	Inuentum primum.
Idem latus AB datum	50	0	0	64279	Sinus eius ſecundus.
Idem angulus alter A	77	6	29	22887	Tangens eius ſecunda.
				14712	Inuentum 2. ſubtrab: d Tangente 2. pri.ang.
				158493	Inuentum tertium.
AC latus quaſitum	26	22	0	201685	Tangens ſecunda proueniens.

Secundum Exemplum.

Angulus B oppoſitus quaſito lateri AC	70	53	17	34652	Tangens eius ſecunda.
Latus datum AB	58	0	0	84805	Sinus eius.
Angulus ei adiacens A	52	30	0	126047	Secans eius ſecunda.
				106894	Inuentum primum.
Idem latus AB	58	0	0	52992	Sinus eius ſecundus.
Idem angulus A adiacens	52	30	0	76733	Tangens eius ſecunda.
				40662	Inuentum 2. adden Tangenti 2. anguli B
				75314	Inuentum tertium
Latus AC quaſitum	54	50	0	70456	Tangens ſecunda prodiens.

Tertius modus, noſter ſuperiorem ſecundum imitans.

REdditur ſuperior modus Vietæ à nobis expeditiſſimus, euitando tædioſas diuiſiones tali pacto, ſequendo ipſius ſtylum; iuxta Theor. 41. Primi libri.

Duo igitur Rectangula applicabuntur ad Sinum totum. Vnum, quod fit ſub Sinu ſecundo lateris dati, & Tangente ſecunda dati anguli ſecundi. Alterum ſub Secante ſecunda ipſiuſmet lateris dati, & Sinu anguli eiuſdem ſecundi. Et erit, vt Sinus totus ad exeuntem ex ſecunda applicatione latitudinem; ita aggregatum, vel differentia latitudinis ex prima applicatione oriundæ, & Tangente ſecunda anguli primi ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Hoc eſt; fiat, vt Sinus totus ad Sinum anguli adiacentis quęſito lateri; ita Secans ſecunda lateris dati ad Inuentum primum. Deinde, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum eiuſdem lateris dati; ita Tangens ſecunda dati anguli adiacentis ad ſecundum Inuentum. Ex quo, & Tangente ſecunda alterius conficiatur, vt in ſuperiore modo, Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum; ita tertium Inuentum ad Tangentem ſecundam lateris quæſiti.

Exemplum Primum idem cum Primo ſuperioris modi.

Angulus primus oppoſitus quaſito lateri	30	0	0	173205	Tangens eius ſecunda.
Latus datum AB	50	0	0	130541	Secans eius ſecunda.
Angulus alter A adiacens	77	6	29	97470	Sinus eius.
				127251	Inuentum primum.
Latus datum AB	50	0	0	64279	Sinus eius ſecundus.
Angulus alter A	77	6	29	22887	Tangens eius ſecunda.
				147[illegible]2	Inuentum 2 ſubtrah: à Tãgente 2. primi ang.
				158493	Inuentum tertium.
Latus quaſitum AC	26	22	0	201685	Tangens ſecunda proueniens.

Exemplum ſecundum conueniens cum ſecundo ſuperioris modi.

Angulus B oppoſitus quaſito lateri	70	53	17	34652	Tangens eius ſecunda.
Latus datum AB	58	0	0	117918	Secans eius ſecunda.
Angulus ei adiacens A	52	30	0	79335	Sinus eius.
				93550	Inuentum primum.
Idem latus AB	58	0	0	52992	Sinus eius ſecundus.
Idem angulus A adiacens	52	30	0	76733	Tangens eius ſecunda.

40662 In-

Digitized by Google

		4 0 6 6 2	*Inuentum 2. addendum Tangenti 2. ang. B*
		7 5 2 1 4	*Inuentum tertium.*
Latus AC quæſitum	54 50 0	7 0 4 5 6	*Tangens ſecunda prouens.*

Quartus modus per Tabulas Analogiarum.

Accede primò ad Generalem Tabulam, & facto in eam ingreſſu laterali cum latere dato A B, & cum angulo B, qui quæſito lateri opponitur, ſumendo vnum ex his numeris in capite, & alium à ſiniſtro latere, elicies ex area Inuentum primum; hoc iterum vel in calce, vel à latere dextro accipe, & complementum anguli B in area, & in fronte, vel à ſiniſtro latere dabitur Inuentum ſecundum. Quod Inuentum ſecundum elici etiam poteſt ex Tabula ſecundæ Analogiæ, facto in eam ingreſſu cum primo Inuento in fronte, & cum dicto angulo B dato à dextro latere. Hoc autem ſecundum Inuentum confer cum altero angulo A dato, vt per ſubtractionem minoris de maiore pateat Inuentum tertium. Poſtremò hoc tertium Inuentum quæres in calce tertiæ Tabulæ, & à dextro latere primum Inuentum, atque in area habebis complementum lateris quæſiti AC. Poſſumus etiam obtinere quæſitum latus per eadem duo Inuenta, hoc eſt per primum, & tertium ex Tabula Generali, ſed duplicato ingreſſu, ad eundem modum ſicut diximus Problemate vndecimo Tertij libri huius.

Exemplum primum, idem cum primo ſuperiorum modorum.

	G M S		
Angulus datus B quæſito lateri oppoſitus	30 0 0	*in fronte*	*Prima Tabula.*
Latus AB datum	50 0 0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum primum AD in area ſumptum	22 31 16	*à latere dextro*	*Prima Tabula.*
Complementum eiuſdem anguli B	60 0 0	*in area*	
Inuentum ſecundum in fronte aſſumptum	69 38 20		

Vel inueniemus primum Inuentum ſic.

Inuentum primum	22 31 6	*in fronte*	*Secundæ Tabula.*
Angulus datus B	30 0 0	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum in area ſumptum	69 38 0		
Alter angulus datus A	101 53 31		
Differentia vtriuſque, ideſt Inuentum tertium	33 15 0	*in calce*	*Tertia Tabula.*
Inuentum primum, vt ſupra	22 31 16	*à dextro latere*	
Numerus in area compertus	63 38 0		
Complementum eius, ideſt latus quæſitum AC	26 22 0		

Exemplum ſecundum congruens ſecundo ſuperiori.

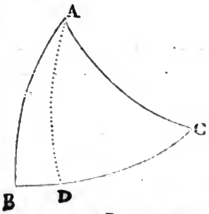
Angulus datus B quæſito lateri oppoſitus	70 53 17	*à latere ſiniſtro*	*Primæ Tabulæ*
Latus AB datum	58 0 0	*in fronte*	
Inuentum primum AD in area collectum	53 15 23	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Idem angulus B	70 53 17	*à latere dextro*	
Numerus in area acceptus	56 49 0		
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum	33 11 0		
Alter angulus datus A	52 30 0		
Differentia, ideſt Inuentum tertium	19 19 0	*in calce*	*Tertia Tabula.*
Inuentum primum	53 15 23	*à latere dextro*	
Numerus ex area deſumptus	35 10 0		
Complementum eius, ideſt latus quæſitum AC	54 50 0		

PROBLE-

Digitized by Google

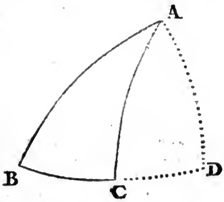
PROBLEMA VII.

Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli alteri dato lateri oppoſiti, latus ipſum tertium explorare.



IN Triangulo Obliquangulo A B C ſint data duo latera A B, A C cum angulo B vni ex dictis lateribus, puta A C, oppoſito. Sit autem ex his adinueniendum reliquum latus B C. Hoc vtique fieri nequit, niſi ſpecie datus ſit alter angulus C alteri dato lateri A B oppoſitus, hoc eſt, an ſit obtuſus, an verò acutus, per ea quæ diximus Capite ſexto Primi libri numero quarto. Etenim cùm ad ſolutionem huiuſmodi quæſiti opus ſit, perpendicularem arcum ab angulo A, quem data latera comprehendunt, in latus B C non datum demittere; ignorabitur vtique, an intra Triangulum, an verò extra cadat. Attamen cognita ſpecie ipſius anguli C, nullum ſuboriri poteſt dubium. Enimuerò cùm duo anguli B, & C ſimul acuti ſunt, vel ſimul obtuſi, perpendicularis arcus A D intra Triangulum decidet. Quòd ſi alter ipſorum angulorum eſſet acutus, & alter obtuſus, neceſſariò dictus perpendicularis arcus A D occurret extra Triangulum, vt diximus in dicto Capite ſexto.

Iam igitur ad quæſiti ſolutionem deueniamus, & demus primò caſum ipſius perpendicularis arcus A D intra Triangulum; vt videre licet in prima figura.



Primus modus.

IN Triangulo Rectangulo A D B rectum ad D habente angulum, datur Baſis A B cum vno angulo B. Ex his autem per Primum Problema Tertij libri cognoſcetur latus A D pro primo Inuento: & ſecundò per 8. Probl. eiuſdem Tertij ex eadem data Baſi A B, & primo Inuento A D innoteſcet latus B D, quod ſecundum Inuentum nominamus. Tertiò ex altero latere dato A C, & primo Inuento A D addiſcemus per idem octauum Problema Tertij latus D C pro Inuento tertio. Poſtremò verò ſi perpendicularis arcus cadit intra Triangulum, coniungemus ſecundum Inuentum B D, & tertium Inuentum D C pro latere quæſito B C, vt patet in prima figura. Quòd ſi perpendicularis arcus ceciderit extra Triangulum, vt in ſecunda figura, auferemus tertium Inuentum D C à ſecundo Inuento B D, vt relinquatur quæſitum latus B C.

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum lateris dato angulo adiacentis; ita Sinus anguli dati ad Sinum primi Inuenti, ideſt perpendicularis arcus. Secundò, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti; ita Sinus ſecundus eiuſdem dati lateris ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi. Tertiò fiat, vt Sinus totus ad Secantem eandem primi Inuenti; ita Sinus ſecundus alterius dati lateris ad Sinum ſecundum Inuenti tertij; ex quo ipſum tertium Inuentum dabitur; quod additum Inuento ſecundo, ſi perpendicularis cadit intra Triangulum, vel ſublatum ab eodem, ſi cadet extra, producet latus ipſum quæſitum.

Primum Exemplum.

IN Triangulo Obliquangulo priore A B C, data ſint duo latera; nempe A B graduum 54.50'. & A C graduum 43.20'42". cum angulo B, qui huic ſecundo lateri opponitur graduum 52.30'. & cognitus ſit angulus C acutus. Ex his inquiro ad hunc modum tertium latus B C.

	G M S		
Latus A B primum	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum, nempe A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*

131375 Se-

Digitized by Google

Primi Mobilis

		4 0 6 6 2	*Inuentum 2. addendum Tangenti 2. ang. B*
		7 5 2 1 4	*Inuentum tertium.*
Latus AC quæſitum	54 50 0	7 0 4 5 6	*Tangens ſecunda proueniens.*

Quartus modus per Tabulas Analogiarum.

Accede primò ad Generalem Tabulam, & facto in eam ingreſſu laterali cum latere dato A B, & cum angulo B, qui quæſito lateri opponitur, ſumendo vnum ex his numeris in capite, & alium à ſiniſtro latere, elicies ex area Inuentum primum; hoc iterum vel in calce, vel à latere dextro accipe, & complementum anguli B in area, & in fronte, vel à ſiniſtro latere dabitur Inuentum ſecundum. Quod Inuentum ſecundum elici etiam poteſt ex Tabula ſecundæ Analogiæ, facto in eam ingreſſu cum primo Inuento in fronte, & cum dicto angulo B dato à dextro latere. Hoc autem ſecundum Inuentum confer cum altero angulo A dato, vt per ſubtractionem minoris de maiore pateat Inuentum tertium. Poſtremò hoc tertium Inuentum quæres in calce tertiæ Tabulæ, & à dextro latere primum Inuentum, atque in area habebis complementum lateris quæſiti AC. Poſſumus etiam obtinere quæſitum latus per eadem duo Inuenta, hoc eſt per primum, & tertium ex Tabula Generali, ſed duplicato ingreſſu, ad eundem modum ſicut diximus Problemate vndecimo Tertij libri huius.

Exemplum primum, idem cum primo ſuperiorum modorum.

	G M S		
Angulus datus B quæſito lateri oppoſitus	30 0 0	*in fronte*	*Primæ Tabulæ.*
Latus AB datum	50 0 0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum primum AD in area ſumptum	22 31 16	*à latere dextro*	*Primæ Tabulæ.*
Complementum eiuſdem anguli B	60 0 0	*in area*	
Inuentum ſecundum in fronte aſſumptum	69 38 20		

Vel inueniemus primum Inuentum ſic.

Inuentum primum	22 31 6	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Angulus datus B	30 0 0	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum in area ſumptum	69 38 0		
Alter angulus datus A	102 53 31		
Differentia vtriuſque, ideſt Inuentum tertium	33 15 0	*in calce*	*Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum, vt ſupra	22 31 16	*à dextro latere*	
Numerus in area compertus	63 38 0		
Complementum eius, ideſt latus quæſitum AC	26 22 0		

Exemplum ſecundum congruens ſecundo ſuperiori.

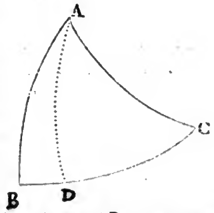
Angulus datus B quæſito lateri oppoſitus	70 53 17	*à latere ſiniſtro*	*Primæ Tabulæ*
Latus AB datum	58 0 0	*in fronte*	
Inuentum primum AD in area collectum	53 15 23	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Idem angulus B	70 53 17	*à latere dextro*	
Numerus in area acceptus	56 49 0		
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum	33 11 0		
Alter angulus datus A	52 30 0		
Differentia, ideſt Inuentum tertium	19 19 0	*in calce*	*Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum	53 15 23	*à latere dextro*	
Numerus ex area deſumptus	35 10 0		
Complementum eius, ideſt latus quæſitum AC	54 50 0		

PROBLE-

Digitized by Google

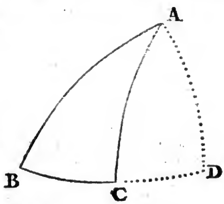
PROBLEMA VII.

Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli alteri dato lateri oppoſiti, latus ipſum tertium explorare.



IN Triangulo Obliquangulo A B C ſint data duo latera A B, A C cum angulo B vni ex dictis lateribus, puta A C, oppoſito. Sit autem ex his adinueniendum reliquum latus B C. Hoc vtique fieri nequit, niſi ſpecie datus ſit alter angulus C alteri dato lateri A B oppoſitus, hoc eſt, an ſit obtuſus, an verò acutus, per ea quæ diximus Capite ſexto Primi libri numero quarto. Etenim cùm ad ſolutionem huiuſmodi quæſiti opus ſit, perpendicularem arcum ab angulo A, quem data latera compræhendunt, in latus B C non datum demittere; ignorabitur vtique, an intra Triangulum, an verò extra cadat. Attamen cognita ſpecie ipſius anguli C, nullum ſuboriri poteſt dubium. Enimuerò cùm duo anguli B, & C ſimul acuti ſunt, vel ſimul obtuſi, perpendicularis arcus A D intra Triangulum decidet. Quòd ſi alter ipſorum angulorum eſſet acutus, & alter obtuſus, neceſſariò dictus perpendicularis arcus A D occurret extra Triangulum, vt diximus in dicto Capite ſexto.

Iam igitur ad quæſiti ſolutionem deueniamus, & demus primò caſum ipſius perpendicularis arcus A D intra Triangulum; vt videre licet in prima figura.



Primus modus.

IN Triangulo Rectangulo A D B rectum ad D habente angulum, datur Baſis A B cum vno angulo B. Ex his autem per Primum Problema Tertij libri cognoſcetur latus A D pro primo Inuento: & ſecundò per 8. Probl. eiuſdem Tertij ex eadem data Baſi A B, & primo Inuento A D innoteſcet latus B D, quod ſecundum Inuentum nominamus. Tertiò ex altero latere dato A C, & primo Inuento A D addiſcemus per idem octauum Problema Tertij latus D C pro Inuento tertio. Poſtremò verò ſi perpendicularis arcus cadit intra Triangulum, coniungemus ſecundum Inuentum B D, & tertium Inuentum D C pro latere quæſito B C, vt patet in prima figura. Quòd ſi perpendicularis arcus ceciderit extra Triangulum, vt in ſecunda figura, auferemus tertium Inuentum D C à ſecundo Inuento B D, vt relinquatur quæſitum latus B C.

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum lateris dato angulo adiacentis; ita Sinus anguli dati ad Sinum primi Inuenti, id eſt perpendicularis arcus. Secundò, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti; ita Sinus ſecundus eiuſdem dati lateris ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi. Tertiò fiat, vt Sinus totus ad Secantem eandem primi Inuenti; ita Sinus ſecundus alterius dati lateris ad Sinum ſecundum Inuenti tertij; ex quo ipſum tertium Inuentum dabitur; quod additum Inuento ſecundo, ſi perpendicularis cadit intra Triangulum, vel ſublatum ab eodem, ſi cadet extra, producet latus ipſum quæſitum.

Primum Exemplum.

IN Triangulo Obliquangulo priore A B C, data ſint duo latera; nempe A B graduum 54.50'. & A C graduum 43.20'42". cum angulo B, qui huic ſecundo lateri opponitur graduum 52.30'. & cognitus ſit angulus C acutus. Ex his inquiro ad hunc modum tertium latus B C.

	G M S		
Latus A B primum	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum, nempe A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*

131375 Se-

Digitized by Google

		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Latus idem A B primum	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum, nempe B D	40 49 38	7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Latus alterum A C ſecundum	43 20 42	7 2 7 2 3	*Sinus ſecundus.*
Inuentum tertium D C addendum ſecundo	17 10 22	9 5 5 4 0	*Sinus ſecundus prouenien s.*
Latus quæſitum B C	58 0 0		

Secundum Exemplum.

SEd eſto nunc Triangulum aliud A B C, in quo, vt prius, innoteſcant duo latera, nimirum A B gr. 54.50'. A C gr. 42.55'.9". & angulus vnus B datus ſit gr. 52.30'. alius verò ſpecie datus ſit, id eſt obtuſus: prodit itaque ex his datis aliud latus ignotum B C. Vt hic ſequitur.

Latus A B primum.	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus datus B adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum; nempe A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Latus A B primum	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum, nempe B D	40 49 38	7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Latus alterum A C ſecundum	42 55 9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum tertium C D ſubtrah: a ſecundo	15 49 38	9 6 2 0 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latus tertium quæſitum B C	25 0 0		

Secundus modus.

IN eodem Triangulo Rectangulo A D B, cùm detur Baſis A B vnà cum angulo B, dabitur ex 10. Problem. Tertij latus B D. Deinde cùm ex Theoremate quadrageſimoſeptimo Primi libri ſit proportio Sinus ſecundi lateris A B ad Sinum ſecundum lateris A C, ſicut Sinus ſecundi lateris B D ad Sinum ſecundum lateris D C, cumque tres termini priores haberi poſſint, eò quia duo latera A B, A C data ſunt, & latus B D ex 10. Problemate Tertij innotuit, idcirco cognoſcetur latus D C pro quarto termino, & operatio quidem erit expeditior, per opus duplicis multiplicationis iuxta compendium ſecundum Capitis tertij Primi libri, accipiendo pro Sinu ſecundo lateris A B eiuſdem Secantem. Latus verò D C, ſicut in ſuperiore modo, additum vel ſublatum à latere B D primo Inuento, patefacit latus quæſitum B C.

Fiat itaque primò. Vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli dati, ita Tangens vnius lateris dati ad Tangentem primi Inuenti; cuius accipe Sinum ſecundum, eumq; multiplica in Sinum ſecundum alterius dati lateris; & à producto reijce quinque notas, vt relinquatur numerus ducendus in Secantem primi lateris; & numero enaſcenti adime rurſus quinque notas, & relinquetur tandem Sinus ſecundus lateris D C addendi, vel auferendi à latere B D primo Inuento, vt diximus ſupra; vt prodeat tandem quæſitum latus B C.

Exemplum Primum.

DAta ſint, ſicut ſupra, duo latera; nempe A B graduum 54.50'. & latus A C graduum 43.20'.42". cum angulo B huic poſteriori lateri oppoſito; qui angulus erit graduum 52.30'. Ex his omnibus datis colligitur tertium latus, ſicut in ſequenti calculo demonſtrabimus.

	G M S		
Angulus datus B	52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Latus datum A B	54 50 0	1 4 1 9 3 4	*Tangens eius.*
Inuentum primum, nempe latus B D	40 49 38	8 6 4 0 4	*Tangens proueniens.*
		7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus primi Inuenti.*
Latus aliud A C	43 20 42	7 2 7 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum		5 5 0 2 7	*Numerus prodiens.*
Latus A B primò acceptum	54 50 0	1 7 3 6 2 4	*Secans eius.*
Inuentum tertium addendum primo Inuento	17 10 22	9 5 5 4 0	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latus quæſitum B C	58 0 0		

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Secundum.

	G	M	S		
Angulus datus B	52	30	0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Latus datum A B	54	50	0	1 4 1 9 3 4	*Tangens eius.*
Inuentum primum B D	40	49	38	8 6 4 0 4	*Tangens proueniens.*
				7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus primi Inuenti.*
Latus aliud A C	42	55	9	7 3 2 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum				5 5 4 1 1	*Numerus prodiens.*
Latus A B primò acceptum	54	50	0	1 7 2 6 2 4	*Secans eius.*
Inuentum tertium auferendum à primo	15	49	38	9 6 2 0 9	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latus quæſitum B C	25	0	0		

Tertius modus per Tabulas Analogiarum.

PRimus modus ſuperior reduci poteſt ad vſum Tabulæ Generalis ſolæ; ſiue etiam tractari poteſt per Tabulas primæ, & ſecundæ Analogiæ ſimul, vt ſequitur. Primò itaque cum latere primo dato, & cum angulo dato in lateribus Tabulæ repertis collige ex area Generalis Tabulæ primum Inuentum.

Secundò per arealem ingreſſum in eandemmet Tabulam cum primo Inuento, & cum complemento eiuſdem primi lateris dati excerpe ſecundum Inuentum, ſicut diximus in Sexto modo Problematis tertij.

Tertiò ex altero dato latere, & ipſomet primo Inuento ad eundem modum per arealem ingreſſum obtinebimus tertium Inuentum.

Poſtremò ſecundum, & tertium Inuentum coniungemus, ſi perpendicularis arcus ceciderit intra Triangulum; vt in Primo modo diximus. Vel etiam tertium Inuentum à ſecundo ſubducemus, quando perpendicularis arcus cadit extra propoſitum Triangulum; & vtroque modo prodibit quæſitum latus tertium.

Quòd ſi arealem ingreſſum duplicem per Generalem Tabulam effugere volueris, confugies ad Tabulam ſecundæ Analogiæ. Nam vbi in ea quæſieris à latere dextro primum latus datum, & in fronte Inuentum primum; habebis in area Inuenti ſecundi complementum. Sic quoque comperiendo aliud latus à latere dextro Tabulæ, & in fronte idem primum Inuentum, obtinebis ex area Inuenti tertij complementum; ex quo & ſecundo Inuento, ſicut ſupra, per additionem, vel ſubtractionem cognoſces latus ipſum tertium quæſitum.

Exemplum Primum.

	G	M	S		
Latus A B primum	54	50	0	*in fronte*	*Generalis Tabulæ.*
Angulus B ei adiacens:	52	30	0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum primum, nempe latus A D	40	25	56	*in calce*	*Generalis Tabulæ.*
Complementum eiuſdem lateris A B	35	10	0	*in area*	
Inuentum ſecundum à latere dextro, ſcilicet latus B D	40	49	38		
Idem primum Inuentum	40	25	56	*in calce*	*Generalis Tabulæ.*
Complementum alterius lateris dati A C	46	39	18	*in area*	
Inuentum tertium à latere dextro repertum, nempe D C	17	10	22	*addendum Inuento ſecundo.*	
Latus quæſitum B C	58	0	0		

Vel colligatur ſecundum, & tertium Inuentum per Tabulam ſecundæ Analogiæ ſic.

	G	M	S		
Inuentum primum ſupra repertum	40	25	56	*in fronte*	*Tabulæ ſecundæ.*
Latus primum A B datum	54	50	0	*à latere dextro*	
Numerus in area compertus.	49	10	0		
Complementum eius, ideſt ſecundum Inuentum	40	50	0		
Inuentum idem primum	40	25	56	*in fronte*	*Tabulæ ſecundæ.*
Latus ſecundum datum A C	43	20	42	*à latere dextro*	
Numerus in area compertus	72	55	0		
Complementum eius, ideſt Inuentum tertium	17	5	0		
Latus quæſitum B C	57	55	0		

Digitized by Google

Patet itaque, latus quæſitum prodire tantummodò gr. 57. 55'. dum ſecundum, & tertium Inuentum explorantur per Tabulam ſecundæ Analogiæ, eſtq; dictum latus minutis quinque minus quam debeat eſſe, quod ideò euenit, quia tertium Inuentum exactè haberi nequit, occurrente ſcilicet ingreſſu in calce columnæ, vt aliâs monuimus. Quare in hoc caſu tutius eſt vti Tabula Generali.

Exemplum Secundum.

	G	M	S	
Latus A B primum	54	50	0	
Angulus B ei adiacens	52	30	0	
Inuentum primum, ſcilicet latus A D	40	25	56	
Complementum eiuſdem lateris	35	10	0	
Inuentum ſecundum, nempe latus B D	40	49	38	
Idem primum Inuentum	40	25	56	*in calce* } *Generalis Tabulæ.*
Complementum alterius lateris A C	47	4	51	*in area* }
Inuentum tertium à latere dextro, nempe latus D C	15	49	38	*auferendum à ſecundo.*
Latus quæſitum B C	25	0	0	

Vel expediatur calculus per Tabulam ſecundæ Analogiæ ſic.

Inuentum primum ſupra repertum	40	25	56	*in fronte* } *Tabulæ Secundæ.*
Latus primum datum A B	54	50	0	*à latere dextro* }
Numerus in area repertus	49	10	0	
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum	40	50	0	
Idem Inuentum primum	40	25	56	*in fronte* } *Tabulæ Secundæ.*
Latus ſecundum datum A C	42	55	9	*à latere dextro* }
Numerus in area compertus	74	18	0	
Complementum eius, ideſt tertium Inuentum auferen-	15	42	0	*dum à ſecundo.*
Latus quæſitum B C	25	8	0	

Latus quæſitum abundat minutis 8. ob eandem cauſam, quia ſcilicet in explorando tertio Inuento contingit ingreſſus in Tabulam ſecundæ Analogiæ prope finem columnæ, vbi differentia per vtrumq; verſum notabiliter euariat. Vnde expedit tunc Tabula Generali tantùm vti.

Quartus modus per Tabulas Analogiarum.

PRacticatur ſecundus modus ſuperior per Generalem Tabulam ſolam, confugiendo ad Quintum modum decimi Problematis Tertij libri, vt habeatur latus B D. Poſtea, iuxta primum Problema Capitis quinti libri Secundi, adinuenietur latus D C, idque operando cum complementis laterum A B, A C, B D eodem modo, ſicut ibi diximus.

Quòd ſi Tabula Tertiæ Analogiæ volueris vti, obtinebis quidem ex ea vnico laterali ingreſſu latus B D, quod ex Generali Tabula duplici labore prodit, & reliqua, vt ſupra, abſoluuntur. Inuentum autem latus D C addendum, vel auferendum eſt à latere B D primo Inuento, ſicut in reliquis modis diximus; vt tandem prodeat latus quæſitum B C. Ad exempla autem accedamus, & vtamur Tabula Tertiæ Analogiæ ad primum Inuentum venandum.

Exemplum Primum.

D*Atâ ſint, ſicut ſupra duo latera A B gr. 54. 50'. & A C gr. 43. 20'. 32". cum angulo B gr. 52. 30'. Vt hîc.*

Latus A B datum	54	50	0	*à latere ſiniſtro* } *Tabulæ Tertiæ Analogiæ.*
Angulus B datus	52	30	0	*in calce* }
Inuentum primum, nempe latus B D	40	50	0	
Complementum lateris A C	46	49	0	*in fronte* } *Tabulæ Generalis.*
Complementum lateris A B	35	10	0	*in area* }
Inuentum ſecundum	52	22	0	*in fronte* } *Tabulæ Generalis.*
Complementum primi Inuenti B D	49	10	0	*in area* }
Inuentum tertium	72	50	0	
Complementum eius, ideſt latus D C addendum In-	17	10	0	*uento primo.*
Latus B C quæſitum	58	0	0	

Secundum

Digitized by Google

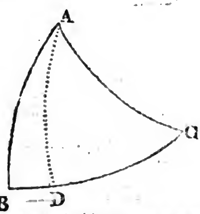
Secundum Exemplum.

Accipiatur nunc aliud Triangulum, cuius latus AB ſit gr. 54. 50'. latus AC gr. 42. 55'. 9''. & angulus B gr. 52. 30'. vt in hoc calculo.

	G	M	S		
Latus datum AB	54	50	0	*à latere ſiniſtro*	*Tabulæ 3. Analogiæ.*
Angulus datus B	52	30	0	*in calce*	
Inuentum primum, nempe latus BD	40	50	0		
Complementum lateris AC	47	5	0	*in fronte*	*Tabulæ Generalis.*
Complementum lateris AB	35	10	0	*in area.*	
Inuentum ſecundum	51	51	0	*in fronte*	*Tabulæ Generalis.*
Complementum primi Inuenti BD	49	10	0	*in area*	
Inuentum tertium	74	10	0		
Complementum, ideſt latus BD ſubtrahendum à pri-	15	50	0	*mo Inuento.*	
Latus tertium quæſitum BC	25	0	0		

PROBLEMA VIII.

Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, & nota inſuper ſpecie anguli reliquo dato lateri oppoſiti, angulum ipſum huic reliquo lateri dato oppoſitum exquirere.

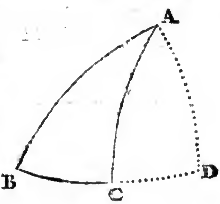


Data ſint nunc duo latera AB, AC cum angulo B vni eorum oppoſito, ſicut ſupra: quæratur autem angulus C, qui reliquo dato lateri AB opponitur. Intelligatur autem arcus perpendicularis AD in latus non datum BC decidens, vt fiant duo Triangula Rectangula ADB, ADC. Oportet autem, notam eſſe ſpeciem ipſius anguli quærendi; hoc eſt; an ſit acutus; an verò obtuſus.

Primus modus per Triangula Rectangula.

In Triangulo Rectangulo ADB ex data Baſe AB cum angulo dato B quæratur, ſicut in Primo modo præcedentis Problematis, latus AD, quod vocauimus primum Inuentum, idque per primum Problema Tertij libri. Secundò in altero Triangulo Rectangulo ADC ex hoc primo Inuento AD, & ex altero dato latere AC obtinebitur quæſitus angulus C per Quartum Problema eiuſdem Tertij; vel ſaltem angulus ei adiacens, qui auferendus eſt ex ſemicirculo, & hoc quidem quando conſtabit, ipſum eſſe obtuſum.

Primò fiat, vt Sinus totus ad Sinum lateris quærendo angulo oppoſiti; ita Sinus anguli dati ad Sinum primi Inuenti. Poſtea fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam alterius lateris dati; ita Sinus Inuenti primi ad Sinum anguli quæſiti. Qui profectò angulus debet eſſe prius ſpecie notus; an ſcilicet acutus ſit, an verò obtuſus.



Exemplum Primum.

Data ſit latera AB, AC cum angulo B, vt ſequitur; Ex his inueſtigatur angulus C hoc calculo.

Latus AB datum	54	50	0	81748	*Sinus eius.*
Angulus datus B	52	30	0	79335	*Sinus eius.*
Inuentum primum, nempe AD	40	25	56	64855	*Sinus prodiens.*
Latus aliud AC	43	20	42	145690	*Secans ſecunda.*
Angulus quæſitus C	70	53	12	94487	*Sinus prodiens.*

Exemplum ſecundum.

	G	M	S		
Latus A B datum	54	50	0	81748	*Sinus eius.*
Angulus datus B	52	30	0	79335	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40	25	56	64855	*Sinus prodiens.*
Latus aliud datum A C	42	55	9	146850	*Secans ſecunda.*
Angulus huic Sinui congruens	72	15	0	95240	*Sinus prodiens.*
Complem. eius ad ſemic. eſt ang. quæſitus C	107	45	0		

Secundus modus per Triangula Obliquangula.

QVoniam in Obliquangulo Triangulo ex Theoremate trigeſimoquinto Primi libri Sinus laterum Sinibus oppoſitorum angulorum directè ſunt proportionales, idcirco erit Sinus lateris A C dati ad Sinum lateris A B dati, vt eſt Sinus anguli B dati, ad Sinum anguli C quæſiti. Sunt autem tres priores Sinus cogniti; igitur quartus non ignorabitur. Sed vt per ſolas multiplicationes calculum perficiamus, iuxta Compendium ſecundum Capitis tertij Primi libri: pro Sinu lateris A C accipiemus Secantem ſecundam eiuſdem lateris. Quare multiplicando Sinum lateris A B in Sinum anguli dati B, & productum per totum Sinum diuidendo, prodibit idemmet primum Inuentum, ſicut in præcedente modo. Poſtea multiplicandum eſt hoc primum Inuentum in dictam Secantem primi termini, id eſt lateris A C, & ex producto abijciendo quinque notas prodibit Sinus quæſiti anguli. Congruit itaque adunguem calculus huius modi cum ſuperiore, vt non ſit hîc opus alia repetitione.

Tertius modus ſimiliter per Triangula Obliquangula.

ANalogia Theorem. 50. Primi libri parit hunc modum; quæ ait; ita eſſe Secantem ſecundam prioris lateris ad Secantem ſecundam poſterioris; ſicut Sinus anguli priori lateri adiacentis ad Sinum anguli poſteriori lateri adiacentis. Quæ tamen Analogia ad opus duplicis multiplicationis deducetur, capiendo loco Secantis ſecundę prioris lateris Sinum eiuſdem primum, iuxta ſecundum compendium in præcedente modo citatum. Multiplicetur itaque Secans ſecunda lateris in Sinum anguli ipſi oppoſiti, & quod poſt abiectionem quinque notarum prodit, multiplicetur rurſus in Sinum lateris quærendo angulo oppoſiti, & abiectis à producto quinque notis, relinquetur poſtremò Sinus anguli quæſiti.

Exemplum idem Primum hîc repetitum.

	G	M	S		
Latus A C datum	43	20	42	145690	*Secans eius ſecunda.*
Angulus B ipſi oppoſitus	52	30	0	79335	*Sinus eius.*
				115583	*Productum primum.*
Latus A B quærendus angulo oppoſitum.	54	50	0	81748	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus C	70	53	12	94487	*Sinus prodiens.*

Exemplum Secundum.

Latus A C datum	42	55	9	146850	*Secans eius ſecunda.*
Angulus B ipſi oppoſitus	52	30	0	79335	*Sinus eius.*
				116503	*Productum primum.*
Latus A B quærendo angulo oppoſitum	54	50	0	81748	*Sinus eius.*
Angulus acutus reſpondens.	72	15	0	95240	*Sinus prodiens.*
Complementum eius, i. ang. obtuſus quęſitus	107	45	0		

Quartus modus per Tabulas Analogiarum.

EX Generali Tabula Primi mobilis per lateralem ingreſſum collige primum Inuentum, ſicut diximus in præcedente; & hoc mediante latere vno dato cum angulo ei adiacente. Poſtea cum altero latere, & cum hoc primo Inuento per arealem introitum in eandem obtinebis quæſitum angulum, vel ſaltem complementum eius ad ſemicirculum, quando fuerit obtuſus, vt in primo modo admonuimus. Oportet autem accipere aliud latus datum à ſiniſtro latere Tabulæ, & in area primum Inuentum, & in

& in fronte habebitur angulus quæſitus. Vel etiam poteſt ſumi ipſum latus in fronte; & in area primum Inuentum, & à latere ſiniſtro patebit ipſe angulus quæſitus. Quòd ſi vti volueris ſecunda Analogiæ Tabula, neceſſe erit ingredi in eam cum latere altero dato in calce, & cum Inuento primo à latere ſiniſtro; nam area dabit ipſum quæſitum angulum.

Primum idem Exemplum.

	G	M	S		
Latus A B datum	54	50	0		
Angulus datus B	52	30	0		
Inuentum primum A D	40	25	56	*in area*	*Gener. Tab.*
Latus aliud datum A C	43	20	42	*in frõte*	
Angulus quæſitus C	70	53	12	*à lat ſiniſtr rept*	

Secundum idem Exemplum.

Latus A B datum	54	50	0		
Angulus datus B	52	30	0		
Inuentum primum A D	40	25	56	*in area*	*Gener. Tab.*
Latus aliud datum A C	42	55	9	*in frõte*	
Angulus collectus	72	15	0		
Complem. eius ad ſemicirc eſt angul quæſitus	107	45	0		

Quintus modus per Generalem Primi Mobilis Tabulam.

POteſt applicari ad vſum Generalis Tabulæ ſecundus modus ſuperior iuxta primum Problema capitis quinti libri Secundi, operando ſcilicet cum lateribus datis A B, A C, & cum angulo B dato, vt ſit quidem primus terminus latus A C, quod angulo dato opponitur. Sed vide huius modi eadem bina Exempla.

Exemplum Primum.

Latus A C dato angulo oppoſitum	43	20	42	*arealiter*	*Gener. Tabula.*
Latus aliud A B datum	54	50	0	*in fronte*	
Inuentum primum	57	6	9	*in fronte*	*Gener. Tabula.*
Angulus datus B	52	30	0	*in area*	
Angulus quæſitus C	70	53	12		

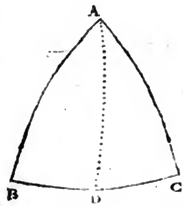
Secundum Exemplum.

Latus A C dato angulo oppoſitum	42	55	9	*arealiter*	*Gener. Tabula.*
Latus aliud A B datum	54	50	0	*in fronte*	
Inuentum primum	56	24	33	*in fronte*	*Gener. Tabula.*
Angulus datus B	52	30	0	*in area*	
Angulus acutus collectus	72	15	0		
Complem. ad ſemicirculum, id eſt angulus quæſitus	107	45	0		

Digitized by Google

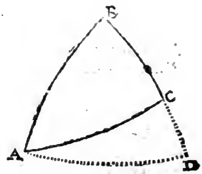
PROBLEMA IX.

Datis in Obliquangulo Triangulo duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito; & nota quoque ſpecie anguli illius, qui reliquo dato lateri opponitur, angulum reliquum à datis lateribus comprehenſum cognoſcere.



REpetantur figuræ præcedentium duorum Problematum; in quibus deduximus perpendicularem arcum A D. Sint autem data duo latera A B, & A C cum angulo B, qui lateri A C opponitur; vt ex his inueſtigari queat angulus A, quem data latera includunt.

Primò in Triangulo Rectangulo A B D cum latere dato A B, id eſt Baſe, atque angulo B eliciatur per primum Problema Tertij libri latus A D pro primo Inuento. Secundò, ex hoc primo Inuento, & angulo dato B ſumatur per ſeptimum Problema Tertij angulus B A D pro ſecundo Inuento. Tertiò, ex eodem primo Inuento, & altero latere dato excipiatur per decimumquartum Problema eiuſdem Tertij angulus D A C. Qui ſi fuerit additus angulo B A D ſecundo Inuento, cum reliqui anguli B, & C fuerint eiuſdemmet affectionis, nempe ambo acuti, aut ambo obtuſi (nam tunc indicio eſt perpendicularem arcum cadere intra Triangulũ) prodit quæſitus angulus B A C, vt in prima figura. Sed ſi reliqui anguli B, & C fuerint affectionis diuerſæ, hoc eſt vnus acutus, & alter obtuſus, angulus D A C tertiò inuentus, auferatur ab angulo B A D ſecundò Inuento; nam relinquetur quæſitus angulus B A C; quia tunc perpendicularis arcus extra propoſitum Triangulum cadit. Vt patet in ſecunda figura.



Primus modus per Sinus, Tangentes, & Secantes.

FIat itaque primò: vt Sinus totus ad Sinum vnius lateris dato angulo adiacentis; ita Sinus anguli dati ad Sinum Inuenti primi. Secundò, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti; ita Sinus ſecundus anguli eiuſdem dati ad Sinum ſecundi Inuenti. Poſtea fiat tertiò; vt Sinus totus ad Tangentem eiuſdem primi Inuenti, ita Tangens ſecunda alterius lateris dati ad Sinum ſecundum Inuenti tertij. Ex quo & ſecundo Inuento, ſicut ſuperius diximus, conficies angulum quæſitum.

Exemplum primum; exiſtentibus angulis A, & C acutis, & proinde eiuſdem affectionis:

	G M S		
Latus A B primum	54 50 0	81748	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	79335	*Sinus eius.*
Inuentum primum, nempe A D	40 25 56	64855	*Sinus prodiens.*
		131375	*Secans primi Inuenti.*
Angulus B datus	52 30 0	60876	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum, ſcilicet B A D	53 6 25	79976	*Sinus prodiens.*
		85203	*Tangens primi Inuenti.*
Latus aliud datum A C	43 20 42	105950	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum tertium D AC addend. 2. Inuento	25 28 53	90273	*Sinus ſecundus proueniens.*
Angulus quaſitus B A C	78 35 18		

Exemplum

Exemplum ſecundum, exiſtente angulo A acuto, angulo verò C obtuſo.

	G M S		
Latus A B primum	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus datus B adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Angulus datus B	52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum	53 6 25	7 9 9 7 6	*Sinus prodiens.*
		8 5 2 0 3	*Tangens primi Inuenti.*
Latus aliud datum AC	42 55 9	1 0 7 5 4 1	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum tertium auferendum à ſecundo	23 36 43	9 1 6 2 8	*Sinus ſecundus proueniens.*
Angulus quæſitus B AC	29 29 42		

Secundus modus per Generalem Tabulam.

VT per Generalem Tabulam ſolam quæſitum hoc inueſtigetur, opus eſt quadruplici operatione, ſeu ingreſſu. Nam primò ex latere A B, & angulo B ei adiacente colligendum eſt per introitum lateralem primum Inuentum A D, ſicut & in ſuperioribus Problematibus. Poſtea ſecundò ex eiuſdem anguli B complemento, & hoc primo Inuento A D per arealem introitum accipiendum eſt Inuentum ſecundum, ſumendo ſcilicet in calce primum Inuentum, & in area complementum anguli: nam à latere ſiniſtro patet ipſum ſecundum Inuentum. Seu etiam ſi expedierit, obſeruandum eſt ſecundum Inuentum à latere dextro, & in area dicti anguli complementum, & in fronte elicietur ſecundum Inuentum. Tertiò deinceps ingredere eandem Tabulam Generalem à latere ſiniſtro cum altero latere dato, & in area cum primo Inuento, & in fronte elicies tertium Inuentum. Vel cum altero latere dato in fronte, & in area cum primo Inuento depromes à latere ſiniſtro tertium Inuentum. Poſtremò iterum ſume in calce ipſiuſmet Tabulæ primum Inuentum, & areatim complementum tertij Inuenti, & à latere ſiniſtro excipies quartum Inuentum. Vel ſi neceſſe fuerit, ſume à latere dextro primum Inuētum, & areatim complementum tertij Inuenti, & in fronte habebis ipſum quartum & vltimum Inuentum; & eſt quidem angulus addendus, vel auferendus ab angulo, primo ſcilicet Inuento, ſicut in Primo modo diximus, vt prodeat quæſitus angulus.

Exemplum Primum.

Latus A B datum	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum, nempe A D	40 25 56	*in calce.*
Anguli B complementum	37 30 0	*in area.*
Inuentum ſecundum à latere ſiniſtro	53 6 25	*id eſt angulus B A D.*
Latus aliud AC datum	43 20 42	*in fronte.*
Idem primum Inuentum	40 25 56	*in area.*
Inuentum tertium	70 53 17	
Primum Inuentum, vt ſupra	40 25 56	*à latere dextro.*
Complementum tertij Inuenti	19 6 43	*in area.*
Inuentum quartum, & vltimum, addendum ſecundo.	25 28 53	*& eſt angulus.*
Angulus quæſitus B A C	78 35 18	

Exemplum Secundum.

Latus A B primum	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum A D	40 25 56	*in calce.*
Complementum anguli B	37 30 0	*in area.*
Inuentum ſecundum	53 6 25	*id eſt angulus.*
Latus aliud AC datum	42 55 9	*in fronte.*
Idem primum Inuentum, vt ſupra	40 25 56	*in calce.*
Inuentum tertium	72 15 15	
Primum Inuentum, vt ſupra	40 25 56	*à latere dextro.*
Complementum tertij Inuenti	17 44 45	*in area.*

Inuentum

Digitized by Google

	G M S	
Inuentum quartum & vltimum auferen. à ſecundo	23 36 18	
Angulus quæſitus B A C	29 30 7	

Tertius modus per Tabulas Analogiarum.

QVòd ſi reliquis Primi Mobilis Tabulis vti volueris, promptius quàm per Generalem Tabulam, licet non tam accuratè, calculum expedies. Nam collecto primum per ipſam Tabulam Generalem primo Inuento, accedes ſecundò ad Tabulam ſecundæ Analogiæ, inquirendo in eius fronte primum Inuentum, & à latere dextro angulum datum, vt habeas ex area Inuentum ſecundum, quod etiam eſt idem cum ſecundo Inuento Secundi modi. Poſtea tertiò conquires in capite Tabulæ quartæ Analogiæ primum Inuentum, & à latere dextro latus aliud datum; nam in area obtinebis complementum tertij Inuenti; quod tertium Inuentum eſt idem cum quarto ſuperioris modi; ex quo demum tertio Inuento, & ex primo per additionem, vel ſubtractione definies angulum obtuſum, vt in primo modo monuimus,

Exemplum idem Primum.

Latus A B datum	54 50 0		
Angulus B ei adiacens	52 30 0		
In uentum primum	40 25 56	*in fronte*	2. *Tabulæ.*
Angulus idem datus B	52 30 0	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum	53 6 0		
Idem primum Inuentum	40 25 56	*in fronte*	*Tabulæ* 4.
Aliud latus A C datum	42 20 42	*à latere dextro*	
Complementum Inuenti tertij	64 31 0		
Inuentum tertium	25 29 0		
Angulus B A C quæſitus	78 35 0		

Exemplum Secundum.

Latus A B datum	54 50 0		
Angulus B ei adiacens	52 30 0		
Inuentum primum A D	40 25 56	*in fronte*	2. *Tabulæ.*
Idem angulus datus B	52 20 0	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum	53 6 0		
Idem primum Inuentum	40 25 56	*in fronte*	4. *Tabulæ.*
Aliud latus datum A C	42 55 9	*à latere dextro*	
Complementum tertii Inuenti	66 35 0		
Inuentum tertium auferendum à ſecundo	23 25 0		
Angulus quæſitus B A C	29 41 0		

Inuentus angulus per hanc viam excedit verum angulum minutis 11. eò quia ingreſſus in quartam Tabulam contingit prope finem columnæ ad eliciendum tertij Inuenti complementum. Quòd ſi in hoc caſu per Tabulam tertiæ Analogiæ calculum expedire libuerit, vt in vltimo modo decimiquarti Problematis diximus, elicies exactius quæſitum angulum; vt hîc.

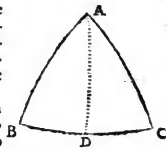
Idem primum Inuentum	40 26 0	*à latere dextro*	3. *Tabulæ.*
Complementum alterius lateris dati	47 5 0	*in area*	
Inuentum tertium in calce repertum, ſubtrahendum	23 36 0	*à ſecundo Inuento.*	
Angulus quæſitus B A C	29 30 0		

Digitized by Google

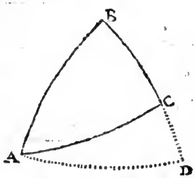
PROBLEMA X.

Datis Obliquanguli Trianguli duobus angulis cum latere vni eorum oppoſito, tertium angulum indagare; dum tamen fuerit cognita affectio lateris reliquo angulo dato oppoſiti.

Eſto Triangulum Obliquangulum A B C, in quo duo anguli B, & C dati ſint vnà cum latere A B vni eorum, nempe C oppoſito; atque etiam notum ſit, an latus A C, quod reliquo angulo dato B opponitur, ſit Quadrante maius, an verò minus. Ex his poterit cognoſci reliquus angulus A. A dicto autem angulo A cadat perpendicularis arcus intra quidem Triangulum; vt in prima figura; ſi ambo anguli dati fuerint eiuſdem affectionis, ſed extra, ſi diuerſæ; vt in ſecunda figura.



Primò itaque in Triangulo Rectangulo A D B ex data Baſe A B cum angulo B colligatur per primum Problema Tertij latus A D pro primo Inuento. Poſtea ſecundò per ſeptimum Probl. eiuſdem tertij ex hoc primo Inuento A D, & angulo dato B eliciatur angulus B A D, quem vocamus ſecundum Inuentum, ſicut diximus Problemate præcedente. Tertiò quoque per idem Probl. ſeptimum ex eodem primo Inuento A D, & altero angulo dato colligatur angulus D A C, quem appellare libuit tertium Inuentum. Poſtremò duo hæc vltima Inuenta ſimul coniunge, ſi ambo anguli dati fuerint eiuſdem affectionis, vel tertium Inuentum à ſecundo aufer, ſi diuerſæ.



Primus modus per Sinus, & Secantes.

Quare fiat, vt Sinus totus ad Sinum lateris dati, ita Sinus anguli ei adiacentis ad Sinum primi Inuenti. Secundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti, ita Sinus ſecundus eiuſdemmet anguli ad Sinum ſecundi Inuenti. Tertiò fiat rurſus; vt Sinus totus ad Secantem eiuſdemmet primi Inuenti; ita Sinus ſecundus alterius anguli dati ad Sinum tertij Inuenti. Quod additum, vel ſublatum à ſecundo Inuento, veluti ſupra præcepimus, manifeſtat angulum quæſitum.

Exemplum Primum.

Dati ſint duo anguli Trianguli Obliquanguli, vt verbi gratia ABC, nempe B gr. 52. 30'. & C gr. 70. 53'. 12". cum latere A B huic oppoſito, graduum 54. 50'. Ex his prodit tertius angulus A hunc in modum.

Latus datum A B	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Idem angulus B datus	52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B A D	53 6 25	7 9 9 7 6	*Sinus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Eadem Secans primi Inuenti.*
Alter angulus datus C	70 53 12	3 2 7 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum tertium D A C addendum ſecundo	25 28 42	4 3 0 1 7	*Sinus prodiens.*
Angulus A quæſitus	78 35 7		

Exemplum Secundum.

Latus datum A B	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Idem angulus B datus	52 30 0	6 0 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum B A D	53 6 25	7 9 9 7 6	*Sinus prodiens.*
		1 3 1 3 7 5	*Eadem Secans primi Inuenti.*
Alter angulus datus C	107 45 0	3 0 4 8 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum 3. D A C auferendum à ſecundo	23 36 35	4 0 0 5 1	*Sinus prodiens.*
Angulus A quæſitus	29 29 50		

Digitized by Google

Secundus modus.

IN Triangulo Rectãgulo ABD ex data Baſe AB cum angulo B adinueniatur primò angulus BAD per 12.Problema Tertij libri. Quo cognito cùm ex Theoremate 48. Primi libri ſit Sinus ſecundus anguli B dati ex hypotheſi ad Sinũ ſecundum anguli C ex hypotheſi ſimiliter dati, vt eſt Sinus anguli BAD modò explorati ad Sinũ anguli DAC, colligatur per ſecundum cõpendium Magni Canonis ipſe angulus DAC per opus duplicis multiplicationis; ſumendo vice Sinus anguli B Secãtem eiuſdem ſecundã;

Multiplicetur itaq; primò Sinus ſecundus dati lateris in Tangentem anguli ei adiacentis, & à producto reijciantur quinq; notæ, vt remaneat primi Inuenti Tangens 2ª. cuius arcus colligatur, atq; ipſi correſpondens Sinus ſumatur, qui ducendus eſt in Sinum 2m. alterius anguli; & poſt abiectionẽ quinq; notarum à producto reliquitur 2m. Inuentũ; quod multiplicandum eſt in Secantẽ anguli dato lateri adiacentis, & a producto tollendæ ſunt quinq; notæ, & remanebit tertium Inuentũ (vt in præcedente modo) addendum, vel auferendum à primo Inuento, ſicut ſupra dictum fuit, & prodibit angulus quæſitus.

Exemplum Primum.

Latus datum AB	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	1 3 0 3 2 3	*Tangens eius.*
Inuentum primum B A D	53 6 28	7 5 0 6 1	*Tangens ſecunda prodiens.*
		7 9 9 7 6	*Sinus primi Inuenti.*
Alter angulus C	70 53 12	3 2 7 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
		2 1 6 8 7	*Numerus prodiens, id eſt Inuentum 2.*
Angulus idem B	52 30 0	1 6 4 2 6 8	*Secans eius.*
Inuentum 3. DAC addendum primo	25 28 41	4 3 0 1 7	*Sinus prodiens.*
Angulus A quæſitus	78 35 10		

Exemplum Secundum.

Latus datum A B	54 50 0		
Angulus B ei adiacens	52 30 0		
Inuentum primum B A D	53 6 28	7 5 0 6 1	*Tangens ſecunda prodiens.*
		7 9 9 7 6	*Sinus primi Inuenti.*
Alter angulus C	107 45 0	3 0 4 8 6	*Sinus eius ſecundus.*
		2 4 3 8 1	*Inuentum ſecundum.*
Angulus idem B	52 30 0	1 6 4 2 6 8	*Secans eius.*
Inuentum tertium D A C ſubtrah. à primo	23 36 34	4 0 0 5 0	*Sinus prodiens.*
Angulus A quæſitus	29 29 51		

Tertius modus.

INuento angulo B A D, ſicut in ſecundo modo, aliter calculus abſolui poterit. Nam cum ex eodem Theor. 48. Primi lib. ſit Secans anguli B ad Secantẽ anguli C, qui noti ſunt ex theſi; ita Secans ſecunda anguli BAD ſuperius Inuenti ad Secantem ſecundam anguli DAC; ſi fuerit ſumptus Sinus ſecundus anguli B vice ipſius Secantis, colligetur per geminatam multiplicationem angulus DAC, iuxta ſecundum compendium Magni Canonis, qui quidem angulus, ſicut ſupra, additus, vel ſublatus ab Inuento primo, patefacit quæſitum angulum.

Exploretur itaque primum Inuentum, ſicut in præcedente modo, nempe B A D. Deinde huius Secans ſecunda ducenda eſt in Secantem anguli C dato lateri oppoſiti, & productum, poſt relictionem quinque notarum, rurſus ducatur in Sinum ſecundum anguli B dato lateri adiacentis; & ex producto reijciantur quinq; notæ, & reſiduum erit pro Secante 2ª. anguli DAC, ſeu tertij Inuenti; qui angulus adiectiuus, vel ablatiuus eſt ab angulo prius educto; iuxta ea, quæ diximus in Primo modo.

Exemplum Primum.

Latus datum AB	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	1 3 0 3 2 3	*Tangens eius.*
Inuentum primum B A D	53 6 28	7 5 0 6 1	*Tangens ſecunda prodiens.*
		1 2 5 0 3 5	*Secans primi Inuenti.*
Angulus C alter	70 53 12	3 0 5 4 0 1	*Secans eius.*

	G M S		
		3 8 1 8 5 8	*Productum.*
Angulus B prior	52 30 0	6 0 8 7 6	*Secans eius ſecunda.*
Angulus D AC addendus primo Inuento	25 28 45	2 3 2 4 6 0	*Secans ſecunda proueniens.*
Angulus A quæſitus	78 35 11		

Secundum Exemplum.

Latus datum A B	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	1 3 0 3 2 3	*Tangens eius.*
Inuentum primum B A D	53 6 28	7 5 0 6 1	*Tangens ſecunda prodiens.*
		1 2 5 0 3 5	*Secans primi Inuenti*
Angulus alter C	107 45 0	3 2 8 0 1 5	*Secans eius.*
		4 1 [illegible] 1 3 4	*Productum.*
Angulus prior B	52 30 0	6 0 8 7 6	*Secans eius ſecunda.*
Angulus D AC auferendus à primo Inuento	23 36 39	2 4 9 6 7 3	*Secans ſecunda.*
Angulus A quæſitus	29 29 49		

Quartus modus per Tabulam Generalem, vel ſimul etiam cum Tabula ſecundæ Analogiæ.

PRimò quidem ex latere dato A B cum angulo B ei adiacente eliciatur laterali ingreſſu Inuentũ primum A D, ſicut in ſuperioribus Probl. Deinde ſecundò ex ipſiusmet anguli B complemento,& p°. Inuento A D per introitum arealem excipiatur ſecundum Inuentũ; ſicut etiam factum eſt in præcedente Probl. Præterea tertiò ex altero dato angulo C,& ipſomet primo Inuento ad eundem modum excerpatur tertium Inuentum. Ad extremum duo hæc vltima Inuenta coniungantur ſimul, ſi ambo dati anguli fuerint eiuſdem affectionis; vel tertium à ſecundo dematur, ſi fuerint diuerſæ, & vtroque modo prodibit angulus quæſitus.

Poteris obtinere ſecundum, & tertium Inuentum ope Tabulæ ſecundæ Analogiæ per lateralem introitum, comperiendo videlicet primum Inuentum in capite ipſius Tabulæ; & à latere dextro datum angulum dato lateri adiacentem: nam in area habebis ſecundum Inuentum. Sic quoque comperiendo in eandemmet Tabula frontaliter idem primum Inuentum, & à dextro latere alium angulum datum, patet in area tertium Inuentum; ex quibus, vt ſupra, procreatur quæſitus angulus.

Exemplum Primum.

Latus A B datum	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum A D	40 25 56	*in calce.*
Anguli B complementum	37 30 0	*in area.*
Inuentum ſecundum à latere ſiniſtro, i. angulus B A D	53 6 25	
dem primum Inuentum	40 25 56	*à latere dextro.*
Alterius anguli C complementum	19 6 48	*in area.*
Inuentum 3. in fronte, & eſt angulus D AC addendus	25 28 45	*ſecundo Inuento.*
Angulus A quæſitus	77 35 10	

Sed per ſecundam Analogiæ Tabulam ſic duo vltima Inuenta explorantur.

Inuentum primum	40 26	*in fronte*	*Tabulæ 2.*
Angulus datus B	52 30	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum, angulus B A D	53 7		
Idem primum Inuentum	40 26	*in fronte*	*Tabulæ 2.*
Angulus alter datus, nempe C	70 53	*à latere dextro*	
Inuentum tertium, angulus D A C	25 29		
Angulus quæſitus A	78 36		

Exemplum Secundum.

Latus datum A B	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum AD	40 25 56	*in calce.*
Anguli eiuſdem B complementum	37 30 0	*in area.*

Digitized by Google

Secundus modus.

IN Triangulo Rectãgulo ABD ex data Baſe AB cum angulo B adinueniatur primò angulus BAD per 12. Problema Tertij libri. Quo cognito cùm ex Theoremate 48. Primi libri ſit Sinus ſecundus anguli B dati ex hypotheſi ad Sinũ ſecundum anguli C ex hypotheſi ſimiliter dati, vt eſt Sinus anguli BAD modò explorati ad Sinũ anguli DAC, colligatur per ſecundum cõpendium Magni Canonis ipſe angulus DAC per opus duplicis multiplicationis; ſumendo vice Sinus anguli B Secãtem eiuſdem ſecundã.

Multiplicetur itaq; primò Sinus ſecundus dati lateris in Tangentem anguli ei adiacentis, & à producto reijciantur quinq; notæ, vt remaneat primi Inuenti Tangens 2ª. cuius arcus colligatur, atq; ipſi correſpondens Sinus ſumatur, qui ducendus eſt in Sinum 2ᵐ. alterius anguli; & poſt abiectionẽ quinq; notarum à producto reliquitur 2ᵐ. Inuentũ; quod multiplicandum eſt in Secantẽ anguli dato lateri adiacentis, & a producto tollendæ ſunt quinq; notæ, & remanebit tertium Inuentũ (vt in præcedente modo) addendum, vel auferendum à primo Inuento, ſicut ſupra dictum fuit, & prodibit angulus quæſitus.

Exemplum Primum.

Latus datum AB	54 50 0	57596	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	130323	*Tangens eius.*
Inuentum primum BAD	53 6 28	75061	*Tangens ſecunda prodiens.*
		79976	*Sinus primi Inuenti.*
Alter angulus C	70 53 12	32744	*Sinus eius ſecundus.*
		21687	*Numerus prodiens, id eſt Inuentum 2.*
Angulus idem B	52 30 0	164268	*Secans eius.*
Inuentum 3. DAC addendum primo	25 28 42	43017	*Sinus prodiens.*
Angulus A quæſitus	78 35 10		

Exemplum Secundum.

Latus datum AB	54 50 0		
Angulus B ei adiacens	52 30 0		
Inuentum primum BAD	53 6 28	75061	*Tangens ſecunda prodiens.*
		79976	*Sinus primi Inuenti.*
Alter angulus C	107 45 0	30486	*Sinus eius ſecundus.*
		24381	*Inuentum ſecundum.*
Angulus idem B	52 30 0	164268	*Secans eius.*
Inuentum tertium DAC ſubtrah. à primo	23 36 34	40050	*Sinus prodiens.*
Angulus A quæſitus	29 29 54		

Tertius modus.

INuento angulo BAD, ſicut in ſecundo modo, aliter calculus abſolui poterit. Nam cum ex eodem Theor. 48. Primi lib. ſit Secans anguli B ad Secantẽ anguli C, qui noti ſunt ex theſi; ita Secans ſecunda anguli BAD ſuperius Inuenti ad Secantem ſecundam anguli DAC; ſi fuerit ſumptus Sinus ſecundus anguli B vice ipſius Secantis, colligetur per geminatam multiplicationem angulus DAC, iuxta ſecundum compendium Magni Canonis, qui quidem angulus, ſicut ſupra, additus, vel ſublatus ab Inuento primo, patefacit quæſitum angulum.

Exploretur itaque primum Inuentum, ſicut in præcedente modo, nempe BAD. Deinde huius Secans ſecunda ducenda eſt in Secantem anguli C dato lateri oppoſiti, & productum, poſt relictionem quinque notarum, rurſus ducatur in Sinum ſecundum anguli B dato lateri adiacentis; & ex producto reijciantur quinq; notæ, & reſiduum erit pro Secante 2ª. anguli DAC, ſeu tertij Inuenti; qui angulus adiectiuus, vel ablatiuus eſt ab angulo prius educto; iuxta ea, quæ diximus in Primo modo.

Exemplum Primum.

Latus datum AB	54 50 0	57596	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	130323	*Tangens eius.*
Inuentum primum BAD	53 6 28	75061	*Tangens ſecunda prodiens.*
		125035	*Secans primi Inuenti.*
Angulus C alter	70 53 12	305401	*Secans eius.*

Productum.

Digitized by Google

	G M S		
		3 8 1 8 5 8	*Productum.*
Angulus B prior	52 30 0	6 0 8 7 6	*Secans eius ſecunda.*
Angulus D AC addendus primo Inuento	25 28 45	2 3 2 4 6 0	*Secans ſecunda proueniens,*
Angulus A quæſitus	78 35 13		

Secundum Exemplum.

Latus datum A B	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	1 3 0 3 2 3	*Tangens eius.*
Inuentum primum B A D	53 6 28	7 5 0 6 1	*Tangens ſecunda prodiens.*
		1 2 5 0 3 5	*Secans primi Inuenti*
Angulus alter C	107 45 0	3 2 8 0 1 5	*Secans eius.*
		4 1 0 1 3 4	*Productum.*
Angulus prior B	52 30 0	6 0 8 7 6	*Secans eius ſecunda.*
Angulus D AC auferendus à primo Inuento	23 36 39	2 4 9 6 7 3	*Secans ſecunda.*
Angulus A quæſitus	29 29 49		

Quartus modus per Tabulam Generalem, vel ſimul etiam cum Tabula ſecundæ Analogiæ.

PRimò quidem ex latere dato A B cum angulo B ei adiacente eliciatur laterali ingreſſu Inuentũ primum A D, ſicut in ſuperioribus Probl. Deinde ſecundò ex ipſiuſmet anguli B complemento, & p°. Inuento A D per introitum arealem excipiatur ſecundum Inuentũ; ſicut etiam factum eſt in præcedente Probl. Præterea tertiò ex altero dato angulo C, & ipſomet primo Inuento ad eundem modum excerpatur tertium Inuentum. Ad extremum duo hæc vltima Inuenta coniungantur ſimul, ſi ambo dati anguli fuerint eiuſdem affectionis; vel tertium à ſecundo demabur, ſi fuerint diuerſæ, & vtroque modo prodibit angulus quæſitus.

Poteris obtinere ſecundum, & tertium Inuentum ope Tabulæ ſecundæ Analogiæ per lateralem introitum, comperiendo videlicet primum Inuentum in capite ipſius Tabulæ; & à latere dextro datum angulum dato lateri adiacentem: nam in area habebis ſecundum Inuentum. Sic quoque comperiendo in eandemmet Tabula frontaliter idem primum Inuentum, & à dextro latere alium angulum datum, patet in area tertium Inuentum; ex quibus, vt ſupra, procreatur quæſitus angulus.

Exemplum Primum.

Latus A B datum	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum A D	40 25 56	*in calce.*
Anguli B complementum	37 30 0	*in area.*
Inuentum ſecundum à latere ſiniſtro, i. angulus B A D	53 6 25	
Idem primum Inuentum	40 25 56	*à latere dextro.*
Alterius anguli C complementum	19 6 48	*in area.*
Inuentum 3. in fronte, & eſt angulus D AC addendus	25 28 45	*ſecundo Inuento.*
Angulus A quæſitus	77 35 10	

Sed per ſecundam Analogiæ Tabulam ſic duo vltima Inuenta explorantur.

Inuentum primum	40 26	*in fronte*	*Tabulæ 2.*
Angulus datus B	52 30	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum, angulus B A D	53 7		
Idem primum Inuentum	40 26	*in fronte*	*Tabulæ 2.*
Angulus alter datus, nempe C	70 53	*à latere dextro*	
Inuentum tertium, angulus D A C	25 29		
Angulus quæſitus A	78 36		

Exemplum Secundum.

Latus datum A B	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum AD	40 25 56	*in calce.*
Anguli eiuſdem B complementum	37 30 0	*in area.*

	G M S	
Inuentum ſecundum à latere ſiniſtro	53 6 25	*id eſt angulus B A D*
Idem primum Inuentum	40 25 56	*à latere dextro.*
Alterius anguli C complementum	17 45 0	*in arca.*
Inuentum tertium in fronte	23 36 32	*& eſt angulus B A C auferendus à ſecundo Inuento.*
Angulus A quæſitus	29 29 53	

Sed per ſecundam Tabulam ſic tractatur calculus, poſt explorationem Inuenti primi per Tabulam Generalem.

Inuentum primum	40 26	*in fronte* } 2. *Tabula.*
Angulus datus B	52 30	*à latere dextro* } 2. *Tabula.*
Inuentum ſecundum, angulus B A D	53 7	
Idem primum Inuentum	40 26	*in fronte* } *Tabulæ 2.*
Complementum alterius anguli C ad ſemicirculum	72 15	*à latere dextro* } *Tabulæ 2.*
Inuentum tertium, angulus D A C	23 37	*auferendus à ſecundo Inuento.*
Angulus A quæſitus	29 30	

Quintus modus per Tabulam quoque Generalem.

REducitur ad praxin Generalis Tabulæ Secundus modus tali pacto. Adinueniatur primò angulus B A D, ſicut in ſuperiori modo diximus; poſtea confugiendo ad primum Problema quinti Capitis Primi libri inſtitues calculum ſic; operando nempe cum complementis angulorum B, & C.

Primum Exemplum ſuperius.

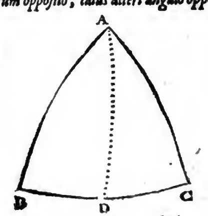
Inuentum primum, vt ſupra eductum A B	53 6 28	
Complementum anguli B	37 30 0	*in fronte.*
Complementum anguli C	19 6 48	*in area.*
Inuentum ſecundum.	32 32 32	*in fronte.*
Inuentum primum.	53 6 28	*à latere ſiniſtro.*
Inuentum tertium addendum primo	25 28 43	
Angulus A quæſitus	78 35 11	

Secundum Exemplum ſuperius.

Inuentum primum B A D	6 28	
Complementum anguli B	37 30 0	
Complementum anguli C	17 45 0	
Inuentum ſecundum	30 3 11	*in fronte.*
Inuentum primum	53 6 28	*à latere ſiniſtro.*
Inuentum tertium ſubtrahendum à primo	23 36 40	
Angulus quæſitus A	29 29 48	

P R O B L E M A XI.

Datis Obliquanguli Trianguli duobus lateribus cum angulo vni eorum oppoſito, latus alteri angulo oppoſitum inueſtigare; dum tamen fuerit expreſſa ipſius affectio



IN Triangulo Obliquangulo ABC dati ſint duo anguli B & C cum latere, quod vni eorum opponitur A B, & ſit neceſſe explorare latus A C reliquo dato angulo B oppoſitũ, quod tamen ſpecie datum ſit, videlicet; an ſit Quadrante minus, an maius.

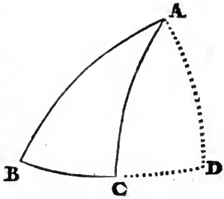
Primus Modus.

DEmiſſo itaque arcu perpendiculari ab altero angulo non dato, conformantur, ſicut in præcedentibus propoſitionibus, duo Triangula Rectangula A D B, A D C, ſumptoque primũ

Trian-

Digitized by Google

Triangulo A D B, ex nota Baſe A B cum angulo adiacente B inueſtigetur per primum Próblema Tertij latus A D, ſicut & in præcedentibus diximus; idque primum Inuentum vocetur. Poſtea ex hoc primo Inuento, & angulo altero dato C per quintum Problema Tertij obtinebitur quæſitum latus A C; exit enim illud idem, quod calculus præſtat, ſi fuerit Quadrante minus: at ſi debeat eſſe maius, inuentus numerus auferendus erit ex ſemicirculo, vt obtineri poſſit ipſum quæſitum latus.



Fiat itaque primò, vt Sinus totus ad Sinum lateris dati; ita Sinus anguli ipſi adiacentis, ad Sinum primi Inuenti. Deinde ſecundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam alterius anguli dati, ita Sinus primi Inuenti ad Sinum lateris quæſiti.

Exemplum Primum.

	G	M	S		
Latus datum A B	54	50	0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52	30	0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40	25	56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*
Angulus alter datus C	70	53	12	1 0 5 8 3 5	*Secans ſecunda eius.*
Latus A C quæſitum	43	20	42	6.8 6 3 9	*Sinus lateris quęſiti.*

Exemplum Secundum.

	G	M	S		
Latus datus datum A B	54	50	0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52	30	0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40	25	56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*
Angulus alter datus C	107	45	0		
Complementum eius ad ſemicirculum	72	15	0	1 0 4 9 9 8	*Secans eius ſecunda.*
Latus quæſitum A C	42	55	9	6 8 0 9 6	*Sinus lateris quęſiti.*

Secundus modus.

QVoniam in Obliquangulo Triangulo ex Theoremate trigeſimoquinto, Primi libri Sinus laterum Sinibus oppoſitorum angulorum directè ſunt proportionales, idcirco erit Sinus anguli C dati ad Sinum anguli B dati, ſicut Sinus lateris dati A B ad Sinum ignoti A C lateris. Sed in locum Sinus primi termini, ideſt anguli C, ſubſtituamus Secantem ſecundam eiuſdem anguli, & calculum expediemus iuxta ſecundum Compendium Magni Canonis per binas multiplicationes. Enimuerò multiplicando Sinum anguli B in Sinum lateris A B, & productum per integrum Sinum diuidendo, relinquetur numerus, qui poſtremò ductus in Secantem ſecundam anguli dato lateri oppoſiti, poſt abiectionem quinque notarum, relinquetur Sinus lateris quæſiti, & proinde ipſummet latus dabitur, vt ſupra. Cæterùm quoniam numeri in hoc modo ſunt ijdem cum calculo ſuperiore, ſuperſedebimus ab Exemplis, & ſufficiet tantùm hunc modum ſubindicaſſe.

Tertius modus.

CVm ex Theoremate Quinquageſimo Primi libri ſit Secans ſecunda anguli B ad Secantem ſecundam anguli C, ſicut Sinus lateris A B angulo B adiacentis ad Sinum lateris A C angulo C adiacentis; cumque tam duo anguli B & C ſint dati, quàm latus A B, idcircò poterit cognoſci quæſitum latus A C. Sed vt calculus reddatur expeditus, vtemur ſecundo compendio Magni Canonis, ſubſtituendo in locum Secantis ſecundæ anguli B, eiuſdem anguli Sinum. Nam multiplicando Secantem anguli C in Sinum lateris A B ipſi oppoſiti, & à producto reijciendo quinque notas, relinquetur numerus; qui vbi fuerit denuo in Sinum anguli B multiplicatus, exibit productum, à quo abiectis quinque notis proueniet Sinus lateris quæſiti.

Exemplum Primum.

	G	M	S		
Angulus C datus	70	53	12	1 0 5 8 3 5	*Secans ſecunda.*
Latus A B datum	54	50	0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
				8 6 5 1 8	*Productum primum.*
Angulus B datus	52	30	0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Latus A C quæſitum.	43	20	42	6 8 6 3 9	*Sinus prodiens.*

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Secundum.

	G M S		
Angulus C datus	107 45 0	1 0 4 9 9 8	*Secans eius ſecunda.*
Complementum eius	72 15 0		
Latus A B datum	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
		8 5 8 3 4	*Productum primum.*
Angulus B	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Latus quæſitum A C	42 55 9	6 8 0 9 6	*Sinus prodiens.*

Quartus modus per Tabulas Analogiarum.

COgnationem habet hic Quartus modus cum Primo. Ingredere itaque lateraliter Generalem Tabulam cum dato latere, & angulo ei adiacente, ſicut in præcedentibus diximus, & excipes primum Inuentum. Poſtea per arealem introitum in eandem cum hoc primo Inuento, & altero angulo dato obtinebis quæſitum latus, dum tamen angulum in fronte Tabulæ obſeruaueris, & in area primum Inuentum; nam tunc latus ſiniſtrum dabit tibi quæſitum latus. Vel ſi expedierit, obſeruabis à latere ſiniſtro angulum, & in area Inuentum ipſum primum, vt in fronte pateat tibi quæſitum latus.

Per Tabulam verò ſecundæ Analogiæ promptius latus quæſitum exploratur, ſumendo à latere ſiniſtro primum Inuentum ex Generali Tabula excerptum, & in calce alter angulus datus; nam area exhibet ipſum latus quæſitum.

Exemplum Primum.

Latus datum A B	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum A D	40 25 56	*in area.*
Alter angulus datus C	70 53 12	*à latere ſiniſtro.*
Latus A C quæſitum	43 20 42	*in fronte.*

Aut per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

Primum inuentum	40 26	*à latere ſiniſtro.*
Alter angulus C datus	70 53	*in calce.*
Latus A C quæſitum	43 21	

Exemplum Secundum.

Latus datum A B	54 50 0	
Angulus B ei adiacens	52 30 0	
Inuentum primum A D	40 25 56	*in area.*
Alterius anguli C, complementum ad ſemicirculum	72 15 0	*à latere ſiniſtro.*
Latus A C quæſitum	42 55 9	*in fronte.*

Quintus modus per ſolam Tabulam Generalem.

REducitur Secundus modus ſuperior ad praxin per Tabulam Generalem. iuxta Primum Problema Capitis quinti libri Primi; vt non ſit opus hic, niſi ſuper ora duo Exempla ſecundum hanc formam proponere.

Primum Exemplum.

Primus terminus, ideſt angulus C	70 53 12	*à latere ſiniſtro.*
Secundus terminus, ideſt angulus B	52 30 0	*in area.*
Primum Inuentum	57 6 8	*in fronte.*
Tertius terminus, ideſt latus A B	54 50 0	*à latere ſiniſtro.*
Latus quæſitum A C	43 20 42	

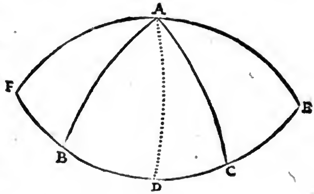
Secundum Exemplum.

Primus terminus ideſt anguli C complem. ad ſemicirc.	72 15 0	*à latere ſiniſtro.*
Secundus Terminus, ideſt angulus B	42 30 0	*in area.*
Inuentum primum	56 24 3	*in fronte.*
Tertius terminus, ideſt latus A B	54 50	*à latere ſiniſtro.*
Latus quæſitum A C	42 55 9	

Appendix

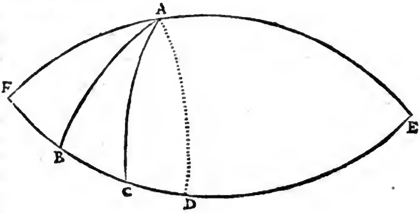
Digitized by Google

Appendix ad hoc Vndecimum Problema.



QVòd autem ſit neceſſe dari ſpeciem lateris A C angulo B oppoſiti, nunc conſtabit. Producatur arcus B D vtrinque, & per A punctum tranſeat arcus concurrens in F cum arcu B D producto; ita tamen vt arcus A F ſit æqualis arcui A C: concurrent autem ambo quoque in E puncto, & tam arcus F A E, quàm arcus F D E erit ſemicirculus. Quare duo arcus A C, A E ſimul ſumpti ſemicirculo ſunt æquales, propter æqualitatem arcuum A F, A C, & angulus A C B erit æqualis angulo F, id eſt angulo E.

Propoſito itaque Triangulo Obliquangulo cum duobus angulis, & latere vni eorum oppoſito, nil certi de latere reliquo angulo oppoſito habebimus ex calculo, niſi præſciamus, an ſit acutus ille angulus, vel obtuſus. Enimuerò datis duobus angulis B, & A C B, vel B, & E cum latere A B, quod angulis A C B, & E æqualibus opponitur, latus angulo reliquo dato B oppoſitum poteſt eſſe tam A C, quàm A E, quę duo latera ſemicirculum complent.



PROBLEMA XII.

Datis in Obliquangulo Triangulo duobus angulis cum latere vni eorum oppoſito, latus dictis angulis interiacens venari.

REpetitis figuris præcedentium Problematum, dati ſint duo anguli B, & C cum latere A B, quod vnum eorum ſubtendit, & quæratur latus B C, quod dictis angulis interiacet. Demiſſo igitur arcu perpendiculari A D ab angulo A in latus B C, quod deſideratur; confugiendum erit primò ad Triangulum Rectanaulum A D B, in quo ex data Baſe A B, & angulo illi adiacente prodibit per primum Problema Tertij, ſicut aliâs diximus, latus A D pro primo Inuento. Poſtea ſecundò ex hoc primo Inuento, atque ex eadem Baſe A B obtinebitur ſecundum Inuentum ex octauo eiuſdem Tertij, nempe latus B D, quæ ſanè duo Inuenta Problemate ſeptimo inueſtigantur. Poſtremò aſſumpto altero Triangulo Rectangulo A D C, ex noto latere A D per ſuperiorem ratiocinationem cum altero angulo dato C excipietur per Probl. 15. Tertij latus D C pro tertio Inuento; quin etiam ſecundum Inuentum per idem 15. Probl. Tertij venari poteſt ad eundem modum ex primo Inuento A D, & angulo dato B. Hoc autem tertium Inuentum addatur ſecundo Inuento, ſi duo anguli dati fuerint eiuſdem affectionis; vt in prima figura: præcedentium Probl. aut ab eodem auferantur, cum fuerint diuerſæ; nam vtroque modo prodibit latus quæſitum B D.

Primus modus.

COllectis itaque duobus prioribus Inuentis eo modo, ſicut fecimus Problemate ſeptimo huius, fiat vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam alterius anguli dato lateri oppoſiti, ita Tangens primi Inuenti ad Sinum tertij Inuenti; quod additum vel ſublatum à ſecundo Inuento, ſicut ſupra monuimus, producet ipſum, latus quæſitum.

Exemplum Primum.

	G M S		
Latus A B datum	54 50 0	8 1 7 4 8	*Sinus eius.*
Angulus B ei adiacens	52 30 0	7 9 3 3 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum A D	40 25 56	6 4 8 5 5	*Sinus prodiens.*

131375 Se-

	G M S		
		1 3 1 3 7 5	*Secans primi Inuenti.*
Latus idem AB	54 50 0	5 7 5 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum BD	40 49 38	7 5 6 6 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
Angulus alter datus C	70 53 12	3 4 6 5 6	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum primum AD	40 25 56	8 5 2 0 4	*Tangens eius.*
Inuentum tertium DC addendum ſecundo	17 10 22	2 9 5 3 0	*Sinus prodiens.*
Latus quæſitum AC	58 0 0		

Exemplum Secundum.

Inuentum Primum AD	40 25 56		
Inuentum ſecundum BD vt ſupra.	40 49 38		
Angulus alter datus C	107 45 0	3 2 0 1 0	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum primum AD	40 25 56	8 5 2 0 4	*Tangens eius.*
Inuentum tertium ſubtrahendum à ſecundo	15 49 38	2 7 2 7 4	*Sinus prodiens.*
Latus quæſitum AC	25 0 0		

Secundus modus per ſolam Tabulam Generalem, vel per Tabulas Analogiarum reliquarum.

SI Rectè percepiſti tertium modum ſeptimi Problematis huius libri; non ignorabis huius ſecundi ſolutionem per Tabulas Analogiarum. Nam primò quidem ad eundem modum exploranda ſunt duo Inuenta; nimirum primum, quod eſt latus A D, & ſecundum, quod eſt latus B D: poſtea indagandum eſt tertium Inuentum, nempe latus D C, ope ſcilicet primi Inuenti A D & anguli dati C. Vel quidem per ſolam Generalem Tabulam duplici operatione, vt præcepimus in ſexto, vel ſeptimo modo decimiquinti Problematis Tertij libri; vel potius per Tabulam quartæ Analogiæ, conquirendo in fronte eius primum Inuentum, & à latere dextro angulum alterum; nam in area obtinebis tertium Inuentum, quod poſtremò coniungendum eſt cum ſecundo, ſi dati anguli fuerint eiuſdem affectionis; vel tertium Inuentum auferatur à ſecundo, ſi fuerint diuerſæ affectionis, & vtroque modo reſultabit quæſitum latus. Quod his exemplis confirmabimus.

Primum Exemplum.

Latus AB datum	54 50 0	*in fronte*	*Prima Tabulæ.*
Angulus B ei adiacens.	52 30 0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum primum AD	40 25 56	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Complementum eiuſdem lateris AB	35 10 0	*in area*	
Inuentum ſecundum à latere dextro: eſtq; latus BD	40 49 38		
Idem primum Inuentum AD	40 25 56	*in fronte*	*Tabulæ quartæ.*
Alter angulus datus C	70 53 12	*à latere dextro*	
Inuentum tertium DC addendum ſecundo	17 11 0		
Latus quæſitum AC	58 0 0		

Secundum Exemplum.

Latus AB datum	54 50 0		
Angulus B ei adiacens.	52 30 0		
Inuentum primum AD	40 25 56		
Complementum eiuſdem lateris AB	35 10 0		
Inuentum ſecundum, id eſt latus BD	40 49 38		
Idem primum Inuentum AD	40 25 56	*in fronte*	*Tabulæ quartæ.*
Complementum alterius anguli ad ſemicirculum	72 15 0	*à latere dextro*	
Inuentum tertium ſubtrahendum à ſecundo	15 50 0		
Latus quæſitum AC	25 0 0		

IOANNIS

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM

In almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris,

PRIMI MOBILIS RELIQVI OCTO LIBRI.

In quibus habentur

PROBLEMATA ASTRONOMICA

Ad Sphæram rectam, ac obliquam: ad Stellas fixas, & Planetas: ad radiorum proiectionem, ac ad directiones: & ad obſeruationes motuum Planetarum, & Cometarum ſpectantia:

Deinde etiam

PROBLEMATA GNOMONICA, GEOGRAPHICA;

&

Omnia denique, quæ in Primo Mobili proponi, ac tractari poſſunt.

BONONIÆ,

Apud Io: Baptiſtam Bellagambam. M. DC. IX.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM

In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris.

PRIMI MOBILIS LIBER QVINTVS CONTINENS

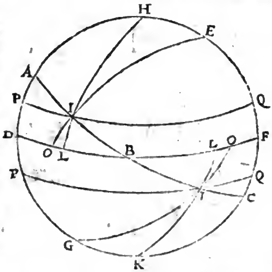
PROBLEMATA SPHERAE RECTAE.

Præfatio.

CVm de Triangulorum Sphæricorum doctrina in ſuperioribus quatuor libris abundè tractauerimus, reliquum eſt, vt ad Primi Mobilis operationes, ac ſpeculationes iam accedamus: has autem in octo proximè ſequentibus libris ſumus daturi. Verùm, ne rem ipſam confusè, atq; indigeſtè, vt hactenus à pleriſq; factum, proponere videamur, ſtatuimus in hoc Quinto libro de illis Problematibus, quæ ad Sphæram ſimpliciter rectam ſpectare poſſunt, pertractare; ſunt enim hæc cæteris & ſimpliciora, & generaliora. Proponimus itaque in primis conſiderandos hoſce Sphæræ rectæ conuenientes circulos; Aequatorem ſcilicet cum ſuis parallelis; Eclipticam: Coluros ambos, Solſtitiorum nempe, & Aequinoctiorum: Declinationum circulos, qui rectas etiam aſcenſiones determinant; Latitudinum circulos, qui longitudines quoque punctorum Eclipticæ deſignant; de quibus in primis Elementis Sphæricis vberrimè agitur: neque Polos tum ipſius Aequatoris ſeu Mundi, tum etiam Eclipticæ prætermittemus. Quæſita autem, quæ circa hanc ſimplicem Primi Mobilis conſiderationem de punctis Eclipticæ, vel de Sole expediri poſſunt, ac ſolent; ſunt circa inuentionem declinationis ex data cuiuſcunque puncti Eclipticæ longitudine; vel contrà, circa inuentionem longitudinis ex data eiuſdem declinatione. Verſantur itidem circa inquiſitionem aſcenſionis rectæ eiuſdem puncti, ex data ipſius longitudine, & contrà circa inuentionem longitudinis ex data puncti recta aſcenſione.

 Præterea

Praterea indagari ſolet angulus, quem efficit Ecliptica cum Meridiano, vel circulo declinationis inquolibet ipſius puncto, vt etiam angulus ab Aequatore cum circulo latitudinis ſeu longitudinis cuiuſcunque puncti Ecliptica factus Qua ſane omnia varijs modis poſſunt praſtari, vt ſuo loco patebit, dum tamen fuerit cognita inclinatio Ecliptica ad Aequatorem, quam maximam Zodiaci obliquitatem ſolent vocare artifices. Hanc autem pro tempore variabilem eſſe vt omnes fatentur, ſic obſeruationes edocent. Caterùm vt Tyrones magis in hoc Primi Mobilis negocio inſtituantur, non abs re erit, circularem iam memoratorum adumbrationem hic proponere.

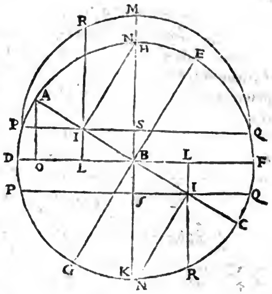


Eſto itaq; Primi Mobilis, ac Sphara recta typus, in quo circulus A H F C repraſentet Colurum Solſtitiorum, in quo accipiantur duo puncta H & K pro Mundi Polis, & ſit quidem H Polus Boreus nobis ſemper conſpicuus, & K Polus Auſtrinus latens, & ad aquidiſtantiam horũ Polorũ ductus ſit maximus Circulus pro Aequatore, cuius medietas ſit D B F Sit praterea Ecliptica medietas A B C, cuius Polus Borealis E ſit. Interſectio autem horum circulorum, nempe Eplitica, & Aequatoris ſit in B puncto; quod profectò Arietis, vel Libra initium erit; punctum verò Ecliptica A erit initium Cancri, & C Capricorni. Qua duo puncta incidunt in dictum Colurum Solſtitiorum. Eſt autem ad B angulus inclinationis Ecliptica ad Aequatorem, quem metitur arcus A D vel F C Coluri iam dicti, qui ex obſeruatione debet eſſe notus. Iam verò eligamus punctum aliquod Ecliptica I ſiue ad Boream ſiue ad Auſtrum, per quod tranſeat circulus P I Q Aequatori parallelus, atq; per dictum punctum à Polo Ecliptica E ſiue G deducatur magnus circulus E I O longitudinem ipſiuſmet puncti ab Aequinoctij puncto definiens penes arcum I B. Inſuper etiam a Polo Mundi H ſiue K per idemmet Ecliptica punctum deſcendat circulus declinationis H I L ſeu K I L; qui profectò rectam dicti puncti Ecliptica aſcenſionem terminabit in L puncto Aequatoris, quam artifices dinumerare ſolent ab Aequinoctij puncto B, vt ſit quidem arcus L B. Arcus autem I L circuli declinationis metitur ipſius puncti I Ecliptica declinationem ſiue Borealem, ſiue Auſtralem, prout punctum illud ad Polum Boreum ſeu Auſtrinum acceſſerit; qua ſingula inquirenda, & diuerſis modis inueſtiganda in ſequentibus Problematibus proponentur: quin etiam operam dabimus, vt angulum B I L ab Ecliptica cum circulo declinationis H I L effectum cognoſcamus, qui circulus Meridiani etiam vicem praſtat, vt in Elementis Sphæricis patet: Nec non vt angulum I O L, qui ſit ex concurſu circuli latitudinis ſeu longitudinis E I O cum Aequatore, patefaciamus: ſiquidem huiuſmodi angulorum cognitio ad ſequentium librorum cognoſcenda Problemata, & enodanda plurimùm conducit. In omnibus autem hiſce quaſitis perquirendis neceſſariò vel Triangulum O I B Rectangulum Sphæricum; vel Triangulum Rectangulum I L B ſimiliter Sphæricum contemplabimur, tum hoc etiam curabimus, vt illud duos ſemper habeat terminos cognitos, quò in reliqui cognitionẽ poſſimus deuenire, idq; per Triangulorũ Rectangulorũ Sphæricorum leges, verùm illa quaſita varijs modis, vbi ad Problemata accedemus, erunt diſcutienda. Nec verò ignoramus, poſſe hic etiam puncta extra Eclpticam conſiderari, pro eorum ſcilicet declinatione, ac recta aſcenſione dignoſcenda; ſed conſulto illa à nobis pratermittuntur; damus enim pro Stellis fixis peculiarem alibi librum, vt inferius patebit. Ne quid autem ad perfectam Primi Mobilis intelligentiam deeſſe videri poſſit; aliam etiam demonſtrandi methodum attingemus, videlicet per rectilinea Triangula ex Euclide, Theodoſio, ac alijs promanantem: Colligitur autem illa per conſtructam Analematicam figuram, in qua ſectiones circulorum in rectis lineis pateant, ex quarum interſecatione, & aliarum rectarum adiunctione reſultant ſchemata, ex quibus facilè ſatis, qua inquirenda ſunt, demonſtrantur, ac per numeros tractantur, vt tum patebit.

Eſto

Digitized by Google

Eſto itaque Meridianus, ſeu potius Colurus Solſtitiorum A H C G, qui per principia Cancri, & Capricorni venit, cuius centrum B idem quod Mundi centrum: recta D B F ſit communis ſectio Aequatoris, & Coluri iam dicti, quæ idcirco diameter erit ipſius Aequatoris: axis Mundi H B K ad rectos angulos ipſi diametro Aequatoris incumbat deſignans Polum Mundi Boreum H, & Auſtrinum K. Sit præterea recta A C diameter Eclipticæ, id eſt communis ſectio ipſius Eclipticæ, & Coluri ſuperius memorati, & axis Eclipticæ ſit E G oſtendens Boreum eius Polum in E, & Auſtrinum in G. Hæ igitur communes ſectiones, cùm ſint maximorum circulorum diametri, ſuper Mundi centro B ſe interſecabunt ex doctrina Theodoſii.



Aſſumatur præterea arcus Eclipticæ quiſpiam à propinquiore Aequinoctij puncto ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, qui numeretur ab E vſque ad N, ſi dictus arcus fuerit Borealis: vel à G vſque ad N, ſi dictus arcus fuerit Auſtralis, & per punctum N ducatur parallela N I ad E G diametrum interſecans Eclipticæ diametrum A C in puncto I. Per hoc autem punctum agatur recta linea P Q diametro Aequatoris parallela ſecans axem Aequatoris in S puncto; ſuper quo deſcribatur ſemicirculus P M Q, & ad diametrum huius paralleli P Q erigatur perpendicularis R I ſuper I punctum, quæ extendatur quoque ad L. Dico igitur primò in Triangulo Rectilineo Rectangulo I L B, rectam I B eſſe Sinum arcus longitudinis aſſumpti puncti à proximo Aequinoctij ſectione. Secũdò, arcum I L Sinum eſſe declinationis ipſiuſmet aſſumpti puncti Eclipticæ, at ambos quidem in ratione totius Sinus A B, & D P eſſe ipſum arcum declinationis. Tertiò aio, L B eſſe Sinum aſcenſionis rectæ eiuſdem puncti à proximiore Aequinoctij puncto, non quidem numeratæ in ratione totius Sinus A B, ſed reſpectu totius Sinus P S ſemidiametri ſcilicet paralleli P M Q. Ducatur poſtremò recta A O perpendicularis ad diametrum Aequatoris, quæ profectò Sinus erit arcus A D, vel anguli A B D maximæ obliquitatis Eclipticæ, atque O B Sinus eiuſdem ſecundus, vt conſtat. Quoniam igitur in iam deſcripto Coluro Solſtitiorum A H C G incidunt Poli tum Aequatoris tum Eclipticæ, idcirco ex decimanona Propoſitione Primi Theodoſii ipſe Colurus vtrumque circulum ad rectos ſecat angulos. Quare eorum communis ſectio plano eiuſdem Coluri ad rectos erit angulos, eius verò extrema puncta Arietis, & Libræ ad intra terminari neceſſe eſt. Quocirca ſtatuendo pro Cancri initio A punctum, & C pro initio Capricorni, erit ſemicirculus A E C ad inſtar Eclipticæ, atque eius punctum E Arietis, vel Libræ initio congruet. Quare recta N I erit Sinus rectus diſtantiæ accepti puncti N Borealis ab initio Cancri; & recta B I Sinus ſecundus eiuſdem diſtantiæ ab eodem Cancri initio; id eſt Sinus rectus primus diſtantiæ, ſeu longitudinis eiuſdem puncti ab Arietis, vel Libræ initio in præcedentia, ſeu conſequentia. Deinceps ſi ſemicirculum A E C pro Eclipticæ medietate conceptum ſtatuamus circa A C diametro moueri, donec ad Coluri planum rectus fiat, euadet recta N I ad idemmet planum perpendicularis. Et ad eundem modum ſi ſemicirculus P M Q paralleli circa eius diametrum P Q circumducatur, donec ad idem planum fiat rectus; erit recta R I ad idem perpendicularis, ac proinde ipſi N I congruet. Quare ex decimaoctaua vndecimi Elementorum planum per diametrum P Q paralleli, & per rectas N I, & R I ſimul tunc congruentes in eo ſitu ductum ad eundem Colurum rectum erit. Præterea cùm parallelus Aequatoris per datum punctum N Eclipticæ incedens rectus quoque ſit ad eundem Colurum, faciet quidem per decimamſextam vndecimi Elementorum in eo ſectionem ipſi D F parallelam, ac proinde ſemicirculus P M Q in eo ſitu per N I tranſiens erit parallelus Aequatori faciens ſectionem P Q cum

Coluro

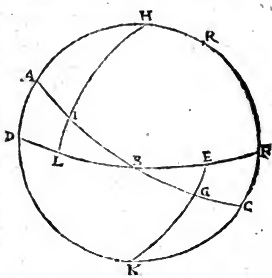
Coluro ipſi D F parallelam. Quamobrem arcus D P erit declinationis dicti puncti Eclipticæ propoſiti, & eius quidem Sinus dabitur I L.

Præterea cùm ex iam demonſtratis, quando tam ſemicirculus A E C pro Ecliptica acceptus, quàm ſemicirculus P M Q parallelus ad Colurum ſit rectus, tunc congruunt ſibi puncta N, & R, & cum circulus declinationis, qui vicem præſtat recti Horizontis, ſeu Meridiani, tranſeat per N punctũ Eclipticæ, tranſibit idem per punctum R. Cùm autem tunc punctum M ſit in Coluro Aequinoctiorum, eò quia recta S M communis ſectio paralleli, & Coluri ipſius Aequinoctiorum eſt ad Colurum Solſtitiorum ex decimanona vndecimi perpendicularis; erit arcus M R ſimilis arcui Aequatoris inter Colurum Aequinoctiorum, & circulum declinationis per R ductum, qui profectò arcus M R recta eſt aſcenſio puncti N, ſeu arcus Eclipticæ N E. His itaque demonſtratis Problemata ipſa iam proferamus.

PROBLEMA I.

Cuiuslibet puncti Eclipticæ Declinationem, data Maxima Zodiaci Obliquitate inquirere.

ESto in hoc diagrammate Colurus diſtinguens Solſtitia D A F C, medietas Æquatoris D B F, Eclipticæ medietas A B C, Polus mundi H, initium Arietis, vel Libræ punctum B, puncta Tropica A, & C, arcus A D, & C F Maxima Zodiaci Obliquitas. Punctũ I ſit, cuius Declinatio ab Æquatore cognoſcenda eſt, per quod à Polo Mundi H deſcendat maximus Quadrãs H I L, cuius portio I L debetur Declinationi ipſius dati puncti I, quæ ſanè inquirenda eſt ex data Longitudine ipſius puncti I à proximiore puncto B Æquinoctij, ſiue in præcedentia, ſiue in conſequentia.



In Triangulo itaque L I B ex noto latere I B diſtantiæ, ſeu Longitudinis dati puncti à puncto Æquinoctij B, cum angulo B Maximæ Obliquitatis deprehendemus latus I L, Declinationem nempe dati puncti I, per primum Problema Tertij huius, his quidem modis.

PRIMVS MODVS

Per primum Problema Tertij

FIat, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, ita Sinus Longitudinis dati puncti ab Æquinoctio proximiore ad Sinum Declinationis eiuſdem puncti.

Exemplum.

SIt exploranda Declinatio grad. 6. Geminorũ, quod punctum diſtat ab Aequinoctio verno gr. 66. in conſequentia, velut eſt arcus B I. Inſtituo igitur calculum ſic ſuppoſita Maxima Declinatione Zodiaci grad. 23. 31'. 30". huius ſæculi.

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Longitudo dati puncti I B	66 0 0	9 1 3 5 5	*Sinus eius.*
Declinatio dati puncti I L	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus prouenien*s.

SECVNDVS MODVS

Per Proſtaphæreſin iuxta tertium modum eiuſdem primi Problematis.

Longitudo dati puncti I	66 0 0		
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30		
Differentia	42 28 30	7 3 7 5 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	89 31 30	8 2 9	*Sinus eius ſecundus.*
		7 2 9 2 3	*Relictum è ſubtractione dimidiandum.*
Arcus I L, id eſt Declinatio dati puncti	21 23 8	3 6 4 6 2	*Sinus prouenien*s.

TERTIVS

Digitized by Google

TERTIVS MODVS

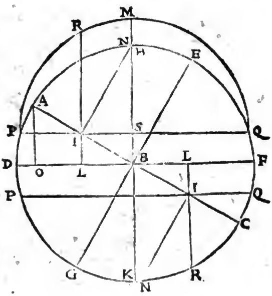
Per ingreſſum lateralem in Generalem Primi Mobilis Tabulam iuxta quartum modum illius Problematis.

INgredere lateraliter Tabulam Primi Mobilis cum Longitudine dati puncti, ac Maxima Obliquitate, quærendo minorem numerum in fronte, & à latere ſiniſtro maiorem; nam in vtriuſque concurſu patet quæſita dati puncti Declinatio.

Vt in dato Exemplo comperiendo in Tabula Generali gr.23.31′.30″.frontaliter, & à latere ſiniſtro gr.66.& obſeruata parte proportionali excipio in area gr.21.23′.8″. vt ſupra.

Ipſa autem inuenta Declinatio affectionem obtinebit Borealem, ſeu Septentrionalem, ſi oblatum Eclipticæ punctum fuerit in medietate Eclipticæ Boreali, in qua ſunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, & Virgo. Sed erit Auſtrina, ſeu Meridionalis, ſi illud punctum ad reliquam Eclipticæ medietatem referetur, complectentem Libram, Scorpium, Sagittarium, Capricornum, Aquarium, & Piſces.

Hoc Problemate ſupputari denuo poterit integer Canon Declinationum ſingularum Zodiaci partium, ſufficietque taxare dictas Declinationes ad vnum Quadrantem; eædem enim reliquis Quadrantibus deſeruient. Nam conſtat ex Elementis Sphæricis, ſingula duo puncta ęquè remota à punctis Æquinoctialibus, vel Tropicis æquales obtinere Declinationes. Vnde Declinatio iam inuenta pro gr.6. Geminorum, congruit etiam gr.24. Cancri, quæ duo puncta æquidiſtãt à puncto Tropico, atque etiam eadem congruit gr.6. Sagittarij, & gr.24. Capricorni cum contraria denominatione.



Appendix.

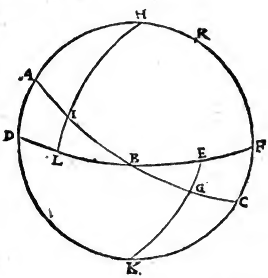
ANalogia Primi huius modi ex figura Analematis, quam in Præfatione conſtruximus, facilè deducitur in hunc modum.

Quoniam duo Triangula Rectilinea Rectangula A O B, I L B ſunt ſimilia, vt patet, erit proportio A B Sinus totius ad A O Sinum Maximæ Declinationis, vt I B Sinus Longitudinis dati puncti Eclipticæ ad I L Sinum Declinationis eiuſdem.

PROBLEMA II.

Propoſita Declinatione qualibet, cui Eclipticæ puncto congruat, addiſcere.

COnuerſum eſt hoc Theorema præcedentis; in quo ſanè proponitur nota Declinatio IL, & quęritur arcus Zodiaci I B, ad quem ſpectat; ſed nihil certi colligi poterit, niſi conſtiterit, in quonam Eclipticæ Quadrante quæſitum punctum reperiatur, cùm, vt in præcedente diximus, ſingula quatuor puncta ſingulorum Quadrantum eandem obtineant Declinationem, quæ ſcilicet à punctis Aequinoctiorum, & Solſtitiorum æquediſtant. Per quintum igitur Problema Tertij Trigonometriæ fies voti compos, ſequendo vnum, quem libuerit, ex his modis.



PRIMVS MODVS

Iuxta Tertium modum dicti quinti Problematis.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Maximæ Obliquitatis, ita Sinus Declinationis propoſitæ ad

Digitized by Google

Sinum arcus Longitudinis dati puncti à puncto alterutro Aequinoctij; vt hic in conuerſo præcedentis Exemplo videre licet.

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
Declinatio propoſita	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus eius*
Longitudo dati puncti ab Ariete	66 0 0	9 1 3 5 4	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per Proſtaphæreſin ſecundariam iuxta quintum modum quinti Problematis.

COmmutetur angulus Maximæ Obliquitatis in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, facto ingreſſu in calce, & à latere dextro; cum quo numero commutato vnà cum Declinatione propoſita accede ad Proſtaphæreſin, nam ex ea colliges Sinum Longitudinis dati puncti; vt in hoc eodem Exemplo.

Declinatio data IL.	21 23 8		
Angulus B cõmutatus in 4. ord. Magn Can.	14 30 22		
Differentia.	6 52 36	9 9 2 7 7 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	35 53 40	8 1 0 0 6 9	*Sinus eius ſecundus.*
		1 8 2 7 0 3	*Relictum è ſubtractione.*
Longitudo dati puncti ab Ariete	66 0 0	9 1 3 5 2	*Dimidium, id eſt Sinus proueniens.*

TERTIVS MODVS

Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem iuxta ſextum modum.

QVære in Generali Tabula primi Mobilis frontaliter Maximam Obliquitatem, & in eadem columna accipe Declinationem propoſitam; nam latus ſiniſtrum Tabulæ declarabit Eclipticæ arcum, ad quem huiuſmodi Declinatio ſpectat. Seu etiam quære à latere ſiniſtro dictæ Tabulæ Maximam Declinationem, & in area in eius directo Declinationem oblatam, & in fronte patebit arcus Eclipticæ ei congruens.

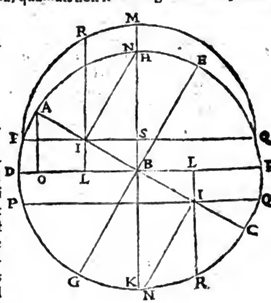
Vt in ſuperiore Exemplo, obſeruatis gr. 23. 31'. 30". Maximæ Obliquitatis in fronte, & in area gr. 21. 23'. 8". video à latere ſiniſtro congruere gr. 66. pro Longitudine dati puncti, ad quod ipſa Declinatio ſpectat.

QVARTVS MODVS

Per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ iuxta quintum modum eiuſdem quinti Problem.

SEd nullo ferè negotio, propoſitam Declinationem comperiendo à latere ſiniſtro Tabulæ ſecundæ Analogiæ, & in calce Maximam Obliquitatem, quæſitum Zodiaci arcum, ad quem ſpectat dicta Declinatio, aſſequeris in areali vtriuſque numeri concurſu, quàmuis non ita ad vnguem correſpondeat calculus, ſicut per Generalem Tabulam.

Nam in noſtro Exemplo colligitur arcus graduum 65. 56' tantummodo, contingente nimirum ingreſſu prope finem columnarum, vbi differentiæ admodum euariant.



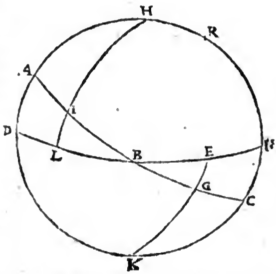
APPENDIX.

ANalogia huius Primi modi aliter etiam demonſtratur. Nam repetitis duobus Rectangulis Triangulis rectilineis AOB, ILB ſimilibus in figura Analematis: quoniam eſt AO Sinus Maximæ Declinationis ad AB Sinum totum; ita IL Sinus Declinationis dati puncti ad IB Sinum Longitudinis eiuſdem: ſed vt eſt Sinus Maximæ Declinationis ad Sinum totum; ita eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam eiuſdem Maximæ Declinationis; igitur vt eſt Sinus totus ad Secantem ſecundam Maximæ Declinationis, ita Sinus Declinationis propoſiti puncti ad Sinum Longitudinis eiuſdem. Quod erat demonſtrandum.

PRO-

PROBLEMA III.

Cuiuslibet puncti, ſeu arcus Eclipticæ Aſcenſionem rectam data eius Longitudine, ac Maxima Zodiaci Obliquitate numerare.



AScenſio recta alicuius puncti Eclipticæ intelligitur eſſe arcus Aequatoris interclusus inter punctum mutuæ ipſius,& Eclipticę ſectionis, & circulum Declinationis illius puncti, qui per Mundi polos tranſiens rectus eſt ad ipſum Aequatorem. Vnde cum duo Coluri Aequinoctiorum, & Solſtitiorum Aequatorem ſimul, & Eclipticam in quatuor æquales diriment Quadrantes, ſinguli Eclipticæ Quadrantes exactè ſuis conterminalibus Aequatoris Quadrantibus correſpondent. Numerantur verò ab Aſtronomis Aſcenſiones rectæ à puncto Verni Aequinoctij, ceu à perpetuo principio, quamuis & ab alijs quoque principalibus Zodiaci punctis liceat facere exordium; & vſum habent ipſæ Aſcenſiones rectæ in omni Sphæræ poſitione; ſi quidem Meridianus circulus ſemper rectæ Sphærę habitudinem imitatur, quia tam Horizon Sphæræ rectæ, quàm quilibet Meridianus per ipſius Aequatoris polos trāſit: quinimò vnuſquiſque Meridianus vicem fungit Horizontis recti in vno terræ loco ſub Aequinoctiali circulo, quò fit, vt quodlibet Zodiaci punctum Meridianum tranſeat circulum in Sphæra decliui cum eodem Aequatoris puncto, cum quo etiam conſcendit in Sphæra recta.

Eſto itaque figuratio, in qua D A F C Colurum repræſentet Solſtitiorum, Aequatoris medietatem DBF, & Aeclipticæ ABC, Polus Mundi Boreus intelligatur H, & Auſtrinus K. Erunt igitur Quadrantes Eclipticæ AB, & BC, qui reſpondent ſuis conterminalibus Quadrantibus Aequatoris DB, BF. Si intelligatur igitur B eſſe Arietis initium, A erit Cancri initium, & Quadrantis Eclipticæ A B complectentis ſigna Verna, recta erit Aſcenſio Quadrans Aequinoctialis DB, & poſito puncto I Eclipticæ in ipſo Quadrante, congrua eius recta Aſcenſio erit LB determinata à circulo Declinationis HL. Quam ſanè explorare nos docebit decimum Problema Tertij Trigonometriæ, mediante Triangulo LBI, in quo datur Baſis IB, id eſt Longitudo dati puncti I ab Arietis initio B, vnà cum angulo B Maximæ Obliquitatis Zodiaci. Hos autem modos ex dicto decimo Problemate ad hoc quæſitum colligendum deſumimus.

PRIMVS MODVS

Juxta Secundum modum decimi Problematis.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Maximæ Obliquitatis, ita Tangens Longitudinis dati puncti ab Aequinoctio proximiore ad Tangentem Aſcenſionis rectæ eiuſdem puncti.

Exemplum. Eſto exploranda Recta aſcenſio gr. 6. Geminorum, cuius Longitudo ab Aequinoctio Verno eſt gr. 66. formo igitur calculum ſic.

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Longitudo dati puncti	66 0 0	2 2 4 6 0 4	*Tangens eius.*
Aſcenſio recta	64 5 58	2 0 5 9 3 7	*Tangens proueniens.*

SECVNDVS MODVS.

Per Proſtaphæreſin ſecundariam ſequendo quartum modum dicti decimi Problematis.

COnuertitur Longitudo dati puncti in arcum arealem primum, vel ſecundum Tertij Ordinis Magni Canonis, cum quo numero commutato, & cum complemento Maximæ Obliquationis tractabis Proſtaphæreſin, & exiet Tangens quæſitæ Aſcenſionis rectæ. Sed Exemplum accipe.

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM

In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris.

PRIMI MOBILIS LIBER QVINTVS

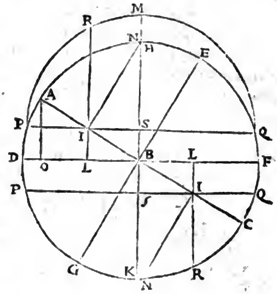
CONTINENS

PROBLEMATA SPHERAE RECTAE.

Præfatio.

CVm de Triangulorum Sphæricorum doctrina in ſuperioribus quatuor libris abundè tractauerimus, reliquum eſt, vt ad Primi Mobilis operationes, ac ſpeculationes iam accedamus: has autem in octo proximè ſequentibus libris ſumus daturi. Verùm, ne rem ipſam confuſè, atq; indigeſtè, vt hactenus à pleriſq; factum, proponere videamur, ſtatuimus in hoc Quinto libro de illis Problematibus, quæ ad Sphæram ſimpliciter rectam ſpectare poſſunt, pertractare; ſunt enim hæc cæteris & ſimpliciora, & generaliora. Proponimus itaque in primis conſiderandos hoſce Sphæræ rectæ conuenientes circulos; Aequatorem ſcilicet cum ſuis parallelis; Eclipticam: Coluros ambos, Solſtitiorum nempe, & Aequinoctiorum: Declinationum circulos, qui rectas etiam aſcenſiones determinant; Latitudinum circulos, qui longitudines quoque punctorum Eclipticæ deſignant; de quibus in primis Elementis Sphæricis vberrimè agitur: neque Polos tum ipſius Aequatoris ſeu Mundi, tum etiam Eclipticæ prætermittemus. Quæſita autem, quæ circa hanc ſimplicem Primi Mobilis conſiderationem de punctis Eclipticæ, vel de Sole expediri poſſunt, ac ſolent; ſunt circa inuentionem declinationis ex data cuiuſcunque puncti Eclipticæ longitudine; vel contrà, circa inuentionem longitudinis ex data eiuſdem declinatione. Verſantur iidem circa inquiſitionem aſcenſionis rectæ eiuſdem puncti, ex data ipſius longitudine, & contrà circa inuentionem longitudinis ex data puncti recta aſcenſione.

Eſto itaque Meridianus, ſeu potius Colurus Solſtitiorum A H C G, qui per principia Cancri, & Capricorni venit, cuius centrum B idem quod Mundi centrum: recta D B F ſit communis ſectio Aequatoris, & Coluri iam dicti, quæ idcirco diameter erit ipſius Aequatoris: axis Mundi H B K ad rectos angulos ipſi diametro Aequatoris incumbat deſignans Polum Mundi Boreum H, & Auſtrinum K. Sit præterea recta A C diameter Eclipticæ, id eſt communis ſectio ipſius Eclipticæ, & Coluri ſuperius memorati, & axis Eclipticæ ſit E G oſtendens boreum eius Polum in E, & Auſtrinum in G. Hæ igitur communes ſectiones, cùm ſint maximorum circulorum diametri, ſuper Mundi centro B ſe interſecabunt ex doctrina Theodoſii.



Aſſumatur præterea arcus Eclipticæ quiſpiam à propinquiore Aequinoctij puncto ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, qui numeretur ab E vſque ad N, ſi dictus arcus fuerit Borealis: vel à G vſque ad N, ſi dictus arcus fuerit Auſtralis, & per punctum N ducatur parallela N I ad E G diametrum interſecans Eclipticæ diametrum A C in puncto I. Per hoc autem punctum agatur recta linea P Q diametro Aequatoris parallela ſecans axem Aequatoris in S puncto; ſuper quo deſcribatur ſemicirculus P M Q, & ad diametrum huius paralleli P Q erigatur perpendicularis R I ſuper I punctum, quæ extendatur quoque ad L. Dico igitur primò in Triangulo Rectilineo Rectangulo I L B, rectam I B eſſe Sinum arcus longitudinis aſſumpti puncti à proximo Aequinoctij ſectione. Secũdò, arcum I L Sinum eſſe declinationis ipſiuſmet aſſumpti puncti Eclipticæ, at ambos quidem in ratione totius Sinus A B, & D P eſſe ipſum arcum declinationis. Tertiò aio, L B eſſe Sinum aſcenſionis rectæ eiuſdem puncti à proximiore Aequinoctij puncto, non quidem numeratæ in ratione totius Sinus A B, ſed reſpectu totius Sinus P S ſemidiametri ſcilicet paralleli P M Q. Ducatur poſtremò recta A O perpendicularis ad diametrum Aequatoris, quæ profectò Sinus erit arcus A D, vel anguli A B D maximæ obliquitatis Eclipticæ, atque O B Sinus eiuſdem ſecundus, vt conſtat. Quoniam igitur in iam deſcripto Coluro Solſtitiorum A H C G incidunt Poli tum Aequatoris tum Eclipticæ, idcirco ex decimanona Propoſitione Primi Theodoſii ipſe Colurus vtrumque circulum ad rectos ſecat angulos. Quare eorum communis ſectio plano eiuſdem Coluri ad rectos erit angulos, eius verò extrema puncta Arietis, & Libræ ad intra terminari neceſſe eſt. Quocirca ſtatuendo pro Cancri initio A punctum, & C pro initio Capricorni, erit ſemicirculus A E C ad inſtar Eclipticæ, atque eius punctum E Arietis, vel Libræ initio congruet. Quare recta N I erit Sinus rectus diſtantiæ accepti puncti N Borealis ab initio Cancri; & recta B I Sinus ſecundus eiuſdem diſtantiæ ab eodem Cancri initio; id eſt Sinus rectus primus diſtantiæ, ſeu longitudinis eiuſdem puncti ab Arietis, vel Libræ initio in præcedentia, ſeu conſequentia. Deinceps ſi ſemicirculum A E C pro Eclipticæ medietate conceptum ſtatuamus circa A C diametro moueri, donec ad Coluri planum rectus fiat, euadet recta N I ad idemmet planum perpendicularis. Et ad eundem modum ſi ſemicirculus P M Q paralleli circa eius diametrum P Q circumducatur, donec ad idem planum fiat rectus; erit recta R I ad idem perpendicularis, ac proinde ipſi N I congruet. Quare ex decimaoctaua vndecimi Elementorum planum per diametrum P Q paralleli, & per rectas N I, & R I ſimul tunc congruentes in eo ſitu ductum ad eundem Colurum rectum erit. Præterea cùm parallelus Aequatoris per datum punctum N Eclipticæ incedens rectus quoque ſit ad eundem Colurum, faciet quidem per decimamſextam vndecimi Elementorum in eo ſectionem ipſi D F parallelam, ac proinde ſemicirculus P M Q in eo ſitu per N I tranſiens erit parallelus Aequatori faciens ſectionem P Q cum

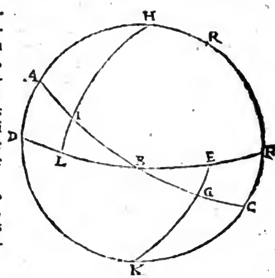
Coluro

Coluro ipſi D F parallelam. Quamobrem arcus D P erit declinationis dicti puncti Eclipticæ propoſiti, & eius quidem Sinus dabitur I L.

Præterea cùm ex iam demonſtratis, quando tam ſemicirculus A E C pro Ecliptica acceptus, quàm ſemicirculus P M Q paralleli ad Colurum ſit rectus, tunc congruunt ſibi puncta N, & R, & cum circulus declinationis, qui vicem præſtat recti Horizontis, ſeu Meridiani, tranſeat per N punctũ Eclipticæ, tranſibit idem per punctum R. Cùm autem tunc punctum M ſit in Coluro Aequinoctiorum, eò quia recta S M communis ſectio paralleli, & Coluri ipſius Aequinoctiorum eſt ad Colurum Solſtitiorum ex decimanona vndecimi perpendicularis; erit arcus M R ſimilis arcui Aequatoris inter Colurum Aequinoctiorum, & circulum declinationis per R ductum, qui profectò arcus M R recta eſt aſcenſio puncti N, ſeu arcus Eclipticæ N E. His itaque demonſtratis Problemata ipſa iam proferamus.

PROBLEMA I.

Cuiuslibet puncti Eclipticæ Declinationem, data Maxima Zodiaci Obliquitate inquirere.



ESto in hoc diagrammate Colurus diſtinguens Solſtitia D A F C, medietas Æquatoris D B F, Eclipticæ medietas A B C, Polus mundi H, initium Arietis, vel Libræ punctum B, puncta Tropica A, & C, arcus A D, & C F Maxima Zodiaci Obliquitas. Punctũ I ſit, cuius Declinatio ab Æquatore cognoſcenda eſt, per quod à Polo Mundi H deſcendat maximus Quadrãs H I L, cuius portio I L debetur Declinationi ipſius dati puncti I, quæ ſanè inquirenda eſt ex data Longitudine ipſius puncti I à proximiore puncto B Æquinoctij, ſiue in præcedentia, ſiue in conſequentia.

In Triangulo itaque L I B ex noto latere I B diſtantiæ, ſeu Longitudinis dati puncti à puncto Æquinoctij B, cum angulo B Maximæ Obliquitatis depræhendemus latus I L, Declinationem nempe dati puncti I, per primum Problema Tertij huius, his quidem modis.

PRIMVS MODVS

Per primum Problema Tertij

FIat, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, ita Sinus Longitudinis dati puncti ab Æquinoctio proximiore ad Sinum Declinationis eiuſdem puncti.

Exemplum.

SIt exploranda Declinatio grad. 6. Geminorũ, quod punctum diſtat ab Aequinoctio verno gr. 66. in conſequentia, velut eſt arcus B I. Inſtituo igitur calculum ſic ſuppoſita Maxima Declinatione Zodiaci grad. 23. 31'. 30''. huius ſæculi.

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Longitudo dati puncti I B	66 0 0	9 1 3 5 5	*Sinus eius.*
Declinatio dati puncti I L	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per Proſthaphæreſin iuxta tertium modum eiuſdem primi Problematis.

Longitudo dati puncti I	66 0 0		
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30		
Differentia	42 28 30	7 3 7 5 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	89 31 30	8 2 9	*Sinus eius ſecundus.*
		7 2 9 2 3	*Relictum è ſubtractione dimidiandum.*
Arcus I L, id eſt Declinatio dati puncti	21 23 8	3 6 4 6 2	*Sinus proueniens.*

TERTIVS MODVS

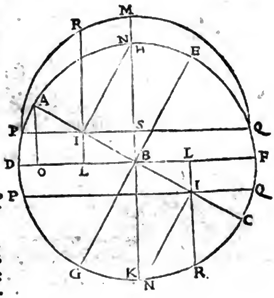
Per ingreſſum lateralem in Generalem Primi Mobilis Tabulam iuxta quartum modum illius Problematis.

INgredere lateraliter Tabulam Primi Mobilis cum Longitudine dati puncti, ac Maxima Obliquitate, quærendo minorem numerum in fronte, & à latere ſiniſtro maiorem; nam in vtriuſque concurſu patet quæſita dati puncti Declinatio.

Vt in dato Exemplo comperiendo in Tabula Generali gr.23.31'.30''.frontaliter, & à latere ſiniſtro gr.66.& obſeruata parte proportionali excepto in area gr.21.23'.8''.vt ſupra.

Ipſa autem inuenta Declinatio affectionem obtinebit Borealem, ſeu Septentrionalem, ſi oblatum Eclipticæ punctum fuerit in medietate Eclipticæ Boreali, in qua ſunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo,& Virgo.Sed erit Auſtrina, ſeu Meridionalis,ſi illud punctum ad reliquam Eclipticæ medietatem referetur, complectentem Libram, Scorpium, Sagittarium, Capricornum, Aquarium, & Piſces.

Hoc Problemate ſupputari denuò poterit integer Canon Declinationum ſingularum Zodiaci partium, ſufficietque taxare dictas Declinationes ad vnum Quadrantem; eædem enim reliquis Quadrantibus deſeruient. Nam conſtat ex Elementis Sphæricis, ſingula duo puncta çquè remota à punctis Æquinoctialibus, vel Tropicis æquales obtinere Declinationes. Vnde Declinatio iam inuenta pro gr.6.Geminorum, congruit etiam gr.24.Cancri, quæ duo puncta æquidiſtãt à puncto Tropico, atque etiam eadem congruit gr.6. Sagittarij, & gr. 24. Capricorni cum contraria denominatione.



Appendix.

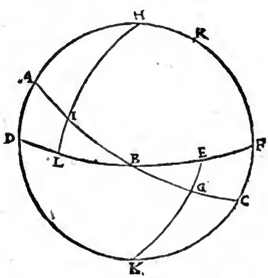
ANalogia Primi huius modi ex figura Analematis, quam in Præfatione conſtruximus, facilè deducitur in hunc modum.

Quoniam duo Triangula Rectilinea Rectangula A O B, I L B ſunt ſimilia, vt patet, erit proportio A B Sinus totius ad A O Sinum Maximæ Declinationis, vt I B Sinus Longitudinis dati puncti Eclipticæ ad I L Sinum Declinationis eiuſdem.

PROBLEMA II.

Propoſita Declinatione qualibet, cui Eclipticæ puncto congruat, addiſcere.

COnuerſum eſt hoc Theorema præcedentis; in quo ſanè proponitur nota Declinatio IL,& quçritur arcus Zodiaci I B, ad quem ſpectat; ſed nihil certi colligi poterit, niſi conſtiterit, in quonam Eclipticæ Quadrante quæſitum punctum reperiatur, cùm,vt in præcedente diximus, ſingula quatuor puncta ſingulorum Quadrantum eandem obtineant Declinationem, quæ ſcilicet à punctis Aequinoctiorum, & Solſtitiorum æquediſtant. Per quintum igitur Problema Tertij Trigonometriæ fies voti compos, ſequendo vnum,quem libuerit, ex his modis.



PRIMVS MODVS

Iuxta Tertium modum dicti quinti Problematis.

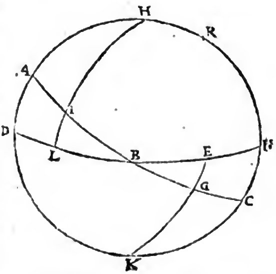
FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Maximæ Obliquitatis, ita Sinus Declinationis propoſitæ ad

Sinus

Digitized by Google

PROBLEMA III.

Cuiuslibet puncti, ſeu arcus Eclipticæ Aſcenſionem rectam data eius Longitudine, ac Maxima Zodiaci Obliquitate numerare.



AScenſio recta alicuius puncti Eclipticæ intelligitur eſſe arcus Aequatoris interclusus inter punctum mutuæ ipſius,& Eclipticę ſectionis, & circulum Declinationis illius puncti, qui per Mundi polos tranſiens rectus eſt ad ipſum Aequatorem. Vnde cum duo Coluri Aequinoctiorum, & Solſtitiorum Aequatorem ſimul, & Eclipticam in quatuor æquales diriment Quadrantes, ſinguli Eclipticæ Quadrantes exactè ſuis conterminalibus Aequatoris Quadrantibus correſpondent. Numerantur verò ab Aſtronomis Aſcenſiones rectæ à puncto Verni Aequinoctij, ceu à perpetuo principio,quamuis & ab alijs quoque principalibus Zodiaci punctis liceat facere exordium;& vſum habent ipſæ Aſcenſiones rectæ in omni Sphæræ poſitione; ſi quidem Meridianus circulus ſemper rectæ Sphærę habitudinem imitatur,quia tam Horizon Sphæræ rectæ,quàm quilibet Meridianus per ipſius Aequatoris polos trãſit: quinimò vnuſquiſque Meridianus vicem fungit Horizontis recti in vno terræ loco ſub Aequinoctiali circulo, quò fit, vt quodlibet Zodiaci punctum Meridianum tranſeat circulum in Sphæra decliui cum eodem Aequatoris puncto, cum quo etiam conſcendit in Sphæra recta.

Eſto itaque figuratio, in qua D A F C Colurum repræſentet Solſtitiorum, Aequatoris medietatem DBF, & Aeclipticæ ABC, Polus Mundi Boreus intelligatur H, & Auſtrinus K. Erunt igitur Quadrantes Eclipticæ AB, & BC, qui reſpondent ſuis conterminalibus Quadrantibus Aequatoris DB, BF. Si intelligatur igitur B eſſe Arietis initium, A erit Cancri initium, & Quadrantis Eclipticæ A B complectentis ſigna Verna, recta erit Aſcenſio Quadrans Aequinoctialis DB, & poſito puncto I Eclipticæ in ipſo Quadrante, congrua eius recta Aſcenſio erit LB determinata à circulo Declinationis HL. Quam ſanè explorare nos docebit decimum Problema Tertij Trigonometriæ, mediante Triangulo LBI, in quo datur Baſis I B, id eſt Longitudo dati puncti I ab Arietis initio B, vnà cum angulo B Maximæ Obliquitatis Zodiaci. Hos autem modos ex dicto decimo Problemate ad hoc quæſitum colligendum deſumimus.

PRIMVS MODVS

Iuxta Secundum modum decimi Problematis.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Maximæ Obliquitatis, ita Tangens Longitudinis dati puncti ab Aequinoctio proximiore ad Tangentem Aſcenſionis rectæ eiuſdem puncti.

Exemplum. Eſto exploranda Recta aſcenſio gr. 6. Geminorum, cuius Longitudo ab Aequinoctio Verno eſt gr. 66. formo igitur calculum ſic.

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	91689	*Sinus eius ſecundus.*
Longitudo dati puncti	66 0 0	224604	*Tangens eius.*
Aſcenſio recta	64 5 58	205937	*Tangens proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per Proſtaphæreſin ſecundariam ſequendo quartum modum dicti decimi Problematis.

COnuertitur Longitudo dati puncti in arcum arealem primum, vel ſecundum Tertij Ordinis Magni Canonis, cum quo numero commutato, & cum complemento Maximæ Obliquationis tractabis Proſtaphæreſin, & exiet Tangens quæſitæ Aſcenſionis rectæ. Sed Exemplum accipe.

Vt oblato gr. 24 Capricorni in vltimo Quadrante, qui diſtat ab Arietis initio gr. 294. eius reliquũ ad integrum circulum eſt gr. 66. & tanta eſt Longitudo, ſeu diſtantia dicti gr. 24 Cancri ab Arietis initio in præcedentia. Quod in præcedenti diagrammate patet, intelligendo punctum G eſſe gr. 24. Capricorni. & punctum B initium Arietis. Collecto igitur, ſicut ſupra, arcu B E Rectæ aſcenſionis grad. 64. 6′. aufero ipſam Rectam aſcenſionem ab integro circulo, & remanet Recta aſcenſio dicti grad. 24. Capricorni numerata ab Arietis initio gr. 295. 54′.

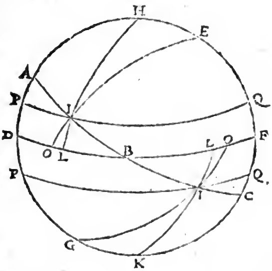
PROBLEMA IV.

Eandem Rectam aſcenſionem cuiuslibet dati puncti Eclipticæ aliter deprehendere, ex data ſcilicet Longitudine ipſius puncti cum Declinatione eiuſdem.

PRIMA FORMA

Per Triangula Sphærica.

SI propoſiti Eclipticæ puncti innotuerit Declinatio per obſeruationem, vel per primum Problema huius, facillimè eius Rectam aſcenſionem aſſequeris, media ſte Problem. 8. Tertij Trigonometr. ex quo hos modos collegimus promptiores.



PRIMVS MODVS

Iuxta tertium modum dicti 8. Problem. Trigonometr.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis dati puncti, ita Sinus ſecundus Longitudinis eiuſdem a proximiore puncto Aequinoctij ad Sinum ſecundum Aſcenſionis eius rectæ.

Vt propoſito gr. 6. Geminorum, cuius recta aſcenſio ſit inquirenda. Confugio ad primum Problema huius, colligendo eiuſdem puncti Declinationem gr. 21. 23. 8′. cum qua & cum Longitudine ipſius propono calculum ſic.

	G M S		
Declinatio puncti Eclipticæ	21 23 8	1 0 7 3 9 5	*Secans eius*
Longitudo puncti eiuſdem	66 0 0	4 0 6 7 4	*Sinus eius ſecundus*
Aſcenſio eius recta	64 6 0	4 3 6 8 2	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per Proſtaphæreſin iuxta quintum modum dicti octaui Problematis Tertij huius.

PErmutetur Declinatio dati puncti in arcum arealem Quarti ordinis, cum quo numero permutato, & cum complemento Longitudinis dati puncti tractabis Proſtaphæreſin tali pacto, vt colligas Sinum ſecundum Aſcenſionis rectæ quæſitæ poſt additionem vnius notæ dextræ.

Longitudinis dati puncti complementum	24 0 0		
Declinatio dati puncti commutata in arcum Quarti ordinis.	6 9 55		
Differentia	17 50 5	9 5 1 9 4 3	
Aggregatum	6 9 55	8 6 4 5 7 9	
		8 7 3 6 4	*Relictum e iactatione.*
Aſcenſio recta quæſita	64 6 0	4 3 6 8 2	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS

Per arealem ingreſſum in Generalem Tabulam.

INquire in calce Generalis Tabulæ Declinationem dati puncti, & arealiter ſume complementũ Longitudinis dati puncti, & à latere dextro excipies Rectam eiuſdem puncti aſcenſionem. Aut etiam accipe Declinationem iam dictam à latere dextro dictæ Tabulæ, & in area complementum Longitudinis dati puncti, & in calce Tabulæ dabitur Aſcenſio recta quæſita ipſiuſmet puncti.

Digitized by Google

Vt in noſtro Exemplo adinuenio à latere dextro Declinationem gr.21.23'.8".& in area gr.24.complementi Longitudinis dati puncti, & in calce manifeſtatur Recta aſcenſio gr.64.6'.

QVARTVS MODVS

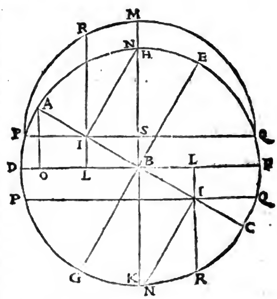
Per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ iuxta nonum modum eiuſdem octaui Problematis.

SEd citiùs te ab hoc calculo expedies, intrando frontaliter in Tabulam ſecundæ Analogiæ cum Declinatione propoſita, & à latere eiuſdem dextro cum Longitudine ipſius dati puncti; nam arealis numerus collectus complementum erit quæſitæ ipſiuſmet puncti Aſcenſionis rectæ.

Vt pro eodem Exemplo accipio grad.21.23'.in fronte ſecundæ Tabulæ, & à latere dextro gr.66.Longitudinis, & ex area colligo gr.25.54'.cuius numeri complementum eſt gr.64.6'. Aſcenſio ſcilicet recta quæſita.

SECVNDA FORMA

Per Triangula Rectilinea ex figura Analematis.



IN figura Analematis hic appoſita, cuius ſtructuram ac expoſitionem dedimus in Præfatione huius libri, diximus, rectam L B eſſe Sinum Aſcenſionis rectæ puncti Eclipticæ obtinentis Longitudinem N E à proximiore puncto Aequinoctij, cuius Sinus I B: & Declinationem D P, cuius Sinus eſt I L; qua duo data hic præſupponi debent. In Triangulis igitur Rectangulis Rectilineis ſimilibus A O B, I L B ex quarta Sexti Elemen. proportio totius Sinus A B ad O B Sinum ſecundum Maximæ Declinationis eſt, ſicut I B Sinus Longitudinis propoſiti arcus à proximiore puncto Aequinoctij ad B L rectam, quæ Sinus eſt Aſcenſionis rectæ dicti puncti; ſed in ſuo parallelo, quippe qui refertur ad arcum M R. Cùm autem tres priores lineæ dentur in ratione totius Sinus A B, prodibit vtique ex operatione aureæ Regulæ dicta recta B L in eadem ratione totius Sinus A B, vnde neceſſe erit ipſam reducere ad partes totius Sinus P S, vt innoteſcat arcus M R, cui ſimilis eſt arcus Aequatoris dictæ Aſcenſioni rectæ congruus. Cùm igitur P S ſemidiameter paralleli ſit nota in partibus totius Sinus A B, tanquam Sinus ſecundus arcus D P Declinationis dati puncti, ſi fiat vt P S Sinus ſecundus Declinationis ad eandem P S tanquam Sinum totum, id eſt per compendium Magni Canonis, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis eiuſdem dati puncti, ita L B nuper inuenta, id eſt I S in partibus totius Sinus A B, ad eandem L B, vel I S in partibus totius Sinus P S.

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Obliquitatis maximæ, ita Sinus Longitudinis dati puncti Eclipticæ à proximiore ſectione Aequinoctiali ad Inuentum primum: poſtea fiat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis dati puncti, ita primum Inuentum ad Sinum Aſcenſionis rectæ ipſius propoſiti Eclipticæ puncti.

Exemplum.

O*Blatus ſit idem grad.6.Geminorum, vt eius Aſcenſio recta adinueniatur, cuius quidem gradus innotuit ſuprà Declinatio gr.21.23'.8". Vnde calculus talis prodit.*

	G M S		
Obliquitas maxima	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Longitudo dati puncti à proxim. Aequin.	66 0 0	9 1 3 5 5	*Sinus eius.*
		8 3 7 6 2	*Primum Inuentum.*
Declinatio dati puncti	21 23 8	1 0 7 3 9 5	*Secans eius.*
Arcus aſcenſionis rectæ, vt ſupra	64 5 58	8 9 9 5 6	*Sinus proueniens.*

Digitized by Google

PROBLEMA V.

Data Recta aſcenſione ab alterutra ſectionum Aequinoctialis, & Ecliptica inchoata, arcum Ecliptica ei correſpondentem exquirere.

COnuerſum eſt præcedentis hoc, quod proponitur, Problema; & facilè diſcutitur vna tantùm operatione per 11. Probl. Tertij Trigonometriæ. Nam in Triangulo L B I ex dato latere L B Aſcenſionis rectæ cum angulo B Maximæ Obliquitatis eruitur Baſis I B, id eſt Longitudo puncti I à proximiore puncto B Æquinoctij; ad quod Recta ipſa aſcenſio ſpectat: accipe igitur hos modos promptiores cæteris relictis.

PRIMVS MODVS

Per ſecundum modum dicti vndecimi Problematis.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Aſcenſionis rectæ datæ, ita Sinus ſecundus Maximæ Obliquitatis ad Tangentem ſecundam Longitudinis ſeu diſtantiæ puncti, ad quod talis Recta aſcenſio ſpectat, à proximiore puncto Aequinoctij.

Exemplum.

O*Blata ſit recta aſcenſio gr. 64.6'. vt ei congruus Ecliptica arcus referatur, inſtituo calculum ſic.*

	G M S		
Aſcenſio recta	64 6 0	4 8 5 5 7	*Tangens eius ſecunda.*
Maxima obliquitas	22 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Longitudo dati puncti ab Ariete	66 0 0	4 4 5 2 1	*Tangens ſecunda proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per ſecundariam Proſtaphæreſin iuxta quartum modum eiuſdem vndecimi Problematis.

COmmutabis Rectam aſcenſionem datam in arcum primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis, facto in calce, & à latere dextro ingreſſu, cum quo numero, & cum complemento Maximæ Obliquitatis expedies Proſtaphæreſin, vt moris eſt, & deprædendes ex ea Tangentem ſecundam arcus Eclipticæ, cui dicta Aſcenſio recta conuenit. Accipe hoc Exemplum.

Obliquitatis maxima complementum	66 28 30		
Aſcenſio recta gr. 64.6'. commutata	29 3 0		
Differentia	37 25 30	7 9 4 1 5	*Sinus ſecun[d]us.*
Aggregatum	95 31 30	9 6 2 8	*Sinus exceſſus.*
		8 9 0 4 3	*Aggregatum.*
Arcus ei debitus, id eſt longitudo quaſita	66 0 0	4 4 5 2 1	*Dimidium, id eſt Tangens quaſita.*

TERTIVS MODVS

Per Tabulam Generalem vnico laterali ingreſſu iuxta ſextum modum eiuſdem Vndecimi Problematis.

VTere eadem Aſcenſionis rectæ commutatione, quæ in ſuperiore modo fuit tradita, quem numerum commutatum ſume in fronte Tabulæ Generalis, & à latere dextro Obliquitatem maximam, & ex area elicies numerum, qui poſtea debet inquiri in area eiuſdem ſeriei arcus tertij ordinis, in quem facta fuit prior commutatio, vt in calce & à dextro latere declaret arcum Eclipticæ correſpondentem propoſitæ Rectæ aſcenſioni.

Vt in dicto Exemplo ſumo in fronte Generalis Tabula gr. 29.3'. & à latere dextro Obliquitatem maximam gr. 23.31'.30". & in area patent gr. 26.26'.15". quos adinuenio in area tertij ordinis Magni Canonis; & in calce animaduertuntur gradus 66. pro Longitudine puncti, ad quod Recta aſcenſio propoſita ſpectat.

QVARTVS

QVARTVS MODVS
Iuxta ſeptimum modum dicti vndecimi Problematis.

PRomptiſſimè autem per Tabulam tertiæ Analogiæ propoſitum conſequeris, accipiendo in calce Obliquitatem maximam, & à latere dextro Rectam aſcenſionem oblatam; nam in area tibi manifeſtabitur confeſtim arcus Eclipticæ ſibi correſpondentis complementum, vnde & ipſe non ignorabitur.

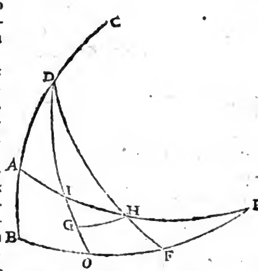
Vt in noſtro ſuperiore aſſumpto Exemplo compertis gr.23.31'.30". Obliquitatis maximæ in calce dictæ tertiæ Tabulæ, & ab eius latere dextro gr.64.6'. reſpondent in area gr.24. quorum complementum eſt gr.66. pro Longitudine quæſiti puncti Eclipticæ.

Hæc autem, quæ diximus, locum habent, cùm Recta aſcenſio fuerit minor Quadrante. Quòd ſi Quadrantem exceſſerit, ita tamen vt ſemicirculum nõ exuperet, ipſa quidem Aſcenſio recta auferenda eſt ex ſemicirculo, & cum reſiduo calculus inſtituendus eſt, & arcus elicitus auferendus ſimiliter erit ex ſemicirculo, vt propoſitam Rectã aſcẽſioni probè conueniat. Si verò propoſita Recta aſcenſio ſuperauerit ſemicirculum vſque ad gr.270. ſeu ad dodrantem circuli, detracto tunc ab ea ſemicirculo cum reſiduo arcum Eclipticæ agnoſce, cui ſimiliter ſemicirculum adde. Si denique tres quartas circuli Aſcenſio propoſita ſuperauerit, ideſt gr.270. vſque ad integrum circulum, tunc ipſam ex toto circulo reijce, & cum reliquo operare, vt habeas congruum arcum, qui itidem ab integro circulo ſublatus relinquet arcum Zodiaci ipſi Rectæ aſcenſioni competentem.

PROBLEMA VI.

Propoſito Eclipticæ arcu ſuam Rectam aſcenſionem æquante, cuius vnus terminus ſit cognitus, reliquum quoque notum reddere.

DEbet propoſitus Eclipticæ arcus totus inter duo proxima puncta cardinalia concludi, nec ad alterutrum illorum terminari; id eſt oportet totum in eadem Zodiaci quarta contineri.



Eſto Zodiaci Quadrans E A, & Aequatoris quadrans ipſi conterminus ſit B E. Coluri portio ſit C D B incedẽs per Polum C Eclipticę, & per D Polum Mundi. Sit autem arcus Eclipticæ propoſitus H I æqualis arcui Aequatoris F O, ideſt Aſcenſioni ſuæ rectæ; per quorum arcuum terminos incedant duo Quadrantes D F, D O à Mundi Polo. Deinde ex termino H noto propoſiti arcus H I cadat perpendicularis arcus H G. Propoſitum nunc eſt ex calculo cognoſcere diſtantiam puncti I à puncto Aequinoctiali E. Quod ſanè fiet, multiplicando Sinum complementi Maximæ Declinationis in Sinum totum; & productum per Sinum ſecundum Declinationis dati puncti H diuidẽdo: nam in quotiente emerget Sinus ſecundus Declinationis alterius termini illius arcus Zodiaci ignoti, ideſt puncti I. Nam vt eſt Sinus arcus H D complementi Declinationis ad Sinum arcus D A complementi Maximæ Obliquitatis; ita eſt Sinus totus ad Sinum arcus D I complementi Declinationis puncti I ignoti, quod inquirendum eſt. Cuius accipe hanc demonſtrationem, relicta Regiomontani prolixa ac difficili demonſtratione.

Quoniam Triangula Rectangula D G H, D O F habent angulum ad D communem, ideo ex coroll. Primi Theor. Primi huius erit Sinus Baſis D H ad Sinum lateris H G oppoſiti angulo ad D Trianguli D G H, vt eſt Sinus Baſis D F, ideſt Sinus totus ad Sinum lateris F O eidem angulo ad D oppoſiti in altero Triangulo D O F, & permutatim erit Sinus Baſis D H ad Sinum Baſis D F, totum nempe, vt eſt Sinus arcus G H ad Sinum arcus O F, ideſt ad Sinum arcus I H (ſunt enim ex hypoteſi æquales arcus I H, O F) ſed vt eſt Sinus arcus G H ad Sinum arcus I H in Triangulo I G H, ita eſt Sinus arcus A D ad Sinum arcus D I in Triangulo D A I ex eodem corollario primi Theor. quia ſunt duo Triangula Rectangula habentia angulos ad I æquales. Ergo vt eſt Sinus arcus D H complementi ſcilicet Declinationis puncti H noti ad Sinum totum D F, ita eſt Sinus arcus A D complementi Maximæ Declinationis ad Sinum arcus D I complementi Declinationis puncti ignoti I. Quod erat demonſtran-

Digitized by Google

demonſtrandum. Nunc autem ſupputationem huius Problematis inſtituamus varijs modis, relicto illo modo nimis tædioſo.

PRIMVS MODVS
Per Secantes.

CVm ſit Sinus ſecundus Declinationis puncti cogniti ad Sinum totum, vt Sinus ſecundus Obliquitatis Maximæ ad Sinum ſecundum Declinationis puncti Eclipticæ incogniti, loco Sinus ſecundi Declinationis dicti puncti cogniti cape eius Secantem primam, & erit Sinus totus ad Secantem Declinationis puncti Eclipticæ dati, ita Sinus ſecundus Obliquitatis Maximæ ad Sinum ſecundum Declinationis puncti Eclipticæ incogniti. Vnde per ſecundum Problema huius cognoſces ipſius Declinationis arcum.

Exemplum.

ESto arcus Ecliptica, cuius initium ſit gr. 10. Tauri explorandus, qui æqualis ſit ſuæ Rectæ aſcenſioni. Declinatio dicti puncti dati per primum Problema eſt gr. 14.52'. Vnde ſic procedit ſupputatio.

	G	M	S		
Initium arcus dati Ecliptica	40	0	0		
Declinatio eius	14	52	0	1 0 3 4 6 3	*Secans eius.*
Obliquitas maxima	23	31	30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio finis ipſius arcus	18	26	30	9 4 8 6 4	*Sinus ſecundus prodiens.*
Punctum I Ecliptica ei congruum	52	24	0		

Arcus itaque à gr. 10. Tauri vſque ad gr. 22.24'. eiuſdem obtinet Rectam aſcenſionem ſibi æqualem, nempe grad. 12.24'.

SECVNDVS MODVS
Per vnicum introitum in Tabulam Generalem.

INgredere Tabulam Generalem Primi Mobilis, quærendo in calce Maximam Obliquitatem, & in area complementum Declinationis dati puncti, nempe gr. 75.8'. & à latere dextro dabitur Declinatio alterius puncti Eclipticæ ignoti grad. 18.26'.30''. quæ per primum Problema huius refertur ad grad. 22.24'. Tauri.

TERTIVS MODVS
Per lateralem introitum in Tabulam Secundæ Analogiæ.

QVære in fronte Tabulæ Secundæ Analogiæ Declinationem dati puncti, & à latere dextro Maximam Obliquitatem, & in area comperies complementum Declinationis quæſiti alterius puncti Eclipticæ.

Vt in eodem Exemplo, obſeruando in fronte dictæ Tabulæ gr. 14.52'. & à latere dextro gr. 23.31'.30''. patent in area gr. 71.33'.30''. pro complemento Declinationis quæſiti puncti. Vnde pronuncio, dicti puncti Eclipticæ ignoti Declinationem eſſe gr. 18. ex qua prodeunt gr. 22.24'. Tauri, ſicut ſupra.

PROBLEMA VII.

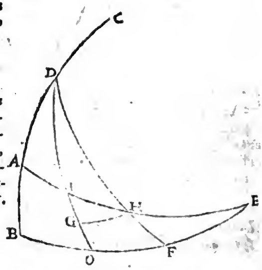
Punctum Eclipticæ in qualibet Quarta terminans arcum, qui Aſcenſionem ſuam rectam quàm maximè ſuperat, ope numerorum indagare.

ASſumpto ſuperiore diagrammate, intelligatur Quadrantem D F ductum eſſe ad Aequatorem B E, hac conditione: vt Sinus arcus D H medio loco proportionalis ſit inter Sinum D A complementi Maximæ Obliquitatis, & Sinum totum. Hoc enim pacto eueniet, non poſſe dari arcum Eclipticæ à ſectione Vernali inchoatū, qui Aſcenſionem ſuam rectam pluris excedat, quàm faciat arcus E H, qui pertinet ad arcum D H. Quocirca erit Sinus totus ad Sinum arcus D H complementi Declinationis illius arcus E H, vt eſt ipſe Sinus arcus D H ad Sinum arcus D A complementi Maximæ Solaris Declinationis. Cùm verò tres quantitates ſunt proportionales. Rectangulum ſub extremis contentum æquatur Quadrato mediæ per 16. Sexti Eucl. Quare ſi multiplicetur Sinus arcus A D, id eſt complementum Maximæ Obliquitatis in Sinum totum, & huius naſcentis numeri radix

dix

Digitized by Google

dix eliciatur quadrata ; ipſa quidem Sinus erit ſecundus Declinationis puncti H. Vnde ex Problemate ſecundò huius cognoſcetur arcus EH.



Exemplum.

S It inquirendum huiuſmodi punctum in Quadrante Ecliptica vernali determinans arcum magis ſuam Aſcenſionem rectam excedentem, quàm faciat alius arcus in eodem Quadrante. Multiplico Sinum ſecundum Maxima Obliquitatis Solaris, nempe 91689. in Sinum totum, & fit 9168900000, cuius numeri quadrata radix eſt 95754. Sinus nempe ſecundus Declinationis arcus Ecliptica quaſiti, cui ſanè competit arcus gra. 16. 45'.22". qua Declinatio ſpectat ad gr.16.14'.39". Tauri.

Aliter ex Tabula Generali Primi Mobilis.

I Ngredere lateraliter Tabulam Generalem cum duobus numeris æqualibus tam diu, donec in vtriuſque concurſu pateat in area Tabulæ complementum Maximæ Declinationis Solis. Quod ſi præcisè euenerit, ſcias vnum illorum numerorum æqualium eſſe complementum Declinationis arcus Eclipticæ quæſiti, ſi fuerit tamen acceptus in fronte, vel à latere ſiniſtro: Sed ſi fuerit acceptus in calce, vel à latere dextro, erit ipſamet Declinatio arcus Eclipticæ quæſiti. Si præcisè non comperitur in area numerus reſpondens duobus æqualibus numeris à lateribus, qui ſit æqualis complemento Maximæ Solaris Obliquitati: cape numerum arealem dicto complemento minorem congruentem duobus æqualibus numeris lateralibus; atque etiam ſume numerum maiorem dicto complemento in area, notando numeros æquales laterales. Subtracto verò numero areali minore à maiore numero areali; accipiatur illa differentia, quæ quidem conſurgit ad decem minuta lateralia; ſume demùm etiam differentiam minoris numeri arealis à complemento Maximæ Obliquitatis Solaris. Poſtea in Tabula Proportionali ad vſum Tabulæ Generalis obſerua in fronte differentiam illorum duorum numerorum arealium; ſi ipſam inueneris, & in area ſume differentiam alteram, nempe minoris numeri arealis à Maximæ Obliquitatis complemento, & ex ſimplici vel duplicato ingreſſu colliges à latere minuta, & ſecunda addenda numero frontali, cui competit minor numerus arealis. Quòd ſi in Tabula iam dicta Proportionali non exprimatur differentia dictorum duorum arealium numerorum, dimidia vtramque differentiam; & cum illis dimidiatis numeris perfice calculum, vt ſupra.

Vt exempli gratia ſit inquirendum per Generalem Tabulam, quod fuit propoſitum. Quoniam hic non datur arealis numerus in Generali Tabula æqualis complemento Maxima Solaris Obliquitati, qui competat duobus numeris lateralibus æqualibus, ideo accipio proximè minorem, & proximè maiorem, vt hic.

G	M	S	
66	35	53	*Arealis numerus proximè maior Maxima Obliquitate, qui reſpondet gr.73.20'. tam in fronte, quàm à latere ſiniſtro.*
66	22	5	*Arealis num. proximè maior Maxima Obliquitate, qui reſpondet gr.73.10'. tam in fronte, quàm à lat. ſiniſtro.*
	13	48	*Differentia duorum arealium numerorum.*
	6	54	*Eius dimidium quærendum in fronte Tabula Proportionalis ad vſum Generalis Tabula.*
66	28	30	*Complementum Maxima Obliquitatis.*
66	22	5	*Arealis numerus minor.*
	6	25	*Differentia vtriuſque.*
	3	12	*Dimidium quærendum arealiter ſub columna alterius numeri dimidij, nempe 6.54'.*
	4	38	*Pars proportionalis collecta à latere dicta Tabula Proportionalis ex duobus ingreſſibus.*
73	10	0	*Minor numerus frontalis.*
73	14	38	*Complementum Declinationis quæſiti arcus Ecliptica.*
16	45	22	*Declinatio dicti arcus, qua refertur ad gr.16.15'. Tauri.*

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA VIII.

Dato aggregato ex arcu Ecliptica, & Aſcenſione ſua recta, vtrumque illorum diſcernere.

SI fortè tibi proponeretur arcus compoſitus ex arcu Eclipticæ, & Aſcenſione ſua recta; vt vtrunque ſecernas; auxilio præcedentis Problematis vteris altero horum modorum: collecta ſcilicet maxima differentia ex præcedente Problemate, qua aliquis arcus Eclipticæ differt ab Aſcenſione eiuſdem recta.

PRIMVS MODVS
Per Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum differentiæ iam dictæ, ita Sinus aggregati ex arcu Eclipticæ, & eius Aſcenſione recta ad Sinum differentiæ, qua arcus Eclipticæ Aſcenſionem ſuam rectam excedit: qua differentia detracta ab arcu compoſito, dimidium reſidui erit Aſcenſio recta, & eadem differentia addita reliquæ mediæ parti producitur arcus Eclipticæ deſideratus.

Exemplum.

PRopoſitus ſit arcus gr.38. conſtans ex arcu Ecliptica, & Aſcenſione eius recta ſimul, vt vterq; ſit cognoſcendus. Colligitur ex præcedente, maximam differentiam, qua aliquis arcus Ecliptica differt ab eiuſdem Aſcenſione recta, eſſe gr.2.29'.5". ſubducendo à longitudine gr.16.14'.39". Tauri eius Aſcenſionem rectam, quæ per tertium, vel Quartum Problema huius datur gr.43.45'.34". Sinum rectum huius differentiæ capio, & ſimiliter Sinum rectum aggregati ex arcubus, & tracto calculum ſic.

	G M S		
Differentia inuenta, vt ſupra	2 29 5	4 3 3 6	*Sinus eius.*
Aggregatum ex arcubus	38 0 0	6 1 5 6 6	*Sinus eius.*
Arcus eius ſubtrahendus	1 31 46	2 6 6 9	*Sinus prodiens.*
Relictum ex ſubtractione	36 28 14		
Dimidium, ideſt Recta aſcenſio	18 14 7		
Arcus Eclipticæ quæſitus.	19 45 53		

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm arcu differentiæ Maximæ, qua aliquis gradus Eclipticæ ſuperat ſuam Rectam aſcenſionem, & cum aggregato ex arcubus propoſito tractabis Proſtaphæreſin, vt moris eſt. Nam colliges Sinum arcus differentiæ inter arcum Eclipticæ, & ſuam Aſcenſionem rectam, qui dictum aggregatum componunt. Vt in eodem Exemplo ſic patet.

Aggregatum ex arcubus	38 0 0		
Differentia iam memorata	2 29 5		
Differentia	35 30 55	8 1 3 9 6	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	40 29 5	7 6 0 5 8	*Sinus ſecundus.*
		5 3 3 8	*Relictum e ſubtractione.*
Arcus eius, ideſt differentia quæſita	1 31 46	2 6 6 9	*Dimidium, ideſt Sinus.*

Reliquum calculi abſoluendum eſt, vt ſupra.

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Generalem.

COllecta Maxima differentia ex præcedente Problemate arcus Eclipticæ, & ſuæ Aſcenſionis rectæ, cum ipſa, & cum aggregato ex arcu Eclipticæ, & Aſcenſione ſua recta ingredere dictam Tabulam Generalem lateraliter, & habebis in angulo communi differentiam, qua arcus Eclipticæ quæſitus excedit ſuam Aſcenſionem rectam: qua mediante, ſicut in primo modo, vtrumque arcum diſcernes.

Vt in eodemmet Exemplo ſumo in fronte Generalis Tabulæ differentiam memoratam graduum 2.29'.46". & à latere ſiniſtro aggregatum ipſum ex arcubus, nempe gradus 38. & ex area colligo gradus 1 31'.46". pro differentia, qua arcus Ecliptica quæſitus excedit ſuam Aſcenſionem rectam, cuius vſus eſt, ſicut in alijs modis patuit.

Digitized by Google

PROBLEMA IX.

Angulum ex coincidentia Ecliptica & Meridiani apud quodlibet Ecliptica punctum prouenientem ex Maxima Zodiaci Obliquitate, vnà cum dati puncti diſtantia à proximiore Aequinoctij puncto deprehendere.

ESto D A H F Solſtitiorum Colurus. D B F Aequatoris medietas. A B C Eclipticę medietas. H I L Meridiani Quadrans à Mundi Polo H proueniens ac tranſiens per I punctum Eclipticæ, in quo ſanè quatuor cōſtituūtur anguli; duo nempe acuti inter ſe ęquales, qui ſunt A I H, B I L; & duo obtuſi itidem æquales, nimirum A I L, H I B. Propoſitum autem eſt inquirere angulum A I H Orientalem, & Borealem; vel L I B Auſtralem, & Occidentalem; nam altero illorum cognito, reliquum noteſcunt. Sed operæ precium eſt ſcire, huiuſmodi angulum in punctis Tropicis rectum eſſe. Nam tunc Meridianus coincidit cum Coluro Solſtitiorum, qui ad rectos eſt angulos ipſi Eclipticæ. Sed in Aequinoctiorum punctis acutus angulus par eſt complemento Maximæ Obliquitatis Eclipticæ. Quare hic acutus augetur ad interuallum quantitatis Obliquitatis Solaris Maximę; idque ab initio Arietis, vel Libræ, vſque ad initium Cancri, vel Capricorni. Pręterea ſciendum eſt, acutum angulum in primo Eclipticę Quadrante continente Arietem, Taurū, & Geminos, atque in quarto continente Capricornum, Aquarium, & Piſces, eſſe Borealem Orientalem, vel Auſtralem Occidentalem. In ſecundo Quadrante complectente Cancrum, Leonem, & Virginem, ac in tertio conſtante ex Libra, Scorpio, & Sagittario acutus angulus eſt Auſtralis Orientalis, vel Borealis Occidentalis. Sed obtuſus eſt Borealis Orientalis, & Auſtralis Occidentalis.

In Triangulo itaque B I L ex noto latere B I Longitudinis ſeu diſtantię dati puncti Eclipticę à proximiore puncto Aequinoctij; ſiue ſit in conſequentia ſignorum, ſiue in pręcedentia, atque ex noto angulo B Maximę Obliquitatis Zodiaci depręhendetur per 12. Problema Tertij Trigonometrię angulus quęſitus B I L, his modis.

PRIMVS MODVS
Iuxta ſecundum modum dicti duodecimi Problematis.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum dati arcus Longitudinis, ſeu diſtantię dati puncti à proximiore puncto Aequinoctij; ita Tangens Maximę Obliquitatis Zodiaci ad Tangentem ſecundam anguli quęſiti.

Exempli gratia, quæro angulum huiuſmodi, qui ſit apud gr. 6. Geminorum, quando datur Maxima Obliquitas huius ſaculi gr. 23. 31′. 30″. Inſtituo igitur calculum ſic.

	G M S		
Longitudo dati puncti	66 0 0	40674	*Sinus eius ſecundus.*
Maxima Obliquitas	23 31 30	43533	*Tangens eius.*
Angulus quaſitus.	79 57 32	17707	*Tangens ſecunda proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Proſtaphæreſin, iuxta quartum modum eiuſdem duodecimi Problematis.

APtentur numeri ad Proſtaphęreſin ſecundariam, conuertendo ſcilicet angulum Obliquitatis Maximę in arcum ſecundum Tertij Ordinis Magni Canonis; qui numerus manet ſemper idem, niſi mutetur Maxima Zodiaci Obliquitas, cum hoc autem numero, & cum complemento Longitudinis dati puncti operare per Proſtaphęreſin: nam exibit Tangens ſecunda anguli quęſiti, vt in hoc Exemplo ſuperius aſſumpto.

Obliquitas Maxima commutata	25 48 23		*in tertio ordine Magni Canonis.*
Complementum Longitudinis dati puncti	24 0 0		
Differentia	1 48 23	99951	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	49 48 23	64538	*Sinus eius ſecundus.*
		35413	*Differentia Sinuum.*
Angulus ei correſpondens	79 57 32	17707	*Dimidium, id eſt Tangens ſecunda quæſita.*

TERTIVS

TERTIVS MODVS

Iuxta quintum modum dicti duodecimi Problematis per Generalem Tabulam primi Mobilis.

VT euitemus duplicem operationem per Generalem Tabulam, vtemur numero Maximæ Obliquitatis, vt ſupra, commutato, cum quo & cum Longitudine dati puncti faciemus introitum lateralem in dictam Tabulam, comperiendo in fronte numerum Maximæ Obliquitatis commutatum, & à latere dextro Longitudinem dati puncti. Seu à latere ſiniſtro ſumendo numerum Obliquitatis commutatum, & in calce Longitudinem dati puncti; nam in area colliges numerum, qui vbi fuerit compertus in prima columna arcuum arealium Tertij Ordinis Magni Canonis, dabit in calce & à latere dextro angulum, quem optabamus.

Vt manente eodem Exemplo, in quo Obliquitas Maxima fuit commutata in gr. 25. 48′. 23″. arcus arealis ſecundi Tertij Ordinis Magni Canonis: hunc numerum adinuenio in fronte Generalis Tabulæ, & à latere dextro gr. 66. Longitudinis ipſius dati puncti, & in area patent gr. 10. 12′. ferè, & hunc numerum quæro in area eiuſdem Tertij Ordinis in ſecũdis arcubus, & video ei reſpondere in calce, & à latere dextro gr. 79. 57′. 30″. ferè pro angulo quæſito.

QVARTVS MODVS

Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

SEd promptiſſimè eundem angulum aſſequeris ex Tabula Tertiæ Analogiæ, ſi in eam ingrediaris in calce cum arcu Zodiaci Longitudinis dati puncti, & à latere ſiniſtro cum Maxima Obliquitate: nam area exhibet in vtriuſque concurſu quæſiti anguli complementum. Vnde & angulus ipſe notus erit.

Vt in eodem Exemplo ſumo in area dictæ Tertiæ Tabulæ gr. 66. Longitudinis, & à latere ſiniſtro Obliquitatem Maximam gr. 23. 31′. 30″. & in area patent gr. 10. 2′. quorum complementum gr. 79. 58′. declarat magnitudinem quæſiti anguli.

PROBLEMA X.

Eundem angulum Eclipticæ & Meridiani ex Declinatione dati puncti, ac Maxima Obliquitate elicere.

SI propoſitum Eclipticæ punctum, iuxta quod angulum huiuſmodi deſideras, Declinationem habuerit notam, nempe arcum L I Trianguli L B I cum angulo eodem B Obliquitatis Maximæ, ex Septimo Problemate Tertij Trigonometriç quæſitum angulum elicies; vtendo his modis expeditioribus.

PRIMVS MODVS

Iuxta tertium modum Septimi Problematis.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis dati puncti; ita Sinus ſecundus Maximæ Obliquitatis ad Sinum anguli quæſiti.

Vt in Exemplo præcedentis Problematis, in quo quæritur angulus apud gr. 6. Geminorum proueniens, talem accipe formam.

	G M S		
Declinatio dati puncti	21 23 7	1 0 7 3 9 4	*Secans eius.*
Maxima Obliquitas	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus	79 57 0	9 8 4 6 8	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per Proſtaphæreſin.

COmmuta angulum Maximæ Obliquitatis in arcum arealem Quarti Ordinis, qui numerus ſemper manet idem, niſi Obliquitas fuerit mutata; cum quo numero, & cum complemento Declinationis dati puncti inſtitue Proſtaphęreſin ſicut in eodem Exemplo, vt infra, nam ex ea prodibit Secans ſecunda quęſiti anguli.

Declinationis dati puncti complementum	68 36 53		
Declinatio dati puncti commutata in area	6 15 19		*lem arcum Quarti Ordinis.*
Differentia	62 21 34		*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	74 52 12		*Sinus eius ſecundus.*
			Relictum e ſubtractione.
Angulus	97 57 0		*Dimidium, id eſt Secans ſecunda.*

TERTIVS MODVS
Per vnicum introitum arealem in Tabulam Generalem.

INquire in calce Generalis Tabulæ Declinationem dati puncti, ac in eadem columna ſume complementum Maximæ Solaris Obliquitatis: nam in ſiniſtro Tabulę latere patebit angulus quæſitus. Aut etiam ingredere cum Declinatione dati puncti à latere Textro Tabulæ; & arealiter in eadem linea obſerua complementum Maximæ Obliquitatis. Nam in fronte exprimetur angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo comperio in calce gr. 21.23′.7″. Declinationis datæ, & arealiter gr. 66,28′.30″. complementum videlicet Maximæ Obliquitatis, & à latere ſiniſtro patent gr. 79.57′. pro angulo quæſito.

QVARTVS MODVS
Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

SEd promptiſſimè, ac nullo ferè negocio quæſitum angulum aſſequeris, intrando in frontem Tabulæ ſecundæ Analogiæ cum Declinatione dati puncti; & à latere dextro cum Obliquitate Maxima; & in angulo communi cognoſces angulum iam dictum.

Vt ſumptis gradibus 21.23′. Declinationis datæ in fronte dictæ ſecundæ Tabulæ, & à dextro latere gr. 23.31′. Obliquitatis Maximæ; in angulo patebunt gradus 79.57′. vt prius, pro angulo quæſito.

PROBLEMA XI.

Eundem angulum Eclipticæ, & Meridiani ex diſtantia dati puncti ab Aequinoctij proximiore ſectione, ac eiuſdem Declinatione aperire.

SI In Triangulo eodem L B I data fuerit diſtantia I B cum Declinatione I L, Problema decimumquartum Tertij Trigonometriæ ad huius anguli B I L inquiſitionem conducet; cuius ſanè hos modos expeditiores colligemus.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem Declinationis dati puncti; ita Tangens ſecunda Longitudinis dati puncti à proximiore puncto Aequinoctij ad Sinum ſecundum anguli quæſiti, vt in hoc repetito Exemplo cernes.

	G	M	S		
Declinatio dati puncti	21	23	7	3 9 1 6 0	*Tangens eius.*
Longitudo dati puncti	66	0	0	4 4 5 2 3	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	79	57	0	1 7 4 3 5	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Tabulam Quartæ Analogiæ.

QVære in fronte dictæ Tabulæ Declinationem dati puncti, & à latere dextro Longitudinem eiuſdem puncti à proximiore puncto Aequinoctij, & in areali vtriuſque numeri concurſu manifeſtabitur quæſiti anguli complementum.

Vt manente eodem Exemplo, comperto in fronte quartæ Tabulæ gr. 21.23′. Declinationis datæ, & à latere dextro gr. 66. Longitudinis dati puncti. & in area offeruntur gr. 10.3′. Eſt igitur quæſitus angulus gr. 79.57′.

PROBLEMA XII.

Eundem angulum Eclipticæ & Meridiani ex diſtantia dati puncti ab Aequinoctio proximiore, & Aſcenſione recta eiuſdem definire.

VT in eodem Triangulo L I B, ſi data fuerit diſtantia ſeu Longitudo I B cum L B latere congruente Rectæ aſcenſioni eiuſdem puncti, pandetur angulus L I B per quartum Problema Tertij Trigonometriæ, præcipuè verò vtendo his modis promptioribus.

Digitized by Google

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Longitudinis dati puncti, ita Sinus Aſcenſionis rectę eiuſdem ad Sinum anguli quæſiti, vt hic.

	G	M	S		
Longitudo dati puncti	66	0	0	1 0 9 4 6 4	*Secans eius ſecunda.*
Aſcenſio eiuſdem recta	64	6	0	8 9 9 5 6	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus	79	57	0	9 8 4 6 9	*Sinus prouenient.*

SECVNDVS MODVS
Per arealem introitum in Tabulam Generalem.

SVme in latere ſiniſtro Generalis Tabulæ Longitudinem dati puncti, & areatim in eadem linea quæras eiuſdem Aſcenſionem rectam; nam in fronte prodibit quæſitus angulus. Siue etiam quæras in fronte Longitudinem, & in area Rectam aſcenſionem, & à latere ſiniſtro dabitur quæſitus angulus.

Vt in dicto Exemplo ſumendo frontaliter gr. 66. Longitudinis, & arealiter gr. 64. 6'. conſpicitur à ſiniſtro latere angulus quæſitus gr. 79. 57'. 35".

TERTIVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ.

COmperias in calce Tabulæ ſecundæ Analogiæ Longitudinem dati puncti, & ab eius latere ſiniſtro Aſcenſionem rectam eiuſdem puncti, & in vtriuſque areali concurſu definietur angulus, qui deſideratur.

Vt in dicto eodem Exemplo obſeruo gr. 66. Longitudinis datæ in calce, & à latere ſiniſtro gr. 64. 6'. & in area depromo gr. 79. 58'. pro angulo quæſito.

PROBLEMA XIII.

Aliter eundem angulum Eclipticæ & Meridiani ex Aſcenſione recta, & Declinatione dati puncti inquirere.

SI in Triangulo eodem LBI darentur latera LB Aſcenſionis rectæ, & LI Declinationis dati puncti I, nihilominus colligeretur idem angulus BIL Eclipticæ & Meridiani per nonum Problema Tertij Trigonometriæ; à quo hos modos excerpſimus.

PRIMVS MODVS
Iuxta ſecundum modum noni Problematis Trigonometriæ.

FIat vt Sinus totus ad Sinum Declinationis dati puncti, ita Tangens ſecunda Aſcenſionis rectæ eiuſdem ad Tangentem ſecundam anguli Eclipticæ & Meridiani quæſiti; vt hic cernes repetito ſuperiori Exemplo.

	G	M	S		
Declinatio dati puncti	21	23	7	3 6 4 6 4	*Sinus eius.*
Aſcenſio recta	64	6	0	4 8 5 5 7	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	79	57	35	1 7 7 0 6	*Tangens ſecunda prouenient.*

SECVNDVS MODVS
Per Tabulam tertiæ Analogiæ.

FAc lateralem introitum in dictam tertiæ Analogiæ Tabulam cum Declinatione dati puncti in fronte, & à latere dextro cum Aſcenſione recta eiuſdem, & ex area in vtriuſque concurſu excipies complementum anguli quæſiti.

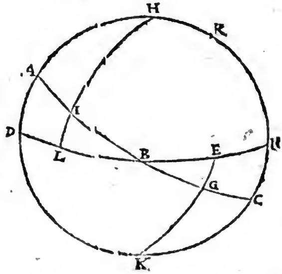
Vt in dato Exemplo capto in fronte tertiæ Tabulæ grad. 21. 23'. Declinationis datæ, & à latere dextro grad. 64. 6'. Aſcenſionis rectæ, & in area patent gr. 10. 2'. quorum complementum gr. 79. 58'. debetur quæſito angulo.

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XIV.

Aliter adhuc eundem angulum Eclipticæ & Meridiani ex Aſcenſione recta dati puncti & Maxima Zodiaci Obliquitate indagare.



QVod ſi propoſiti Trianguli Rectanguli L B I detur latus L B, quod eſt Recta aſcenſio dati puncti I, ipſo quidem mediante vnà cum angulo B Maximæ Obliquitatis, depræhendemus facillimè iam memoratum angulū BIL per tertium Problema Tertij Trigonometriæ, idque his modis.

PRIMVS MODVS

Per ſolos Sinus vnica multiplicatione.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, ita Sinus ſecundus Aſcenſionis rectæ ad Sinum ſecundum anguli quæſiti; vt hic.

	G M S		
Maxima obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 4	*Sinus eius.*
Aſcenſio recta	64 6 0	4 3 9 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus	79 57 35	1 7 4 3 4	*Sinus ſecundus prouenens.*

SECVNDVS MODVS

Per Proſtaphæreſin.

ABſoluitur hæc operatio facillimè per Sinuum Proſtaphæreſin, operando cum Maxima Obliquitate, & cum complemento Aſcenſionis rectæ, prout ſequitur, manente ſcilicet eodem Exemplo.

Aſcenſionis rectæ complementum	25 54 0		
Maxima Obliquitas	23 31 30		
Differentia	2 23 30	9 9 9 1 3	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	49 25 30	6 5 0 4 4	*Sinus ſecundus.*
		3 4 8 6 9	*Differentia Sinuum.*
Angulus quæſitus	79 57 35	1 7 4 3 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus ſecundus.*

TERTIVS MODVS

Per vnicum lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.

ACcede ad Generalem Tabulam, comperiendo frontaliter Maximam Obliquitatem, & à latere eius dextro Rectam aſcenſionem; & quicquid in area dabitur, complementum erit quæſiti anguli. Seu etiam ſumes à latere ſiniſtro Maximam Obliquitatem, & in calce Rectam aſcenſionem; nam idemmet complementum quæſiti anguli ex area depromes.

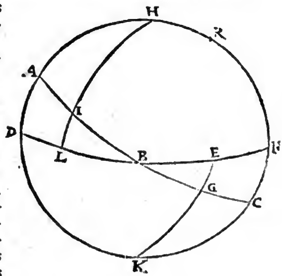
Vt in eodem Exemplo: vbi fuerit obſeruata frontaliter Maxima Zodiaci Obliquitas gr. 23. 31'. 30". & à latere dextro Recta aſcenſio gr. 64. 6'. illicò in area dabuntur grad. 10. 2'. 25". quorum complementum grad. 79. 57'. 35". manifeſtat quæſitum angulum.

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XV.

Angulum Eclipticæ & circuli Declinationis apud quodlibet Eclipticæ punctum determinare.



ANgulus ab Ecliptica & circulo Declinationis per quoduis Eclipticæ punctum incedens intelligitur ſemper acutus, vt B I L; qui in Æquinoctiorum punctis adæquat complemẽtum Maximæ Obliquitatis Solaris, & in punctis Tropicis rectus eſt. Coincidit enim tunc circulus Declinationis cum Coluro Solſtitiorum; & hic etiam ad ſingulos gradus, & puncta Eclipticæ ſubinde variatur, ſicut angulus ab Ecliptica & Meridiano factus. Vnde re uera eſt vnus & idem angulus is, qui efficitur à circulo Declinationis cum Ecliptica in quolibet Eclipticæ puncto; & ille, qui à Meridiano cum eadem Ecliptica in eodem puncto formatur; eò quòd cum punctum Eclipticæ, ad quod ſpectat angulus, peruenit ad Meridianum; circulus Declinationis per idem punctum incedens coincidit cum illomet Meridiano, incedentibus ambobus per Mundi Polos. Quocirca ſuperſedemus ab huius Problem. calculatione, cùm ſuperiora Problemata de inuentione anguli Eclipticæ cum Meridiano ſufficiant pro hoc Problemate.

PROBLEMA XVI.

Angulum, quem efficit Aequinoctialis cum circulo Latitudinis, definire, data diſtantia puncti Eclipticæ à proximiore puncto Aequinoctij.

ANgulum ab Aequatore, & circulo Latitudinis factum intelligo non illum obtuſum, ſed acutum; qui ſingulis gradibus Zodiaci ad inſtar anguli Eclipticæ & circuli Declinationis, vel Meridiani euariatur; vt ſcilicet nunquam ſit minor complemento Maximæ Obliquitatis Zodiaci. Nam in punctis Æquinoctiorum adæquat is angulus præcisè dictum Maximæ Obliquitatis cõplementum, & augetur continuò vſque ad puncta Tropica, vbi Quadrantem, ſeu gr. 90. adimplet.

Vt in ſuperioris Problematis figura eſto D A H C Colurus Solſtitiorum; medietas Æquatoris A B C, cuius Polus K: dimidia Ecliptica D B F, cuius Polus H. Sit præterea B punctum interſecationis vtriuſque repræſentans quoduis Æquinoctiorum punctum, id eſt initium Arietis, vel Libræ. Sit verò punctum L Eclipticæ, ad quod deducatur ex Polo Eclipticæ H arcus magni circuli HIL, qui dicitur circulus Latitudinis. Nunc autem operepretium eſt ſcire per ſupputationem Triangulorum, quantus ſit angulus B I L ab Aequatore cum circulo Latitudinis factus. Confugio igitur ad Triangulum Rectangulum Sphæricum B L I, in quo cùm detur latus L B (diſtantia nempe puncti dati Eclipticæ à proximiore puncto interſecationis Arietis, vel Libræ in præcedentia, vel conſequentia) vnà cum angulo B Maximæ Obliquitatis Zodiaci, dabitur ex tertia Tertij huius angulus B I L factus à circulo Latitudinis cum Ecliptica, idque altero horum modorum.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, vt Sinus ſecundus Longitudinis, ſeu diſtantiæ dati puncti à proximiore puncto Aequinoctij ad Sinum 2^m. anguli Aequatoris cum circulo Latitudinis.

Exemplum:

DIſtet punctum L Eclipticæ ab Arietis initio gr. 20. & ſit angulus B Maximæ Obliquitatis gr. 23. 31'. 30''. huic noſtro ſæculo congruus. Pro colligendo igitur angulo B L I diſpono numeros ſic.

Maximo

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Longitudo puncti L, id eſt arcus B L	20 0 0	9 3 9 6 9	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus B I L. quæſitus	67 58 15	3 7 5 0 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

SECVNDVS MODVS
Per Proſtaphæreſin.

PEr Proſtaphæreſin verò operatio abſoluitur cum Maxima obliquitate, & cum complemento Longitudinis dati puncti; vt hic patet.

Longitudinis dati puncti L complementum	70 0 0		
Maxima Obliquitas	23 31 30		
Differentia	46 28 30	6 8 8 6 7	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	93 31 30	6 1 4 8	*Sinus exceſſus.*
		7 5 0 1 5	*Aggregatum è Sinibus.*
Angulus B I L quæſitus	67 58 15	3 7 5 0 8	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Generalem.

INgredere lateraliter cum angulo dato Maximę Obliquitatis, & cum diſtantia puncti Eclipticę à proximiore puncto Arietis, vel Libræ ſiue in præcedentia, ſiue in conſequentia; accipiendo ſcilicet in fronte angulum Maximæ Obliquitatis, & à latere diſtantiam à capite Arietis, vel Libræ, ſi fuerit minor gr. 70. Sed ſi illis maior fuerit, vice verſa ſume à latere ſiniſtro Maximam Obliquitatem, & in calce diſtantiam iam dictam: & in angulo communi patebit vtroque modo quantitas anguli quæſiti, quem ſcilicet efficit circulus Latitudinis cum Aequatore.

IOANNIS

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI MATHEMATICARVM In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris.

PRIMI MOBILIS LIBER SEXTVS CONTINENS PROBLEMATA SPHAERAE OBLIQVAE.

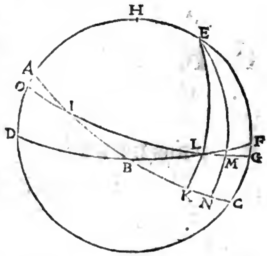
Præfatio.

Hucuſque de operationibus Primi Mobilis ad Sphæram ſimpliciter rectam pertinentibus, hoc eſt de punctis Eclipticæ vel de Sole, allatis omnibus quaſi iis, quæ quouis modo doctrinæ huic ſe queant ingerere, abſolutè & vberrimè egimus. Nunc ad Sphærã ſimpliciter obliquam, ſiue ad illas omnes operationes, quæ in Sphæra obliqua poſſunt concurrere, vela orationis conuertamus. Qua in re primùm circuli nonnulli præter Aequatorem Zodiacum, Coluros, Meridianum circulos Latitudinum ac Declinationum (qui omnes Sphæræ vtrique, hoc eſt rectæ & obliquæ ſunt communes) neceſſario erunt conſiderandi, vt ſunt Horizon obliquus, Verticalis primarius, ſeu circulus Orientis & Occidentis, circuli Azimuthales, ſeu Altitudinum, circuli Poſitionum, & denique circulus nonageſimi gradus ab Aſcendente. Præterea & Poli dictorum circulorum obſeruantur, Aequatoris ſcilicet, Zodiaci, Horizontis, & Meridiani. Quæſita verò, quæ circa hos circulos verſantur, ſunt vel anguli, vel arcus: anguli quidem, vt Eclipticæ & Horizontis; Eclipticæ & circuli Altitudinis; eiuſdẽ circuli Altitudinis & circuli Declinationis, ſeu Meridiani, circuli nonageſimi gradus ab aſcendente & Meridiani. Arcus verò, hoc eſt circulorum portiones, quæ exquiri ſolent, erunt Amplitudo ortiua vel occidua, quæ eſt Horizontis quædam portio, Aſcenſionalis differentia, Aſcenſio vel deſcenſio obliqua, diſtantia Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente, Eclipticæ portio inter nonageſimum gradum eius ab Aſcendente, & punctum medij Cœli. Quibus adhuc addimus punctum Eclipticæ exoriens, vel occidens, vel etiam culminãs. Atque hæc quidem omnia, quæ circa Sphæram obliquam accidunt (ſecluſis Stellis Latitudinem ab Ecliptica obtinentibus, de quibus particulariter in Octauo libro huius agimus) varijs diuerſiſq; modis poterunt ex hoc Sexto Primi Mobilis libro obtineri. Cæterùm cùm ſuperiora illa omnia plures requirant figurationes, conſultius rati ſumus, ſtudioſum Lectorem ad diagrammata ipſorum Problematum remittere, quorum dilucida expoſitione hoc ſumus aſſequuti, vt facillimè & quæ data ſupponimus, & quæ inquirenda mittimus, poſſint comprahendi.

PROBLEMA I.

Angulum, quem efficit circulus Declinationis cum Horizonte, in quocunque puncto Eclipticæ in ipſo conſtituto, definire, ex data Declinatione illius puncti, ac Poli eleuatione.

ESto Meridianus A E C D: dimidius Aequator A B C: dimidius Horizon D B F: Eclipticæ portio I L G: & punctum I initium Arietis: & M Cācri: Maxima Declinatio M N. Sit verò L punctum Eclipticę in Horizonte. Quæritur nunc angulus, quem efficit circulus Declinationis E L K per tale punctum incedens cum Horizonte, id eſt angulus E L F, qui tam in Oriente, quam in Occidente idem eſt.



In Triangulo igitur Rectangulo L E F, cum detur latus, ſeu Baſis L E, complementum ſcilicet Declinationis dati puncti L in Oriente conſtituti, & latus E F Eleuationis Poli ſupra Horizontem; inueſtigabitur per quartum Problema Tertij, ex quouis inferiorum modorum dictus angulus E L F.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis dati puncti; ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum anguli quæſiti, circuli ſcilicet Declinationis cum Horizonte.

Exemplum.

S*It explorandus aliquis angulus, qui fit exoriente gr. 6. Geminorum: cuius puncti Declinatio fuit ex Probl. primo præcedentis libri adinuenta grad. 21. 23′. 8″. ad Eleuationem Poli gr. 45. calculum itaque ſic ordino.*

	G M S		
Declinatio grad. 6. Geminorum	21 23 8	1 0 7 3 9 5	*Secans eius.*
Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Angul. quæſ. circ. latitudinis cum Horiz.	49 24 41	7 5 9 4 0	*Sectus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinum Proſtaphæreſin.

PErmutabis Declinationem dati puncti in arealem arcum quartæ ſeriei, ſeu ordinis Magni Canonis, intrando in fronte, & à latere ſiniſtro: cum quo numero commutato, & cum Altitudine Poli data inſtitue Proſtaphæreſin ſic, vt habeas Sinum anguli quæſiti vna nota augendum.

Altitudo Poli	45 0 0		
Declinatio dati puncti commutata in ar-	6 9 54		*cum quarti Ordinis Magni Canonis.*
Differentia	38 50 6	7 7 8 9 5 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	51 9 54	6 2 7 0 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 5 1 8 7 5	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus	49 24 41	7 5 9 3 8	*Dimidium, id eſt Sinus proueniens.*

TERTIVS MODVS
Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

SVme à latere dextro Tabulæ Generalis Declinationem dati puncti, & arealiter in eadem linea inueſtiga Altitudinem Poli, & in fronte dabitur angulus quæſitus.

Vt in eodem Exemplo quæro grad. 21. 23′. à latere dextro, & in area grad. 45. & in fronte dantur grad. 49. 25′. ferè pro angulo quæſito.

QVARTVS

Digitized by Google

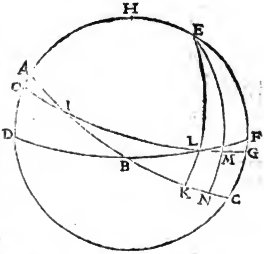
QVARTVS MODVS
Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

PRomptior autem eſt operatio per Tabulam ſecundæ Analogiæ. Nam ſi pro dicto Exemplo ingrediaris in eam cum Declinatione dati puncti frontaliter, & à latere ſiniſtro cum eleuatione Poli excipies eundem angulum graduum 49. 25'.

PROBLEMA II.

Eundem angulum à circulo Declinationis cum Horizonte factum in dato Eclipticæ puncto, data eleuatione Poli, ac Differentia aſcenſionali illius puncti, exquirere.

POnamus in Triangulo B L K ſuperioris diagrammatis dari latus B K, Differentię videlicet aſcenſionalis ipſius dati puncti, cum angulo LBK, quē determinat arcus C F, qui eſt complementum eleuationis Poli: ex his equidem cognoſcetur per tertium Probl. Tertij huius angulus B L K his modis.



PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundũ eleuationis Poli; ita Sinus ſecundus Differentiæ aſcenſionalis dati puncti ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Exemplum.

SIt contexendus huiuſmodi angulus, qui fit dum conſtituitur in Horizonte gr. 6. Geminorum ad dictam eleuationem Polarem gr. 45. Huius puncti datur Differentia aſcenſionalis gr. 23. 0'. ferè. Vnde inſtituo calculum ſic.

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	70711	*Sinus ſecundus.*
Differentia aſcenſionalis	23 3 0	92016	*Sinus ſecundus.*
Angulus quæſitus	49 24 33	65065	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum Proſtaphæreſin.

DIſponantur ſimul Polaris eleuatio, & Aſcenſionalis differentia, vt vtriuſque fieri poſſit, tum additio, tum ſubtractio; & cum aggregato, & differentia ſeorſim colligantur Sinus ſecundi, & reliqua abſoluantur, vt moris eſt in hac praxi: nam prodibit Sinus ſecundus anguli quæſiti, vt hic in eodem Exemplo.

Eleuatio Poli	45 0 0		
Differentia aſcenſionalis	23 3 0		
Differentia vtriuſque	21 57 0	92751	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum ex vtroque	68 3 0	37380	*Sinus ſecundus.*
		130131	*Aggregatum ſinuum.*
Angulus quæſitus	49 24 33	65065	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

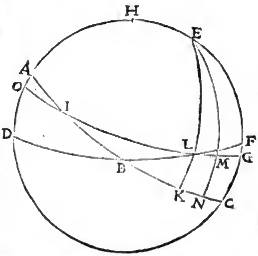
TERTIVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.

CVm eleuatione Poli ac Differentia aſcenſionali accede ad Generalem Tabulam, comperiendo vnum ex his numeris in calce, & alium à latere dextro; & quicquid ex area elicietur, auferendum eſt à gr. 90. vt relinquatur angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo ſuperius aſſumpto, deſumo in calce Eleuationem Poli gr.45. & à latere dextro Aſcenſionalem differentiam gr.23.3'. & in area offeruntur gr.40.35'.27". facta debita numerorum per partem proportionalem correctione. Horum verò graduum complementum eſt gr.49.24'.33". & tantus eſt angulus quaſitus.

PROBLEMA III.

Angulum ex concurſu Eclipticæ & Horizontis in Oriente, vel in Occidente procreatum inueſtigare, ex dato angulo Eclipticæ & Meridiani, ſeu circuli Declinationis; atque etiam ex angulo circuli Declinationis cum Horizonte.



IN ſchemate primi Problematis ibidem expoſito adinueniendus eſt angulus FLG ab Horizonte cum Ecliptica à parte Orientis factus, vel FLI à parte Occidentis. Quære igitur ex decimoquinto Problemate Quinti huius angulum ELG, quem efficit circulus Declinationis cum Ecliptica, qui idem eſt cum angulo Eclipticæ & Meridiani, quem Problemate nono cum quatuor ſequentibus eiuſdem Quinti libri adinuenire docuimus. Deinde ex primo, vel ſecundo Problemate huius collige etiam angulum ELF à circulo Declinationis cum Horizonte factum; qui detractus à priore angulo ELG in Oriente, relinquit angulum FLG Eclipticæ & Horizontis Orientalis. Contrà verò, ſi idem angulus ELF circuli Declinationis & Horizontis addatur angulo ELI Eclipticæ & Meridiani, ſeu circuli Declinationis à parte Occidentis; conſtituetur angulus FLI Eclipticæ, & Horizontis à parte Occidentis. Aliter etiam adinuenitur angulus Eclipticæ & Horizontis à parte Occidentis: nam ſi cũ puncto oppoſito ſumes angulum Eclipticæ & Horizontis à parte Orientis, ipſo detracto à grad. 180. relinquetur angulus Eclipticæ & Horizontis propoſiti puncti à parte Occidentis. Quoniam probatum eſt Propoſ. 36. Secundi Epitomes Regiomontani in Almaieſtum, duos angulos apud puncta Eclipticæ per diametrum oppoſita prouenientes, quorum alter in Oriente, alter in Occidente eodem temporis inſtanti fiunt, duobus rectis ſimul eſſe æquales. Cæterùm apud Æquinoctiorum puncta anguli Eclipticæ & Horizontis facillimè addiſcuntur. Nam ſi Maximam Zodiaci Declinationem ex complemento Eleuationis Poli dempſeris apud ſectionem Vernalem; aut eidem addideris apud punctum Autumnale, angulum ipſum à parte Orientis definies.

Pro angulo autem à parte Occidentis inueſtigando ſic procedes. Adde Polari eleuationi Quadrantem, ſeu gradus 90. & ab hoc aggregato ſubtrahe Maximam Zodiaci Declinationem, ſi fuerit Arietis initium: vel ſi initium Libræ fuerit eandem Maximam Zodiaci Declinationem ipſi aggregato adde, & prouenit angulus quæſitus apud illud punctum in Occidente: cuius operationis demonſtrationem pete à Regiomontano Propoſ. 37. Secundi Epitomes in Almaieſtum.

Exemplum. Propoſitum ſit exquirere angulum vtrumque acutum ab Ecliptica cum Horizonte factum apud gr.6. Geminorum ſub Poli eleuatione gr.45. Primo itaq; per nonum Probl. Quinti libri deſumo angulum Eclipticæ & Meridiani apud ipſum punctum, & eſt quidem gr.79.57'.32". Deinceps per primum Probl. huius adinuenio angulum, quem facit circulus Latitudinis cum Horizonte, nempe gr.49.24'.41". (dum illud punctum cadit in Horizontem) & hunc quidẽ aufero à priore angulo Eclipticæ & Meridiani, & relinquitur angulus Eclipticæ & Horizõtis à parte Orientis gr.30.32'.51". Contrà verò ambos ipſos angulos inuicem addo & procreatur angulus obtuſus à parte Occidẽtis gr.129.22'.13'. ex quo emanat acutus per ſubductionem à grad.180. nimirum grad.50.37'.47".

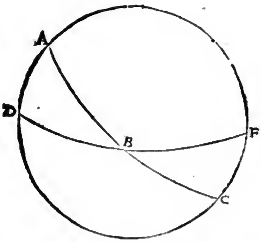
PROBLEMA IV.

Eundem angulum Eclipticæ & Horizontis aliter inueſtigare; ex altitudine ſcilicet Meridiana puncti medij Cæli, & ex diſtantia puncti Orientis, vel Occidentis à medio Cæli.

ESto Meridianus DFC: dimidia Ecliptica ABC: dimidius Horizon DBF. Sint autẽ duo Eclipticæ puncta data; nempe B exoriens, vel occidẽs, & A culminans; C verò in Meridiano ſubterraneo; vnde & dictorum punctorũ diſtantia AB, vel BC dabitur. Sit preterea cognita altitudo Meridiana puncti

Digitized by Google

na puncti A, ideſt arcus A D, vel depreſſio Meridiana C F. Dico ex his poſſe inueſtigari angulũ ABD ab Ecliptica & Horizonte factum. In Triangulo enim Rectangulo A D B, cuius angulus D rectus eſt, ex data Baſe A B, diſtantia nempe puncti Eclipticæ exorientis, vel occidentis à puncto A in medio Cœli conſtituto, & ex A D altitudine ipſius dati puncti A in medio Cœli, colligetur prædictus angulus A B D ex quarto Problem. Tertij huius. Vel ex B C diſtantia dicti puncti Orientis, vel Occidentis ab imo cœli, & arcu F C depreſſionis imi cœli Meridianæ; quando ſcilicet diſtantia à medio cęli fuerit Quadrante Maior.



PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam diſtantiæ puncti Exorientis dati à puncto medij cœli; ita Sinus altitudinis Meridianæ dicti puncti medij cœli ad Sinum anguli quæſiti Eclipticæ & Horizontis.

Exemplum.

Sit, vt ſupra, gr.6. Geminorum in Oriente ad eleuationem Poli gr.45. & in medio cæli gr.8.38'. Aquarij. Vnde diſtantia puncti Exorientis à medio cæli eſt gr.117.22'. Cuius reliquum de ſemicirculo eſt gr.62.38'. Huius verò puncti exiſtentis in medio Cæli altitudo Meridiana eſt gr.26.50'. quod patet detracta eiuſdem Declinatione Auſtrina gr.18.10'. à complemento eleuationis Poli. Vnde calculus ſic ſtabit.

	G M S		
Complementũ diſtantiæ puncti Exorientis à medio cæli ad ſemicirculum	62 38 0	1 1 2 6 0 2	*Secans eius ſecunda.*
Altitudo Meridiana puncti in medio cęli	26 50 0	4 5 1 4 0	*Sinus eius.*
Angul. quæſitus Eclipticæ & Horizontis	30 33 0	5 0 8 2 9	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

Abſoluitur hæc operatio per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin, permutando diſtantiam puncti Exorientis à puncto medij Cœli in arcum arealem Quarti Ordinis Magni Canonis, facto in eum ingreſſu in calce, & à dextro latere: & cum hoc permutato numero atque cum altitudine Meridiana ſic perficitur calculus, aſſumpto ſuperiori Exemplo.

Altitudo Meridiana puncti in medio cęli	26 50 0		
Diſtantia puncti Exorientis à MC per-	6 27 55		*mutata in arcum Quarti Ordinis.*
Differentia	20 22 5	9 3 7 4 7 7	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	33 17 55	8 3 5 8 2 0	*Sinus ſecundus.*
		1 0 1 6 5 7	*Differentia Sinuum.*
Angulus quæſitus	30 33 0	5 0 8 2 9	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per arealem ingreſſum in Generalem Tabulam:

Conquire à latere ſiniſtro Generalis Tabulæ diſtantiam dati puncti Exorientis à medio Cœli, ſeu complementum eius ad ſemicirculum, & in area altitudinem Meridianam puncti medij Cœli, & frons Tabulæ exprimet anguli quæſiti magnitudinem. Seu etiam ſume in fronte dictam diſtantiam, & in area altitudinem Meridianam, & à latere dextro dabitur angulus quæſitus.

Vt in dato Exemplo comperio à ſiniſtro latere complementum ad ſemicirculum diſtantiæ puncti Exorientis à medio Cæli, nimirum gr.62.38'. & in area altitudinem Meridianam puncti Medij Cæli, gr.26.50'. & in fronte manifeſtatur quæſitus angulus gr.30.33'.

QVARTVS

Digitized by Google

QVARTVS MODVS
Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

ACcipe in calce ſecundæ Tabulæ diſtantiam puncti Exorientis à Medio Cœli, & à ſiniſtro eius latere altitudinem Meridianam puncti Medij Cœli, & in area quæſitum angulum obtinebis.

Vt in eodem Exemplo comperiendo gr.62.38'. in calce dictæ Tabulæ; & à latere ſiniſtro gr.26.50'. obtineo en area grad.30.33'. & tantus eſt angulus quæſitus.

PROBLEMA V.

Eundem angulum Eclipticæ & Horizontis alio adhuc modo inquirere, ex altitudine ſcilicet Meridiana puncti in medio Cœli exiſtentis, cum angulo Eclipticæ & meridiani in ipſomet medij Cœli gradu.

MAnente eodem diagrammate ſuperioris Problematis, quæritur in Triangulo D A B angulus ad B, ex altitudine Meridiana puncti dati A, cum Angulo Eclipticæ & Meridiani D A B apud tale punctum procreato: qui ſanè angulus ex Tertio Problemate Tertij huius prodibit his modis.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli Eclipticæ & Meridiani apud punctum Medij Cœli prouenientis; ita Sinus ſecundus altitudinis Meridianæ puncti Medij Cœli ad Sinum ſecundum anguli Eclipticæ & Horizontis.

Exemplum.

PRoponatur vt ſupra gr.6. Geminorum, apud quem angulus Eclipticæ & Horizontis proueniens indagandus eſt, ad latitudinem gr.45. Cùm punctum illud verſus Ortum incidit, tunc medium Cœli tenet gr.8.58'. Aquarij, & eſt angulus Eclipticæ & Meridiani apud hoc punctum medij Cœli gr.74.49'. altitudo verò Meridiana ipſius puncti gr.26.50'. Ex quibus calculum ſic accommodo.

	G M S		
Angulus Eclipticæ & Meridiani	74 49 0	9 6 5 0 9	*Sinus eius:*
Altitudo Meridiana puncti medij Cœli	26 50 0	8 9 2 3 2	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis quæſitus	30 33 8	8 6 1 1 7	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum Proſtaphæreſin.

LOco altitudinis Meridianæ puncti medij Cœli accipe complementum eius ad Quadrantem, cum quo, & cum angulo Eclipticæ & Meridiani abſolues Proſtaphæreſin, vt aliàs feciſti; & prodibit Sinus ſecundus anguli Eclipticæ, & Horizontis quæſiti. Vt in eodem ſuperiore Exemplo.

Angulus Eclipticæ & Miridiani	74 49 0		
Complementum altitudinis Meridianæ	63 10 0		*puncti medij Cœli.*
Differentia	11 39 0	9 7 9 4 0	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	137 59 0	7 4 2 9 5	*Sinus exceſſus.*
		1 7 2 2 3 5	*Aggregatum è Sinibus.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis	30 33 8	8 6 1 1 7	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

TERTIVS MODVS
Per Generalem Tabulam vnico laterali introitu.

ANgulum Eclipticæ & Meridiani cape in fronte Tabulæ Generalis, & altitudinem Meridianam à dextro eiuſdem latere; & in area habebis complementum quæſiti anguli Eclipticæ & Horizontis. Vel ſi expedierit comperias angulum Eclipticæ & Meridiani à latere ſiniſtro, & in calce altitudinem Meridianam: nam & ſic offendes in area complentum quæſiti anguli Eclipticæ & Horizontis.

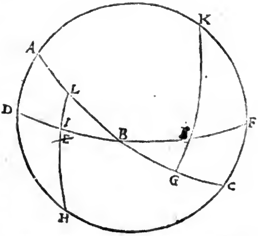
Vt in

Digitized by Google

Vt in dato Exemplo obſeruo à latere ſiniſtro gr.74.49'. anguli Ecliptica & Meridiani, & in calce gr.26.50'. Altitudinis Meridiana; & in area colligo gr.59.26'.52''. Vnde preſcro angulo quaſitum eſſe gr.30.33.8''.

PROBLEMA VI.

Latitudinem ſeu Amplitudinem Ortus, vel Occaſus cuiuſcunque puncti Ecliptica, ex data eiuſdem puncti Declinatione, & Poli eleuatione explorare.



AMplitudo ortus eſt arcus Horizontis intercepius inter Aequatoris ortum, quod dicitur pũ ctum veri Orientis, & punctum, vbi Sol, vel Stella exoritur. Amplitudo occaſus eſt arcus inter punctum veri occaſus (in quo ſcilicet occidit æquator) & punctum, in quo Sol, vel Stella occidit, comprahenſus. Vt in adiuncto diagrammate, in quo A D C F eſt Meridianus circulus; & A B C Aequatoris medietas; & D B F Horizontis medietas, dum Sol vel Stella exoritur, vel occidit in puncto I, vel in puncto E: dicetur arcus Horizontis I B, vel E B Amplitudo ortiua vel occidua; quia punctum veri exortus, vel occaſus eſt B: quod ſemper in omnibus terrarum locis medium tenet in Horizonte locum inter Meridiem, & Septentrionem. Quò fit, vt alia ſit Stellæ Amplitudo ortiua, vel occidua ad Meridiem: alia ad Septentrionem, prout Stella ad vnam, vel alteram partem inclinauerit. Creſcunt porrò hæ ortiuæ, vel occiduæ Ampltiudines primò quidem reſpectu Eclipticæ partium, ſcilicet à punctis Aequinoctialibus, vbi nullæ ſunt vſque ad puncta Tropica, vbi ſunt omnium maximæ: ſecundò verò augentur penes maiorem Poli ſublimitatem. Etenim in Sphæra recta minimæ omnium ſunt in ſingulis Eclipticæ gradibus, quippe quæ ſuas Declinationes ab Aequatore nõ excedant; eò quia in diurna conuerſione circuli Declinationum vniuntur cum Horizonte: ſed quò magis Polus Mundi exaltatur, eò maiores fiunt hæ Amplitudines. Præterea ſingula Zodiaci puncta æquo interſtitio à punctis Aequinoctialibus remota æquales ſemper ſortiuntur Amplitudines ortiuas, & occiduas. Quò fit, vt ſemper eadem Amplitudo quatuor punctis debeatur.

Vt verbi gratia Amplitudo ortiua gr.10. Aries eſt eadem, qua gr.10. Libra, & competit etiam grad.20. Virginis, & 20. Piſcium, qua puncta aqua remouentur ab Aequinoctijs.

Poſtremò ſciendum eſt, Amplitudinem Ortus non differre ab Amplitudine occaſus eiuſdem puncti: imò ambas ad eandem plagam iuxta dati puncti Declinationem vergere. Hunc igitur arcum E B Amplitudinis ortiuæ, vel occiduæ indagare volumus ex noto arcu E G Declinationis dati puncti E, necnon ex noto arcu F C, qui eſt complementum Polaris eleuationis: qui ſanè arcus determinat angulum ad B. Quare cùm in Triangulo Rectangulo G E B detur latus L I cum angulo ei oppoſito, explorabitur per Quintum Tertij Baſis E G rectum angulum ſubtendens ad G. Quæ ſanè eſt Amplitudo ortiua, vel occidua dati puncti E. Vtemur autem his modis expeditiſſimis. *E G, E B,*

PRIMVS MODVS

Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Eleuationis poli, ita Sinus Declinationis dati puncti Eclipticæ ad Sinum Amplitudinis eiuſdem ortiuæ.

Exemplum.

PReponatur gr.6. Geminorum, cuius Amplitudo ortiua ad Horizontem gr.45. ſit inueſtiganda. Huius puncti, Problemate Primo Tertij libri huius, patuit Declinatio gr.21.23'. Septentr. Vnde ſubijcio calculum ſic.

Eleuatio

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Declinatio dati puncti	21 23 0	3 6 4 6 1	*Sinus eius.*
Amplitudo ortiua dati puncti	31 2 20	5 1 5 6 3	*Sinus prouenien[illegible]s.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

FIat commutatio Eleuationis Poli in arealem arcum Quarti Ordinis Magni Canonis, & cum hoc commutato numero, ac cum Declinatione dati puncti abſolue operationem per Proſtaphæreſin: nam ex ea obtinebis Sinum Amplitudinis ortiuæ.

	G M S		
Declinatio dati puncti	21 23 0		
Eleuatio Poli gr. 45. cui reſpondet nume-	8 7 48	*rus commutatus in Quarto Ordine Magni Canonis.*	
Differentia	13 15 12	9 7 3 3 6 6	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	29 30 48	8 7 0 2 4 0	*Sinus ſecundus.*
		1 0 3 1 2 6	*Differentia Sinuum.*
Amplitudo ortiua quæſita	31 2 20	5 1 5 6 3	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per arealem introitum in Generalem Tabulam.

OBſeruanda eſt Poli eleuatio in calce dictæ Tabulæ, & in area dati puncti Declinatio; & latus ſiniſtrum exprimet Amplitudinem ortiuam. Vel dicta Poli eleuatio capiatur à latere dextro Tabulę, & Declinatio in area; vt in fronte conſpici poſſit Amplitudo ortiua quæſita.

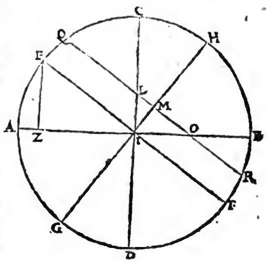
Exemplum.

VT in dato Exemplo obſeruata Polari eleuatione à latere dextro Tabulæ gr. 45. comperio in area Declinationem gr. 21. 23'. & in fronte patet Amplitudo ortiua graduum 31. 2'. 20".

QVARTVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in Tabulam Secundæ Analogiæ:

ACcipienda eſt Poli eleuatio frontaliter, & à latere ſiniſtro Declinatio Solis, vel Stellæ; & in area dabitur ipſa Amplitudo ortiua, vel occidua.

Vt in ſuperiore Exemplo, cum gradibus 45. Eleuationis polaris in Tabula fronte compertis; & à latere ſiniſtro cum gradibus 21. 23'. Declinationis datæ, prodit area Amplitudinem ortiuam gr. 31. 2'.



APPENDIX.

ANalogia huius primi modi ex figura Analematis adicta facilè deducitur per Triangula rectilinea: in qua quidem intelligatur Meridianus A C B D: diameter Horizõtis A I B: axis Horizontis ſeu diameter Verticalis primarij C I D: Aequatoris diameter E I F; cuius axis G I H. Prçterea Q M R ſit diameter paralleli puncti, cuius Amplitudo ortiua quæritur ſecans diametrum Horizontis in O puncto. Erit itaque I M Sinus Declinationis ipſius paralleli, & proinde ipſius dati puncti, & I O erit Sinus Amplitudinis ortiuę eiuſdemmet puncti, quæ inquirenda eſt. Perpendatur nunc duo rectilinea Triangula E Z I, I M O, quæ æquiangula ſunt ob angulos E I Z, M O I æquales, atque ob angulos ad Z & M rectos. Quarè ex quarta Sexti Element. Triangula illa lateribus ſunt proportionalia. Vt eſt igitur E Z Sinus ſecun-

dus

Digitized by Google

dus Eleuationis Poli ad E I Sinum totum (ideſt per compendium Magni Canonis, vt Sinus totus ad Secantem Eleuationis Poli) ita Sinus I M Declinationis dati puncti ad I O Sinum Amplitudinis ortiuæ. Quod fuit demonſtrandum.

PROBLEMA VII.

Eandem Amplitudinem ortiuam, vel occiduam ex Aſcenſionali Differentia, ac Eleuatione Poli addiſcere.

SI in Triangulo B E G data fuerit Differentia Aſcenſionalis B G cum angulo E B G, qui complementum eſt Polaris eleuationis, cognoſci poterit Amplitudo ortiua B E per vndecimum Problema Tertij huius, his modis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Differentiæ Aſcenſionalis dati puncti, ita Sinus Altitudinis Poli ad Tangentem ſecundam Amplitudinis ortiuæ, vel occiduæ dicti puncti.

Exemplum.

SIt exploranda Amplitudo ortiua gr. 6. Geminorum, vt ſupra, ad Eleuationem Polarem gr. 45. & data ſit Differentia Aſcenſionalis gr. 23. 3'. Diſpono itaque calculum ſic.

	G M S		
Differentia Aſcenſionalis	23 3 0	2 3 5 0 1 5	*Tangens eius ſecunda.*
Altitudo Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Amplitudo ortiua	31 2 16	1 6 6 1 8 1	*Tangens ſecunda proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundam riam Sinuum Proſtaphæreſin.

FActa commutatione Aſcenſionalis Differentiæ in arcum primum, vel ſecundum arealem Tertij Ordinis Magni Canonis, ingrediendo nempe in calce, & à latere eius dextro, vtaris hoc numero commutato, atque etiam Polari altitudine, abſoluendo calculum Proſtaphæreticum, vt moris eſt, vt habeas Tangentem ſecundam Amplitudinis ortiuæ quæſitæ. Vt in eodem Primi modi Exemplo.

Eleuatio Poli	45 0 0		
Differentia Aſcenſionalis 23. 3'. commu-	13 35 33		*tata ex Tertio Ordine Magni Canonis.*
Differentia	31 24 27	8 5 3 4 8 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	58 35 33	5 2 1 1 2 2	*Sinus eius ſecundus.*
		3 3 2 3 6 1	*Differentia Sinuum.*
Amplitudo ortiua quæſita	31 2 16	1 6 6 1 8 1	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

SVme in fronte Tertiæ Tabulæ Primi Mobilis Altitudinem Poli, & à dextro latere Aſcenſionalem differentiam; & mox tibi in area dabitur complementum Amplitudinis ortiuæ quæſitæ.

Vt in dato Exemplo ſub gradu 45. frontali è regione lateralis numeri dextri gr. 23. 3'. Differentiæ Aſcenſionalis reſpondent in area gr. 58. 57'. Vnde complementum erit ipſa Amplitudo ortiua quæſita gr. 31. 3'. ferè.

PROBLEMA VIII.

Eandem Amplitudinem ortiuam, vel occiduam alicuius puncti Eclipticæ ex Differentia Aſcenſionali, & Declinatione eiuſdem patefacere.

QVòd ſi in Triangulo B E G dentur duo latera circa rectum, nimirum B G Differentia Aſcenſionalis puncti E; & E G eiuſdem Declinatio: facillimè ex Secundo Problemate Tertij huius explorabitur Amplitudo ortiua B E his modis.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Declinationis dati puncti, ita Sinus ſecundus Differentiæ Aſcenſionalis eiuſdem ad Sinum ſecundum Amplitudinis ortiuæ quæſitæ.

Exemplum.

ESto idem gr.6. Geminorum, cuius detur Declinatio gr.21.23'. & Aſcenſionalis differentia gr.23.3', ad Eleuationem Poli gr.45. His mediantibus ſupputationem ita inſtituo.

	G	M	S		
Declinatio	21	23	0	9 3 1 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Aſcenſionalis	23	3	0	9 2 0 1 5	*Sinus eius ſecundus.*
Amplitudo ortiua	31	2	20	8 5 6 8 2	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.

CVm Declinatione dati puncti, ac cum eiuſdem Aſcenſionali differentia operaberis iuxta ſecundam formam ipſius Proſtaphæreſis, quam Theoremate 34. Primi libri tradidimus; vt ex ea percipias Sinum ſecundum Amplitudinis ortiuæ. Vt ex hoc Exemplo repetito conſtat.

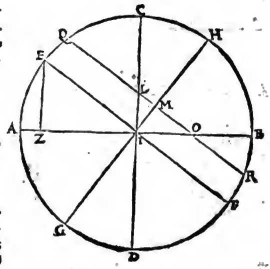
Differentia Aſcenſionalis dati puncti	23	3	0		
Declinatio dati puncti	21	23	0		
Differentia	1	40	0	9 9 9 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	44	26	0	7 1 4 0 7	*Sinus eius ſecundus.*
				1 7 1 3 6 5	*Aggregatum Sinuum.*
Amplitudo ortiua quæſita	31	2	20	8 5 6 8 2	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus prodiens.*

TERTIVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.

PErficitur hic modus vnico laterali introitu cum Aſcenſionali differentia, & cum Declinatione dati puncti, comperiendo vnum ex his numeris in calce, & alterum à dextro latere; & quicquid area Tabulæ dabit, auferatur à Quadrante, vt remaneat Amplitudo ipſa ortiua, quam habere volumus.

Exemplum.

FVit differentia Aſcenſionalis ſuperius gr.23.3'. quam obſeruo in calce: & Declinationem datam gr.21.23'. à latere dextro; & ex area colligo gr.58.57'.40". Complementum verò huius numeri, grad. ſcilicet 31.2'.20". manifeſtat Amplitudinem ortiuam quæſitam.



PROBLEMA IX.

Eandem adhuc Amplitudinem ortiuam ex Altitudine Solis in circulo Verticali, & ex Altitudine Poli conijcere.

PRoblema hoc ab Oſvvaldo Prop.18. ſui Primi Mobilis proponitur per Triangula Rectilinea; infeliciter tamen ab illo ſoluitur, & nimis laborioſè, cùm ſolui facillimè poſſit. Sit itaq; A C B D Meridianus; A I B Horizontis diameter: E I F Aequa-

toris

Digitized by Google

toris diameter: HIG axis Mundi, cuius punctum H Polus Mundi Boreus: QMR diameter paralleli Solis exiſtentis in L. Porrò CID diameter ſit circuli Verticalis primarij, cuius portio IL referat Sinum Altitudinis Solis in ipſo: BH arcus Poli eleuatio, qui æqualis eſt arcui EC. Vnde complementum Eleuationis Poli eſt arcus AE, cuius Sinus eſt EZ, & Sinus Eleuationis Poli eſt ZI: Sinus verò OI eſt Amplitudinis ortiuæ quærendæ. Quocirca confugiemus ad duo Triangula rectilinea Rectangula EZI, LIO, quæ æquiangula ſunt ex vigeſimanona Primi Elem. Euclidis; & proinde ex quarta Sexti eiuſdem lateribus proportionalia. Vt igitur EZ ad ZI, ita LI ad IO; ideſt, vt Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Sinum primum eiuſdem; ita Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali ad Sinum Amplitudinis ortiuæ. Eſt autem Sinus ſecundus ad primum eiuſdem arcus; ita Sinus totus ad Tangentem primam eiuſdem arcus per tertiam Analogiam tertij Capitis Primi libri huius. Vnde ſi fiat, vt Sinus totus ad Tangentem Eleuationis Poli; ita Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali primario ad Sinum Amplitudinis ortiuæ; tunc colligetur dicta Amplitudo ortiua, vt in ſubiecto Exemplo.

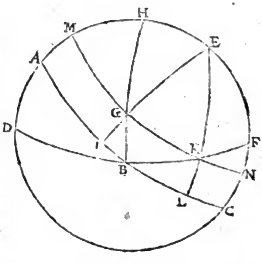
Exemplum.

E*ſto Solis Altitudo in circulo Verticali gr. 35. 4'. 20", ad Eleuationem Poli gr. 44. ex quibus percipienda ſit Amplitudo ortiua tali calculo.*

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	9 6 5 6 9	*Tangens eius.*
Altitudo Solis in circulo Verticali	35 4 20	5 7 4 6 0	*Sinus eius.*
Amplitudo ortiua quæſita.	33 42 10	5 5 4 8 8	*Sinus proueniens.*

SECVNDA FORMA
Per Triangula Sphærica Rectangula.

IN propoſito Schem. intelligamus Meridiano AHFC aptari medietatem Horizontis DBF; & medietatem Aequatoris ABC ſecantes ſeſe in puncto B, quod dicitur veri ortus, vel occaſus; ad quod ab Horizontis Polo deſcendat Quadrans HGB Verticalis primarij; in cuius puncto G contingat ſectio ipſius cum parallelo Solis Boreali MN. Qui profectò parallelus ſecabit Horizontem in K, eritq; Amplitudo ortiua BK, vel occidua, quam ex Altitudine Solis GB in dicto Verticali circulo, ac Eleuatione Poli adinuenire per Triangula Sphærica proponimus. Educantur etiam à Mundi Polo duo Quadrantes EGI; & EKL.



Primò quidem in Triangulo Rectangulo GIB cum detur Baſis BG, hoc eſt Altitudo Solis in Verticali cum angulo GBI; quem metitur arcus HA Latitudinis Regionis; dabitur per Primum Problema Tertij latus IG, Declinationem Solis menſurans, quo cognito confeſtim patebit KL. Vnde ſecundò in Triangulo Rectangulo KLB manifeſtabitur ex Eleuatione Poli, & Declinatione Solis mox inuenta per ſextum Problema huius Amplitudo ortiua BK.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum Eleuationis Poli, ita Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali ad Declinationis eiuſdem Sinum; vnde innoteſcet Declinatio: ex qua & Poli eleuatione per ſextum Problema huius indagabitur ipſa Amplitudo ortiua.

Exemplum.

E*ſto Solis altitudo in Circulo Verticali gr. 35. 4'. 20". ad Eleuationem Poli graduum 44.*

Digitized by Google

	G M S		
Eleuatio poli	44 0 0	6 9 4 6 6	*Sinus eius.*
Altitudo Solis in Verticali	35 4 20	5 7 4 6 1	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	3 9 9 1 6	*Sinus prodiens.*
Eleuatio poli	44 0 0	1 3 9 0 1 6	*Secans eius.*
Amplitudo ortiua quæſita	33 42 10	5 5 4 8 9	*Sinus prodiens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum Proſtaphæreſin.

DVæ hîc Proſtaphæreticæ requiruntur operationes; primaria ſcilicet, qua Declinationem dati puncti venemur; & ſecundaria, quam Problemate ſexto huius obſeruauimus. Vtraque verò in hoc repetito Exemplo à nobis adhibetur.

	G M S		
Eleuatio poli	40 0 0		
Altitudo Solis in Verticali	35 4 20		
Differentia	8 55 40	9 8 7 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	79 4 20	1 8 9 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
		7 9 8 3 1	*Differentia Sinuum.*
Declinatio ei correſpondens.	23 31 30	3 9 9 1 6	*Dimidium, ideſt Sinus Declinationis.*
Eleuatio poli gr. 44. cui reſpondet nume-	7 59 27		*rus commutatus ex quarto ordine.*
Differentia	15 32 3	9 6 3 4 7 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	31 30 57	8 5 2 4 9 6	*Sinus eius ſecundus.*
		1 1 0 9 7 5	*Differentia Sinuum.*
Amplitudo ortiua quæſita.	33 42 10	5 5 4 8 8	*Dimidium, ideſt Sinus prodiens.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulas Analogiarum.

SI per ſolam Generalem Tabulam calculum hunc voles abſoluere, duobus vtere ingreſſibus: vno quidem laterali cum Eleuatione poli, ac Altitudine Solis in Verticali, ſumendo ex area Declinationem ipſius Solis: altero verò areali cum eadem Poli eleuatione, & inuenta iam Solis Declinatione: vt diximus in Tertio Modo Sexti Problematis huius. Sed & hanc ſecundam operationem per Tabulam ſecundæ etiam Analogiæ poteris abſoluere; ſicut in quarto modò eiuſdem Sexti Problematis fecimus.

Vt in dato Exemplo, comperies primò à lateribus Tabulæ Generalis Eleuationem poli gr. 44. & Altitudinem Solis in Verticali gr. 35. 4'. 20". cui reſpondet in area Declinatio Solis graduum 23. 31'. 30". Accedes poſtea ad ſecundam Tabulam, & ingrediendo cum inuenta Declinatione ſub columna gr. 44. à latere ſiniſtro, colliges in area Amplitudinem ortiuam gr. 33. 42'. 10".

PROBLEMA X.

Latitudine ortiua, vel occidua propoſita punctum Eclipticæ cui ipſa competit, elicere.

COnuerſum eſt hoc Problema trium præcedentium, & abſoluitur adinueniendo prius Declinationem puncti, cuius eſt Amplitudo ortiua; poſtea ex Problemate ſecundo Quinti libri ex data Declinatione patefit punctum Eclipticæ, ad quod ſpectat. In Triangulo itaq; BEG data ſit ortiua Amplitudo BE cum Eleuatione poli, ex qua quidem innoteſcit eius complementum FC, id eſt angulus B; vnde ex Primo Problemate Tertij colligetur GE, Declinatio ſcilicet puncti E, ad quod ipſa Amplitudo refertur. Vnde ex ſecundo Problemate Quinti punctum ipſum innoteſcet.

Digitized by Google

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli, ita Sinus Amplitudinis ortiuç, ad Sinum Declinationis puncti congruentis.

Exemplum.

DEtur Amplitudo ortiua Septentrionalis graduum 31. 2'. ad Latitudinem graduum 45. & quæratur, cui puncto congruat. Diſpono itaque numeros ſic.

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus ſecundus.*
Amplitudo propoſita	31 2 0	5 1 5 5 4	*Sinus eius.*
Declinatio	21 22 45	3 6 4 5 4	*Sinus proueniens.*

Cæterùm inuenta hæc Declinatio eſt eiuſdem affectionis cum Latitudine ortiua, vnde facilè erit, referre ipſam Declinationem ad punctum congruum in Ecliptica, quod eſt vel gr. 6. Geminorum, vel gr. 24. Cancri, quæ duo Eclipticæ puncta in eodem exiſtunt parallelo.

SECVNDVS MODVS
Per Sinum Proſtaphæreſin.

OPerandum eſt cum complemento Eleuationis Poli, & cum Amplitudine ortiua: nam facta debita numerorum tractatione emerget in quotiente Sinus Declinationis puncti, ad quod refertur dicta Amplitudo ortiua. Vt in hoc eodem Exemplo cernitur.

Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Amplitudo ortiua data	31 2 0		
Differentia	13 58 0	9 7 0 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	76 2 0	2 4 1 3 6	*Sinus eius ſecundus.*
		7 2 9 0 8	*Differentia Sinuum*
Declinatio eiuſdem puncti	21 22 45	3 6 4 5 4	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*
Arcus Eclipticæ ei debitus.	6 0 0		

TERTIVS MODVS
Per introitum lateralem in Generalem Tabulam.

ADinueniẽda eſt Poli eleuatio in calce, & Amplitudo ortiua à ſiniſtro latere: aut Poli eleuatio à dextro, & Amplitudo ortiua in fronte; & vtroque modo patebit in area Declinatio ipſius puncti, ex qua poſtea non erit difficile colligere Eclipticæ punctum, ad quod refertur.

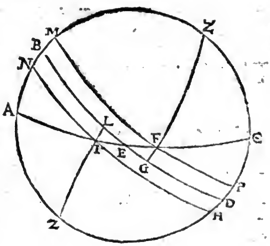
Vt in dato Exemplo, comperiendo frontaliter Amplitudinem datam gr. 31. 2'. & à dextro latere Polarem eleuationem grad. 45. patent in area grad. 21. 22'. 45''. pro Declinatione puncti, cuius eſt data Amplitudo ortiua, ex qua Declinatione innoteſcit, ſicut ſupra grad. 6. Geminorum.

PROBLEMA XI.

Differentiam Aſcenſionalem alicuius puncti Eclipticæ ex data Poli eleuatione, ac Declinatione ipſius dati puncti inuenire, & ex conſequenti arcum eius ſemidiurnum patefacere.

ESto Meridianus circulus A B C D; medietas Æquatoris B E D; medietas Horizontis A E C; Polus Mundi Z tam Boreus, quàm Auſtrinus. Punctum Eclipticæ F intelligatur in ortu cum Declinatione Boreali F G, & quæratur arcus E G, qui dicitur Differentia aſcenſionalis, ſi quidẽ dictum punctum F exoritur in Sphæra ſic obliquata cum puncto Æquatoris E; ſed in Sphæra recta exoritur cum puncto G. Pariter etiam intelligatur punctum I in Horizonte declinans ab Æquatore ad Auſtrum per arcum I L, & quæratur arcus L E Differentiæ aſcenſionalis; id eſt, quo differunt Aſcenſio eius recta, quæ terminat in puncto Aequatoris L, & Aſcenſio obliqua, quæ terminat in E. Patet

itaque



itaque Differentiam aſcenſionalem alicuius puncti eſſe Æquatoris arcum, quo inuicem differunt Aſcenſio recta, & obliqua eiuſdem dati puncti; qui ſanè arcus cõpræhenditur inter Horizontem obliquum, & circulum Declinationis tranſeuntem per datum punctum; ita vt hoc ipſum punctum in Horizonte collocetur: ſi quidẽ dictus circulus Declinationis vice fungitur Horizontis recti; quia exoriente ipſo puncto in Sphæra recta, ſiue culminante in Sphæra obliqua; circulus Declinationis fiet idem cum Horizonte recto in Sphęra recta, vel cum Meridiano in Sphæra obliqua. Nunc autem doceamus inuentionem ipſius Aſcenſionalis differentiæ.

In Triangulo igitur E G F datur angulus E, quem determinat complementum Eleuationis Poli A B, ſiue C D, & datur latus ei obtenſum F G Borealis Declinationis dati puncti. Ex his igitur per decimũquintum Problema Tertij dabitur aliud latus E G, Differentia nempe aſcenſionalis dicti puncti Borealis F. Sic & in Triangulo I L E ex eodem angulo dato E, cum latere oppoſito I L Declinationis Auſtrinæ puncti I, colligetur per idem 15. Problema latus L E Differentiæ aſcenſionalis dicti puncti I Meridionalis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem Eleuationis Poli; ita Tangens Declinationis dati puncti, ad Sinum Differentiæ aſcenſionalis eiuſdem.

Exemplum.

Sit exquirenda Differentia aſcenſionalis gr. 6. Geminorum ad Eleuationem gr. 45. Huius puncti Declinatio patuit Problemate primo Quinti huius gr. 21. 23. Borealis. Diſpono igitur calculum in hunc modum.

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	1 0 0 0 0 0	*Tangens eius.*
Declinatio	21 23 8	3 9 1 6 0	*Tangens eius.*
Differentia aſcenſionalis	23 3 15	3 9 1 6 0	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinum Proſtaphæreſin.

Debet tam Eleuatio Poli, quàm Declinatio dati puncti commutari in arcum areálẽ Tertij ordinis, ſiue primum, ſiue ſecundum; vel vtcunque libuerit; ſicut in quinto modo 15. Problematis Tertij meminimus. Cum quibus numeris commutatis facta debita operatione proueniet Sinus Differentiæ aſcenſionalis. Exemplum idem ſic accipe.

Declinatio data gr. 21. 23′. 8″. commu-	23 7 17		*tata in ſecundum arcum.*
Eleuatio Poli grad. 45. commutata in pri-	5 44 21		*mum arcum.*
Differentia	17 18 56	9 5 4 6 7 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	28 47 38	8 7 6 3 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
		7 8 3 2 0	*Differentia Sinuum.*
Differentia Aſcenſionalis		3 9 1 6 0	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Quartæ Analogiæ.

Tabula hæc, vt aliàs diximus, eſt ipſarum Differentiarum aſcenſionalium; & fit in eam ingreſſus cũ Altitudine Poli, & cum Declinatione puncti dati, ſumendo quem volueris ex his numeris in capite, & alium à latere ſiniſtro; & in area dabitur ipſa Aſcenſionalis differentia.

Vt in

Digitized by Google

Vt in dato Exemplo ſub columna gr.45.Eleuationis Poli è regione grad.21.23'. à latere ſiniſtro excipio arealem numerum grad.23.3'. pro Differentia aſcenſionali quæſita.

QVARTVS MODVS
Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

SI fortè occurrat ingreſſus in Tabulam Quartæ Analogiæ circa calcem columnarum, vbi variabilis admodum datur differentia, vtemur hac tertia Tabula comperiendo à dextro eius latere Declinationem, & arealiter Poli eleuationem; ſiue contrà à dextro latere Poli eleuationem, & in area Declinationem, & in capite Tabulæ habebimus Differentiam ipſam aſcenſionalem.

Semidiurni arcus inquiſitio.

INuenta Aſcenſionali differentia, facilè arcus ſemidiurnus ipſius puncti prodit. Nam quando dictum Eclipticæ punctum ad Auſtrum vergit, complementum Differentiæ aſcenſionalis ad Quadrantē eſt eius arcus ſemidiurnus, vt dato puncto I declinante ad Auſtrum per arcum I L arcus eius ſemidiurnus eſt B L, complementum ſcilicet arcus EL, qui eſt eius Differentia aſcenſionalis, cui arcui B L ſimilis eſt arcus N I paralleli ipſius puncti. Si autem punctum Eclipticæ datum declinauerit ad Boream, Differentia eius aſcenſionalis addenda eſt Quadranti, vt emergat eius arcus ſemidiurnus. Vt, verbi gratia, puncto Boreali F competit Differentia aſcenſionalis E G, cui Quadrans B E additus vbi erit, componetur totus arcus B G, cui ſimilis eſt arcus M F ſemidiurnus dicti puncti F ipſius paralleli.

In ſuperiore igitur Exemplo, cùm Declinatio grad.6.Geminorum ſit gr.23.3'. Borealis, hanc addo Quadranti, & fit arcus ſemidiurnus dicti puncti grad.113.3. ad Eleuationem Poli grad.45.

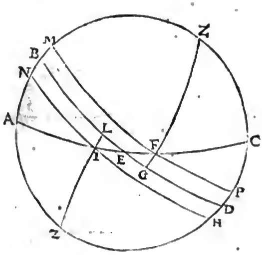
APPENDIX.

IDem hoc Problema abſque Triangulis Sphæricis ex figura Analematis, quam in Appendice Probl. ſexti dedimus, per Triangula Rectilinea deduci, ac demonſtrari poteſt in hunc modum. In Triangulis Rectangulis E Z I, I M O æquiangulis, vt aliàs diximus, ſicut ſe habet E Z Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Z I Sinum primum eiuſdem, id eſt per Compendium tertium Magni Canonis, vt eſt Sinus totus ad Tangentem Eleuationis Poli; ita I M recta, quæ Tangens eſt Declinationis dati puncti poſito Sinu toto Q M, ad M O Differentiam aſcenſionalem reſpectu eiuſdem Sinus totius Q M. Nam per idem compendium tertium vt eſt Q M Sinus ſecundus Declinationis ad I M Sinū primum eiuſdem in ratione Sinus totius E I; id eſt vt Sinus totus ad Tangentem Declinationis in eadem ratione Sinus totius E I; ita eſt Q M Sinus totus ad I M Tangentem Declinationis ratione totius Sinus Q M.

PROBLEMA XII.

Eandem Differentiam Aſcenſionalem adminiculo Amplitudinis ortiuæ, & Eleuationis Poli elicere.

POnamus nunc in ſchemate præcedentis Problematis datum eſſe arcum I E Amplitudinis ortiuæ ad Auſtrū. In Triangulo L I E cum angulo ad E, quem determinat arcus A B complementi Polaris eleuationis, dico dari latus L E Differentiæ aſcenſionalis, & hoc quidem per decimum Problema Tertij huius. Similiter in Triangulo E F G ex data Amplitudine ortiua ad Boream E F cum eodem angulo E, quem determinat complementum Eleuationis Poli colligetur per idem 10. Probl. Differentia aſcenſionalis E G his modis.



PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum Eleuationis Poli: ita Tangens Amplitudinis ortiuæ ad Tangentem Differentiæ aſcenſionalis.

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum.

SIt idem gr.6.Geminorum, cuius Amplitudo ortiua datur grad.31.2'.20". ad Polarem eleuationem grad.45. & oporteat ſcire eius Differentiam aſcenſionalem. Inſtituo igitur calculum ſic.

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Amplitudo ortiua	31 2 20	6 0 1 7 8	*Tangens eius.*
Differentia Aſcenſionalis	23 3 2	4 2 5 5 2	*Tangens proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

FActa commutatione Amplitudinis ortiuæ in arealem arcum primum, vel ſecundum Tertij Ordinis Magni Canonis, diſpones hunc numerum commutatum, ac Eleuationem Poli ad operationem Proſtaphæreticam, vt habeas ex ea Tangentem quæſitæ Differentiæ aſcenſionalis. Exemplum hoc repetitum accipe.

Eleuatio Poli	45 0 0		
Amplitudo ortiua gr. 31. 2'. 20". cuire-	36 59 52		*ſpondet in arcubus Tertij Ordinis.*
Differentia	8 0 8	9 9 0 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	81 59 52	1 3 9 2 1	*Sinus eius ſecundus.*
		8 5 1 0 5	*Differentia Sinuum.*
Differentia Aſcenſionalis quæſita	23 3 2	4 2 5 5 2	*Dimidium, id eſt Tangens.*

TERTIVS MODVS

Per Tabulam tertiæ Analogiæ.

OBſerua à ſiniſtro dictæ Tabulæ latere Amplitudinem ortiuam, & in fronte Eleuationem Poli,& in area offeretur Aſcenſionalis differentia.

Vt in dicto Exemplo ſumpta Poli eleuatione gr.45.frontaliter, video è regione gr. 31. 2'. Amplitudinis ortiuæ ſiniſtri lateris reſpondere in area grad.23.3'. pro Aſcenſionali differentia quæſita.

PROBLEMA XIII.

Eandem Differentiam aſcenſionalem ex data Amplitudine ortiua & Declinatione dati puncti exquirere.

DEntur nunc in Triangulo LIE Amplitudo ortiua IE, & Declinatio IL eiuſdem puncti I, & oporteat cognoſcere latus LE Differentiæ aſcenſionalis. Vel in Triangulo EFG detur Amplitudo ortiua EF cum Declinatione GF puncti F, vt innoteſcat latus EG Differentiæ aſcenſionalis. Vtemur tunc pro enodando hoc quæſito octauo Problemate Tertij huius, his modis promptioribus.

PRIMVS MODVS

Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis dati puncti, ita Sinus ſecundus Amplitudinis ortiuæ ad Sinum ſecundum Aſcenſionalis differentiæ eiuſdem puncti.

Exemplum.

MAneat idem gr 6.Geminorum, cuius Differentia aſcenſionalis ſit exquirenda ad Polum 45. ex Amplitudine eius ortiua gr.31.2'.20". & ex Declinatione eiuſdem gr.21.23'.8". Ecce calculi forma.

Declinatio	21 23 8	1 0 7 3 9 4	*Secans eius.*
Amplitudo ortiua	31 2 20	8 5 6 8 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aſcenſionalis differentia	23 3 0	9 2 0 1 7	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVN-

Digitized by Google

SECVNDVS MODVS

Per ſecundariam Sinuum Proſthaphæreſin.

CVm Declinatione propoſita excipiatur arcus arealis in quarto Ordine Magni Canonis, cum quo & cum complemento Amplitudinis ortiuæ tractabis Proſthaphæreſin; & habebis ex ea Sinum ſecundum Differentiæ aſcenſionalis. Vide Exemplum.

	G M S		
Amplitudinis ortiuæ complementum	58 57 40		
Declinatio data gr. 21.23'.8". cui reſpondet	6 9 55		*in Quarto Ordine Magni Canonis.*
Differentia	52 47 45	6 0 4 6 5 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	65 7 35	4 2 0 6 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
		1 8 4 0 3 7	*Relictum è ſubtractione*
Differentia Aſcenſionalis quæſita	23 1 0	9 2 0 1 8	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

TERTIVS MODVS

Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

SVme in calce Declinationem datam, & in area complementum Amplitudinis ortiuæ, & mox à dextro latere patebit tibi Aſcenſionalis differentia. Siue etiam cape à dextro latere Declinationem ipſam, & in area complementum Amplitudinis ortiuæ, tuncque in calce dabitur ipſa Aſcenſionalis differentia.

Vt in dicto Exemplo capio in calce gr. 21.23'.8". Declinationis, & in area gr. 58.57'.40". complementum ſcilicet Amplitudinis ortiuæ, & à dextro latere dantur gr. 23. 1'. pro Differentia aſcenſionali.

QVARTVS MODVS

Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

EXpeditior eſt operatio per Tabulam ſecundæ Analogiæ, capiendo in eius fronte Declinationem, & Amplitudinem ortiuam à dextro latere; nam in area reſpondet quæſitæ Aſcenſionalis Differentiæ complementum, vnde ipſa non ignorabitur.

Vt in dicto Exemplo, intrando dictam Tabulam in fronte cum gr. 21.23'. & à dextro latere cum gr. 31.2'. Amplitudinis ortiuæ excipio ex area gr. 66.57'. complementum ſcilicet Aſcenſionalis differentiæ; vnde ipſa innoteſcet mox graduum 23.3'.

PROBLEMA XIV.

Aſcenſionem ac Deſcenſionem obliquam cuiuſcunque puncti Eclipticæ, mediante Aſcenſionali differentia, ad quamlibet Eleuationem Polarem definire.

AScenſio obliqua alicuius puncti Eclipticæ eſt arcus Aequinoctialis ab interſectione Vernali numeratus, qui coaſcendit cum dato puncto in Horizonte conſtituto. Deſcenſio verò obliqua eſt eiuſdem Aequatoris arcus, qui vnà deſcendit cum dato puncto Eclipticæ. Inuenitur autem Aſcenſio obliqua tali ratione. Primò quidem per 3. vel 4. Probl. libri Quinti explorabis Rectã aſcenſionem propoſiti puncti; deinde per aliquod ex tribus præcedentibus Problematibus huius addiſcas Differentiam aſcenſionalem eiuſdemmet propoſiti puncti ad Eleuationem Polarem propoſitam; quam Differentiam aſcenſionalem aufferes ab Aſcenſione recta, ſi Declinatio dati puncti fuerit Borealis; vel eandem eidem Rectæ aſcenſioni addes, ſi fuerit Auſtralis, vt colligas Obliquam ipſius propoſiti puncti aſcenſionem.

Ad Deſcenſionem verò obliquam ipſiusmet puncti explorandam contrarium obſeruandum eſt. Differentiam enim aſcenſionalem addes Aſcenſioni rectæ, ſi Declinatio dati puncti fuerit Borealis, & auferes, ſi Auſtrina fuerit.

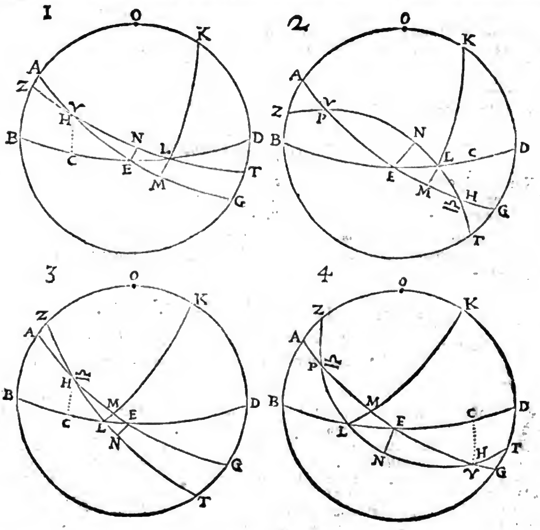
Exemplum.

SIt colligenda Obliqua aſcenſio propoſiti puncti gr.6.Geminorum ad Eleuationem Poli gr. 45. Huius quidem puncti datur per primum Problema Quinti Declinatio grad.21.23'. Borealis; & per Problema tertium eiuſdem Aſcenſio recta grad.64.6'. atque per decimum huius datur Aſcenſionalis differentia grad.23.3'. qua detracta à Recta aſcenſione, quia punctum Eclipticæ datum declinat in Boream, relinquit Obliquam aſcenſionem gr. 41. 3'. Quòd ſi eadem Aſcenſionalis differentia prædictæ Rectæ aſcenſioni addatur, prodibit eiuſdem gradus Obliqua deſcenſio graduum 87.9'.

PROBLEMA XV.

Data Aſcenſione, vel Deſcenſione obliqua, ac Poli eleuatione, arcum Eclipticæ ei debitum inueſtigare.

ESto Meridianus ABGD; dimidius Horizon BED, cuius Polus O; dimidius Aequator AEG, cuius Polus Septentrionalis K, & dimidia Ecliptica ZLT. Quadrupliciter autem poteſt dari arcus Obliquæ aſcenſionis, aut primò ab Aequinoctio Arietis non excedens quartam circuli, vt eſt arcus HE in prima figura; aut excedens circuli Quadrantem, non tamen ſemi-



circulum attingens, vt in ſecunda figura eſt arcus PE, & tunc debet auferri à ſemicirculo, vt relinquatur arcus HE à Libra numeratus in antecedentia. Aut tertiò datur vltra ſemicirculum, ita tamen vt gradus 270. non excedat, & tunc quidem detracto ſemicirculo accipitur tanquam ab initio Libræ numeratus, qualis eſt arcus HE tertiæ figuræ accepto puncto H pro Libræ initio. Aut denique datur in vltimo Aequatoris Quadrante, excedente gradus 270. vt in quarta figura; &

tunc

Digitized by Google

tunc debet fieri ſubtractio dicti arcus ab integro circulo, vt remaneat arcus E H numeratus ab Ariete in præcedentia. Hoc omnes caſus ſeparatim tractabimus, ſed prius in vnaquaque figura ducatur à puncto E veri ortus Aequatoris ad Eclipticam perpendicularis arcus E N, vt Triangulum H E L in vnaquaque figura ad duo Rectangula reducatur. Iam igitur ad explorandum quæſitum Eclipticæ arcum accedamus, quod ſanè fieri nequit, niſi prius quinque Inuenta explorauerimus, quorum primum eſt latus H N, ſecundum eſt latus E N, tertium eſt angulus H E N, quartum eſt angulus N E L, quintum denique eſt latus N L; quod quintum Inuentum addendum eſt primo Inuento H N in prima & quarta figura, vel ab eodem auferendum, vt in ſecunda & tertia, vt pateat arcus Eclipticæ N L, qui ſanè erit quæſitus arcus Aſcenſioni obliquæ congruens in primo Aequatoris Quadrante, vt in prima figura. Sed ſi Obliqua aſcenſio oblata fuerit in ſecundo Aequatoris Quadrante, vbi præcepimus ipſam auferendam eſſe à ſemicirculo, oportebit etiam inuentum Eclipticæ arcum à ſemicirculo auferre, vt prodeat quæſitus arcus, vt in ſecunda figura. Quòd ſi Aſcenſio obliqua ſuperauerit ſemicirculum, fueritque in tertio Aequatoris Quadrante, vbi ab ipſa oportuit detrahere ſemicirculum, tunc quidem ipſi inuento Eclipticæ arcui addendus eſt ſemicirculus, vt emergat arcus quæſitus, vt in tertia figura. Poſtremò cùm oblata fuerit Obliqua aſcenſio in vltimo Aequatoris Quadrante vltra gradus 270. quo in caſu præcepimus, ipſam auferendam eſſe ab integro circulo, tunc pariter inuentus arcus auferendus eſt ab integro circulo, vt in quarta figura, ſic enim euadet arcus quæſitus.

Primò itaque in Triangulo Rectangulo H E N notus eſt arcus H E Aequatoris, reſpondens Aſcenſioni obliquæ propoſitæ, & cognitus eſt angulus E H N Maximæ Obliquitatis Zodiaci: ex his igitur inueſtigabitur per decimum Problema Tertij latus H N, quod dicitur Inuentum primum, & ex iiſdem datus habebitur per primum Problema eiuſdem latus E N, quod dicitur Inuentum ſecundum.

Secundò in eodem Triangulo H E N ex Inuento primo, id eſt latere H N, cum angulo H E N Maximæ Obliquitatis colligetur per tertium Problema angulus H E N, qui dicitur Inuentum tertium. Hic verò angulus H E N auferendus eſt ab angulo HEL, qui reliquum eſt ad ſemicirculũ anguli AEB Eleuationis Aequatoris ſupra Horizontem; & hoc quidem in primo & vltimo Aequatoris Quadrante, vt patet in prima & quarta figura. Sed in ſecundo, & tertio debet à dicto angulo H E N auferri angulus DEG, vel AEB Eleuationis Aequatoris ſupra Horizontem, vt innoteſcat angulus LEN, quem vocamus Inuentum quartum, vt patet in ſecunda & tertia figura. E H N

Tertiò in Triangulo Rectangulo L E N ex angulo modò inuento L E N, id eſt quarto Inuento, & latere E N, ſecundò ſcilicet Inuento deprometur per 13. probl. Tertij latus N L, quod vocamus quintum & vltimum Inuentum. Quod quidem vltimum Inuentum addendum eſt Inuento primo H N in primo & quarto Aequatoris Quadrante, vt patet in prima & quarta figura; ſed in ſecũdo & tertio Quadrante vltimum Inuentum auferendum eſt ab Inuento primo H N, & vtroque modo prodibit arcus Eclipticæ L H, qui in primo Aequatoris Quadrante debetur Aſcenſioni obliquæ propoſitæ, vt patet in prima figura: ſed in reliquis Quadrantibus quid faciendum ſit ad habendum verum Eclipticæ arcum propoſitæ Obliquæ aſcenſioni conſonum, docuimus paulò ſupra. Nunc autem diuerſos modos, & exempla omnem varietatem comprehendentia dabimus, quæ ſunt hæc.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

PRimò quidem fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Maximæ Obliquitatis, ita Tangens arcus Aſcenſionis obliquæ ad Tangentem primi Inuenti. Secundò fiat, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, ita Sinus Aſcenſionis obliquæ ad Sinum Inuenti ſecundi. Tertiò fiat, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, ita Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum ſecundum Inuenti tertij. Tertium autem Inuentum auferendum eſt ab aggregato Eleuationis Poli, & Quadrantis in primo, & vltimo Aequatoris Quadrante. Sed in ſecundo & tertio ab hoc tertio Inuento auferendum eſt complementum Eleuationis Poli, & vtroque modo prodibit quartum Inuentum. poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Tangentem quarti Inuenti, ita Sinus ſecundi Inuenti ad Tangentem quinti Inuenti, quod profectò quintum Inuentum addendum eſt primo Inuento in primo, & vltimo Aequatoris Quadrante. Sed in ſecundo & tertio auferendum eſt à dicto primo Inuento, & vtroque modo enaſcetur Eclipticæ arcus vltimò quærendus; qui in primo Quadrante eſt ille, qui præciſè propoſitæ Obliquæ Aſcenſioni quadrat. Sed in ſecundo Quadrante debet auferri à ſemicirculo, in tertio ab ipſo ſemicirculus tollatur, & denique in quarto reijciendus eſt ipſe à toto circulo, ita enim quæſitus Eclipticæ arcus producetur.

Exemplum Primum occurrens in primo Aequatoris Quadrante, vt in prima figura.

SIt propoſita Obliqua aſcenſio gr.57. vt eius congruus Ecliptica arcus ad Eleuationem Polarem gr.42. ſit explorandus ſuppoſita Maxima Zodiaci obliquatione gr.23.30'.

	G M S		
Maxima obliquitas	23 30 0	91706	*Sinus eius ſecundus.*
Aſcenſio obliqua data HE	57 0 0	153987	*Tangens eius.*
Inuentum primum HN	54 47 50	141215	*Tangens proueniens.*
Eadem Maxima obliquitas	23 30 0	39875	*Sinus eius.*
Aſcenſio obliqua HE, vt prius	57 0 0	83867	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum EN	19 32 3	33442	*Sinus prodiens.*
Maxima obliquitas, vt ſupra	23 30 0	39875	*Sinus eius.*
Inuentum primum HN	54 57 50	57409	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum tertium HEN	76 46 0	22892	*Sinus ſecundus proueniens.*
Aggregatum Eleuat. Poli, & Quadrantis	132 0 0		
Inuentum quartum LEN	55 14 0	144060	*Tangens eius.*
Inuentum ſecundum EN	19 32 3	33442	*Sinus eius.*
Inuentum quintum NL	25 43 20	48175	*Tangens prodiens.*
Inuentum primum HN addendum	54 47 50		
Aggregatum .i. arcus Ecliptica quaſitus	80 31 10		

Arcus ille Ecliptica vltimò inuentus in Signa diſtributus dat gradus 20. 31'. 10". Geminorum, qui Obliqua Aſcenſioni propoſita conuenit.

Exemplum ſecundum in ſecundo Aequatoris Quadrante congruens ſecunda figura.

OFferatur nunc Obliqua Aſcenſio PE gr.126. ad eãdem Eleuationem Polarem gr.42. vt explorari poſſit cuinam Ecliptica arcus competat. Hanc auſero à ſemicirculo, & innoteſcit dicta Obliqua aſcenſio à Libra in præcedentia, vt eſt arcus HE.

	G M S		
Maxima obliquitas	23 30 0	91706	*Sinus eius ſecundus.*
Aſcenſio obliqua HE	54 0 0	137638	*Tangens eius.*
Inuentum primum HN	51 36 42	126222	*Tangens proueniens.*
Maxima obliquitas	23 30 0	39875	*Sinus eius.*
Aſcenſio eadem obliqua HE	54 0 0	80902	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum EN	18 49 0	32260	*Sinus proueniens.*
Maxima obliquitas	23 30 0	39875	*Sinus eius.*
Primum Inuentum HN	51 36 42	62108	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum tertium HEN	75 39 41	24766	*Sinus ſecundus proueniens.*
Complementum Eleuationis Poli	48 0 0		
Inuentum quartum LEN	27 39 41	52415	*Tangens eius.*
Inuentum ſecundum EN	18 49 0	32260	*Sinus eius.*
Inuentum quintum auferendum à primo	9 35 51	16909	*Tangens proueniens.*
Primum Inuentum	51 36 42		
Arcus Eclipt. LH auferen. à ſemicirculo	42 0 51		
Arcus PL quæſitus ab Ariete.	137 59 9		

Hic arcus in ſigna diſtributus dat gradus 17. 59'. 9". Leonis.

Exemplum tertium de tertio Aequatoris Quadrante, quod refertur ad tertiam figuram.

PRoponatur Obliqua aſcenſio graduum 234. vt ei competens arcus depromatur. Ab hac aufero gradus 180. & remanẽt gradus 54. pro HE arcu ab initio Libra deducto. Eſt autem hoc Exemplum conforme ſecundo Exemplo quoad ſingula Inuenta. Nec differt in alio, niſi quòd arcus Ecliptica vltimò inuentus, qui eſt graduum 42. 0'. 51". coniungendus eſt cum ſemicirculo, vt arcus Ecliptica quæſitus prodeat ab Ariete numeratus, nimirum grad. 222. 0'. 51". qui pertinet ad grad. 12. Scorpij.

Digitized by Google

Exemplum Quartum in vltimo Aequatoris Quadrante pro quarta figura.

O*Fferatur nunc Obliqua Aſcenſio gr.327. vt inueſtigari poſſit, ad quod Eclipticæ punctum ipſa ſpectet: hanc aufero à toto circulo, & remanent grad.33. pro arcu Aequatoris EH.*

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 30 0	9 1 7 0 6	*Sinus eius ſecundus.*
Reliquum Aſcenſionis Obliquæ E H.	33 0 0	6 4 9 4 1	*Tangens eius.*
Inuentum primum H N	30 46 33	5 9 5 5 5	*Tangens prodiens.*
Eadem Maxima obliquitas	23 30 0	3 9 8 7 5	*Sinus eius.*
Reliquum Aſcenſionis obliquæ E H	33 0 0	5 4 4 6 4	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum E N	12 32 36	2 2 7 1 8	*Sinus prodiens.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 30 0	3 9 8 7 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum H N	30 46 33	8 5 9 1 8	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum tertium H E N	69 57 53	3 4 2 6 0	*Sinus ſecundus prouenìens.*
Aggregatũ Eleuationis Poli, & Quadrantis	132 0 0		
Inuentum quartum L E N	62 2 7	1 8 8 3 5 2	*Tangens eius.*
Secundum Inuentum E N	12 32 36	2 1 7 1 7	*Sinus eius.*
Inuentum quintum N L	22 14 42	4 0 9 0 4	*Tangens prouenìens.*
Primum Inuentum H N addendum	30 46 33		
Arcus Eclipticæ vlt. prouen. auferendus à	53 1 15		*toto circulo.*
Arcus Eclipticæ Aſcenſioni Obl. propoſitæ	306 58 45		*congruens.*

Hic autem arcus in Signa diſtributus dabit gradus 6.59'. Aquarij.

SECVNDVS MODVS
Per Triangula Rectangula Sphærica.

SI à puncto H ſectionis Aequinoctialis, & Zodiaci deducatur ad Horizontem perpendicularis arcus HC, reddetur figuratio aptior forſan ad quæſitum venandum, intelligendo tamen propoſitum Aequatoris arcum reddi aptum ad ſolutionem, ſicut in primo modo docuimus. Perpendemus itaque tunc duo Rectangula Triangula HCE, & HCL.

Primò itaque in Triangulo Rectangulo HCE ex nota Baſe HE Aſcenſionis Obliquæ datę cum angulo HEC, quem determinat arcus AB complementi Eleuationis Poli, colligemus per Primum Problema Tertij perpendicularem arcum HC pro primo Inuento. Secundò ex hoc primo Inuento, & eodem angulo HEC complementi Eleuationis Poli obtinebimus per Septimum Problema Tertij angulum CHE, ſecundum ſcilicet Inuentum; quem angulum addemus angulo LHE Maximæ Zodiaci Obliquitatis in primo, & vltimo Aequatoris Quadrante, ſed in ſecundo, & tertio ab ipſo Maximam auferemus Obliquitatem; & prodibit angulus CHL, quem tertium Inuentum dicimus, cum quo tandem, & cum primo Inuento HC eliciemus per vndecimum Problema Tertij arcum Eclipticæ HL, qui in primo Aequatoris Quadrante erit ille, qui quæritur; ſed in ſecundo auferendus eſt à ſemicirculo, in tertio coniungi debet cum ſemicirculo, & denique in quarto auferri debet à toto circulo, vt quæſitus Eclipticæ arcus proueniat.

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum Aſcenſionis Obliquæ, ita Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Sinum primi Inuenti. Secundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti; ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum ſecundi Inuenti, quod additum Maximæ Zodiaci Obliquitati conſtituit tertium Inuentum. Poſtremò verò fiat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam primi Inuenti; ita Sinus ſecundus tertij Inuenti ad Tangentem ſecundam arcus Eclipticæ, ex quo, ſicut ſupra, quæſitus arcus prodit.

Exemplum Primum in Primo Aequatoris Quadrante conueniens Primæ figuræ.

D*Ata ſit Obliqua Aſcenſio graduum 57. referenda ad Sinum competentem arcui Eclipticæ ad Eleuationem Polarem graduum 42, vt ſupra, exiſtente Maxima Zodiaci Obliquatione in gradibus 23.30', vt in ſubiecto patebit calculo.*

Aſcenſio

Digitized by Google

	G M S		
Aſcenſio data Obliqua HE	57 0 0	8 3 8 6 7	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli data	42 0 0	7 4 3 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum HC	38 33 13	6 2 3 2 5	*Sinus proueniens.*
		1 2 7 8 7 3	*Secans primi Inuenti.*
Eleuatio Poli	42 0 0	6 6 9 1 3	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum CHE	58 49 50	8 5 5 6 4	*Sinus prodiens.*
Maxima Zodiaci Obliquitas addenda	23 30 0		
Inuentum tertium CHL	82 19 50	1 3 3 4 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum HC	38 33 13	1 2 5 4 7 6	*Tangens eius ſecunda.*
Arcus Eclipticæ quæſitus HL	80 29 36	1 6 7 4 6	*Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum ſecundum de ſecundo Aequatoris Quadrante, vt in ſecunda figura.

PRopoſita ſit modò Obliqua Aſcenſio PE graduum 126. ſub eadem Poli ſublimitate ſeu eleuatione, quam ſupra attulimus, nempe graduum 42. Hac ſublata à ſemicirculo relinquit Aſcenſionem Obliquam ab initio Libræ in præcedentia numeratam, quæ eſt graduum 54, & tantus erit arcus HE ſecundæ figuræ, cum quo fit operatio ad inſtar ſuperioris calculi; vt hic.

Aſcenſio Obliqua HE	54 0 0	8 0 9 0 2	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	42 0 0	7 4 3 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum HC	36 57 25	6 0 1 2 2	*Sinus proueniens.*
		1 2 5 1 4 4	*Secans primi Inuenti.*
Eleuatio Poli	42 0 0	6 6 9 1 3	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum CHE	56 51 52	8 3 7 3 8	*Sinus proueniens.*
Maxima Zodiaci Obliquitas ſubtrahenda	23 30 0		
Inuentum tertium CHL	33 21 52	8 3 5 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum HC	36 57 25	1 3 2 9 1 3	*Tangens eius ſecunda.*
Arcus Eclipticæ HL augerendus à ſemic.	42 0 47	1 1 1 0 0 8	*Tangens ſecunda proueniens.*
Semicirculus	180 0 0		
Arcus PL quæſitus ab Ariete	137 59 13		

Exemplum tertium in tertio Aequatoris Quadrante, vt in tertia figura.

SIt Obliqua Aſcenſio gr. 234. oblata; ab hac aufero ſemicirculum, & remanent gradus 54. pro arcu HE ab initio Libræ numerato. Vnde hic calculus non differt ab illo ſecundi Exempli, niſi quod arcui Eclipticæ vltimò inuento graduum 42.0'.47". addendus eſt ſemicirculus, ſic enim arcus Eclipticæ quæſitus enaſcetur graduum 222.0'.47". qui terminat in grad. 12. Scorpij.

Exemplum Quartum in vltimo Aequatoris Quadrante pro quarta figura.

SEd detur tandem Obliqua Aſcenſio gr. 327, vt eius congruus Eclipticæ arcus ex calculo eliciatur. Huius complementum ad integrum circulum eſt graduum 33, nempe arcus Aequatoris EH.

Reliquum Aſcen. Obl. ad integ. cir nẽpe EH	33 0 0	5 4 4 6 4	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	41 0 0	7 4 3 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum HC	23 52 30	4 0 4 7 4	*Sinus proueniens.*
		1 0 9 3 5 8	*Secans primi Inuenti.*
Eleuatio Poli	22 0 0	6 6 9 1 3	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum CHE	47 2 0	7 3 1 7 5	*Sinus prodiens.*
Maxima Zodiaci Obliquitas addenda	23 30 0		
Inuentum tertium CHL	70 32 0	3 3 3 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum HC	23 52 30	2 2 5 9 2 9	*Tangens in ſecunda.*
Arcus Ecli. vlt. prodiẽs auferen. à toto circu.	53 1 19	7 5 2 9 3	*Tangens ſecunda prodiens.*
Arcus Eclip. Obl. Aſcen. propoſitæ congruus	306 58 41		

TERTIVS

TERTIVS MODVS
Per Triangula Obliquangula.

REpetitis ſuperioribus diagrammatibus data Obliqua Aſcenſione H E, quæritur arcus Eclipticæ H L ipſi congruus, & animaduertendum eſt, hanc operationem admittere quatuor caſus.

Primus Caſus.

QVando ſcilicet propoſita Obliqua Aſcenſio non ſuperauerit Quadrantem, vt in prima figura, tunc quidem aſſumpto Triangulo Obliquangulo H E L, in quo datur angulus E H L Obliquitatis Maximæ Zodiaci cum angulo H E L, qui conſtat ex Eleuatione Polari ſeu Latitudine loci A O, & Quadrante O D, atque in eodem etiam datur latus ipſiſmet angulis interiacens H E, vnde colligetur iuxta tertium modum Sexti Problematis Quarti libri latus H L, quod eſt arcus Eclipticæ ab Ariete numeratus. Fiat enim, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis E H L, ita Secans ſecunda Aſcenſionis Obliquæ H E ad Inuentum primum. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum eiuſdem Aſcenſionis Obliquæ H E; ita Tangens ſecunda Maximæ Obliquitatis ad ſecundum Inuentum, quod confer cum Tangente ſecunda anguli A E D, ideſt cum Tangente prima Eleuationis Poli, minorem numerum ex maiore ſubtrahendo, & prodibit Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita tertium Inuentum ad Tangentem ſecundam arcus Eclipticæ quæſiti. Hoc eſt collige cum Obliqua Aſcenſione oblata tam Secantem ſecundam, quàm Sinum ſecundum; & cum Maxima Obliquitate collige Sinum primum, & Tangentem ſecundam; atque ſume etiam Tangentem Eleuationis Poli: multiplica poſtea Sinum Maximæ Obliquitatis in Secantem ſecundam Aſcenſionis Obliquæ; & reiectis quinque cifris, remanebit Inuentum primum; deinde multiplica Tangentem ſecundam Obliquitatis in Sinum ſecundum eiuſdem Aſcenſionis Obliquæ, & abiectis quinq; cifris remanebit ſecundum Inuentum; quod confer cum Tangente Eleuationis Poli, minorem de maiore tollendo, vt prodeat tertium Inuentum. Poſtremò hoc tertium Inuentum multiplica per primum, & reciſis quinque notis dextris, remanebit Tangens ſecunda arcus Eclipticæ quæſiti; vnde & ipſe confeſtim dabitur.

Exemplum.

OFferatur Obliqua Aſcenſio grad. 57. contingens ad Eleuationem Polarem graduum 42, vt eius congruus arcus addiſcatur, tali vtemur calculo.

	G	M	S		
Aſcenſio Obliqua	57	0	0	119236	*Secans eius ſecunda.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	39875	*Sinus eius.*
				47545	*Inuentum primum.*
Eadem Obliqua Aſcenſio	57	0	0	54464	*Sinus eius ſecundus.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	229984	*Tangens eius ſecunda.*
				125258	*Inuentum ſecundum.*
Eleuatio Poli	42	0	0	90040	*Tangens eius ſubtrahenda.*
				35218	*Inuentum tertium multiplicandũ in primum.*
Arcus Ecliptica quæſitus	80	30	0	16745	*Tangens ſecunda proueniens.*

Eſt itaq; adinuentus arcus Ecliptica dicta Obliqua Aſcenſioni congruus graduum 80.30'. ferè, qui in ſignia diſtributus dat gradus 20.30'. Geminorum.

Secundus Caſus.

SI Obliqua Aſcenſio detur maior Quadrante, & minor ſemicirculo, vt in ſecunda figura eſt arcus H E, quem ponamus eſſe grad. 126, & quæritur arcus Eclipticæ H L: tunc quidem accipiemus reliquum ipſius Aſcenſionis Obliquæ ad ſemicirculum, nempe arcum E P, qui tunc erit graduum 54. Quare mediante Triangulo E L P ex iiſdem datis, vt in primo caſu, eliciemus arcum Eclipticæ L P, qui ſublatus ex ſemicirculo relinquet notum arcum quæſitum H L. Memineris tamen, hîc addendam eſſe Tangentem Eleuationis Poli Inuento ſecundo, vt prodeat Inuentum tertium, quia angulus L E P acutus eſt, vt vides in hoc Exemplo.

Reliquum

	G	M	S		
Reliquum Aſcenſionis Obliquæ ad ſemicirc.	54	0	0	1 2 3 6 0 7	*Secans eius ſecunda.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	3 9 8 7 5	*Sinus eius.*
				4 9 2 8 8	*Inuentum Primum.*
Reliquum Aſcenſionis Obliquæ ad ſemicir.	54	0	0	5 8 7 7 9	*Sinus eius ſecundus.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	2 2 9 9 8 4	*Tangens eius ſecunda.*
				1 3 5 1 8 2	*Inuentum ſecundum.*
Eleuatio Poli	42	0	0	9 0 0 4 0	*Tangens eius addenda.*
				2 2 5 2 2 2	*Inuentum tertium multiplicandum in primū.*
Arcus Eclipticæ ei congruus	42	1	0	1 1 1 0 0 7	*Tangens ſecunda prodiens.*

Arcus hic inuentus graduum 42.1'. auferendus eſt à ſemicirculo, vt relinquatur arcus Eclipticæ gr. 137.59'. qui in Signa diſtributus dat gradus 17.59'. Leonis, & hoc eſt punctum Eclipticæ, ad quod oblata Aſcenſio Obliqua refertur.

Tertius Caſus.

QVòd ſi Obliqua aſcenſio ſuperauerit ſemicirculum, ita tamen vt non excedat dodrantem circuli, ſeu grad. 270. auferemus ab ipſa ſemicirculum, vt intelligatur numerata ab initio Libræ, quemadmodum conſpicere licet in tertia figura, tunc quidem arcui per ſuperiorem calculum facto addemus ſemicirculum, & euadet arcus Eclipticæ ab Ariete numeratus congruens ipſi oblatæ Obliquæ aſcenſioni; nec operatio differt, niſi quo ad inquiſitionem Inuenti tertij, quia hic debet fieri additio Tangentis Eleuationis Poli ad Inuentum ſecundum, vt proueniat Inuentum tertium, eò quia angulus H F L acutus eſt, ſicut etiam in ſecundo caſu. Sed vide exemplum.

Detur nunc Obliqua aſcenſio gr. 234. vt congruus ei arcus explorandus ſit, ab hac aufero gr. 180, & remanent gradus 54. Vnde calculum ſic expedio, qui idem prouenit cum ſuperiore Exemplo.

	G	M	S		
Reliquum Aſcenſionis Obliquæ ad ſemicirc.	54	0	0	1 2 3 6 0 7	*Secans eius ſecunda.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	3 9 8 7 5	*Sinus eius.*
				4 9 2 8 8	*Inuentum primum.*
Reliquum Aſcenſionis Obliquæ ad ſemicir.	54	0	0	5 8 7 7 9	*Sinus eius ſecundus.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	2 2 9 9 8 4	*Tangens eius ſecunda.*
				1 3 5 1 8 2	*Inuentum ſecundum.*
Eleuatio Poli	42	0	0	9 0 0 4 0	*Tangens eius addenda.*
				2 2 5 2 2 2	*Inuentum tertium multiplicandū in primum.*
Arcus Eclipticæ ei congruus.	42	1	0	1 1 1 0 0 7	*Tangens ſecunda prodiens.*

Arcui huic inuento graduum 42. addo ſemicirculum, vt proueniant gradus 222, qui conueniunt gradui 12. Scorpij.

Caſus Quartus.

SIt poſtremò propoſita Obliqua aſcenſio maior dodrante, ſed integro circulo minor, vt videre licet in quarta figura: ſit autem ipſa Obliqua aſcenſio graduum 327; hanc aufero ab integro circulo, & remanent gradus 33. qualis eſt arcus E H, quocirca, vt ſupra in tertio caſu, comperio arcum Eclipticæ ei conuenientem, qui eſt L H, mediante Triangulo L E H: qui demum arcus detractus ab integro circulo, relinquit arcum Eclipticæ ab initio Arietis numeratum. Non differt autem hæc ſupputatio ab illa ſuperiore Primi Caſus; in quo, ſicut & hic, fit ſubtractio Tangentis Eleuationis Poli à ſecundo Inuento, vel contrà; vt tandem prodeat tertium Inuentum, eò quia angulus L E H obtuſus eſt, vt ex ſequenti Exemplo liquet.

Propoſita ſit Obliqua aſcenſio graduum 327. ad Eleuationem Polarem graduum 42. vt eius arcus Eclipticæ ſit adinueniendus. Hanc ab integro circulo ſubtraho, & remanent gradus 33. Vnde calculum ſic perficio.

	G	M	S		
Reliquum Aſcenſionis obliquæ de ſemicirc.	33	0	0	1 8 3 6 0 8	*Secans eius ſecunda.*
Obliquitas Maxima	23	30	0	3 9 8 7 5	*Sinus eius.*
				7 3 2 1 4	*Inuentum primum.*
Reliquum Aſcenſionis obliquæ de ſemicirc.	33	0	0	8 3 8 6 7	*Sinus eius ſecundus.*
Obliquitas maxima	23	30	0	2 2 9 9 8 4	*Tangens eius ſecunda.*

Digitized by Google

	G M S		
Eleuatio Poli		1 9 2 8 8 1	*Inuentum ſecundum.*
	42 0 0	9 0 0 4 0	*Tangens eius ſubtrahenda.*
		1 9 2 8 4 1	*Inuenium tertium multiplicandum in primũ.*
Arcus Ecliptica quaſitus	53 1 0	7 5 2 9 2	*Tangens ſecunda prodiens.*

QVARTVS MODVS
Per Tabulas Analogiarum.

QVãmuis primus modus, quem ſupra attulimus per Triangula Rectangula Sphærica, poſſit reduci ad vſum Tabularum Analogiarum, nihilominus vt expeditiorem eligimus ſecundum modum mox ſequentem, quem per dictas Tabulas ſic tractamus.

Primò quidem cõfugiemus ad Primam ſeu Generalem Tabulam, faciendo in eam lateralem ingreſſum cum Aſcenſione obliqua data, atq; cum Eleuatione Polari, capiendo ſcilicet in fronte ipſam Obliquam aſcenſionem, & à dextro latere Polarem eleuationem; ſeu etiam ſumendo in calce hanc Polarem eleuationem, & à ſiniſtro latere dictam Obliquam aſcenſionem; nam vtroque modo reſpondet in area arcus, quem vocamus primum Inuentum. Secundò ingredere eandem Primam Tabulam in calce cum hoc primo Inuento, & in area cum Eleuatione Poli, & à latere ſiniſtro dabitur ſecundum Inuentum. Vel ſi expedierit, ſumes à dextro latere primum Inuentum, & in area Eleuationem Poli; nam tunc dabitur in fronte ipſum ſecundum Inuentum. Sed & per Tabulam ſecundæ Analogiæ ex laterali ingreſſu obtinebis in area hoc ſecundum Inuentum, comperiendo ſcilicet in eius fronte primum Inuentum, & à ſiniſtro latere Eleuationem Poli. Hoc autem ſecundum Inuentum quocunque modo compertum, additum ad Maximam Zodiaci Obliquitatem in primo & vltimo Aequatoris Quadrante; vel ab eodem ablata Maxima Zodiaci Obliquitas, vt in ſecundo & tertio Quadrante, producit Inuentum tertium. Ad extremum denique, ſi volumus duplicem euitare operationem per Generalem Tabulam, iuxta Quintum modum Vndecimi Problematis Tertij, recurremus ad Tabulam Tertiæ Analogiæ, in cuius calce comperto tertio Inuento, & à dextro latere primo Inuento, obtinebimus in area cõplementum arcus Eclipticæ, qui, vt in ſecundo modo diximus, eſt quæſitus à nobis in primo Aequatoris Quadrante; ſed in ſecundo auferendus eſt à ſemicirculo, in tertio verò addendus, in quarto deniq; ſubducendus eſt ab integro circulo, ſic namq; quæſitus Eclipticæ arcus manifeſtus fiet.

Exemplum primum ſicut ſupra in Primo Aequatoris Quadrante.

D*Atur obliqua aſcenſio graduum 57. ſub Polari eleuatione graduum 42. vt ad eius congruum arcum referatur.*

	G M S		
Aſcenſio obliqua HE data	57 0	*à latere ſiniſtro*	*Primæ Tabulæ.*
Eleuatio Poli data	42 0	*in calce*	
Inuentum primum HC	38 33	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eleuatio Poli	42 0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum ſecundum CHC	58 58		
Maxima Zodiaci Obliquitas addenda	23 30		
Inuentum tertium CHL	82 20	*in calce*	*tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum HC	38 33	*à latere dextro*	
Numerus in area compertus	9 30		
Complementum eius, id eſt arcus HL quæſitus	80 30		

Exemplum ſecundum de ſecundo Aequatoris Quadrante Secundæ figuræ accommodatum.

S*It data nunc Obliqua aſcenſio PE grad. 126. ad eandem Polarem eleuationem; hanc aufero ab integro circulo, & cum reſiduo arcu HE graduum 54. ab initio Libræ numerato in præcedentia abſoluo calculum, vt hic.*

	G	M		
Arcus H E Aſcenſionis obliquæ	54	0	*à latere ſiniſtro*	*Prima Tabulæ.*
Eleuatio Poli	42	0	*in calce*	
Inuentum primum H C	36	57	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eleuatio Poli	42	0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum ſecundum C H E	56	52		
Maxima Obliquitas Zodiaci ſubtrahenda	23	30		
Inuentum tertium C H L	33	22	*in calce*	*Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum H C	36	57	*à latere dextro*	
Numerus in area acceptus	47	59		
Complementum eius auferendum à ſemicirculo	42	1		
Arcus P L quæſitus ab Ariete	137	59		

Exemplum Tertium de tertio Aequatoris Quadrante, vt patet in Tertia figura.

OBlata Obliqua aſcenſione graduum 234. aufero ab ipſa ſemicirculum, & remanent gr.54. pro arcu H E ab initio Libræ numerato. Quapropter prodit idem calculus ad vnguem cum ſuperiore ſecundi Exempli pro collectione arcus Eclipticæ gr.47.1'. qui nunc cum ſemicirculo coniungendus eſt, vt innoteſcat Eclipticæ arcus quæſitus graduum 222.1'. terminans in gradum 12. Scorpij ferè.

Quartum, & vltimum Exemplum in vltimo Aequatoris Quadrante pro Quarta figura.

DEtur poſtremò oblata Aſcenſio Obliqua grad.327. cuius complementum ſumo ad integrum circulum, quod eſt gr.33. repræſentans arcum Aequatoris E H, cum quo abſoluo calculum in hunc modum.

	G	M		
Arcus Aequatoris E H Aſcenſionis obliquæ	33	0	*in fronte*	*Primæ Tabulæ.*
Eleuatio Poli	42	0	*à latere dextro*	
Inuentum Primum H C	23	52	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eleuatio Poli	42	0	*à ſiniſtro latere*	
Inuentum ſecundum C H E	47	2		
Maxima Zodiaci Obliquitas addenda	23	30		
Inuentum tertium C H L	70	32	*in calce*	*Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum H C	23	52	*à latere dextro*	
Numerus in area acceptus	36	59		
Complementum eius auferendum à toto circulo	53	1		
Arcus Eclipticæ Obliquæ aſcenſioni propoſitæ cōgruus	306	59		

PROBLEMA XVI.

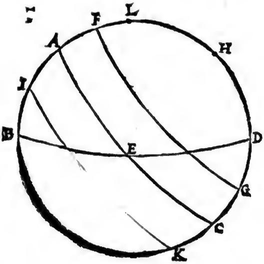
Data Maxima Zodiaci Obliquitate, & Latitudine Regionis complementum dictæ Maximæ Obliquitatis ſuperante, Zodiaci arcum ſemper apparentem: ſeu ſemper ſub terra latentem exquirere.

QVando Eleuatio Poli fuerit complemento Maximæ Declinationis Zodiaci minor, omnia Eclipticæ puncta quotidie exoriuntur ac occidunt, quia tunc ſinguli paralleli ab Horizonte ſecantur, vt videre licet in prima adictarum figurarum, in qua Eleuatio Poli intelligatur arcus H D, qui minor eſt arcu H G complementi Maximæ Obliquitatis G C: tunc verò dies, & noctes artificiales non excedunt vnquam diei naturalis quantitatem, ideſt horas 24. Quòd ſi Poli eleuatio fuerit par complemento Maximæ Obliquitatis, vt in Secunda figura, cùm ſcilicet Vertex Regionis in circulum Arcticum inciderit, omnes paralleli Solis ab Horizonte interſecantur, ſoli verò Tropici ambo contingunt Horizontem; quò fit, vt Sole ipſos perluſtrante detur in Aeſtate maior dies artificialis horarum 24, & inſtans pro nocte, & in Hyeme maior nox artificialis 24. pariter horarum, & inſtans pro die artificiali.

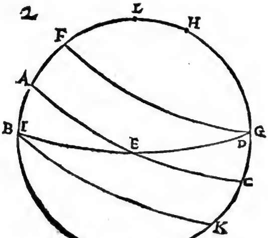
Verunta-

Digitized by Google

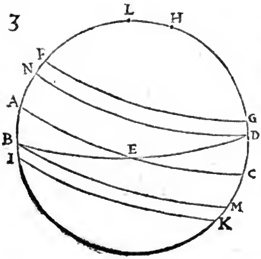
1



2



3



Verùntamen ſi Poli eleuatio fuerit complemento Maximæ Obliquitatis maior, quod contingit Verticali puncto loci verſante inter Polum Mundi, & circulum Arcticum, omnes quidem parallelos non ſecat Horizon, ſed illos tantùm, qui ad quantitatem complementi Eleuationis Polaris ab Æquatore recedunt. Quod patet in Tertia figura, in qua Poli eleuatio H D maior eſt complemento H G Maximæ Obliquitatis. Vnde Horizon illos tantùm ſecat parallelos diurnos, qui ſunt inter Aequatorem, & parallelum N D Horizontem contigentem, qui ſanè ab Aequatore remouetur iuxta arcum D C, qui eſt complementum Altitudinis Poli. Arcus itaq; Zodiaci, quem parallelus N D, & Tropicus Cancri F G intercipiunt, ſemper ſupra Horizontem extat, quem ſanè adinuenire nunc propoſuimus.

Cùm igitur complementum Altitudinis Poli ſit Declinatio illius paralleli ſupraterranei Horizontem perſtringentis, per Problema ſecundum Quinti huius addiſcemus Eclipticæ puncta Borealia, ad quæ dicta ſpectat Declinatio: arcus enim Eclipticæ inter illa concluſus erit ſemper ſupra terram apparens, & oppoſitus ei infra terra latens.

Offeratur noſtro ſaeculo Altitudo Poli grad.75, & quaeratur arcus Zodiaci ſemper apparens. Declinatio paralleli Horizontem ſtringentis eſt grad.15. quantum ſcilicet eſt complementum huius Polaris eleuationis. Hanc autem Declinationem adinuenio per ſecundum Problema Quinti pertinere ad grad.10.25'. Tauri, & ad gr.19.35'. Leonis. Vnde pronuncio, arcum Ecliptica, qui ſecundum ſignorum ſeriem comprahenditur inter gr.10.25'. Tauri, & gr 19.35. Leonis, extare continuò ſupra Horizontem, cui Polus Boreus attollitur grad.75. Sicut è conuerſo arcus Zodiaci huic oppoſitus à gr.10.25'. Scorpij vſque ad grad.19.35'. Aquarij, ſemper latet infra Horizontem.

APPENDIX.

HÆc, quæ tradita ſunt, ad apparentiam longè aliter ſe habent. Enimuerò cùm Sol Parallaxi, & Refractioni fiat maximè prope Horizontem obnoxius, neceſſe erit, vtramque hic perpendere, ac calculo applicare: & hoc ſanè fiet addendo Declinationi paralleli Horizontem contingentis, id eſt complemento Eleuationis Poli Parallaxin Solis, quæ ad Horizontem eſt trium circiter minutorum; & ab eadem auferendo Refractionem, quæ ibidem valdè magna eſſe poteſt iuxta maiorem, vel minorem aëris craſſitiem, (etſi eam in Dania, aëre exiſtente defecatiſſimo ac puriſſimo, Præſtantiſſimus Aſtronomiæ Inſtaurator Tycho Brahe definierit minutorum 34.) id eſt ab ipſo complemento Eleuationis Poli auferatur hæc Refractio, quantam ex coniectura aſſequutus fueris; namq; ſic relinquetur Declinatio dicti paralleli Horizontem ſecundum viſum ſtringentis, cum quo exploretur Eclipticæ arcus, vt ſupra.

Vt in noſtro Exemplo à gradibus 15. complementi Eleuationis Poli aufero min.31. reſpectu vtriuſque correctio-

Digitized by Google

nis de ſententia Tychonis, & remanet Declinatio apparens grad. 14.29′. cui reſpondet parallelus tranſiens per gr. 8.49. Tauri, & per gr. 21.11. Leonis. Vt ſit quidem arcus ſemper ſupra terram extans, quo ad apparentiam à gradibus 8.49. Tauri vſque ad gradus 21.11′. Leonis, id eſt graduum 102.52′.

Verum ſicut arcus ſemper apparens ſupra terram redditur prolixior ob Refractionem, ſic è conuerſo arcus, qui manet infra terram occultatus, coarctatur. Enimuerò Sol in Meridiani ſitu dimidio gradu quo ad rationem Sphæræ profundatus videtur eſſe in linea Horizontis. Quamobrem dicto Eleuationis Poli complemento addemus minuta 31; & conficiemus Declinationem paralleli Horizontem ſub terra contingentis; ex qua dabitur per dictum Problema ſecundum Quinti arcus Zodiaci ei congruus in Signis Auſtralibus.

Vt in dicto Exemplo addo minuta 31. complemento Eleuationis Poli gr. 15. & conficio Declinationem gr. 15.31′. quam animaduerto ſpectare tum ad grad. 12.5′. Scorpij, tum etiam ad grad. 17.55′. Aquarij. Quare affirmo arcum occultum eſſe à dicto gradu 12.5′. Scorpij vſque ad grad. 17.55′. Aquarij, quod quidem interuallum complectitur gr. 95.50′. & breuius eſt arcu diurno gradibus 7. min. 2′.

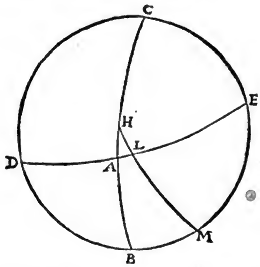
Quod autem longè maior Refractio fiat in locis Septentrionalibus, quàm à Tychone fuerit traditum, commonſ faciunt nos obſeruationes factæ à Naucleris Hollandiæ anno 1596. ad Nouam Zemblam ſub Latitudine graduum 76. appulentibus; qui affirmant, ibidem Solem ipſis die quarto Nouembris diſparuiſſe, dum occuparet grad. 11.48′. Scorpij cum Declinatione graduum 15.24′. Meridiana; ac delituiſſe continuò vſque ad diem 24. Ianuarij ſequentis anni 1597. quo primùm videri cœpit iuxta ſupremum limbum, dum obtineret grad. 5.25′. Aquarij, quod præter expectationem illorum accidit; opinabantur enim, primam eius apparitionem euenturam in gradibus 16.27′. Aquarij.

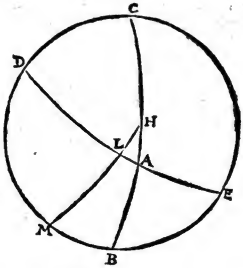
Ex his autem obſeruationibus Refractionis quantitatem cognoſcemus, ſubducendo complementum Eleuationis Poli, nempe grad. 14. à Declinatione loci Solis; & primò quidem cùm Declinatio Solis fuerit grad. 15.24′. à prima diſparitione; ab hac demo gradus 14. & remanet Refractionis quantitas grad. 1.24′. Similiter a Declinatione Solis grad. 18.58′. in prima ſui apparitione ad diem 24. Ianuarij aufero eoſdem gradus 14. & remanet Refractionis quantitas graduum 4.58′. quæ ſanè magna eſt, ſed quæ tenebroſo, ac caliginoſo illo Cœlo ob præcedentem tot dierum Solis priuationem non diſconueniat. Quæ refractio cum in Solis Declinationem tranſeat, ac conformetur, nil mirum videri debet, ſi Solis exortus procraſtinet ad apparentiam pluribus diebus. Tradunt præterea ijdem Nauarchi die 30. Aprilis eiuſdem anni 1597. Solem primum non occidiſſe, ſed ab illo die continuam lucem incepiſſe; fuit autem tunc locus Solis ſecundum numerationem in gr. 9.25′. Tauri, cuius Declinatio datur grad. 14.40′. a qua reiecto Eleuationis Poli cõplemento gr. 14. prodit refractio minutorum tantummodo 40.

PROBLEMA XVII.

Diſtantiam verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente inquirere, data ſcilicet Altitudine medij Cœli cum angulo Eclipticæ & Meridiani apud ipſum medium Cœli prouenientе.

Eſto Horizon circulus DBEC, Meridiani medietas CAB, Eclipticæ medietas DAC, cuius punctum E ſit in Ortu, & punctum D in Occaſu, atque A punctum in Medio Cœli. Sit vero





punctum H Vertex Regionis, à quo ducatur ad Horizontem Quadrans HM per punctum Eclipticæ diſtantiæ L nonageſimi gradus ab ortu. Propoſitum autem nunc eſt, ad inueniendum diſtantiam puncti

Verticalis

Verticalis H à dicto puncto L nonageſimi gradus ab Aſcendente, id eſt arcum H L, ex data ſcilicet Altitudine Meridiana puncti A in Medio Cœli exiſtentis, quam determinat arcus A B, atque ex dato angulo Eclipticæ & Meridiani apud ipſum punctum A formato, vt eſt H A L. Qui ſanè arcus H L complementum eſt arcus L M determinantis angulum Eclipticæ & Horizontis. Vnde ſi cognitus eſſet dictus angulus, eius complementum ſufficeret pro præſenti quæſito. In Triangulo itaque Rectangulo H A L, cùm detur Baſis H A complementum ſcilicet Altitudinis Meridianę dati puncti A in Medio Cęli, cum angulo ei adiacente H A L, qui eſt Eclipticæ & Meridiani, dabitur ex primo Problemate Tertij huius latus oppoſitum H L, quæ eſt diſtantia quæſita Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente. Cæterùm initio Cancri vel Capricorni in Medio Cœli incidente, nonageſimus gradus ab Aſcendente erit ipſummet punctum, quod exiſtit in Medio Cœli. Vnde complementum Altitudinis Meridianæ Medij Cœli erit diſtantia quæſita.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum anguli Eclipticæ & Meridiani apud medium Cœli prouenientis, ita Sinus ſecundus Altitudinis Meridianæ puncti Medij Cœli ad Sinum diſtantiæ Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente.

Eſto punctum Medij Cœli gr. 8. 38′. Aquarij, cuius Altitudo Meridiana ad Eleuationem Poli gr. 45. datur grad. 26. 51′. & inſuper angulus Ecliptica & Meridiani apud ipſum punctum innotuit ſupra Problemate nono Quinti huius gr. 74. 49. Ex his deprahendo iuxta præſcriptam formam quæſitum ſic.

	G M S		
Angulus Eclipticæ & Meridiani	74 49 0	9 6 5 0 9	*Sinus eius.*
Altiudo Medij Cœli	26 51 0	8 9 2 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Verticis à 90. gradu ab Aſcen.	59 26 9	8 6 1 0 4	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

Complementum Altitudinis Medij Cœli, & angulus Eclipticæ & Meridiani diſponantur ad operationem; & proueniet Sinus diſtantiæ Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente. Quod Exemplo ſuperiore repetito patet.

	G M S		
Angulus Eclipticæ & Meridiani	74 49 0		
Complementum Altitudinis Medij Cœli	63 9 0		
Differentia	11 40 0	9 7 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	137 58 0	7 4 2 7 6	*Sinus exceſſus.*
		1 7 2 2 1 0	*Aggregatum Sinuum.*
Arcus eius quæſitus	59 26 0	8 6 1 0 5	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per lateralem introitum in Tabulam Generalem.

Perficitur hæc operatio per Tabulam Generalem, adinueniendo in eius fronte angulum Eclipticæ & Meridiani, & à dextro latere Altitudinem Medij Cœli; & ex area obtinetur diſtantia Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente. Aut etiam adinueniendo angulum iam dictum à ſiniſtro latere, & in calce Altitudinem Medij Cœli; nam area pariter exhibet Diſtantiam quæſitam inter Verticem ac nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente.

Vt in dato Exemplo comperio in calce dictæ Tabulæ grad. 26. 51′. Altitudinis Medij Cœli, & cum grad. 74. 49′. Eclipticæ & Meridiani à latere ſiniſtro compertis excipio ex area grad. 59. 26′. pro diſtantia Verticis à nonageſimo gradu Ecliptica ab Aſcendente quæſita.

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XVIII.

Eandem Diſtantiam inter Verticem, & nonageſimum gradum Ecliptica ab Aſcendente colligere, data Altitudine puncti Medij Cœli cum Amplitudine ortiua gradus Aſcendentis.

ESto in ſuperioribus figuris punctum veri exortus Æquinoctialis O; erit igitur Amplitudo ortiua data arcus O E, qui æqualis eſt arcui B M determinantis angulum B H M, ſeu A H L in Triangulo H L A, quod patet auferendo à Quadrantibus B O, M E communem arcum M O, vel B E. Cùm itaque in Triangulo Rectangulo H L A detur Baſis H A, nempe complementum Altitudinis Meridianæ dati puncti A in medio Cœli, vnà cum angulo A H L, qui æqualis eſt Amplitudini ortiuæ puncti E exorientis, dabitur per 10. Problema Tertij latus H L; hoc eſt diſtantia inter Verticem, & nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundũ Amplitudinis ortiuæ puncti exorientis; ita Tangens ſecunda Altitudinis Meridianæ puncti Medij Cœli ad Tangentem diſtantiæ inter Verticem, & punctum nonageſimi gradus ab Aſcendente.

Data ſit, vt ſupra, Altitudo puncti Medij Cœli gr. 26. 51'. & cognita ſit Amplitudo ortiua Aſcendentis gr. 31. 2'. Ex his adinuenio quæſitum idem ſecundum præſcriptam formam tali pacto.

	G M S		
Amplitudo ortiua	31 2 0	8 5 6 8 7	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Medij Cœli	26 51 0	1 9 7 5 3 8	*Tangens eius ſecunda.*
Diſtantia inter Vert. & 90. gr. ab Aſcen.	59 25 32	1 6 9 2 6 4	*Tangens proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinum ſecundariam Proſtaphæreſin.

FIat commutatio Altitudinis Meridianæ puncti Medij Cœli in arealem arcum primum vel ſecundũ tertij Ordinis Magni Canonis, facto videlicet ingreſſu in calce, & à dextro latere; atque etiam vice Amplitudinis ortiuæ accipiatur eiuſdem complementum; & cum his duobus numeris operare per Proſtaphæreſin, vt habeas Tangentem diſtantiæ inter Verticem, & nonageſimum gradum ab Aſcendente. Vt in illo Exemplo ſic repetito.

Complementum Amplitudinis ortiuæ	58 58 0		
Altitudo Medij Cœli commutata in are-	11 23 35		*alem arcum tertij Ordinis Magni Canonis.*
Differentia	47 34 25	6 7 4 6 4 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	70 21 35	3 3 6 1 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
		3 3 8 5 2 8	*Differentia horum Sinuum.*
Diſtantia inter Vert. & 90. gr. ab Aſcend.	59 25 32	1 6 9 2 6 4	*Dimidium, id eſt Tangens quæſita.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam tertiæ Analogiæ.

SVme in calce dictæ Tabulæ Amplitudinem ortiuam datam, & à latere dextro Amplitudinem Medij Cœli, & in area dabitur confeſtim diſtantia inter Verticem, & nonageſimum gradum ab Aſcendente.

Vt in ſuperiore Exemplo ſumptis grad. 31. 2'. in calce tertiæ Tabulæ, & à dextro latere grad. 26. 51'. reſpondent in area gr. 59. 26'. ferè pro diſtantia quæſita nempe inter Verticem, & nonageſimum Eclipticæ gradum ab Aſcendente.

Digitized by Google

PROBLEMA XIX.

Eandem diſtantiam inter Verticem, & nonageſimum gradum Ecliptica ab Aſcendente explorare ex dato angulo Ecliptica & Meridiani apud punctum Medij Cœli cum Amplitudine ortiua gradus Aſcendentis.

QVòd ſi in Triangulo Rectangulo H L A decimiſeptimi Problematis huius dabitur angulus HAL Eclipticæ & Meridiani, vnà cum angulo HAL, qui æqualis eſt Amplitudini ortiuæ puncti E exorientis; ex his quidem per ſextum Problema Tertij huius inueſtigari poterit prædicta diſtantia HL inter Verticem, & nonageſimum gradum Eclipticæ ab Horoſcopo his modis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Amplitudinis ortiuæ puncti exorientis, ita Sinus ſecundus anguli Eclipticæ & Meridiani apud punctum Medij Cœli ad Sinum ſecundum diſtantiæ inter Verticem, & nonageſimum gradum ab Aſcendente; vt in Exemplo ſuperioris Problematis.

	G	M	S		
Amplitudo ortiua	31	2	0	1 9 3 9 7 3	*Secans eius ſecunda.*
Angulus Ecliptica & Meridiani	74	49	0	2 6 1 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtan. inter Verticē & 90. gr. ab Aſcend.	59	28	0	5 0 8 0 4	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

FIat permutatio Amplitudinis ortiuæ in arcum arealem Quarti Ordinis Magni Canonis (ingrediendo in calce, & à dextro latere) atque etiam anguli Eclipticæ, & Meridiani in eiuſdem complemẽtum: cum quibus duobus numeris ſic commutatis expedies operationem per Proſtaphæreſin ſolito more, & obtinebis Sinum ſecundum diſtantiæ inter Verticem & nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente. Vt in illo Exemplo repetito patet.

Complementum anguli Ecliptica, & Me	15	11	0		*ridiani.*
Amplitudo ortiua commutata in quarto	11	11	5		*ordine.*
Differentia	3	59	55	9 9 7 5 6 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	26	22	5	8 9 5 9 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
				1 0 1 6 0 7	*Differentia Sinuum.*
Diſtan. inter Verticē, & 90. gr. ab Aſcend.	59	28	0	5 0 8 0 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

SVme in huius Tabulæ calce Amplitudinem ortiuam, & à dextro eius latere angulum Eclipticæ & Meridiani; & area dabit complementum diſtantiæ, quam quæris, vnde ipſa non latebit.

Vt in eodem Exemplo compertis in calce grad. 31. 2′, Amplitudinis ortiuæ, & à dextro latere gr. 74. 49′. anguli Eclipticæ & Meridiani, prodit area grad. 30. 32′. Vnde complementum huius numeri accipio pro diſtantia inter Verticem & nonageſimum gradum Ecliptica ab Aſcendente, videlicet gr. 59. 28′.

PROBL.

Primi Mobilis

PROBLEMA XX.

Arcum Eclipticæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & punctum Medij Cœli exquirere, dato ſcilicet angulo Eclipticæ & Meridiani apud Medium Cœli prouenientē cum Altitudine Meridiana ipſius Medij Cœli.

QVando punctum Medij Cœli verſatur in medietate Eclipticæ aſcendente, quæ computatur ab initio Capricorni vſque ad principium Cancri, tale punctum nonageſimi gradus Eclipticæ ab Aſcendente verſatur in Quadrante Cœli orientali, quia tunc portio Eclipticæ inter Medium Cœli & Aſcendentem ſuperat Quadrantem, vt in prima figura ſuperioris 17. Problem. Sed quando Medium Cœli fuerit in altera Eclipticæ medietate deſcendente, quæ eſt ab initio Cancri ad finem Sagittarij; tunc gradus nonageſimus ab Aſcendente cadit in parte Cœli occidentali, quia à parte Orientis Eclipticæ arcus eſt minor Quadrante, vt in ſecunda figura dicti 17. Probl. Iam igitur detur punctum Eclipticæ A in medio Cœli, cum Altitudine eius A B ſupra Horizontem, & detur angulus quoque H A L Eclipticæ & Meridiani apud ipſum punctum Medij Cœli proueniens. Ex his igitur in Triangulo Rectangulo H L A colligetur per decimum Problema Tertij latus adiacens A L, Diſtantia nempe puncti L nonageſimi gradus à Medio Cœli A.

PRIMUS MODUS

Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli Eclipticæ & Meridiani apud Medium Cœli prouenientem, ita Tangens ſecunda Altitudinis Meridianæ ipſiuſmet Medij Cœli ad Tangentem Diſtantiæ quæſitæ, id eſt nonageſimi gradus ab Aſcendente à puncto Medij Cœli.

Eſto vt ſupra Medium Cœli gr. 8.38'. Aquarij, cuius Meridiana altitudo gr. 26.51'. & angulus Eclipticæ cum Meridiano in eodem Medij Cœli puncto ſit gr. 74.49'. Ex his itaque elicio quæſitum ſic.

	G M S		
Angulus Eclipticæ & Meridiani	74 49 0	26191	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Medij Cœli	26 51 0	197538	*Tangens eius ſecunda.*
Diſtantia inter 90 grad. ab Aſcendente, & Medium Cœli	27 21 20	51737	*Tangens proueniens.*

SECUNDUS MODUS

Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

ALtitudo Medij Cœli commutetur in arcum arealem primum vel ſecundum Tertij Ordinis Magni Canonis facto introitu in calce, & à dextro latere; atque etiam anguli Eclipticæ & Meridiani capiatur complementum, & cum his duobus numeris abſoluatur Proſtaphæretica operatio more conſueto; & ex ea prodibit Tangens Diſtantiæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli. Exemplum idem accipe.

Complementum anguli Eclipticæ, & Meridiani.	15 11 0		
Altitudo Medij Cœli commutata in tertio ordine.	11 23 35		
Differentia	3 47 25	997813	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	26 24 35	894339	*Sinus eius ſecundus.*
		103474	*Differentia Sinuum.*
Diſtantia inter 90. grad. ab Aſcendente, & Medium Cœli	27 21 20	51737	*Dimidium, id eſt Tangens quæſita.*

TERTIUS MODUS

Per Tabulam tertiæ Analogiæ.

REcurre ad Tabulam tertiæ Analogiæ comperiendo in eius calce angulum Eclipticæ & Meridiani, & à latere dextro Altitudinem Medij Cœli, & in area dabitur Diſtantia inter nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente, & Medium Cœli.

Vt in

Digitized by Google

Vt in dicto Exemplo cum gr.74.49'. anguli Eclipticæ & Meridiani in calce, & cum gr.26.51'. Altitudinis Medij Cœli à latere dextro excipio in area gr.27.22'. pro diſtantia quæſita.

PROBLEMA XXI.

Aliter eundem arcum Eclipticæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli indagare, ex data Altitudine Meridiana puncti in Medio Cœli exiſtentis cum diſtantia dicti nonageſimi gradus à Vertice.

SI conſtiterit ex decimoſeptimo Problem. huius diſtantia inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Verticem, illa quidem mediante vnà cum Altitudine Meridiana puncti Medij Cœli quæſitum idem venabitur. Nam in figura decimiſeptimi Problematis cum in Triangulo Rectangulo HAL detur Baſis AH tanquam complementum Altitudinis Meridianæ puncti A in Medio Cœli cum latere LH diſtantiæ puncti L à Vertice, dabitur quidem ex octauo Problem. Tertij latus aliud AL, quod congruit quæſitæ diſtantiæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem diſtantiæ nonageſimi gradus ab Aſcendente à Vertice, ita Sinus Altitudinis puncti Medij Cœli ad Sinum ſecundum diſtantiæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli.

Exemplum.

Vt manente eodem Medij Cœli puncto, nempe gr.8.38'. Aquarij, cuius Altitudo data fuit grad.26.51'. cùm ex Problemate decimoſeptimo huius innotuerit diſtantia nonageſimi gradus ab Aſcendente à Vertice grad.59.25'.20". cum his ſic inſtituo calculum.

	G M S		
Diſt.90. gradus ab Aſcendente à Vertice	59 25 20	1 9 6 5 7 6	*Secans eius.*
Altitudo Medij Cœli	26 51 0	4 5 1 6 6	*Sinus eius.*
Diſtantia inter 90. gradum ab Aſ.cend. & Med. Cœli	27 23 45	8 8 7 8 5	*Sinus ſecundus quæſitus.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

DIſtantiam inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Verticem permuta in arcum arealẽ quarti Ordinis, & cum hoc permutato numero, ac cum Altitudine Medij Cœli abſolue operationem per Proſtaphæreſin; & habebis Sinum ſecundum diſtantiæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli. Vt in eodem Exemplo.

	G M S		
Altitudo Medij Cœli	26 51 0		
Diſtantia inter nonageſimum gradum ab	11 20 13		*Aſcendente & Verticem cõmutata in quartum Ordinem Magni Canonis.*
Differentia	15 30 47	9 6 3 5 7 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	38 11 13	7 8 6 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 7 5 7 0	*Differentia Sinuum.*
Diſtantia inter 90. grad. ab Aſcendente, & Medium Cœli	27 23 45	8 8 7 8 5	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus quæſitus.*

Digitized by Google

TERTIVS MODVS

Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

CApe in calce Tabulæ Generalis diſtantiam inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Verticem, & in area Altitudinem Medij Cœli, & à dextra parte patebit diſtantia quæſita, quæ eſt inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli. Seu etiam ſume à dextro latere diſtantiam iam memoratam, & in area Altitudinem Medij Cœli, & in calce dabitur quæſita diſtantia inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Medium Cœli.

Vt in dicto Exemplo, capio in calce dictæ Tabulæ grad. 59. 25'. 29". diſtantiæ nonageſimi gradus ab Aſcendente à Vertice, & arealiter gr. 26. 51'. & à latere dextro conſpicio grad. 27. 23'. 45". pro diſtantia, quam quærebamus, inter nonageſimum gradum iam dictum & Medium Cœli.

QVARTVS MODVS

Per lateralem introitum in Tabulam ſecundam.

INgredere Tabulam ſecundæ Analogiæ frontaliter cum diſtantia nonageſimi gradus Eclipticæ ab Aſcendente, videlicet cum gradibus 59. 25'. 20". & à ſiniſtro latere cum Altitudine Medij Cœli, quæ eſt in noſtro Exemplo graduum 26. 51'. & habebis in area gradus 62. 43'. horum complementum, nempe grad. 27. 17'. competit diſtantiæ quæſitæ. Deficit autem hic calculus à vero m. 7. quòd ingreſſus prope columnarum calcem contingat.

PROBLEMA XXII.

Aliter adhuc eundem arcum Eclipticæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Medium Cœli exquirere ex data Altitudine puncti Medij Cœli cum Amplitudine ortiua Aſcendentis.

CVm datur Amplitudo ortiua Aſcendentis; patet ſimul angulus AHL Trianguli HLA, vt diximus Problemate decimoſeptimo huius. Quocirca cùm in dicto Triangulo detur Baſis AH, complementum ſcilicet Altitudinis Medij Cœli, innoteſcet per primum Problema Tertij latus AL dicto angulo oppoſitum, quod determinat diſtantiam inter nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente, & Medium Cœli.

PRIMVS MODVS

Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum Amplitudinis ortiuæ, ita Sinus ſecundus Altitudinis Medij Cœli ad Sinum diſtantiæ inter punctum nonageſimi gradus ab Aſcendente, & Medium Cœli.

Vt manente eodem Exemplo in quo data fuit Altitudo Medij Cœli gr. 26. 51'. ponamus etiam, cognitam eſſe Amplitudinem ortiuam Aſcendentis gr. 31. 2'. quibus mediantibus patet quæſitum hoc modo.

	G	M	S		
Amplitudo ortiua	31	2	0	51554	*Sinus eius.*
Altitudo Medij Cœli	26	51	0	89219	*Sinus eius ſecundus.*
Diſt. inter 90. gr. ab Aſc. & Med. Cœl.	27	23	5	45996	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per primariam Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm amplitudine ortiua & cum complemento Altitudinis Medij Cœli abſoluitur operatio Proſtaphæretica, & exit ab ea Sinus diſtantiæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli. Exemplum idem accipe.

Comple-

Digitized by Google

	G M S		
Complementum Altitudinis Medij Cęli	63 9 0		
Amplitudo ortiua	31 2 0		
Differentia	32 7 0	8 4 6 9 7	Sinus eius ſecundus.
Aggregatum	94 11 0	7 2 9 5	Sinus exceſſus.
		9 1 5 9 2	Aggregatum Sinuum.
Diſtan. inter 90. gr. ab Aſc. & Med. Cęli	28 23 5	4 5 9 9 6	Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.

TERTIVS MODVS
Per Generalem Tabulam.

AMplitudo ortiua quæratur in fronte, & à dextro latere Altitudo Medij Cœli, & in area dabitur diſtantia inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cęli. Aut etiam Amplitudo ipſa accipiatur à ſiniſtro latere, & in calce Altitudo Medij Cœli, atque eodem modo patebit in area diſtantia quæſita.

Vt in noſtro Exemplo acceptis in fronte grad. 31. 2'. Amplitudinis ortiuæ, & acceptis gradibus 26. 51'. à dextro latere Altitudinis Medij Cœli, colliguntur in area gr. 27. 23'. 5". & tantam eſſe diſtantiam inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Verticem pronuncio.

PROBLEMA XXIII.

Angulum inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente, qui à Vertice ducitur, cum Meridiano explorare, data gradus Medij Cœli Altitudine vnà cum diſtantia inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & Medium Cœli.

ANgulum dico, qui fit in diagrammate vtroque decimiſeptimi Problematis huius à circulo HM nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano BH, qualis eſt angulus BHM, quem metitur Horizontis arcus MB. Hunc autem angulum Problem. 18. diximus ſemper æqualē eſſe Amplitudini ortiuæ puncti Eclipticæ exorientis. Vnde cognita ipſa Amplitudine ortiua per ſextum, ſeptimum, octauum, vel nonum Problema huius libri ſtatim notus erit angulus inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano. Qui tamen angulus alijs etiam vijs patefit, vt nunc ſubijciemus. Ponamus igitur primò dari in Triangulo HLA Baſin HA; hoc eſt complementum Altitudinis Meridianæ puncti Medij Cęli vnà cum latere AL, qui eſt arcus inter Medium Cęli, & nonageſimum gradum ab Aſcendente: ex his itaque per quartum Problema Tertij huius dabitur quæſitus angulus AHL.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis dati puncti Medij Cœli, ita Sinus diſtantiæ inter nonageſimum gradum ab Aſcendente & Medium Cęli ad Sinum anguli inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente ad Meridianum.

Eſto Medij Cœli Altitudo, vt ſupra grad. 26. 51'. & ex aliquo præcedentium Problematum ſit inueſtigata diſtantia Medij Cœli à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente, ex quibus prodit quæſitum hoc modo.

Altitudo Medij Cœli	26 51 0	1 1 2 0 8 4	Secans eius.
Diſtan. Med. Cœli à 90. gr. ab Aſcend.	27 22 0	4 5 9 6 8	Sinus eius.
Angulus inclinat. circuli 90. gradus ab Aſcendente cum Meridiano.	31 0 50	5 1 5 2 3	Sinus proueniens.

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſthaphæreſin.

FActa Altitudinis medij Cęli in arcum arealem Quarti Ordinis commutatione, abſolues cum hoc numero commutato, atque cum diſtantia medij Cęli à nonageſimo gradu ab Aſcendᵗ. ipſam ope-

Digitized by Google

rationem Proſtaphæreticam, vt habeas Sinum anguli inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcẽdente cum Meridiano. Exemplum noſtrum tale prodit ſic repetitum.

	G M S		
Diſtantia Med. Cœli a 90. gradu Ecliptica ab Aſcendente.	27 22 0		
Altitudo Med. Cœli commutata in quarto ordine.	6 26 8		
Differentia	20 55 52	9 3 4 0 1 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	33 48 8	8 3 0 9 6 2	*Sinus eius ſecundus.*
		1 0 3 0 4 8	*Differentia Sinuum.*
Angulus inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Merid.	31 0 50	5 1 5 2 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus:*

TERTIVS MODVS

Per Tabulam Generalem.

SVme à dextro latere Tabulæ Altitudinem Medij Cœli, & in area diſtantiam ipſius Medij Cœli à nonageſimo gradu ab Aſcendente, & in fronte conſpicietur anguli quæſiti magnitudo. Vel etiam ſume in calce ipſam Altitudinem Medij Cœli, & areatim diſtantiam eandem Medij Cœli à nonageſimo gradu ab Aſcendente; & ſic à ſiniſtro latere patebit angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo, ſumptis à parte dextra gr. 26. 51'. Altitudinis Meridianæ, & areatim gr. 22. 27'. diſtantiæ Medij Cœli à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente, patet in fronte angulus quæſitus gr. 31. 1'. ferè.

QVARTVS MODVS

Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

INgredere dictam Tabulam in fronte cum gr. 26. 51'. Altitudinis Medij Cœli, & à parte ſiniſtra cum grad. 27. 22' diſtantiæ Medij Cœli à nonageſimo gradu ab Aſcendente, & in area colliges gra. 31. 1'. pro angulo inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano.

PROBLEMA XXIV.

Eundem angulum inclinationis Circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano patefacere, ex angulo Eclipticæ & Meridiani apud Medium Cœli proueniente, & ex diſtantia dicti nonageſimi gradus à Vertice.

SI in eodem Triangulo HLA figuræ Problematis decimiſeptimi dabitur latus HL diſtantiæ nonageſimi gradus à Vertice vnà cum memorato angulo Eclipticæ & Meridiani HAL, addiſcetur per ſeptimum Problema Tertij angulus AHL, quem efficit circulus HM nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano.

PRIMVS MODVS

Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem diſtantiæ Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente; ita Sinus ſecundus anguli Eclipticæ & Meridiani ad Sinum anguli circuli inclinationis dicti nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano.

Proponatur nunc Medij Cœli punctum in gradu 8. 38'. Aquarij, apud quod ſit notus angulus Eclipticæ & Meridiani grad. 74. 49'. & ſit etiam nota per aliquod ex ſuperioribus Problematibus diſtantia Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente graduum 59. 25'. per quæ oporteat explorare angulum propoſitum, id ſanè fiet tali calculo.

	G M S		
Diſtantia vertic. & 90. gradus ab Aſcen.	59 25 0	1 9 6 5 4 4	*Sinus eius.*
Angulus Eclipticæ, & Meridiani	74 49 0	2 6 1 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
Ang. incl. circ. 90. gr. ab Aſcen cum Merid.	30 58 55	5 1 4 7 7	*Sinus proueniens.*

SECVN-

Digitized by Google

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

PErmutabis diſtantiam Verticis à nonageſimo gradu Eclipticæ ab Aſcendente in arcum arealem quarti Ordinis Magni Canonis, & hoc numero ſic commutato vnà com complemento anguli Eclipticæ & Meridiani vtaris ad abſoluendam operationem per Proſtaphæreſin; & emanabit Sinus anguli inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente, & Meridiani; vt hic.

	G M S		
Complementum anguli Ecliptica & Merid.	15 11 0		
Diſtantia Verticis à nonageſimo gradu ab	11 20 6	*Aſcendente commutata in quartum Ordinem Magni Canonis.*	
Differentia	3 50 54	9 9 7 7 4 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	26 31 6	8 9 4 7 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 0 2 9 5 4	*Differentia Sinuum.*
Ang. inclin. circuli 90. gr. ab Aſcē. & Mer.	30 58 55	5 1 4 7 7	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per arealem introitum in Tabulam Generalem.

OBſerua in calce Generalis Tabulæ diſtantiam Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente, & in area complementum anguli Eclipticæ & Meridiani, nam tunc à latere ſiniſtro patebit angulus inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano. Siue etiam cape à latere dextro dictam diſtantiam Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente, & in area ſimiliter complementum anguli Eclipticæ & Meridiani, ſicq; in fronte dabitur angulus quæſitus.

Vt in dato Exemplo obſeruatis in calce grad. 59.25′. & in area gr. 15.11′. complementi ſcilicet anguli Eclipticæ & Meridiani, dabitur à ſiniſtro latere angulus quæſitus graduum 30.59′. ferè.

QVARTVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in ſecundam Tabulam.

SVme in fronte ſecundæ Tabulæ diſtantiam Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente, nempe in noſtro Exemplo grad. 59.25′. & à dextro latere angulum iam dictum Eclipticæ & Meridiani, nimirum gr. 74.49′. & in area obtinebis angulum quæſitum grad. 30.59′.

PROBLEMA XXV.

Eundem angulum inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano inquirere ex data Altitudine puncti Medij Cœli cum diſtantia inter Verticem & nonageſimum gradum ab Aſcendente.

POnamus modò in Triangulo H L A diagrammatum decimiſeptimi Problematis datum eſſe Altitudinis Meridianæ complementum, nempe Baſin H A cum latere H L diſtantiæ inter Verticem, & nonageſimum gradum ab Aſcendente: ex quibus ſanè innoteſcet per decimumquartum Problema Tertij angulus dicto lateri adiacens, his quidem modis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem Altitudinis Meridianæ dati puncti Medij Cœli, ita Tangens diſtantiæ inter Medium Cœli, & nonageſimum gradum ab Aſcendente ad Signum ſecundum anguli quæſiti, quem efficit circulus nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano.

Maneat idem Medium Cœli gr. 8.38′. Aquarij, cum Altitudine eius gr. 26.51′. & ſit nota diſtantia Verticis à nonageſimo gradu Ecliptica ab Aſcendente gr. 59.25′. Ex his deprahendo angulum propoſitum, vt vides:

Altitudo Medij Cœli	26 51 0	5 0 6 2 3	*Tangens eius.*
Diſtantia Verticis à 90. grad. ab Aſcendente	57 25 0	1 6 9 2 0 3	*Tangens eius.*
Angulus quæſitus	31 3 55	8 5 6 8 1	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVN-

SECVNDVS MODVS

Per ſecundarium Sinuum Proſtaphæreſin.

ALtitudo medij Cęli debet permutari in arcum arealem tertij Ordinis ſiue primum, ſiue ſecundum, & poſito hoc commutato numero ad operationem Proſtaphæreticam vnà cum diſtantia Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente, exibit Sinus ſecundus anguli inclinationis circuli nonageſimi gradus ab Aſcendente cum Meridiano. Exemplum huiuſmodi accipe.

	G M S		
Diſt. Verticis à 90. gr. ab Aſcendente com-	9 44 30	*mutata in primum arcum*	*Tertij Ordinis.*
Altitudo Medij Cœli commutata in ſecun-	30 24 48	*dum arcum*	
Differentia	20 40 18	9 3 5 6 1 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	40 9 18	7 6 4 3 0 2	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 1 3 1 6	*Differentia Sinuum.*
Angulus quæſitus	31 3 55	8 5 6 5 8	*Dimidium ideſt Sinus ſecundus proueniēs.*

TERTIVS MODVS

Per lateralem ingreſſum in quartam Tabulam.

INgredere lateraliter quartam Tabulam cum Altitudine Medij Cœli, & cum diſtantia Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente; capiendo vnum ex his numeris frontaliter, & alium à ſiniſtro latere, & quod ex area erues, ſubduces à gradibus 90. vt prodeat angulus quæſitus.

Vt in eodem Exemplo ſumptis in fronte gr. 26.51'. & à latere ſiniſtro gr. 59.25'. reſpondent in area gr. 59.3'. vnde complementum eſt graduum. 30.57'. pro angulo quæſito, & deficit quidem hic calculus à verò min. 7. quòd ingreſſus contingat prope finem columnarum.

QVARTVS MODVS

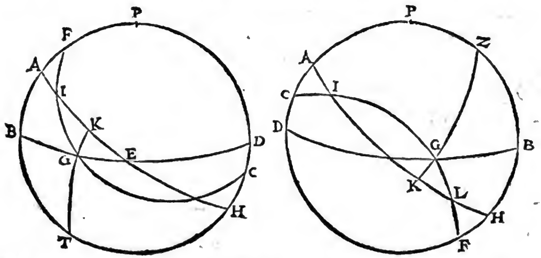
Per arealem ingreſſum in tertiam Tabulam.

SVppletur quandoque tertius Modus per tertiam Tabulam, ſumendo à latere dextro Altitudinem Medij Cœli, & in area diſtantiam Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente; nam in calce conſpicitur angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo compertis à latere dextro gr. 26.51'. & in area gr. 59.25'. patet in calce angulus gr. 31.4'. ſatis exactè.

PROBLEMA XXVI.

Dato Medij Cœli gradu, & angulo Ecliptica & Meridiani apud ipſum proueniente vnà cum Amplitudine ortiua Aſcendentis, punctum Ecliptica explorare in Aſcendente repertum.



ESto Meridianus A B C, Æquatoris medietas A E H, Eclipticæ medietas F G C, & Horizontis medietas B E D. Sit verò datum punctum Eclipticæ F medium Cœli occupante vnà cum Amplitudine ortiua G E puncti G Eclipticę Aſcendentis; oporteat autem explorare punctum illud G. Primò itaque adinueniendus eſt angulus acutus, quem efficit Ecliptica cum Meridiano apud

punctum

Digitized by Google

punctum datum F, per nonum Problema Quinti huius. Quo explorato confugiemus ad Triangulum Rectangulum F G B; in quo cùm detur angulus B F G, quem efficit Ecliptica cum Meridiano, & latus B G, quod eſt complementum Amplitudinis ortiuæ datæ G E: adinueniemus per Quartum Problema Tertij latus F G determinans Longitudinem puncti Eclipticæ exorientis à Meridiano; quam diſtantiam in Ecliptica acceptam addemus puncto Medij Cœli, ſi Amplitudo ortiua fuerit Auſtralis, vt in Prima figura; vel eam à puncto imi Cœli auferemus, cum dicta Amplitudo fuerit Borealis, vt in Secunda figura; & vtroq; modo emerget arcus Eclipticæ ab Arietis initio, vſque ad Horizontem Orientalem, qui indicabit demum gradum Aſcendentem G.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli Eclipticæ, & Meridiani; ita Sinus ſecundus Amplitudinis ortiuæ ad Sinum diſtantiæ puncti exorientis à Meridiano.

Detur pro Exemplo, in Cæli medio grad. 8.38'. Aquarij cum Amplitudine ortiua Aſcendentis Boreali grad. 31.2'. & oporteat ex his addiſcere, quiſnam gradus in Orientem cadat. Per nonum itaque Problema Quinti angulus Ecliptica, & Meridiani apud gr. 8.38'. Aquarij colligitur graduum 74.49'. quibus mediantibus abſoluo calculum hac forma.

	G M S		
Angulus Ecliptica, & Meridiani	74 49 0	1 0 3 6 1 7	*Secans eius ſecunda.*
Amplitudo ortiua	31 2 0	8 5 6 8 7	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia puncti exorientis à Meridiano	62 36 20	8 8 7 8 6	*Sinus proueniens.*

Hos gradus 62.36'.20". aufero à puncto imi Cæli, quod eſt grad. 8.38'. Leonis, id eſt gr. 128.38'. & remanet arcus Ecliptica ab Arietis initio ad Horizontem terminans grad. 66.2'. ferè, qui refertur ad gr. 6.2'. Geminorum.

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

ANgulus Eclipticæ, & Meridiani commutetur in arcum arealem quarti Ordinis ingrediendo in calce, & à latere dextro; & cum hoc commutato numero, & cum complemento Amplitudinis ortiuæ expediendo operationem Proſtaphæreticam, elicies Sinum diſtantiæ puncti exorientis à Meridiano; ex qua, vt in primo modo, conficies Eclipticæ arcum quæſitum. Vt in hoc calculo.

Complementum Amplitudinis ortiuæ	58 58 0		
Ang. Ecli. & Merid. commutatus ex 4. ordi.	5 56 51		
Differentia	53 1 9	6 0 1 5 4 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	64 54 51	4 2 3 9 7 5	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 7 5 7 3	*Differentia Sinuum.*
Diſtantia puncti exorientis à Meridiano	62 36 20	8 8 7 8 6	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

Hos autem gradus 62.26'.20". ſubduco à gradibus 128.38'. vt relinquatur tandem arcus Ecliptica ab Arietis principio vſq; ad Horizontem cadens, graduum nempe 66.2'. ferè ſicut in primo modo.

TERTIVS MODVS
Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

SVme in fronte dictæ Tabulæ angulum Eclipticæ & Meridiani, & in area complementum Amplitudinis ortiuæ, & à ſiniſtro eius latere dabitur diſtantia puncti exorientis à Meridiano. Aut etiam cape à ſiniſtro latere eiuſdem Tabulæ angulum iam memoratum, & in area pariter complementum Amplitudinis ortiuæ, ſicq; in fronte conſpicietur diſtantia puncti exorientis à Meridiano, vt prius.

Vt in noſtro Exemplo comperio gr. 74.49'. anguli Ecliptica & Meridiani à ſiniſtro latere, & in area gr. 58 58'. complementum ſcilicet Amplitudinis ortiua; & in fronte patent gr. 62.36'. pro diſtantia puncti exorientis à Meridiano; cuius vſus eſt, vt in primo modo.

QVARTVS

Digitized by Google

QVARTVS MODVS
Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

ACcipe in calce angulum Eclipticæ & Meridiani,& à dextro latere Amplitudinem ortiuam, & mox area offert tibi diſtantiam puncti exorientis à Meridiano.

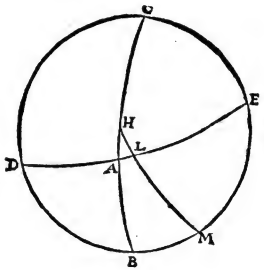
Vt in dicto Exemplo acceptis gr.74.49'.in calce,& à dextro latere gr.31.2'.patent in area gr.62.36'.vt prius: & hæc eſt diſtantia puncti exorientis à Meridiano, cuius vſus habetur in primo modo.

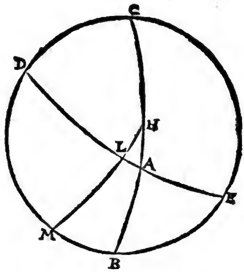
.PROBLEMA XXVII.

Eundem Aſcendentis gradum dato medij Cœli gradu, & Altitudine eius Meridiana, vnà cum angulo Eclipticæ & Meridiani deprahendere.

PRIMVS MODVS

REſumpto hìc diagrammate decimiſeptimi Problematis huius; ſit datum in ipſo punctum A Eclipticæ incidens in Meridianum, cum Altitudine eiuſdem Meridiana A B; atque etiam ſit datus angulus H A L Eclipticæ & Meridiani; ex quibus oporteat explorare punctum Eclipticæ E, quod incidit in Horizontem Orientalem. Diſce itaque per Problema vigeſimum hu





ius diſtantiam Medij Cœli à nonageſimo gradu ab Aſcendente,ex Altitudine Meridiana Medij Cœli, & ex angulo Eclipticæ & Meridiani; quæ diſtantia eſt in dicto diagrammate arcus A L. Hanc exploratam aufer ab arcu Eclipticæ ad Medium Cœli terminante, ſi punctum Medij Cœli fuerit in medietate Eclipticæ deſcendente, quæ accipitur à Cancri initio vſq; ad initium Capricorni, atque ſic relinquetur arcus Eclipticæ; cui ſi addideris nonaginta gradus, definies arcum Eclipticæ terminantem in Aſcendente. Secus autem faciendum eſt, ſi medium Cœli fuerit in medietate Eclipticę aſcendente, quæ eſt à capite Capricorni ad finem Geminorum; nam tunc diſtantiam inter nonageſimum gradum ab Aſcendente, & medium Cœli, atque integrum Quadrantem, oportet addere arcui Eclipticæ ad medium Cœli terminanti, nam ſic prodit gradus Eclipticæ, qui conſtituitur in ortu. Cæterùm ſi in Cœli medium initium Cancri ceciderit, nulla indigebimus ſupputatione, namq; tunc in quocunque Horizonte Libræ initium emergit. Sic & quando initium Capricorni eſt in Cœli medio, ſemper Horoſcopus eſt principium Arietis. Sed exempla in maiorem rei dilucidationem tradamus.

Exemplum Primum.

OFferatur Medium Cœli gr.3.Virginis, cum Altitudine eiuſdem Meridiana gr.55.26'.25". ad Eleuationem Poli gr.45. apud quem ſit cognitus angulus qui fit ab Ecliptica cum Meridiano gr.68.48'. Ex Problemate 20. huius colligitur diſtantia inter Medium Cœli, & nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente gr.14. Hanc

itaque

Digitized by Google

itaque auſers ab arcu Medij Cœli, qui eſt gr.153. ab Ariete numeratus, & remanent gr.139. quibus adiecto Quadrante, conſtituitur arcus Eclipticæ ad Horizontem Orientalem terminans grad.229. qui in Signa reſolutus dat gr.19. Scorpij, quos gradus affirmo eſſe in Aſcendente ad Polum gr.45. quando Medium Cœli occupat gr.3. Virginis.

Exemplum Secundum.

ESto nunc Medium Cœli gr.8.38'. Aquarij, cuius Altitudo datur gr.26.51'. cum angulo Eclipticæ & Meridiani, apud ipſum gradum 74.49'. Ex his colligo per 20. Problema huius diſtantiam inter Medium Cœli, & nonageſimum gradum Eclipticæ ab Aſcendente gr.27.22'. quam ſimul cum Quadrante addo Longitudini Medij Cœli a capite Arietis, quæ eſt grad.308.38'. & prodeunt gr.426.0'. ex quibus reiecto integro circulo remanent gradus 66. qui dant Aſcendentem gr.6. Geminorum.

SECVNDVS MODVS

SVmptis diagrammatibus Problematis 26. datur in Triangulo Rectangulo F B G Altitudo puncti F in medio cœli exiſtentis, hoc eſt latus FB, vnà cum angulo Eclipticæ & Meridiani BFG: ex his licebit colligere per 11. Probl. Tertij huius arcum Eclipticæ FG inter gradum Aſcendentem & Meridianum. Qui auferendus eſt ab Eclipticæ arcu terminante ad imum cęli, quando Medij Cęli gradus in medietate incidit Eclipticæ Aſcendente. Contrà verò Medij cęli gradu occupante medietatem Eclipticæ deſcendentem, prędictus inuentus arcus addendus eſt arcui Eclipticæ in medio cęli deſinente, atque ſic producetur Eclipticæ arcus ad Horizontem Orientalem terminans.

Exemplum Primum, ſicut in primo modo.

DAbantur in dicto primo Exemplo in medio Cœli gr.3. Virginis cum Altitudine eiuſdem Meridiana grad.55. 26'.25''. Exiſtente angulo Eclipticæ, & Meridiani gr.68.48'. ex his per ſecundum modum dicti vndecimi Probl. Tertij colligo arcum Eclipticæ inter Aſcendentem & Meridianum, vt hic.

	G M S		
Altitudo Meridiana puncti M.C.	55 26 25	6 8 8 6 5	*Tangens ſecunda*
Angulus Eclipticæ & Meridiani	68 48 0	3 6 1 6 2	*Sinus ſecundus.*
Arcus Eclipticæ inter Mer & Aſcenden.	76 0 0	2 4 9 0 3	*Tangens ſecunda prodiens.*

Vel per Tabulam Tertiæ Analogiæ iuxta ſeptimum modum.

ADinuenias in calce eius angulum Eclipticæ & Meridiani gr.68.48'. & à dextro eius latere grad. 55. 26'.25''. Altitudinis Meridianæ puncti in medio Cœli, & ex area habebis grad. 14. cuius complementum erit gr.76. ſicut ſupra, videlicet diſtantia inter Meridianum & Aſcendentem.

Hanc verò diſtantiam ſeu Eclipticæ arcum inter Meridianum, & Aſcendentem grad.76. addo arcui medij Cœli, qui terminant in gr.153. ab Ariete, & fiunt gradus 229. qui in Signa diſtributi dant gr.19. ſigni Scorpij pro Aſcendente.

Exemplum Secundum.

IN ſecundo Exemplo prioris modi ſtatuebantur in medio Cœli gr.8.38'. Aquarij, cuius puncti Altitudo datur gr.26.51'. & angulus Eclipticæ & Meridiani ſupponebatur gr.74.49'. ex his igitur perficitur calculus in hunc modum.

Altitudo Meridiana puncti M.C.	26 51 0	1 9 7 5 3 8	*Tangens ſecunda.*
Angulus Eclipticæ & Meridiani	74 49 0	2 6 1 9 1	*Sinus ſecundus.*
Arcus Eclipticę inter Merid. & Aſcendente	62 38 29	5 1 7 3 7	*Tangens ſecunda prodiens.*

Sed & eundem met arcum gr.62.38'. colligo etiam ex Tabula Tertiæ Analogiæ, nam facto ingreſſu à dextro eius latere cum gr.26.51'. & in calce cum gr.74.49'. patent in area gr.27.22'. quod eſt complementum dicti arcus gr.62.38'. Quem profectò arcum aufero ab arcu Eclipticæ terminante in imo cœli qui eſt gr.128.38'. & prodeunt gr.66.0'. qui in Signa diſtributi dant gr.6.0'. Geminorum pro Aſcendentis puncto.

PROBLEMA XXVIII.

Medij Cœli gradum dato gradu Aſcendentis explorare, ex angulo ſcilicet Eclipticæ & Horizontis apud talem Aſcendentem, & Amplitudine ortiua eiuſdem.

REpetitis hic binis figuris decimiſeptimi Problematis huius ſciendum eſt; quòd ſi Aſcendentis gradus fuerit in Eclipticæ medietate Boreali, quæ eſt ab initio Arietis vſque ad finem Virginis, tunc portionem Eclipticæ, quæ inter Medium Cœli & Aſcendentem verſatur, maiorem eſſe, quàm illam, quæ inter Medium Cœli & Occaſum: & proinde circulus nonageſimi gra-

 dus

Digitized by Google

dus Eclipticæ ab Aſcendente, qui per Verticem capitis ducitur, cadit inter Medium Cœli & ortum; determinans etiam in eadem parte ipſum nonageſimum gradum, vt patet in Prima figura; in qua ortus Æquinoctialis eſt in O, & punctum nonageſimi gradus incidit in L, hoc eſt in maiorem portionem Eclipticæ A E, quæ cadit inter ortum & Meridianum. Sed quando idem Aſcendens fuerit è Signis Auſtralibus, quæ ſunt ab initio Libræ vſque ad finem Piſcium, tunc à parte Occidentis extat maior Zodiaci portio; & proinde ipſe nonageſimus gradus ab Horizonte verſatur inter Meridianum & Occaſum, vt videre eſt in Secunda figura.

Cum gradu itaque Aſcendentis cape angulum Eclipticæ & Horizontis L E M per aliquod ex Problematibus Tertio, Quarto, & Quinto huius libri; & ſume etiam per Problema Sextum, Septimum, vel Octauum eiuſdem Amplitudinem ortiuam ipſiuſmet Aſcendentis, quæ eſt arcus O E, cuius complementum erat in Prima figura arcus M O, cui æqualis eſt arcus D B, quia Quadrantes ſunt D M, B O. Sed in ſecunda figura tale complementum eſt arcus B E. Quotieſcunque igitur Aſcendens fuerit in Signis Septentrionalibus, vt in Prima figura, vtemur Triangulo D A B ad partem Occidentis; in quo, vt diximus, datur latus D B tanquam complementum Amplitudinis ortiuæ O E, & datur angulus A D B, qui æqualis eſt ſemper angulo L E M Eclipticæ & Horizontis adinuento cum gradu Aſcendentis. Vnde ex his per vndecimum Problema Tertij huius colligetur arcus D A, qui addendus eſt arcui ab Arietis initio ad punctum D Occidentis terminantis, vt notus euadat arcus ad Medium Cœli A terminatus, qui quærendus eſt. Sed in Signis Auſtralibus Horoſcopo verſante operabimur per Triangulum A B E, ex noto ſcilicet latere B E, cum angulo L E M, ideſt A E B Eclipticæ & Horizontis; & colligemus ex eodem vndecimo Problemate arcum A E auferendum ab arcu ad punctum Aſcendentis E terminato, vt prodeat arcus ad Medium Cœli A deductus.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem Amplitudinis ortiuæ, ita Sinus ſecundus anguli Eclipticæ & Horizontis ad Tangentem ſecundam, cujus arcus eſt Proſtaphæreſis addenda, vel auferenda ab Horoſcopo vel Occidente, ſicut ſupra, vt innoteſcat Medium Cœli quæſitum.

Sit datus gr. 6. Geminorum Aſcendens ad Eleuationem Polarem gr. 45. vt medium Cæli poſſit adinueniri. Primò itaque per tertium Problema huius accipio angulum Ecliptica & Horizontis grad. 30. 33'. qui fit apud grad. 6. Geminorum, deinde per Problema VI. huius colligo Amplitudinem ortiuam dicti puncti grad. 31. 2'. poſtmodum reſiduum calculi propono ſic.

	G	M	S		
Amplitudo ortiua	31	2	0	6 0 1 6 5	*Tangens eius.*
Angulus Ecliptica & Horizontis	30	33	0	8 6 1 0 8	*Sinus eius ſecundus.*
Eius arcus	62	37	0	5 1 8 0 7	*Tangens ſecunda proueniens.*

Hic arcus graduum 62. 37'. modò inuentus eſt Proſtaphareſis addenda arcui Ecliptica ab Ariete ad Occidentem terminanti, qui eſt graduum 246. & componitur arcus graduum 308. 37. ad Medium Cæli pertingens, qui in Signa diſtributus dat gr. 8. 37'. Aquarij in Medio Cæli.

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

Amplitudo ortiua commutetur in arcum arealem alterutrum tertij ordinis Magni Canonis; ſic & anguli Eclipticæ & Horizontis ſumatur complementum; quos quidem duos numeros expone operationi Proſtaphæreticæ, vt ex ea habeat Tangentem ſecundam Proſtaphæreſis addendæ vel minuendæ, vt ſupra fuit explicatum. Exemplum prius repetitum tale euadit.

Anguli Ecliptica & Horizontis cõplementũ	59	27	0		
Amplitudo ortiua commutata in arcum ter-	36	59	18		*tij ordinis.*
Differentia	22	27	42	9 2 4 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	96	26	18	1 1 2 1 4	*Sinus exceſſus.*
				1 0 3 6 2 8	*Aggregatum Sinuum.*
Arcus ei congruus	62	36	35	5 1 8 1 4	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda.*
Arcus Ecliptica ab Ariete, ad Occidentem	246	0	0		*terminans addendus.*
Arcus Ecliptica quaſitus	308	36	35		

Hic arcus vltimò inuentus pertinet ad gr. 8. 36'. 35''. Aquarij, qui ſanè cadit in Cæli Medium.

TERTIVS

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

CApe in calce tertiæ Tabulæ angulum Eclipticæ & Horizontis, & à ſiniſtro eiuſdem latere Amplitudinem ortiuam, & in area obtinebis numerum, cuius complementum addendum eſt arcui ab Arietis initio ad punctum Occidentis terminãri, vel auferendum eſt, Horoſcopo verſante in Signis Auſtralibus, ab arcu ad punctum Aſcendentis terminante, vt proueniat punctum Cœli Medij.

Vt in eodem Exemplo, adinuentis gradibus 30.33'. anguli Eclipticæ & Horizontis in calce, & à ſiniſtro latere grad.31.2'. Amplitudinis ortiuæ, offeruntur in area gr.27.23'. quorum complementum eſt gr.62.37'. cui ſi arcum Eclipticæ ab Ariete ad Occidentem terminantem adieceris, proueniet arcus Eclipticæ gr.308.36'.35". pertinens ſcilicet ad gr.8.36'.35". Aquarij, qui cadit in Cæli Medium.

PROBLEMA XXIX.

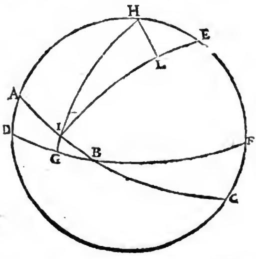
Dato Aſcendentis gradu, Medij Cœli quoque gradum aliter, ex Aſcenſione nempe obliqua eiuſdemmet Aſcendentis.

PEr Problema 14. huius diſce Obliquam ipſis Aſcendentis gradus aſcenſionem: à qua reijce Quadrantem, & prodibit recta Medij Cœli aſcenſio. Deinceps verò per 6. Problema Quinti huius arcum Eclipticæ ei debitum elicies, qui ſcilicet in ipſum Cœli Medium incidit. Sed Exemplo rem declarabimus.

Proponatur gradus 6. Geminorum in Horoſcopo ad Latitudinem, ſeu Eleuationem Polarem grad.45. & ſit exquirendus gradus Medij Cæli. Supra ex decimoquarto Problemate dabatur Obliqua Aſcenſio huius gr.6. Geminorum, ad Eleuationem Poli gr.45. nimirum graduum 41.3'. ab hac aufero Quadrantem ſeu gr.90. adiecto prius ad Obliquam Aſcenſionem integro circulo, & remanet Aſcenſio recta Medij Cæli grad 311.3'. Huic autem ex Sexto Problemate Libri Quinti reſpondet punctum Eclipticæ, quod ſcilicet eſt graduum 8.36'. Aquarij, & in Medium Cæli incidit.

PROBLEMA XXX.

Angulum circuli Altitudinis cum circulo Declinationis ſeu Meridiano; in quolibet Eclipticæ puncto, cuius data ſit Altitudo ſupra Horizontem; ac eiuſdem à Meridiano diſtantia, vnà cum Poli eleuatione percipere.



FIgurentur in Meridiano AHEF dimidia Ecliptica ABC, & dimidius Horizon BDF. Sit autem punctum Eclipticæ I, apud quod deſideratur angulus à circulo Altitudinis HIG, qui à Vertice *H* ducitur cum circulo Declinationis EI à Polo Mundi E ducto, qualis eſt angulus HIE. Intelligatur autem nota Altitudo dati puncti I ſupra Horizontem, vtpote arcus IG, cum diſtantia eiuſdem à Medio Cœli, quam determinat angulus HEI; necnon etiam ſit cognita Eleuatio Poli. Confugio itaque ad Triangulum Obliquangulum HIE; in quo cùm dentur duo latera, hoc eſt HI complementum Altitudinis dati puncti ſupra Horizontem, & HE complementum Latitudinis Regionis cum angulo HEI vni datorum laterum oppoſito, qui debetur diſtantię dicti puncti à Medio Cęli; idcirco per Problema octauum Quarti libri huius depræhendetur dictus angulus HIE. Intelligendo ſcilicet dictum Triangulum per arcum HL à Vertice perpendiculariter ſuper circulum Declinationis demiſſum, diuiſum eſſe in duo Triangula Rectangula, vt patet.

PRIMVS MODVS
Per Triangula Rectangula.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum diſtantiæ dati puncti à Meridiano; ita Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Inuentum Primum, qui eſt Sinus perpendicularis arcus HL. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis dati puncti, ita Inuentum primum ad Sinum anguli quæſiti ex circulo Altitudinis cum circulo Declinationis ſeu Meridiano facti.

Supponatur pro Exemplo Sol in gradib.6. Geminorum diſtans à Medio Cæli gr.60. & obtinens Altitudinem ſupra Horizontem gr.35.56'.55''.& ſit data loci Latitudo gr.45. Ex his deprahendo præfatum angulum hoc modo.

	G	M	S		
Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0	86603	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
				61238	*Inuentum primum.*
Altitudo Solis data	35	56	55	123526	*Secans eius.*
Angulus quæſitus.	49	9	9	75645	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Triangula Obliquangula.

MVltiplicetur Secans Altitudinis dati puncti in Sinum diſtantiæ eiuſdem à Meridiano, & quod poſt abiectionem quinque notarum remanet, multiplicetur denuo in Sinum ſecundum Eleuationis Poli, & reiectis iterum quinque notis remanebit Sinus anguli quæſiti, quem efficit circulus Altitudinis cum Declinationis circulo. Vt in eodem Exemplo.

Altitudo dati puncti	35	56	55	123526	*Secans eius.*
Diſtantia dati puncti à Meridiano	60	0	0	86603	*Sinus eius.*
				106977	*Productum primum.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus	49	9	9	75645	*Sinus proueniens.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulas Analogiarum.

SVme diſtantiam dati puncti à Meridiano in fronte Generalis Tabulæ, & à dextro latere Eleuationem Poli, & habebis in area eiuſdem Tabulæ Inuentum primum. Vel etiam ſume iam dictam diſtantiam à ſiniſtro latere, & in calce Eleuationem Poli, & eodem modo ex area elicies Inuentum primum. Deinceps quæratur Altitudo dati puncti in calce eiuſdem Tabulæ, & areatim primum Inuentum, & à latere ſiniſtro dabitur angulus quæſitus. Siue etiam ſumatur Altitudo dati puncti à latere dextro, & in area Primum Inuentum; namq; tunc dabitur in fronte angulus quæſitus. Quòd ſi in Tabula Secundæ Analogiæ adinueneris Altitudinem dati puncti frontaliter, & à ſiniſtro latere primum Inuentum, habebis itidem in area angulum quæſitum. Sed Exemplum ſubijcio.

	G	M	S		
Diſtantia dati puncti à Meridiano	60	0	0	*à latere ſiniſtro*	*Generalis Tabulæ.*
Eleuatio Poli	45	0	0	*in calce*	
Inuentum primum	37	45	40	*in area*	*eiuſdem Generalis Tabulæ.*
Altitudo dati puncti	35	56	55	*à latere dextro*	
Angulus quæſitus	49	9	9		

Vel per ſecundam Tabulam

Inuentum primum	37	45	40	*à latere ſiniſtro*	*Secunda Tabula.*
Altitudo dati puncti	35	56	55	*in fronte*	
Angulus quæſitus	49	9			

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XXXI.

Eundem angulum circuli Altitudinis cum circulo Declinationis, ſeu Meridiano in quolibet Eclipticæ puncto elicere, cuius puncti nota ſit Declinatio, ac à Meridiano diſtantia, cum loci Latitudine.

IN ſuperioris Problematis figuratione intelligamus, dari latus I E cognitum, quod eſt complementum Declinationis dati puncti I, vnà cum angulo H E I diſtantiæ dicti puncti à Meridiano. Sic etiam ſupponimus, notam eſſe diſtantiam Verticis à Polo Mundi, quæ dicitur complementum Eleuationis Poli. In Triangulo igitur Obliquangulo H E I, in quo duo latera dantur cum angulo ab ijs compræhenſo, cognoſcemus, per quartum Problema Quarti huius angulum quæſitum H I E, quem facit circulum Altitudinis cum circulo Declinationis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, Tangentes, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Altitudinis Poli; ita Sinus diſtantiæ dati puncti à Meridiano ad Sinum Inuenti primi, qui eſt perpendicularis arcus H L. Secundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem Inuenti primi, ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi, quod eſt latus L E, quod ſublatum à toto latere I E complementi Declinationis dati puncti, relinquit tertium Inuentum, nempe latus I L. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij; ita Tangens ſecunda Inuenti primi ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Sit datum Eclipticæ punctum grad. 6. Geminorum, quod Meridianum quatuor horis antecedere ponimus ad Eleuationem Poli gr. 45. quibus de Aequatore conueniunt grad. 60. & tantus eſt angulus H E I. Ipſiuſmet dati puncti Declinatio eſt grad. 21. 23'. 8". vt conſtat ex primo Problemate Quinti. Inſtituo igitur calculum hunc tali ratione.

	G	M	S		
Altitudo Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia dati puncti à Meridiano	60	0	0	86603	*Sinus eius.*
Inuentum primum	37	45	42	61238	*Sinus prodiens.*
				126492	*Secans eiuſdem primi Inuenti.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	26	33	50	89443	*Sinus ſecundus proueniens.*
Complementum Declinationis dati puncti	68	36	52		
Differentia, id eſt tertium Inuentum	42	3	2	66979	*Sinus eius.*
Inuentum primum	37	45	42	129098	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	49	9	2	86469	*Tangens ſecunda proueniens.*

Si datum punctum receſſerit à Meridiano plus Quadrante, accipiendum erit complementum eius ad ſemicirculum, & tunc pro habendo tertio Inuento, debet addi ſecundum Inuentum complemento Declinationis dati puncti.

SECVNDVS MODVS
Per Triangula Obliquangula.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam differentiæ dati puncti à Meridiano, ita Sinus ſecundus Declinationis dati puncti ad Inuentum primum. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum eiuſdem diſtantiæ dati puncti à Meridiano, ita Tangens Declinationis dati puncti ad Inuentum ſecundum: quod aufer à Tangente Eleuationis Poli, & relinquetur tertium Inuentum. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum; ita tertium Inuentum ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti. Vt in Exemplo hoc repetito.

Altitudo Poli	45	0	0	100000	*Tangens eius.*
Declinatio dati puncti	21	23	8	93114	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia dati puncti à Meridiano	60	0	0	115470	*Secans eius ſecunda.*

Inuentum

	G M S		
		1 0 7 5 1 9	*Inuentum primum.*
Eadem declinatio dati puncti	21 23 8	1 3 9 1 5 9	*Tangens eius.*
Eadem diſtantia à Meridiano	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 9 5 7 9	*Inuentum 2. multiplicandum in primum.*
Angulus quæſitus	49 9 2	8 6 4 6 8	*Tangens ſecunda prodiens.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulas Analogiarum.

Fiat primò ingreſſus lateralis in Generalem Tabulam cum Altitudine Poli in calce, & à latere ſiniſtro cum diſtantia dati puncti a Meridiano, & ex area habebimus primum Inuentum. Siue etiam ſumatur à latere dextro Altitudo Poli, & in fronte diſtantia dati puncti à Meridiano, vt ex area prodeat Inuentum primum. Secundò ex Tabula ſecundæ Analogiæ depromatur cũ primo Inuento in fronte, & cum Eleuatione Poli à ſiniſtro latere complementum Inuenti ſecundi, quo à complemento Declinationis dati puncti ſublato, relinquetur Inuentum tertium. Poſtremò verò cum hoc tertio Inuento in fronte, & cum primo Inuento à latere dextro ſumpto ad tertiæ, Analogiæ Tabulam confugiendo obtinebitur complementum anguli quæſiti.

	G S		
Altitudo Poli	45 0	*in calce*	*Gener. Tab.*
Diſtantia dati puncti à Meridiano	60 0	*à latere ſiniſtro*	
Inuentum primum	37 46	*in fronte*	*Secundæ Tab.*
Eleuatio Poli	45 0	*à latere ſiniſtro*	
Numerus in area compertus	63 26		
Complementum eius, id eſt Inuentum ſecundum.	26 34		
Complementum Declinationis dati puncti	68 17		
Inuentum tertium	43 3	*in fronte*	*Tertiæ Tab.*
Inuentum primum	37 46	*à latere dextro*	
Numerus in area compertus	40 51		
Complementum eius, id eſt angulus quæſitus	49 9		

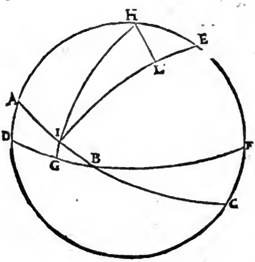
PROBLEMA XXXII.

Angulum, quem efficit Ecliptica cum circulo Altitudinis apud quodlibet Eclipticæ punctum percipere, data ſcilicet diſtantia puncti Eclipticæ à Meridiano, & Declinatione euſdem aut Altitudine ſupra Horizontem vnà cum Polari eleuatione.

Meridiano A D C F adnectatur dimidia Ecliptica A B C, & dimidius Horizon D B F; cuius Polus ſit H, Vertex ſcilicet Regionis. Punctum Eclipticæ datum ſit I, per quod tranſeat à Vertice circulus Altitudinis H I G; & à Mundi Polo E ad idem punctum circulus quoque Declinationis ducatur. Ponamus autem, datam eſſe ipſius puncti I propoſiti Altitudinem I G ſupra Horizontem cum diſtantia ipſius à Meridiano, quam quidem determinat angulus A E I. Sit etiam Latitudo Regionis nota; & ex his omnibus oporteat cognoſcere angulum H I B, quem facit circulus Altitudinis H I G cum Ecliptica A B C. Primò itaque cognoſcendus eſt angulus Eclipticæ cum Meridiano, ſeu circulo Declinationis E I per nonum Problema Quinti huius. Poſtea explorandus eſt angulus H I E circuli Altitudinis cum circulo Declinationis, vel per trigeſimum Problema, ſi conſtiterit ipſius dati puncti Altitudo ſupra Horizontem; vel per trigeſimum primum huius libri, ſi Declinatio detur ipſius puncti. Qui ſanè angulus ſi fuerit dicto iam Eclipticæ & Meridiani angulo, qui eſt E I C, additus, proueniet angulus H I C ab Ecliptica, & circulo Altitudinis à parte Horizontis orientali emanans. Contrà verò idem angulus circuli Altitudinis cum circulo Declinationis, auferatur ab angulo Eclipticæ & Meridiani à parte Eclipticæ occidentali, vt idem angulus emergat à parte Occidentis.

Libeat huiuſmodi angulum explorare apud gr. 6. Geminorum, dum ipſe gradus attollitur ſupra Horizontem gr. 35. 56'. 55". ac recedit à Meridiano gr. 60. Primò quidem adinuentus fuit ex nono Probl. Quinti huius, angulus Eclipticæ & Meridiani apud gr. 6. Geminorum gr. 79. 57'. 32". & per 30. vel 31. huius exploratus fuit angulus circuli

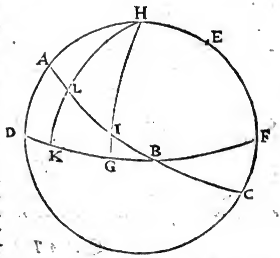
Digitized by Google



cu'i Altitudinis cũ circulo Declinationis gra. 49. 9'. 9". Qui ſi priori fuerit additus, conſtituet angulum Eclipticæ & circu'i Altitudinis apud gr. 6. Geminorum grad. 129. 6'. 41". Quòd ſi ab eodem fuerit ſublatus, relinquet huiuſmodi angulum ad Occidentalem plagam grad. 30. 48'. 23".

PROBLEMA XXXIII.

Angulum eundem ex coincidentia Eclipticæ cum circulo Altitudinis elicere, ex dato puncto Medij Cœli cum eiuſdem Altitudine, necnon Altitudine dati puncti, apud quod dictus angulus inueſtigatur.



INtelligãtur in hoc diagrammate ijdem circuli, qui ſupra, & I punctũ Eclipticæ datum, apud quod quæritur angulus à circulo Altitudinis HIG cum Ecliptica, qualis eſt HIC. Demus autem, cognitũ eſſe punctum Medij Cœli A cum eiuſdem Altitudine AD; & intelligamus, portionem Eclipticæ AB inter Ortum & Medium Cœli maiorem eſſe Quadrante; arcus itaque perpendicularis à Vertice ad eam demiſſus, qualis eſt HL, cadet in punctum L, quod eſt nonageſimus gradus Eclipticæ ab Aſcendente. Primò itaque cum dato puncto Medij Cœli A collige ex Problemate nono Quinti huius angulum Eclipticæ & Meridiani HAL, deinde cum complemento Altitudinis Meridianæ puncti A inquire per decimum ſeptimum Problema huius arcum HL diſtantiæ Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente; ſeu ex Quinto Problemate huius addiſce angulũ Eclipticæ & Horizontis, nam eius complementum erit ipſamet diſtantia Verticis à nonageſimo gradu ab Aſcendente; quæ ſi fuerit æqualis complemento Altitudinis dati puncti, tunc quidem angulus, qui quæritur, rectus eſt; quòd dictum punctum I coincidat cum L puncto nonageſimi gradus ab Aſcendente. Verùm ſi eadem diſtantia Verticis fuerit complemento Altitudinis dati puncti minor, confugiemus ad Triangulum HLI Rectangulum, in quo cùm detur Baſis HI, complementum ſcilicet Altitudinis dati puncti cum latere HL diſtantiæ Verticis à dicto nonageſimo gradu ab Aſcendente nuperrimè exploratæ, adinueniemus per quartum Problema Tertij huius angulum HIL ipſi lateri oppoſitum, & proinde adiacens ipſi angulus non latebit, qui eſt angulus quæſitus à circulo Altitudinis cum Ecliptica factus.

Digitized by Google

PROBLEMA XXXIV.

Eundem angulum Ecliptica & circuli Altitudinis depræhendere, mediante Aſcendentis vel Occidentis gradu, ac ipſius dati puncti Altitudine, cum diſtantia eiuſdem ab Aſcendente, vel ab Occaſu.

MAnente eodem Diagrammate præcedentis Problematis, in quo punctum I Eclipticæ eſt illud, apud quod quæritur angulus Eclipticæ cum circulo Altitudinis factus. Intelligamus nunc præter Altitudinem I G ipſius dati puncti, cognitum eſſe Aſcendentis punctum B; & proinde dabitur cognita Baſis I B Trianguli I G B, hoc eſt diſtantia inter punctum datum & Horoſcopum. Quare per 14. Problema Tertij huius explorabitur angulus compræhenſus B I G, qui ſublatus à duobus rectis relinquis quæſitum angulum H I B.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem Altitudinis dati puncti, apud quod angulus quæritur; ita Tangens ſecunda diſtantiæ dicti puncti ab Horoſcopo ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Vt ſuppoſito eodem gr. 6. Geminorum, apud quem angulus propoſitus quæritur, ſit cognita ipſius puncti Altitudo grad. 35. 56′. 55″. & pateat etiam Aſcendens grad. 24. 58′. Cancri. Vnde diſtantia dati puncti ab ipſo Aſcendente prodit gr. 48. 59′. Diſpono itaque calculum hac ratione.

	G M S		
Altitudo dati puncti	35 56 55	7 2 5 1 7	*Tangens eius.*
Diſtantia dicti puncti ab Aſcendente	48 59 0	8 6 9 8 0	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus acutus	50 53 40	6 3 0 7 5	*Sinus ſecundus proueniens.*
Complem eius ad ſemicirc. eſt ang. quæſit.	129 6 20		

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

FIat commutatio Altitudinis dati puncti in arcum arealem tertij Ordinis Magni Canonis, ingreſſu in capite & à ſiniſtro latere facto: pariter etiam fiat commutatio diſtantiæ eiuſdem puncti ab Aſcendente in calce, & à dextro latere; atque peracta operatione Proſtaphæretica cum duobus hiſce commutatis numeris exibit Sinus ſecundus anguli acuti, ſicque & obtuſus innoteſcet. Vt in eodem Exemplo.

Diſtantia dati puncti ab Aſcen. commuta	60 26 6		*ta in arcum ſecundum* } 3 *Ord. Mag. Can.*
Altitudo eiuſdem dati puncti commuta-	48 28 59		*ta in arcum ſecundum* }
Differentia	13 57 7	9 7 0 5 0	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	106 55 5	2 9 1 0 0	*Sinus exceſſus.*
		1 2 6 1 5 0	*Aggregatum Sinuum.*
Angulus acutus ei reſpondens	50 53 40	6 3 0 7 5	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*
Obtuſus angulus quæſitus	129 6 20		

TERTIVS MODVS
Per Tabulam quarta Analogia.

ACcipe in fronte quartæ Tabulæ Altitudinem dati puncti grad. 35. 57′. & à latere dextro diſtantiam eius ab Aſcendente, quæ datur grad. 48. 59′. & in area obtinebis grad. 39. 6′. Quibus ſi addideris Quadrantem, conficies angulum obtuſum grad. 129. 6′. Sic & comperiendo à ſiniſtro latere eiuſdem dictam Altitudinem, & in calce diſtantiam ab Aſcendente, obtinebis in area numerum, cui ſi Quadrantem adiunxeris, emanabit idem obtuſus angulus quæſitus.

Digitized by Google

PROBLEMA XXXV.

Eundem adhuc angulum Eclipticæ & circuli Altitudinis explorare, dato Aſcendentis gradu cum angulo Eclipticæ & Horizontis apud ipſum proueniente, ac etiam data diſtantia puncti, apud quod angulus quæritur ab Horoſcopo.

SI conſtiterit in Triangulo I G B figuræ trigeſimitertij Problematis Baſis I B, quę eſt diſtantia dati puncti I ab Horoſcopo; atque etiam exploratus fuerit angulus I B G per tertium Problema huius libri; poterit depromi angulus G I B per duodecimum Problema Tertij huius his quidem modis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum diſtantiæ dati puncti ab Aſcendente: ita Tangens anguli Eclipticæ & Horizontis apud Aſcendentem procreati ad Tangentem ſecundam anguli quæſito angulo adiacentis.

Vt dato eodem gr.6. Geminorum, vt apud ipſum propoſitus angulus inquiratur, ſit idemmet Aſcendens, ſicut ſupra, graduum 24.59'. Cancri, & diſtantia dicti gradus ab Aſcendente pateat gr.48.59'. & cum gradu Aſcendentis depromitur ex 14. Problemate huius angulus Eclipticæ & Horizontis gr.51.5'. Pro inueniendo itaque angulo quæſito ordine numeros tali pacto.

	G	M	S		
Diſtantia dati puncti ab Aſcendente	48	59	0	65628	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis	51	5'	0	123857	*Tangens eius.*
Angulus acutus ei reſpondens	50	53	38	812851	*Tangens ſecunda prodiens.*
Compl. eius ad ſemicir. quod eſt ang. quæſitus	129	6	22		

SECVNDVS MODVS
Per ſecundatiam Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm complemento diſtantiæ dati puncti ab Aſcendente, & cum arcu primo, vel ſecundo Tertij Ordinis Magni Canonis, qui angulo Eclipticæ & Horizontis reſpondet, operandum eſt more conſuetos; prodibit Tangens ſecunda anguli acuti, cuius ad ſemicirculum complementum declarat angulum Obtuſum. Vt hic vides.

Compl. diſtantiæ dati puncti ab Aſcendente	41	1	0		
Angulus Eclipticæ & Horizontis commu	7	6	53	*tatus ex Tertio Ordine Magni Canonis.*	
Differentia	33	54	7	829995	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	48	7	53	667425	*Sinus eius ſecundus.*
				162570	*Differentia Sinuum.*
Angulus acutus ipſi congruus	50	53	38	81285	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda.*
Complementum eius ad ſemicirculum	129	6	22		*Ideſt angulus Obtuſus.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

SVme in calce tertiæ Analogiarum Tabulæ diſtantiam dati puncti ab Aſcendente, quæ eſt graduum 48.59'. ſic etiam à ſiniſtro eiuſdem Tabulæ latere accipe angulum Eclipticæ & Horizontis, qui eſt grad.51.5'. & in area obtinebis angulum acutum grad.39.6'. cui ſi Quadrantem adiunxeris, habebis obtuſum angulum graduum 129.6'.

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XXXVI.

Eundem adhuc angulum, quem facit Ecliptica cum circulo Altitudinis elicere, mediante angulo Ecliptica & Horizontis apud gradum Aſcendentem formato, vnà cum Altitudine dati puncti, vbi quæritur angulus.

SI fortè in eodem Triangulo IGB conſtiterit latus IG Altitudinis dati puncti I cum angulo oppoſito IBG, quem efficit Ecliptica cum Horizonte, ex his per ſeptimum Problema Tertij huius dabitur angulus Eclipticæ cum circulo Altitudinis.

PRIMUS MODUS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis dati puncti, ita Sinus ſecundus anguli Eclipticæ & Horizontis apud gradum Aſcendentem ad Sinum anguli quæſito angulo adiacentis.

Vt propoſiti grad. 6. Geminorum (apud quem dictus angulus quæritur) datur ſupra Altitudo grad. 35. 56′. 55″. & Aſcendentis grad. eſt gr. 25. 59′. Cancri, apud quem formatur angulus Ecliptica & Horizontis gr. 51. 5′. Vnde his datis adinuenio propoſitum angulum ſic.

	G M S		
Altitudo dati puncti	35 56 55	1 2 3 5 2 6	*Secans eius.*
Angulus Ecliptica & Horizontis	51 5 0	6 2 8 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus acutus ei reſpondens	50 53 40	7 7 5 9 8	*Sinus proueniens.*
Compl. ad ſemicirc ſiue angulus obtuſus	129 6 20		

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

CVm Altitudine dati puncti commutata in arcum arealem Quarti ordinis, & cum complemento anguli Eclipticæ & Horizontis abſolue operationem Proſtaphæreticam, & habebis Sinum anguli acuti Eclipticæ cum circulo Altitudinis. Vnde & obtuſus non ignorabitur, vt in Exemplo ſuperiore ſic repetito patet.

Complem. anguli Eclipt & Horizontis	38 55 0		
Altitudo dati puncti cõmutata ex 4. ord.	7 5 44		
Differentia	31 49 16	8 4 9 7 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	46 0 44	6 9 4 5 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 5 5 2 0 0	*Differentia Sinuum.*
Angulus acutus ſubtr. à ſemicirculo	50 53 48	7 7 6 0 0	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*
Angulus obtuſus	129 6 12		

TERTIVS MODVS
Per arealem introitum in Tabulam Generalem.

ACcipe in calce Altitudinem dati puncti, & in area complementum anguli Eclipticæ & Horizontis, & à ſiniſtro latere obtinebis acutum angulum quæſitum. Aut etiam ſume à latere dextro Altitudinem dati puncti, & in area complementum dicti anguli Eclipticæ & Horizontis, & in fronte patebit quæſitus angulus acutus; vnde nec obtuſus latebit.

Vt in eodem Exemplo aſſumptis gr. 35. 56′. 55″. Altitudinis dati puncti in calce, & arealiter gr. 38. 55′. complementi dicti anguli, patet à latere ſiniſtro angulus acutus gr. 50. 53′. 48″. vnde obtuſus erit gr. 129. 6′. 12″.

QVARTVS MODVS
Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

ALtitudo dati puncti gr. 35. 57′. ſumatur in fronte ſecundæ Tabulæ, & à latere dextro angulus Eclipticæ & Horizontis grad. 51. 5′. & in area dabitur acutus angulus grad. 50. 54′. ex quo prodit obtuſus grad. 129. 6′.

Digitized by Google

tionem ſtyli eductà linea rectà referet Mundi ipſius axin in eiuſq; Polum producetur. Cæterùm duo ſunt in linea Meridiana puncta ſeu centra, vnum eſt ſtyli ſeu Gnomonis; alterum eſt ipſius Horologij in Horologijs Horizontalibus, & Verticalibus, alijsq; quibuſdam; quam lineam Meridianam in Horologio Verticali nonnulli Perpendicularem vocant. Sed in Horologijs Azimuthalibus ſeu Verticalibus declinantibus à Verticali primario, quorum conſtructio frequentior eſt in muris ad Horizontem perpendicularibus, non cadunt duo iam dicta puncta (videlicet centrum Horologij, & ſtyli) in lineam perpendicularem plano Horizontis, quam Meridianam loci dicunt, ſed in aliam ad hanc obliquam pro inclinatione ipſius muri, & hanc vulgò lineam ſtyli, ſeu lineam Meridianam propria ſuperficiei appellant. Unde poſt exploratam per aliquod Inſtrumentum Declinationem ipſius muralis ſuperficiei, oportebit ducere ipſam lineam ſtyli, ſeu Meridianam dictæ ſuperficiei, quouſque cum Meridiana loci ſeu Perpendiculari ad planum Horizontis loci conſtituat angulum, æqualem inclinationi Meridianæ ipſius ſuperficiei à Meridiana loci; quam inclinationem Problemate Septimo huius docebimus adinuenire. Deinde in hac Meridiana linea ſuperficiei Declinantis, ſicut etiam in linea Meridiana plani Verticalis, vel Horizontalis ſunt ſtabilienda duo puncta; vnum ſcilicet, quod Horologij centrum dicitur, à quo acta linea per ſtyli apicem excurrat in Polos Mundi axem eius referens faciatq; angulum cum dicta Meridiana æqualem Altitudini Poli Mundi ſupra dictam ſuperficiem; quam Altitudinem Polarem adinuenire docet Problema Sextum huius; alterum punctum eſt, in quod ducta linea perpendicularis à Vertice ſtyli facit angulum cum Meridiana æqualem eleuationi Æquinoctialis, per quod punctum tranſit etiam linea Aequinoctialis. Cæterum duplici ratione poſſunt deſcribi ope numerorum Solaria Horologia, vt ex ipſis Problematibus patebit; primò quidem per Longitudines, & latitudines vmbrarum, quæ ſumuntur reſpectu centri ſtyli; & Longitudines quidem colliguntur ex Solis Altitudinibus ad ſingulas horas, vt ex Problemate vigeſimotertio huius conſtabit; Latitudines verò obtinentur per Problemata dictum vigeſimumtertium ſubſequentia iuxta ſuperficiei varietatem, vbi Horologium delineandum eſt; quæ quidem ratio habet locum in omni horarum genere. Alter verò modus deſcribendi per numeros Horologia eſt, per inuentionem arcuum horariorum, quibus in ſuperficie ipſius Horologij diſtant lineæ ſingulæ horariæ, quæ ducuntur reſpectu centri ipſius Horologij iam memorati, & habet tantùm locum in horis à Meridie, & à media nocte; & hos quidem horarios arcus per Problema trigeſimumquintum, & ſequentia definimus. Iam verò praxin ipſam delineandi Horologia petant ſtudioſi ab eodem Clauio, qui omnium doctorum iudicio primas in hoc negocio, vt & in cæteris Mathematicæ partibus tenet, & æterna cum laude ab hoc onere nos poſterosq; omnes ſubleuauit.

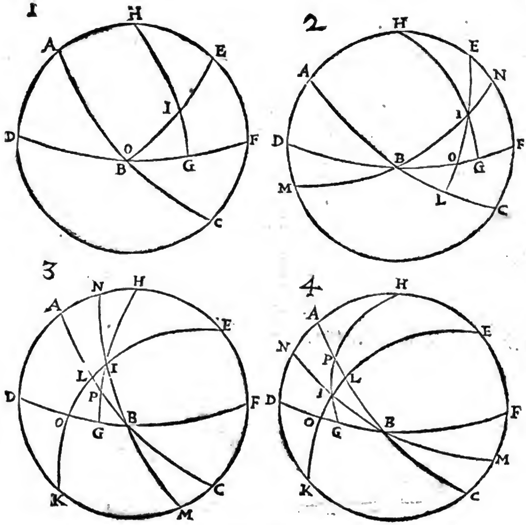
PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA PRIMVM.

Angulum, quem efficit circulus Declinationis, vel Horarius Solis cum Horizonte, data diſtantia Solis à Meridiano, ac Poli Altitudine, exquirere.

PONamus Solem eſſe ſupra terram in I puncto ſecundum varium eius à Meridiano ſitum. Sit autem Meridianus A D C E, cui aptetur dimidius Horizon D B F, cuius Polus H dicitur Vertex Regionis. Aequatoris medietas ſit A B C ſecans Horizontem in puncto B, quod eſt punctum veri Ortus vel Occaſus. Polus Mundi Boreus ſit E, à quo deſcendat per Solem circulus Declinationis E I O, qui etiam pro circulo Horario vſurpatur. A Polo etiam Horizontis H cadat Quadrans circuli Altitudinis ipſius Solis H I G, qui Altitudinem eius oſtendit penes portionem I G, quæ inter Solem & Horizontem clauditur. Nunc autem angulum ad O inuenire conſtituimus, quem cum Horizonte D B F cauſat circulus Declinationis E I O per Solem ductus, in qualicunque à Meridiano diſtantia Sol ipſe conſtituatur.



In Triangulo igitur Rectangulo B L O notum eſt latus B L, vel tanquam exceſſus ſupra Quadrantem datæ diſtantiæ Solis A B L à Meridiano, ſi Solis diſtantia à Meridiano fuerit maior Quadrante, vt apparet in ſecunda figura. Vel tanquam complementum diſtantiæ A L Solis à Meridiano, ſin hæc diſtantia nondum attigerit Quadrantem, vt in tertia, & quarta figuris: ac prȩterea datur angulus O B L, quem metitur complementum Eleuationis Poli datæ, ideſt arcus Meridiani F C, exiſtente Eleuatione Polari E F. Ex his igitur innoteſcet per tertium Problema Tertij angulus B O L factus à circulo Declinationis ſeu Horario Solis cum Horizonte.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli, ita Sinus diſtantiæ Solis à Meridiano ad Sinum ſecundum anguli circuli Declinationis Solis cum Horizonte.

Exemplum Primum.

Sit Sol in gradibus 6. Geminorum diſtans à Meridiano horis ſeptem, ideſt gradibus Aequatoris 105, & data ſit Poli ſublimitas gr. 45. Sic igitur adinuento optatum angulum.

	G	M	S		
Eleuatio Poli data	45	0	0	7 0 7 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	105	0	0		
Complementum eius ad ſemicirculum	75	0	0	9 6 5 9 2	*Sinus eius.*
Angulus circuli Declinationis cũ Horizonte	46	55	11	6 8 3 0 1	*Sinus eius ſecundus ex operatione naſcens.*

Exemplum Secundum.

Diſtet nunc Sol à Meridiano horis quatuor, ideſt gradibus 60. Aequatoris, verſeturq; ſicut ſupra, in grad. 6. Geminorum, & ad eandem Poli Eleuationem.

Eleuatio Poli data	45	0	0	7 0 7 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Angulus circuli Declinationis, & Horizõtis	52	14	20	6 1 2 3 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

Quòd ſi diſtantia Solis à Meridiano Quadrantem, ſeu ſex horas aquauerit, angulus circuli Declinationis cum Horizonte eſt ipſimet Polari Eleuationi aqualis, vt videre eſt in prima figura.

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum Proſtaphæreſin.

Cvm complemento Eleuationis Poli, ac cum diſtantia Solis à Meridiano, ſi Qudrantem non attingit; vel cum complemento eius ad ſemicirculum, ſi fuerit Quadrante maior, tractatur hic modus per Proſtaphæreſin. Vt ex duobus hiſce Exemplis repetitis videre eſt, in quibus numerus ex ipſa operatione emanans Sinus eſt ſecundus anguli circuli Declinationis, & Horizontis quæſiti. Exemplum primum, idem cum primo ſuperiore, hoc eſt.

Compl. ad ſemicirculum diſt. Solis à Merid.	75	0	0		
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0		
Differentia	30	0	0	8 6 6 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	120	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus exceſſus.*
				1 3 6 6 0 3	*Aggregatum è Sinibus.*
Angulus circuli Declinationis cũ Horizonte	46	55	11	6 8 3 0 1	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus quæſitus.*

Exemplum ſecundum, quod cum ſecundo ſuperiore congruit.

Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0		
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0		
Differentia	15	0	0	9 6 5 9 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	105	0	0	2 5 8 8 2	*Sinus exceſſus.*
				1 2 2 4 7 5	*Aggregatum Sinum.*
Angu. circuli Declinationis, & Horizontis	52	14	20	6 1 2 3 8	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

TERTIVS MODVS
Per introitum lateralem in Generalem Tabulam.

Accede ad Generalem Tabulam, comperiendo in fronte eius diſtantiam Solis à Meridiano, ſi fuerit Quadrante minor; vel complementum eius ad ſemicirculum, ſi maior; & à dextro latere Eleuationem Poli. Aut etiam ſumendo à latere ſiniſtro dictam diſtantiam a Meridiano, & in calce Eleuatio-

uationem Polarem, nam vtroque modo dabitur in area complementum anguli quæſiti.

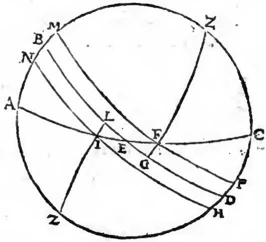
Vt in primo Exemplo cum diſtantia Solis à Meridiano ſit 4.grad. 105. accipio complementum eius ad ſemicirculum gr.75. à latere ſiniſtro dictæ Tabulæ, & in calce Eleuationem Poli grad.45. ſicq; in area patent gr.43.4′.47″. quorum complementum ad Quadrantem eſt angulus quæſitus, nimirum graduum 46.55′.13″.

In ſecundo verò Exemplo obſeruo diſtantiam Solis à Meridiano gr.60. à ſiniſtro Tabulæ latere, & in calce Eleuationem Poli grad.45. & ex area depromo gr.37.45′.40″. Vnde pronuncio, angulum quæſitum eſſe gr.52′.20″.

PROBLEMA II.

Dato arcu ſemidiurno, vel ſeminocturno, & Eleuatione Poli loci, Declinationem paralleli illius arcus ab Aequatore deprehendere.

MEridiano ABCD aptetur Horizon AFC, & Aequator BED, cuius Poli ſint Z. Parallelus Solis ſit MFP Borealis ſecans Horizontem in F, vt arcus eius diurnus ſit MF, cui ſimilis eſt ex decimo Problemate libri Secundi Theodoſij arcus Aequatoris BEG. Sed arcus ſeminocturnus ſit FP eiuſdem paralleli, cui ſimilis eſt Æquatoris arcus GD. Vel ſit parallelus Solis Auſtrinus NIH ſecans Horizontem in I, cuius portio NI, cui ſimilis eſt arcus Aequatoris BL, referat arcum eius ſemidiurnum; atq; portio eiuſdem HI, cui ſimilis eſt arcus Aequatoris LD, repræſentet arcum ſeminocturnum. Præſupponimus autem nunc cognitum iri arcum vel ſemidiurnum, vel ſeminocturnum cum Eleuatione Poli ZC, vt indagari poſſit Declinatio ipſius paralleli ab Aequatore.



In Triangulo itaque Rectangulo EFG, vel EIL datur latus EG, vel EL, vtpote Differentia Aſcenſionalis dicti paralleli, ideſt differentia inter arcum eius ſemidiurnum, vel ſeminocturnum, & Quadrantem. Datur præterea angulus ad E, quem metitur arcus AB, vel CD, Eleuationis Aequatoris, quæ æqualis eſt complemento Eleuationis Poli; ex quibus datis innoteſcet per decimumtertium Tertij huius latus FG, vel LI referens Declinationem dicti paralleli ab Aequinoctiali, quæ quidem Borealis erit, ſi arcus ſemidiurnus dicti paralleli fuerit Quadrante maior, vel ſeminocturnus, ſi Quadrante minor. Contrà verò Auſtralis erit exiſtente arcu ſemidiurno dicti paralleli Quadrante minore, vel ſeminocturno exiſtente maiore, vt ex ipſa delineatione mox explicata eſt conſpicuum.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Eleuationis Poli, ita Sinus Differentiæ Aſcenſionalis ad Tangentem Declinationis paralleli.

Exemplum.

P*Roponitur arcus ſemidiurnus grad.112.13′. ad Eleuationem Poli grad.44. vt obtineri poſſit parallelus, ad quem ſpectat dictus arcus, hanc calculi formam ſequor.*

	G M S		
Arcus ſemidiurnus datus	112 13 0		
Quadrans auferendus	90 0 0		
Differentia Aſcenſionalis	22 13 0	37811	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	44 0 0	103553	*Tangens eius ſecunda.*
Declinatio quæſiti paralleli	21 22 58	39155	*Tangens prodiens.*

Digitized by Google

SECVNDVS MODVS

Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

FActo cum Eleuatione Poli in Magni Canonis calce, & à latere dextro ingreſſu, excipies arcum arealem primum, vel ſecundum ſub Tertio eius ordine, cum quo & cum Differentia Aſcenſionali operando colliges Tangentem Declinationis propoſiti paralleli. Vt in hoc Exemplo repetito patet.

	G M S		
Differentia Aſcenſionalis	22 13 0		
Eleuatio Poli grad. 44. commutata in arcum	5 56 38		*tertij ordinis.*
Differentia	16 16 22	9 5 9 9 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	28 9 38	8 8 1 6 2 8	*Sinus eius ſecundus.*
		7 8 3 1 2	*Differentia Sinuum.*
Declinatio quæſiti paralleli	21 23 0	3 9 1 5 6	*Dimidium, ideſt Tangens quæſita.*

TERTIVS MODVS

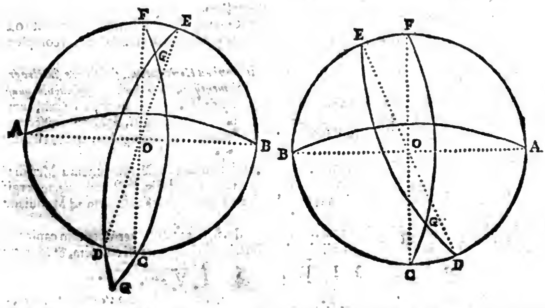
Per Tabulam tertiæ Analogiæ.

SI in tertiæ Analogiæ Tabula conquires à latere dextro Polarem eleuationem, & in fronte Differentiam Aſcenſionalem iam dictam, habebis quidem ex eius area Declinationem propoſiti paralleli. *Vt in noſtro ſuperius aſſumpto Exemplo conquiro in fronte grad. 22. 13'. Aſcenſionalis differentia, & à dextro latere gr. 44. Eleuationis Poli, & mox ex area obtineo gr. 21. 23'. & tanta eſt Declinatio propoſiti paralleli.*

PROBLEMA III.

Dato Plano quolibet obliquo, angulum circuli ipſius cum Meridiano circulo explorare, cuius ſcilicet Plani Declinatio à Verticali circulo, & Inclinatio ad Horizontem dantur.

PLanum obliquum poteſt dari variè reſpectu Horizontis, Meridiani, & Verticalis primarij. Aliud enim eſt Planum obliquum reſpectu omnium horum trium circulorum; aliud eſt Planum ad Horizontem obliquum, & ad Meridianum, ſed ad Verticalem rectum: quale eſt illud Planum, quod per communes ſectiones Horizontis, & Meridiani incedit. Aliud præterea eſt Planum obliquum ad Meridianum, & ad Verticalem, ſed ad Horizontem rectum, cuiuſmodi eſt illud, quod per Verticem tranſit. Poſtremò aliud eſt ad Horizontem, & ad Verticalem obliquum, ſed ad Meridianum rectum.



Eſto nunc Horizon AEBC, Meridianus FGC, Verticalis AB, & Planum ad Meridianum Inclinatum DGE, cuius communis ſectio cum Horizonte ſit recta ED; communis verò ſectio Verticalis cum Horizonte ſit recta AB, atque etiam communis ſectio Meridiani cum eodem Horizonte exprimatur per rectam CF. Demus autem nunc, datam eſſe ex obſeruatione Declinationem

Oo huius

Si verò Planum ad Meridianum rectum fuerit, & ad Horizontem inclinatum, quando ſcilicet incedit per puncta veri ortus, & occaſus, ſeu per communes ſectiones Horizontis, & Verticalis, erit inclinatio ipſa ad Horizontem arcus Meridiani inter Planum, & Horizontem poſitus, quia tunc Meridianus inclinationem metitur, vt patet.

Sed quando ipſum incedit per Verticem, & Nadir, & eſt ad Horizontem rectum, atque ad Meridianum tantum inclinatum, tũc intercipitur inter ipſum Planum, & Horizontẽ quadrans circuli Meridiani.

Verùm quando Planum eſt & ad Horizontem, & ad Meridianum inclinatum, quale eſt D E G ſuperiorum ſchematum præcedentis Problematis, quod ſecat Horizontem in D, & Meridianum in G, tunc erit arcus G F inter Meridianum, & Horizontem adinueniendus.

In Triangulo igitur C D G Rectangulo propter angulum ad C rectum data præſupponantur tria, hoc eſt angulus D inclinationis Plani ad Horizontem, latus C D declinationis eiuſdem à Meridiano, & angulus G, quem efficit circulus eiuſdem Plani & Meridianus, quem præcedens Problema docuit adinuenire. Ex duobus itaque horum trium datorum quomodocunque acceptis cognoſci poteſt quæſitus arcus G C Meridiani inter planum & Horizontem concluſus; vel quidem ex latere C D declinationis dicti Plani à Meridiano, & angulo D inclinationis ad Horizontem per decimum tertium Problema Tertij; vel ex dicto angulo D inclinationis ad Horizontem, & angulo G, quem adinuenimus ex præcedente Problemate, & hoc per Sextum Problema eiuſdem Tertij.

PRIMUS MODUS
Per Sinus, & Tangentes.

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem anguli inclinationis Plani ad Horizontem, ita Sinus declinationis eiuſdem Plani à Meridiano ad Tangentem arcus Meridiani inter ipſum Planum, & Horizontem.

Exemplum.

Eſto Plani cuiuſpiam ad Horizontem inclinatio grad. 30. & Declinatio à Meridiano grad. 50. atque arcus Meridiani inter ipſum Planum, & Horizontem ſic explorabitur.

	G M S		
Inclinatio Plani ad Horizontem	30 0 0	57735	*Tangens eius.*
Declinatio eiuſdem à Meridiano	50 0 0	76604	*Sinus eius.*
Arcus Merid. inter Planum & Horizontem	23 51 30	44227	*Tangens proueniens.*

SECUNDUS MODUS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

Permutabis angulum inclinationis Plani dati ad Horizontem in primum, vel ſecundum arcum tertij ordinis Magni Canonis, ingrediendo ſcilicet in eius fronte, & à latere ſiniſtro: hunc verò permutatum numerum vnà cum declinatione Plani à Meridiano expones ad Proſtaphæreſin, vt ex ea colligas Tangentem arcus Meridiani quæſiti. Vt patet in eodem Exemplo.

	G M S		
Declinatio Plani à Meridiano	50 0 0		
Inclinatio Plani dati ad Horizontem, com-	35 15 52	*mutata ex tertio ordine.*	
Differentia	14 44 8	96711	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	85 15 52	8256	*Sinus eius ſecundus.*
		88455	*Differentia Sinuum.*
Arcus Merid. inter Planum, & Horizõtem	23 51 30	44227	*Dimidium, ideſt Tangens quæſita.*

TERTIUS MODUS
Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

Accipe in fronte Tabulæ iam dictæ declinationem Plani à Meridiano, nempe gr. 50. & à latere ſiniſtro angulum inclinationis eiuſdem Plani ad Horizontem, nempe grad. 30. & arealis numerus in vtriuſque concurſu erit arcus Meridiani, qui inter ipſum Planum, & Horizontem clauditur, nimirum grad. 23. 52'.

QVARTVS MODVS

Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli, quem facit circulus Plani cum Meridiano, ita Sinus ſecundus anguli inclinationis eiuſdem Plani ad Horizontem ad Sinum ſecundum arcus Meridiani quæſiti, qui ſcilicet inter dictum Planum, & Horizontem clauditur.

Exemplum.

D*Ata, vt ſupra, inclinatione Plani ad Horizontem grad.30. ponamus eſſe angulum, quem facit circulus Plani cum Meridiano grad.71.15'.19". & talis emerget calculus.*

	G	M	S		
Angulus inclinationis Plani ad Horizontem	30	0	0	8 6 6 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus Plani cum Meridiano	71	15	9	1 0 5 6 0 3	*Secans eius ſecunda.*
Arcus Meridiani inter Planũ & Horizon.	23	51	30	9 1 4 5 5	*Sinus ſecundus proueniens.*

QVINTVS MODVS

Per Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam.

COmmutetur angulus, quem efficit circulus Plani cum Meridiano, in arcum arealem Quarti ordinis Magni Canonis, ingrediendo videlicet in calce & à latere eius dextro. Cum quo numero ſic commutato, & cum complemento anguli inclinationis plani ad Horizontem inſtitue operationem Proſtaphæreticam, prout aliàs conſueuiſti, vt enaſcatur Sinus ſecundus arcus quæſiti. Vt in hoc Exemplo.

Declinationis Plani ad Horizontem compl.	60	0	0		
Angulus circuli Plani cum Meridiano com-	6	3	43	*mutatus ex quarto ordine.*	
Differentia	53	56	17	5 8 8 6 6 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	66	3	43	4 0 5 7 4 9	*Sinus eius ſecundus.*
				1 8 2 9 1 1	*Differentia Sinuum.*
Arcus Merid. inter planum & Horizõtem	23	51	30	9 1 4 5 5	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

SEXTVS MODVS

Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

COmperias à ſiniſtro latere Generalis Tabulæ angulum circuli dati Plani cum Meridiano, & arealiter complementum anguli Inclinationis Plani ad Horizontem; nam in Baſi dictæ Tabulę exprimetur arcus Meridiani quæſitus. Seu etiam quære in fronte dictæ Tabulæ angulum Inclinationis Plani ad Horizontem, & à dextro Tabulæ latere patebit arcus Meridiani quæſitus.

Vt in noſtro Exemplo adinuentis à ſiniſtra Tabulæ parte gr.71.15'.9". anguli Plani cum Meridiano, & in area grad.60. complementi inclinationis Plani ad Horizontem reſpondent in Baſi grad.23.51'.30". & tantus eſt arcus Meridiani inter Planum, & Horizontem.

SEPTIMVS MODVS

Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

SVme in calce Tabulæ ſecundæ Analogiæ angulum circuli Plani dati cum Meridiano, hoc eſt grad. 71.15'. & à dextro latere angulum Inclinationis eiuſdem Plani ad Horizontem gr.30. & in areali vtriuſq; concurſu offeretur complementum arcus Meridiani quæſiti, nempe gr.66.8'. Vnde arcus quæſitus erit graduum 23.52'.

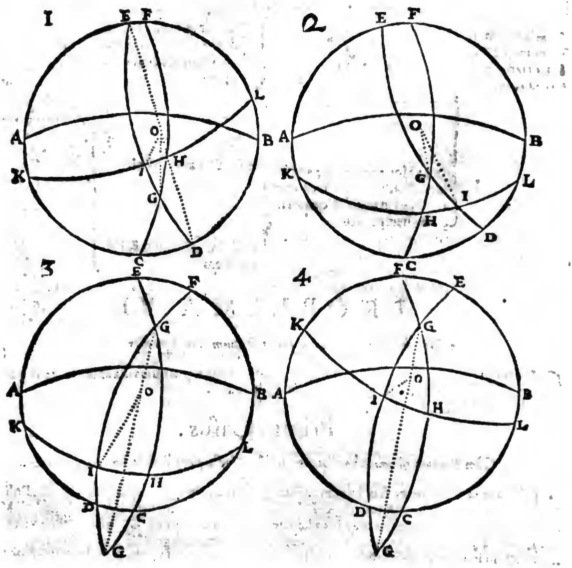
PROBLEMA V.

Meridiani arcum inter Mundi Polum Borealem, & circulum Plani obliqui inquirere.

SIt, vt ſupra, Horizon AEBC, Meridianus CGF, Verticalis præcipuus AB, circulus Plani obliqui EGD inclinati ad Meridianum, & ad Horizontem, ſecans Meridianum in G, & in ipſo Meridiano ſit Polus Mundi H, per quem & Polum dicti Plani inclinati EGD circulus tranſeat maximus KL ſecans circulum Plani inclinati in I ad rectos angulos; qui quidem vice fungitur

Digitized by Google

gitur Meridiani ipſius Plani, vnde diſtinctionis gratia appellabitur Meridianus Plani, & alter Meridianus F C dicetur Meridianus loci. Arcus autem H I ipſius Meridiani Plani metitur Altitudinem Poli Mundi ſupra dictum Planum, & arcus H G Meridiani loci cadit inter Mundi Polum, & dictum Planum; quem in præſenti adinuenire intendimus.



Cùm igitur ex ſuperiore Problemate innotuerit arcus G C Meridiani loci inter dictum Planum & Horizontem cadens, ſi huiuſmodi arcus conferatur cum Eleuatione Poli ſupra Horizontem, quæ metitur arcus H C eiuſdem Meridiani, per vtriuſque additionem, vel per minoris à maiore ſubductionem prodibit cognitus Meridiani arcus H G quæſitus, iuxta cautiones ſequentis Tabellæ.

Cęterùm quando Planum oblatum inclinatum fuerit rectum ad Verticalem circulum; hoc eſt quando directè Ortum vel Occaſum reſpicit; ac per communes Horizontis & Meridiani ſectiones tranſit; arcus inter Planum & Polum Mundi eſt idem cum arcu Meridiani Eleuationis Poli, vt non ſit opus alio labore.

Sin autem planum inclinatum ad Horizontem fuerit rectum, quando ſcilicet per Verticem tranſit; arcus Meridiani inter dictum Planum & Polum æqualis eſt complemento Eleuationis Poli, iuxta cautiones ſequentis Tabellulæ.

Cùm arcus Meridiani inter Planū & Horizōtem interiectus incidit

- Supra Horizontem, fit ſubtractio minoris arcus à maiore, vel quidem arcus Meridiani
  - G C inter Horizontem & Planum ab arcu H C Eleuationis Poli, vt in prima figura
  - Eleuationis Poli H C ab arcu G C inter Horizontem & Planum, vt in ſecunda figura
- Infra Horizontem ex parte Poli Arctici, fit additio vtriuſque arcus, vt in tertia & quarta figura, nempe arcus
  - H C Eleuationis Poli
  - G C inter Planum & Horizontem

Vt prodeat arcus Meridiani inter Planum datum & Polum; vel eius complemētum, ſi Quadrantem ſuperat.

PROBLEMA VI.

Altitudinem Poli Mundi ſupra Planum obliquum deprehendere.

QVadrupliciter dari poſſe Planum obliquum Problemate tertio huius diximus, quare & quadruplicem pro ſoluendo hoc Problemàte caſum adſeremus.

Primus Caſus.

Cùm Planum eſt omninò obliquum, id eſt reſpectu ſingulorum trium circulorum.

MAneant eædem figuræ, ſicut in præcedente Problemate, in quibus quæritur Eleuatio Poli Mundi H ſupra Planum obliquum E G D, quam Eleuationem metitur arcus H I proprij Meridiani K L ipſius Plani. Inueniatur ex Problemate tertio huius angulus G, quem efficit circulus dati Plani cum Meridiano, atque etiam ex præcedente Problemate cognoſcatur arcus Meridiani loci, qui inter dictum Planum & Polum Mundi interijcitur, id eſt arcus G H. Quocirca in Triangulo Rectangulo G I H, cuius angulus ad I rectus eſt, ex his duobus datis innoteſcet per primum Problema Tertij Altitudo Poli Mundi ſupra dictum Planum expreſſa per arcum H I proprij Meridiani ipſius Plani.

PRIMVS MODVS

Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli circuli dati Plani & Meridiani loci, ita Sinus arcus Meridiani loci inter Polum Mundi & dictum Planum ad Sinum Eleuationis Poli ſupra dictum Planum.

Exemplum. Ponamus angulum circuli dati Plani & Meridiani loci eſſe gr. 71. 15′. 9″. & arcum Meridiani loci inter Planum & Polum Mundi eſſe gr. 20. 8′. 30″. exiſtente Eleuatione Poli gr. 44.

	G	M	S		
Angulus circuli dati Plani & Meridiani	71	15	9	94695	*Sinus eius.*
Arcus Meridiani inter Polum & Planū	20	8	30	34434	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli ſupra Planum quæſita	19	1	45	32607	*Sinus proueniens.*

SECVN-

SECVNDVS MODVS
Per primariam Sinuum Proſtaphæreſin.

OPerandum eſt per Proſtaphęreſin cum angulo circuli dati Plani & Meridiani loci, & cum arcu Meridiani inter Polum & dictum Planum, vt prodeat Sinus Eleuationis Poli quæſitus. Vt hic.

	G M S		
Angulus circuli dati Plani & Merid.	71 15 9		
Arcus Merid inter Planũ & Polũ Mũdi	20 8 30		
Differentia	51 6 39	6 2 7 8 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	91 23 39	2 4 3 3	*Sinus exceſſus.*
		6 5 2 1 4	*Aggregatum Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita ſupra Planum.	19 1 45	3 2 6 0 7	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per vnicum introitum lateralem in Generalem Tabulam.

CVm iiſdem duobus datis numeris abſoluendus eſt lateralis introitus, ſumendo vnum in fronte, & alium à latere ſiniſtro; ſic enim ex area depromes arcum Eleuationẽ Poli ſupra datum Planum menſurantem.

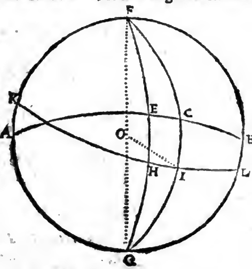
Vt in dicto quidem Exemplo comperio à ſiniſtro latere grad. 71. 15′. 9″. & in fronte gr. 28. 8′. 30″. vt habeam ex area gr. 19. 1′. 45″. pro Eleuatione Poli ſupra propoſitum Planum.

Quando inter Polum Mundi & Planum arcus Meridiani cadens fuerit grad. 90. Eleuatio Poli ſupra dictum Planum æqualis eſt angulo, quem efficit circulus dicti Plani cum Meridiano; tunc enim arcus ille Eleuationis Poli prædictum angulum determinat.

Secundus Caſus.

Cum Planum eſt ad Verticalem rectum, ſed ad Meridianum & Horizontem obliquum.

QVòd ſi Planum datum fuerit ad Verticalem primarium rectum, vtpote quando tranſit per communes ſectiones Horizontis & Meridiani, tunc cum Eleuatione Poli, & cum angulo inclinationis circuli dicti Plani ad Meridianum, innoteſcet Eleuatio Poli ſupra ipſum Planum eo modo, quo Problemate ſexto Noni libri docuimus adinuenire Eleuationem Poli ſupra circulum poſitionis alicuius Stellæ.



Eſto enim Meridianus F H G, Horizon A G B F, Verticalis primarius A B, Planum verò obliquum ad Meridianum & ad Horizontem F I G tranſiens per communes ſectiones F, G, Horizontis & Meridiani, hoc eſt per Polos Verticalis. Arcus igitur G H Meridiani inter Horizontem & Polum metitur hic Eleuationem Poli ſupra Horizontem loci. Angulus verò inclinationis Plani F I G ad Meridianum eſt H G I, qui complementum eſt anguli I G L inclinationis dicti Plani ad Horizontem. Quæritur autem arcus H I Meridiani K I L ipſius Plani menſurans Eleuationem Poli ſupra ipſum.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli inclinationis Plani ad Meridianum, ita Sinus Eleuationis Poli loci ad Sinum Eleuationis Poli ſupra dictum Planum.

Exemplum. Eſto inclinatio Plani ad Meridianum gr. 60. in latitudine loci gr. 44. & calculus talis erit.

Inclinatio

Digitized by Google

	G	M	S		
Inclinatio ad Meridianum	60	0	0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Latitudo loci, ſeu Regionis	44	0	0	6 9 4 6 6	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli ſupra Planum	36	59	2	6 0 1 5 9	*Sinus prodiens.*

SECVNDVS MODVS

Per Sinuum Proſtaphæreſin primariam.

CVm inclinatione Plani ad Meridianum, & cum Latitudine loci fit operatio, vt aliàs præcepimus, & exit ex ea Sinus Eleuationis Poli ſupra Planum, vt hic in eodem patet Exemplo.

	G	M	S		
Inclinatio Plani ad Meridianum	60	0	0		
Latitudo loci	44	0	0		
Differentia	16	0	0	9 6 1 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	104	0	0	2 4 1 9 2	*Sinus exceſſus.*
				1 2 0 3 1 8	*Aggregatum Sinuum.*
Eleuatio Poli ſupra Planum	36	59	2	6 0 1 5 9	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS

Per lateralem introitum in Tabulam Generalem.

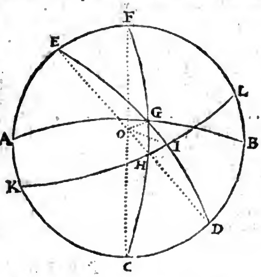
FIat ingreſſus lateralis in Generalem Tabulam cum inclinatione Plani ad Meridianum, & cum Latitudine loci ſumendo vnum ex his numeris in fronte, & alium à ſiniſtro latere; & in area excerpes Eleuationem Poli ſupra propoſitum Planum.

Vt in dicto Exemplo accipio gr.44. Eleuationis Poli frontaliter, & à ſiniſtro latere grad.60.inclinationis Plani ad Meridianum, & in area offeruntur gr.36.59'.2".pro Eleuatione Poli ſupra propoſitum Planum.

Tertius Caſus.

Cùm Planum obliquum eſt ad Meridianum, & ad Verticalem; ſed ad Horizontem rectum.

HViuſmodi Planum intelligimus eſſe in appoſita figura E G D, quod nimirum tranſit per Verticem G, & ad Horizontem A C B F rectum eſt. Sed tam ad Meridianum F C, quàm ad Verticalem A B obliquum. Arcus igitur Meridiani G H inter Polum Mundi H, & dictum Planum complementum eſt hic Eleuationis Poli H C ſupra Horizontem; angulus verò H G I inclinationis circuli dicti Plani E D à Meridiano eſt complemẽtum Declinationis eiuſdem Plani à Verticali. Itaque ex eodem angulo H G I, & arcu Meridiani H G inter Polum & Planum, qui cõplementum eſt Eleuationis Poli addiſcetur, ſicut in primo caſu, arcus H I Eleuationis Poli ſupra dictum Planum.



Exemplum.

S*It inclinatio Plani ſeu muri Meridionalis ad ortum gr.60. in Latitudine loci grad.44. Sic igitur ſtabit calculus.*

	G	M	S		
Eleuatio Poli Regionis	44	0	0	7 1 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inclinatio muri Meridionalis ad Ortum	60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli ſupra Planum	21	4	48	3 5 9 6 7	*Sinus proueniens.*

Vel per

Digitized by Google

Vel per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.

	G	M	S		
Inclinatio muri Meridionalis ad Ortum	60	0	0		
Eleuatio Poli Regionis	44	0	0		
Differentia	16	0	0	9 6 1 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	14	0	0	2 4 1 9 2	*Sinus exceſſus.*
				7 1 9 3 4	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita ſupra Planum	21	4	48	3 5 9 6 7	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

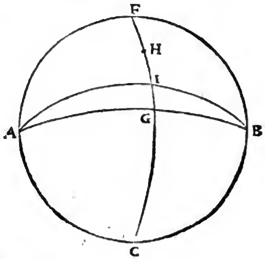
Vel per Tabulam Generalem.

ELeuatio Poli grad.44. accipiatur à dextro latere, & inclinatio muri grad.60.in calce, & in area dabitur Eleuatio Poli ſupra Planum graduum 21.4'.45". vt prius.

Quartus Caſus.

Cùm Planum reſpectu Horizontis & Verticalis obliquum eſt, ſed reſpectu Meridiani rectum.

QVando Planum rectum eſt ad Meridianum, ad Horizontem verò & Verticalem obliquum, quale eſt in hoc ſchemate A I B, quod per communes ſectiones Horizontis A C B F & Verticalis A B tranſit, id eſt per puncta Ortus & Occaſus, quæ ſunt A & B: tunc quidem arcus Meridiani H I, qui inter Polum H & ipſum Planum cadit, eſt Poli eleuatio ſupra dictum Planum, vt non ſit opus alio labore ad ipſum conquirendum, prout patebit ex Problemate vigeſimoprimo eiuſdem Libri.



PROBLEMA VII.

Dato Plano vtcunque inclinato, inclinationem Meridianæ ipſius Plani ad Meridianam loci explorare.

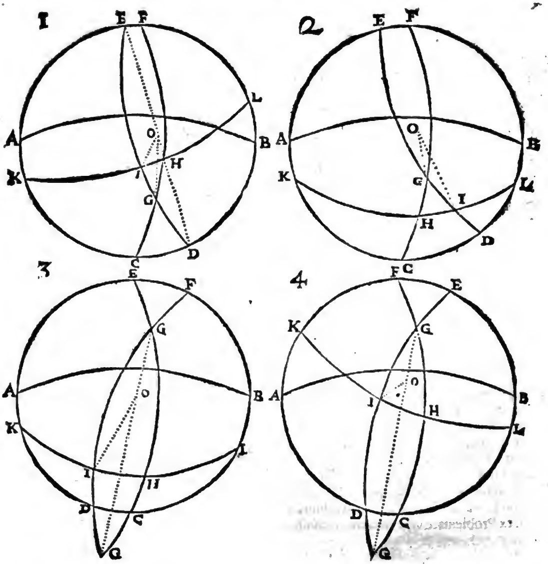
SEquemur eoſdem quatuor Caſus, quos in ſuperiori Problemate attulimus.

Primus Caſus.

Cùm Planum eſt omninò obliquum, id eſt tam ad Horizontem quàm ad Meridianum, & ad Verticalem primarium.

IN diagrammatibus ſequentibus, quibus etiam vſi fuimus in Problemate quinto & ſexto præcedente, in quibus Meridianus loci eſt F C, Horizon A C B F, Verticalis primarius AB, & Planum obliquum E G D ad ſingulos hos circulos, cuius quidem Plani Meridianus intelligitur eſſe K I L, metiens Poli Eleuationem ſupra dictum Planum iuxta eius arcum H I. Iam verò cogitemus, mutuam ſectionem Plani dati, & Meridiani loci contingere in recta linea G O, & mutuam eiuſdemmet Plani, & proprij eius Meridiani ſectionem accidere in recta linea I O; atque hæc ſectio Meridiana Plani diſtinctionis gratia vocetur, ſicut alteri G O Meridianæ loci nomen conuenit. Angulus demum GOI

Digitized by Google



ab his lineis ad centrum terræ factus, eſt inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci, quem reſpicit arcus G I circuli ipſiuſmet Plani. Et hunc profectò angulum nunc adinuenire intendimus.

In Triangulo itaque Rectangulo G H I adinuentus fuit ex Problemate tertio huius angulus G, quem facit circulus Plani cum Meridiano; atque ex Problemate quinto huius innotuit arcus G H Meridiani inter Mundi Polum & dictum Planum concluſus; denique Eleuationis Poli arcum H I per Problema ſextum huius cognouimus. Licebit igitur ex multis hiſce modis colligere arcum G I circuli ipſiuſmet Plani, qui inclinationem Meridianæ ipſius ad Meridianam loci declarat. Nos tamen vtemur duobus tantùm Problematibus Tertij libri pro ipſo quæſito obtinendo; decimo ſcilicet Problemate ex arcu Meridiani G H inter Planum & Polum, & ex angulo G, quem facit circulus Plani cum Meridiano; atque Problemate octauo ex arcu H I Altitudinis Poli ſupra Planum, & eodem arcu Meridiani G H inter Polum & dictum Planum.

PRIMUS MODUS

Per Sinus, & Tangentes ex decimo Problemate Tertij.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli, quem efficit circulus Plani obliqui cum Meridiano; ita Tangens arcus Meridiani inter dictum Planum & Polum Mundi ad Tangentem arcus circuli eiuſdem Plani menſurans Declinationem Meridianę ipſius à Meridiana loci.

Exemplum. Eſto angulus circuli Plani obliqui cum Meridiano gr. 71. 15'. 9". & arcus Meridiani inter dictum Planum & Polum Mundi gr. 20. 8'. 30".

Angulus

Digitized by Google

	G M S		
Angulus circuli Plani obliqui cum Mer.	71 15 9	3 2 1 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus Meridiani inter Planum & Polũ	20 8 30	3 6 6 7 7	*Tangens eius.*
Inclinatio Merid. Plani ad Merid. loci	6 43 23	1 1 7 8 8	*Tangens prouenient.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

ARcus Meridiani inter Planum & Polum permutetur in arcum arealem Tertij ordinis ſiue primum, ſiue ſecundum; atque etiam capiatur complementum anguli circuli Plani obliqui cum Meridiano; & cum his duobus numeris fiat Proſtaphæretica ſupputatio, nam exibit Tangens Declinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci. Vt hoc Exemplo patet.

	G M S		
Arcus Merid. inter Planum & Polum cõ-	21 31 0		*mutatus ex tertio Ordine.*
Compl. ang. circ. Plani obliquì cum Merid.	18 44 51		
Differentia	2 46 9	9 9 8 8 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	40 15 51	7 6 3 0 7	*Sinus eius ſecundus.*
		2 3 5 7 6	*Differentia Sinuum.*
Inclinatio Merid. Plani ad Merid. loci	6 43 23	1 1 7 8 8	*Dimidium, id eſt Tangens quæſita.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

INgredere Tabulam tertiæ Analogiæ à latere ſiniſtro cum gr. 20.8′.30″. arcus Meridiani inter Planũ & Polum: atque in calce cum gr. 71.15′. anguli circuli Plani obliqui cum Meridiano, & obtinebis in area inclinationem Meridianæ Plani ad Meridianam loci gr. 6.43′.

ALIVS MODVS
Per Sinus, & Secantes ex octauo Problemate eiuſdem Tertij.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli ſupra Planum, ita Sinus ſecundus arcus Meridiani inter Planum & Polum ad Sinum ſecundum arcus circuli eiuſdem Plani menſurans inclinationem Meridianæ ipſius ad Meridianam loci.

Exemplum. Data ſit Altitudo Poli ſupra Planum gr. 19.1′.45″. & arcus Meridiani inter Planum & Polum grad. 20.8′.30″. & calculus erit hic.

	G M S		
Eleuatio Poli ſupra Planum	19 1 45	1 0 5 7 8 0	*Secans eius.*
Arcus Merid. inter Planum & Polum	20 8 30	9 3 8 8 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inclinatio Merid. Plani ad Merid. loci	6 43 30	9 9 3 1 2	*Sinus ſecundus prouenient.*

SECVNDVS MODVS
Per Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam.

NVmerum ex area Magni Canonis in quarto Ordine cum Eleuatione Poli ſupra Planum acceptum, & complementum arcus Meridiani inter Planum & Polum pone ad Proſtaphæreſin; nam emergens ex ea numerus Sinus erit ſecundus inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci; Vt in hoc Exemplo habes.

Compl. arcus Merid. inter Planũ & Polum	69 51 30		
Eleuatio Poli ſupra Planum commutata ex	6 4 20		*quarto Ordine.*
Differentia	63 47 10	4 4 1 7 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	75 55 50	2 4 3 0 9 8	*Sinus eius ſecundus.*
		1 9 8 6 2 5	*Differentia Sinuum.*
Inclinatio Merid. Plani ad Merid. loci	6 43 30	9 9 3 1 2	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus prodiens.*

Digitized by Google

TERTIVS MODVS
Per arealem introitum in Generalem Tabulam.

SVme in calce Altitudinem Poli ſupra Planum, & in area complementum arcus Meridiani inter Planum & Polum, & à latere dextro patebit inclinatio Meridianæ Plani à Meridiana loci. Siue etiam ſume à latere dextro Altitudinem Poli ſupra Planum, & in area complementum dicti arcus Meridiani inter Planum & Polum, tuncq; in calce manifeſtabitur inclinatio Meridianæ plani ad Meridianã loci.

Vt in noſtro Exemplo capio in calce gr. 19. 1'. 45". Eleuationis Poli ſupra Planum, & in area complementum arcus Meridiani inter Planum & Polum, nempe gr. 69. 51'. 30". & à dextro latere datur inclinatio quæſita graduum 6. 43'. 30".

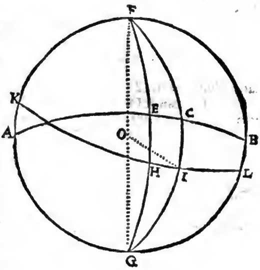
QVARTVS MODVS
Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

ACcipe in fronte ſecundæ Tabulæ Eleuationem Poli ſupra Planum, nempe grad. 19. 2'. & à dextro eius latere arcum Meridiani inter Planum & Polum, videlicet gr. 20. 8'. & in area obtinebis complementum quæſitæ inclinationis grad. 83. 17'. Vnde inclinatio patet gr. 6. 43'.

NOTA. Cùm Planum obliquum per ipſos Mundi Polos tranſit, nulla dabitur inclinatio Meridianæ Plani ad Meridianam loci, quia tunc nullus datur arcus inter Meridianum loci, & Meridianum Plani, ſicut etiam nullus eſt arcus Meridiani loci inter Planum, & Polum.

Secundus Caſus.

Cùm Planum eſt ad Verticalem primarium rectum; ſed ad Meridianum, & ad Horizontem obliquum.



ASſumamus hic figuram, qua in ſecundo Caſu Problematis ſexti huius vſi fuimus, & præter circulos ibi expoſitos, intelligamus eſſe circulum KIL Meridianum Plani, ſecans ipſum ad rectos angulos in I, & per Polum Mundi H incedens, vt eius arcus HI Eleuationem Poli Mundi ſupra ipſum Planum referat. Sit præterea recta FOG communis ſectio Plani obliqui FIG, & Meridiani loci; communis autem ſectio eiuſdemmet Plani, & Meridiani ipſius proprij KIL contingat in recta OI. Quare angulus GOI conuenit Declinationi Meridianæ Plani à Meridiana loci; quem angulum metitur arcus GI nunc inquirendus. Duplici autem forma indagari poteſt, vel quidem ex decimo Problemate Tertij, vel ex octauo eiuſdem, ſicut & in præcedenti caſu diximus, cùm idem Triangulum Rectangulum GHI ſoluendum veniat; in quo datur angulus HGI, qui eſt inclinationis Plani dati FIG ad Meridianum. Sed in ſuperiore caſu erat angulus effectus à circulo Plani cum Meridiano, ſicut etiam hic eſt, vnde pro illo venando Problemate tertio huius nequaquam indigemus, Datur etiam arcus GH Meridiani inter Planum & Polum hic, abſque vſu Problematis quinti huius. Eſt enim Eleuatio Poli Mundi ſupra Horizontem loci. Poſtremò Altitudo Poli ſupra Planum, id eſt arcus HI debet hic, ſicut in primo Caſu ex Problemate ſexto huius inquiri. Quare non differt hic Caſus à ſuperiore, niſi quo ad mutationem terminorum, vt nunc patebit.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum inclinationis dati Plani ad Meridianum, id eſt ad Sinũ primum inclinationis ipſius Plani ad Horizontem; ita Tangens Eleuationis Poli loci ad Tangentem inclinationis Meridianæ plani à Meridiana loci.

Vt data

Digitized by Google

Vt data ſit inclinatio Plani cuiuſpiam ad Horizontem gr.30. in loci Latitudine gr.44. adinuenietur inclinatio Meridianæ Plani ad Meridianam loci ſic.

	G M S		
Eleuatio Poli Regionis	44 0 0	9 6 5 6 9	*Tangens eius.*
Inclinatio Plani ad Horizontem	30 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius.*
Inclinatio Meridiana Plani ad Merid. loci	25 46 23	4 8 2 8 4	*Tangens proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

CVm Eleuatione Poli commutata in arcum tertij ordinis, & cum inclinatione Plani ad Horizontem abſoluitur Proſtaphæretica operatio more conſueto, & prodit ex ea Tangens inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci. Vt in eodem Exemplo.

Eleuatio Poli loci commutata in arcum ſe-	74 56 51	*cundum tertij ordinis Magni Canonis.*	
Inclinatio Plani ad Horizontem	30 0 0		
Differentia	44 56 54	7 0 7 7 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	104 56 51	2 5 7 9 4	*Sinus exceſſus.*
		9 6 5 6 8	*Aggregatum Sinuum.*
Inclinatio Meridianæ Plani ad Merid. loci	25 46 23	4 8 2 8 4	*Dimidium, ideſt Tangens quæſita.*

TERTIVS MODVS
Per lateralem introitum in tertiam Tabulam.

INclinatio Plani ad Horizontem grad. 30. ſumatur in fronte tertiæ Tabulæ, & à ſiniſtro latere Eleuatio Poli Regionis gr.44. & in area obtinebis grad. 25.46′. pro inclinatione Meridianæ Plani ad Meridianam loci, vt prius.

Alia Forma.

SI præter Eleuationem Polarem loci, dabitur etiam cognita Eleuatio Poli Mundi ſupra ipſum Planum, & hoc ſanè per ſextum Problema huius, ideſt arcus HI Meridiani ipſius Plani, licebit per VIII. Problema Tertij, ſicut ſupra diximus, exquirere eundemmet arcum IC inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci hiſce modis.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli ſupra Planum, ita Sinus ſecundus Eleuationis Poli loci ad Sinum ſecundum inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci.

Exemplum.

D*Etur Eleuatio Poli loci gr.44. & Eleuatio Poli ſupra Planum gr.36.59′.*

Eleuatio Poli loci	40 0 0	7 1 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli ſupra Planum	36 59 0	1 2 5 1 8 6	*Secans eius.*
Declin. Meridianæ Plani à Meridiana loci	25 46 30	9 0 0 5 1	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm Eleuatione Poli ſupra Planum commutata in arcum arealem quarti ordinis, & cum complemento Eleuationis Poli loci abſoluenda eſt Proſtaphæretica operatio, vt habeatur Sinus ſecundus inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci. Vt in hoc eodem Exemplo.

Comple-

Digitized by Google

	G M S		
Complementum Eleuationis Poli loci	46 0 0		
Eleuatio Poli ſupra Planum commutata ex	7 11 29	*quarto ordine.*	
Differentia	38 48 31	7 7 9 2 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	53 11 29	5 9 9 1 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
		1 8 0 1 0 0	*Differentia Sinuum.*
Inclinatio Meridianæ Plani ad Merid. loci	25 46 30	9 0 0 5 0	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

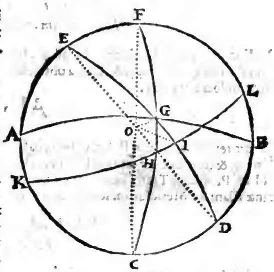
TERTIVS MODVS
Per ſecundam Tabulam Primi Mobilis.

ELeuatio Poli ſupra oblatum Planum, quæ eſt grad. 36.59'. ſumatur in fronte Tabulæ ſecundę Analogiæ, & Eleuatio Poli loci graduum 44. à latere dextro, ſicq; in area habebis complementum inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci gr. 64.14'. Vnde inclinatio eſt, vt ſupra, gr. 25.46'.

Tertius Caſus.

Cum Planum obliquum eſt ad Meridianum, & ad Verticalem primarium, ſed ad Horizontem rectum.

PRoponatur hic figura Tertij Caſus Sexti Problematis huius, in qua eſto Meridianus loci F G H C, eius Horizon A F B C, Verticalis primarius A G B, & punctum A ſit ortus, & B occaſus: Planum datum ſit E G I D, ſecans Horizontem ad rectos angulos in E, & D, & declinans à Verticali primario penes angulum A G E, ſeu arcum A E, & à Meridiano iuxta angulum E G F, ſeu arcum E F. Polus Mundi Boreus ſit H, per quem tranſeat arcus K I L, ſecans Planum datum, ideſt circulum eius ad rectos angulos in I, qui ſanè vice Meridiani Plani fungetur, cùm illud planum accipiatur tanquam aliquis Horizon. Sit præterea communis ſectio Plani dati, & Meridiani loci recta linea G O, quæ ideo Meridiana erit loci. Communis autem ſectio ipſius Plani, & Meridiani eiuſdem Plani ſit recta I O, quæ Meridiana idcirco ipſius Plani vocabitur. Angulus autem, quem ambæ hæ Meridianæ efficiunt, in Mundi centro eſt G O I inclinationis ſcilicet Meridianæ Plani ad Meridianam loci. Hunc verò angulum menſurat arcus G I circuli ipſiuſmet Plani, qui nunc inquirendus eſt.



In Triangulo itaque Rectangulo G I H, cuius angulus ad I rectus eſt, notus præſupponitur angulus I G H inclinationis Plani dati ad Meridianum, & datur latus ſeu Baſis G H diſtantiæ Verticis à Polo Mundi, quæ eſt complentum Eleuationis Poli. Ex his igitur per 10. Problema Tertij innoteſcet latus G I menſurans inclinationem Meridianæ Plani ad Meridianam loci.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum inclinationis dati Plani ad Meridianum, ideſt ad Sinum primum declinationis dicti Plani à Verticali; ita Tangens ſecunda Eleuationis Poli loci ad Tangentem inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci.

Exemplum.

ESto ſuperficies muralis inclinata ad Horizontem grad. 60. ſub latitudine loci grad. 44. & ex operatione prodit hic calculus.

Eleuatio Poli	44 0 0	1 0 3 5 5 3	*Tangens ſecunda.*
Inclinatio muri ad ortum	60 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Declin. Meridianæ Plani à Meridiana loci	41 53 11	8 9 6 8 0	*Tangens proueniens.*

SECVN-

SECUNDUS MODUS
Per Sinuum ſecundariam Proſtaphareſin.

ELeuatio Poli loci permutetur in arealem arcum tertij ordinis, ingreſſu facto in calce, & à dextro latere; & cum hoc numero, ac cum inclinatione Plani ad Horizontem abſoluatur operatio Proſtaphæretica, & habebis Tangentem inclinationis Meridianæ Plani a Meridiana loci. Vt in hoc Exemplo.

	G M S		
Inclinatio muri ad ortum	60 0 0		
Eleuatio Poli loci commutata ex tertio ordine	5 56 38		
Differentia	54 3 22	5 8 6 9 9 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	65 56 38	4 0 7 6 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 9 3 6 1	*Differentia Sinuum.*
Inclin. Meridianæ Plani ad Meridianã loci	41 53 11	8 9 6 8 0	*Dimidium, ideſt Tangens quaſita.*

TERTIUS MODUS
Per Tabulam Tertiam.

SVme in fronte Tabulæ Tertiæ Analogiæ inclinationem Plani ſeu muri grad. 60. & à dextro latere Eleuationem Poli loci, nempe grad. 44. & in area habebis grad. 41. 53′, vt ſupra, pro inclinatione Meridianæ Plani ad Meridianam loci.

Alia Forma.

SI fuerit Eleuatio Poli Mundi ſupra dictum Planum datum nota per ſextum Problema huius, poterimus per octauum Tertij explorare prædictum arcum G I inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci, mediante ſcilicet Eleuatione Poli loci, vt hic patet.

PRIMUS MODUS
Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli ſupra Planum, ita Sinus Eleuationis Poli loci ad Sinuum ſecundum inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci.

Exemplum.

ALtitudo Poli ſupra Planum data ſit grad. 21. 4′. 48″. ſub latitudine loci gr. 44. Vt habeatur inclinatio Meridianæ Plani à Meridiana loci ſic procedo.

Altitudo Poli ſupra Planum	21 4 48	1 0 7 1 7 2	*Secans eius.*
Eleuatio Poli loci	44 0 0	6 9 4 6 6	*Sinus eius.*
Inclinatio Meridia. Plani ad Meridian. loci	41 53 7	7 4 4 4 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

SECUNDUS MODUS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphareſin.

CVm Altitudine Poli ſupra Planum commutata ex quarto ordine, & cum Eleuatione Poli loci operandum eſt, vt colligatur Sinus ſecundus declinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci, vt ſequitur.

Eleuatio Poli loci	44 0 0		
Altitudo Poli ſupra Planum commutata ex	6 9 8	*quarto ordine Magni Canonis.*	
Differentia	37 50 52	7 8 9 6 5 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	50 9 8	6 4 0 7 5 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 4 8 9 0 4	*Differentia Sinuum.*
Incl. Meridianæ Plani ad Meridianam loci	41 53 0	7 4 4 5 2	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

TERTIUS

Digitized by Google

TERTIVS MODVS
Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

OBſerua in calce Eleuationem Poli ſupra Planum, & in area Eleuationem Poli loci, & à latere dextro obtinebis inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci. Aut etiam cape à latere dextro Eleuationem Poli ſupra Planum, & in area Eleuationem Poli loci, tuncque in calce dabitur inclinatio quæſita.

Vt in dato Exemplo ſumendo à dextro latere Eleuationem Poli. Plani gr.21.4'.48". & in area Eleuationem Poli loci gr.44. atq; ſic in calce reſpondent grad.41.53'. vt ſupra, pro inclinatione Meridianæ Plani ad Meridianam loci.

QVARTVS MODVS
Per Secundæ Analogiæ Tabulam.

COmperies Eleuationem Poli ſupra Planum, vtpote grad.21.5'. in fronte Tabulæ Secundæ Analogiæ, & à ſiniſtro latere Eleuationem Poli loci; atque in area habebis complementum declinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci grad.48.7'. Vnde inclinatio eſt grad.41.53'. ſicut ſupra.

Quartus Caſus.

Cùm Planum eſt ad Meridianum rectum, ſed ad Horizontem, & ad Verticalem primarium obliquum.

IN hoc caſu cùm vnus, & idem Meridianus ſit loci, & dati Plani, nulla dabitur præterea inclinatio, vt videre eſt in figura Quarti Caſus Problematis ſexti; nam tunc Meridiana loci, & Meridiana Plani coincidunt.

PROBLEMA VIII.

Dato Plano vtcunq; obliquo, Differentiam rectam ſeu horariam Meridiani Plani à Meridiano loci cognoſcere.

REaſſumenda hic ſunt omnia diagrammata, quibus in præcedentibus ſub quadruplici caſus varietate vſi fuimus; è quibus omnibus Triangulum idem Rectangulum GIH accipiendum eſt, vt cognoſci queat in eo angulus GHI Differentiæ rectæ Meridiani KIL ipſius Plani à Meridiano loci FC. Quæ profectò ideò recta à nobis appellatur, quòd attendatur penes arcum Aequatoris inter dictos Meridianos cadentem, vel etiam vocetur Differentia horaria, cùm ipſi Meridiani horariorum etiam circulorum vice fungantur. Multiplici autem via ad dicti anguli inquiſitionem licet procedere, ſed nos duas tantùm cæteris expeditiores formas aſſumemus. Harum vna ex tertio Problemate Tertij fundatur, quæ dictum angulum GHI Differentiæ rectæ Meridianorum docet inquirere, ex arcu ſcilicet GI inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci menſurante (quem Problema ſeptimum huius patefecit) & ex angulo IGH, quem in primo caſu efficit circulus Plani cum Meridiano, & habetur ex Probl. tertio huius. Sed in ſecundo, ac tertio caſu angulus iſte IGH refert inclinationem Plani ad Meridianum. Altera forma obtinetur auxiliante Problemate quarto eiuſdem Tertij ex eodem arcu GI, quem prior forma etiam præſupponit, & ex arcu GH, qui in primo caſu eſt, & inter Planum, & Polum cadit, atque innoteſcit per Probl. quintum huius. In ſecundo autem caſu eſt Eleuatio Poli loci; atque in tertio complementum Eleuationis Poli ipſiuſmet loci. Sed nunc pro vtraque forma aliquot modos adferamus.

Primus Caſus.

Cùm datum Planum eſt omninò obliquum.

PRIMVS MODVS
Per tertium Problema Tertij, iuxta priorem formam.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli, quem facit, circulus Plani obliqui cũ Meridiano loci, ita Sinus ſecundus inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci ad Sinum ſecundum anguli differentiæ rectæ ſeu horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci.

Exemplum.

Digitized by Google

Demus in Exemplo eſſe angulum, quem facit circulus Plani obliqui cum Meridiano loci grad. 71.15'.9". & inclinationem Meridianæ Plani ipſius à Meridiana loci eſſe grad. 6.43'.23". quibus datis inueſtigo differentiam rectam ſeu horariam Meridiani Plani à Meridiano loci. Vt hic cernis.

	G M S		
Angulus circuli Plani obliqui cum Merid.	71 15 9	9 4 6 9 4	*Sinus eius.*
Inclinatio Meridianæ Plani à Meridia. loci	6 43 23	9 9 3 1 2	*Sinus eius ſecundus.*
Diff. recta ſeu horaria Me. Pla. à Merid. loci	19 52 35	9 4 0 4 3	*Sinus ſecundus prodiens.*

SECVNDS MODVS

Per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.

ANngulus circuli Plani obliqui cum Meridiano, & complementum inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci accipiantur in operatione Proſtaphæretica; & exibit Sinus ſecundus differentiæ rectæ ſeu horariæ Meridianæ Plani à Meridiano loci. Veluti ex hoc Exemplo liquet.

	G M S		
Compl. inclin. Meri. Plani à Meridiana loci	83 16 37		
Angulus circuli Plani obliqui cum Merid.	71 15 9		
Differentia	12 1 28	9 7 8 0 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	154 31 46	9 0 2 8 0	*Sinus exceſſus.*
		1 8 8 0 8 6	*Aggregatum Sinuum.*
Diff. recta ſeu horaria Mer. Plani à Me. loci	19 52 35	9 4 0 4 3	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

TERTIVS MODVS

Per Generalem Tabulam.

COnquire in fronte Generalis Tabulæ angulum circuli Plani obliqui cum Meridiano, & à dextro latere inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci: ſiue etiam cape angulum circuli Plani obliqui cum Meridiano à ſiniſtro latere, & in calce inclinationem iam dictam, & vtroque modo obtinebis in area complementum differentiæ horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci.

Vt in dicto Exemplo ſumendo gr. 71.15'.9". frontaliter, & à dextro latere gr. 6.43'.23". excipio ex area grad. 70.7'.25". Vnde dico eſſe differentiam horariam Meridiani Plani à Meridiano loci gr. 19.52'.25".

Aliter.

Ex quarto Problemate Tertij, iuxta alteram formam.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam arcus Meridiani inter Planum, & Polum; ita Sinus inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci ad Sinum Differentiæ rectæ, ſeu horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci.

Sit arcus Meridiani inter Planum, & Polum gr. 20.8'.30". & inclinatio Meridiana Plani à Meridiana loci ſit, vt prius, gradus 6.43'.23". Sic igitur proſequimur calculum pro obtinenda differentia horaria quæſita.

	G M S		
Arcus Meridiani inter Planum, & Polum	20 8 30	2 9 0 4 0 8	*Secans eius ſecunda.*
Incli. Meridiana Plani à Meridiana loci	6 43 23	1 1 7 0 7	*Sinus eius.*
Diff. recta Meridiani Plani à Meridia. loci	19 52 32	3 3 9 9 8	*Sinus proueniens.*

ECVNDVS MODVS

Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

ARcus Meridiani inter Planum, & Polum commutetur in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, facto ingreſſu in calce, & à dextro latere; cum quo numero commutato, & cum inclinatione Meridianæ Plani à Meridiana loci operare ſecundum conſuetam formam, & acquires ex ea Sinum differentiæ horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci. Vt in eodem Exemplo.

Digitized by Google

	G M S		
Arcus Meridiani inter Planum, & Polum	16 52 57	*commutatus ex quarto ordine.*	
Inclinatio Meridianæ Plani à Meridiana	6 43 23	*loci.*	
Differentia	10 9 34	9 8 4 3 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	23 36 20	9 1 6 3 2 4	*Sinus eius ſecundus.*
		6 7 9 9 5	*Differentia Sinuum.*
Diff. horaria Meridiani Plani à Meri. loci	19 52 32	3 3 9 9 8	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

ACcipe à latere ſiniſtro Generalis Tabulæ arcum Meridiani inter Planum & Polum, & areatim inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci; & in fronte dabitur differentia horaria Meridiani Plani à Meridiano loci. Siue etiam ſume in fronte dictum arcum Meridiani inter Planum & Polum, & areatim eandemmet inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci; & tunc habebis à latere ſiniſtro quæſitam differentiam horariam.

Vt in dicto Exemplo capio à ſiniſtro latere gr.20.8'.30". & in area gr.6.43'.23'. & video in fronte grad.19.52'.32". quos dico eſſe differentiam horariam quæſitam.

QVARTVS MODVS
Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

CApe in calce Secundæ Tabulę arcum Meridiani inter Planum & Polum, qui datur in noſtro Exemplo grad.20.8'. & à ſiniſtro latere inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci, quæ eſt grad. 6.43'. & habebis in area gr.19.53'. pro differentia horaria quæſita.

Secundus Caſus.

Cùm Planum Obliquum rectum eſt ad Verticalem primarium, ſed ad Meridianum, & ad Horizontem obliquum.

PRIMVS MODVS
Per tertium Problema Tertij iuxta primam formam.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum inclinationis Plani ad Meridianum, ita Sinus ſecundus inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci ad Sinum ſecundum anguli differentiæ rectæ ſeu horariæ Meridiani Plani, & Meridiani loci.

Eſto inclinatio Plani obliqui ad Meridianum grad.60.0'. & inclinatio Meridianæ Plani à Meridiana loci grad.25.46'.23". itaque ſic prodibit calculus.

Inclinatio Plani ad Meridianum	60 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Inclinatio Meridianæ Plani à Meridia. loci	25 46 23	9 0 0 5 2	*Sinus eius ſecundus.*
Diff. horaria Meridiani Plani à Merid. loci	38 45 0	7 7 9 8 8	*Sinus ſecundus proueniens.*

SECVNDVS MODVS
Per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.

CVm inclinatione Plani ad Meridianum, & cum complemento Meridianæ Plani à Meridiana loci abſoluitur operatio Proſtaphæretica, & exit Sinus ſecundus differentiæ horariæ quæſitæ.

Compl. inclin. Merid. Plani à Meridiana loci	64 13 37		
Inclinatio Plani ad Meridianum	60 0 0		
Differentia	4 13 37	9 9 7 2 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	124 13 37	5 6 2 4 7	*Sinus exceſſus.*
		1 5 5 9 7 5	*Aggregatum Sinuum.*
Diff. horaria Merid. Plani à Meridiano loci	38 45 0	7 7 9 8 8	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

Digitized by Google

TERTIVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.

INclinationẽ Plani ad Meridianum accipe in fronte Primæ Tabulæ, & à dextro latere inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci. Aut etiam inclinationem Plani ad Meridianum accipe à ſiniſtro latere, & in calce inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci; & vtroque modo in area excipies complementum differentiæ horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci.

Vt in noſtro Exemplo compertis grad. 6 o. in fronte, & à dextro latere grad. 25. 46'. 23''. reſpondent in area gr. 51. 15'. vnde affirmo, differentiam horariam quæſitam eſſe grad. 38. 45'.

Aliter.
Per Quartum Problema Tertij, iuxta ſecundam formam.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Eleuationis Poli, ita Sinus inclinationis Meridianæ Plani à Meridiana loci ad Sinum differentiæ rectæ ſeu horariæ inter Meridianum Plani, & Meridianum loci.

Eſto Poli eleuatio grad. 44. & inclinatio Meridianæ Plani à Meridiana loci grad. 25. 46'. 23''.

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	1 4 3 9 5 6	*Secans eius ſecunda.*
Inclinatio Meridianæ Plani à Meridian. loci	25 46 23	4 3 4 8 0	*Sinus eius.*
Diff. horaria Meridiani Plani à Merid. loci	38 45 0	6 2 5 9 2	*Sinus prodiens.*

SECVNDVS MODVS
Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm Eleuatione Poli in arealem arcum (in calce facto ingreſſu, & à dextro latere) commutata, & cum inclinatione Meridiani Plani à Meridiano loci abſolue operationem, vt habeas Sinum differentiæ horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci. Vt in eodem Exemplo.

	G M S		
Inclinatio Meridiani Plani à Meridia loci	25 46 23		
Eleuatio Poli commutata ex quarto ordine	8 16 36		
Differentia	17 29 47	9 5 3 7 3 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	34 2 59	8 2 8 5 5 2	*Sinus eius ſecundus.*
		1 2 5 1 8 4	*Differentia Sinuum.*
Diff. horaria Meridiani Plani à Merid. loci	38 45 0	6 2 5 9 2	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

TERTIVS MODVS
Per arealem introitum in Tabulam Generalem.

OBſerua Altitudinem Poli loci in fronte primæ Tabulæ, & in area inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci, & à ſiniſtro latere dabitur differentia horaria Meridiani Plani à Meridiano loci. Aut etiam cape à ſiniſtro dictæ Tabulæ latere Eleuationem Poli, & in area inclinationem Meridianæ Plani à Meridiana loci, & in fronte dabitur differentia horaria conquiſita.

Vt in noſtro Exemplo capio à ſiniſtro latere Eleuationem Poli grad. 44. & in area inclinationem iam dictam gr. 25. 46'. 23''. & in fronte offeruntur gr. 38. 45'. pro differentia horaria quæſita.

QVARTVS MODVS
Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

SI intraueris in Tabulam ſecundæ Analogiæ cum Eleuatione Poli in calce; & cum inclinatione Meridianæ Plani à Meridiana loci à latere ſiniſtro, habebis quidem in area differentiam horariam Meridiani Plani à Meridiano loci.

Digitized by Google

Vt in noſtro Exemplo acceptis gr.44. in calce, & gr.25.46'.13", à ſiniſtro latere reſpondent in area gr.38.35'. & tanta eſt Differentia horaria quæſita.

Tertius Caſus.

Cùm Planum eſt obliquum ad Meridianum, & ad Verticalem; ſed ad Horizonte rectum.

PRIMVS MODVS

Per tertium Problema Tertij, iuxta primam formam.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum inclinationis Plani ad Meridianum; ita Sinus ſecundus inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci ad Sinum ſecundum anguli differentiæ æquatoriæ ſeu horariæ Meridianæ plani à Meridiano loci.

Data ſit ſuperficies muralis inclinata ad ortum grad.60. ſub Latitudine loci grad.45. Sic ex ſuperiore Problemate dabatur inclinatio Meridiana ipſius à Meridia loci grad.40.53'.36". Vnde differentiam horariam tali calculo conſequor.

	G	M	S		
Inclinatio Plani ad ortum	60	0	0	50000	*Sinus eius ſecundus.*
Inclinatio Meridianæ Plani	40	53	36	75593	*Sinus eius ſecundus.*
Differ. horaria Merid. Plani a Merid. loci	67	47	30	37797	*Sinus ſecundus proueniens.*

ECVNDVS MODVS

Per primariam Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm inclinatione Plani ad ortum, vel occaſum, & cum inclinatione Meridianæ Plani, perficitur ipſa operatio Proſtaphęretica; & colligitur ex ea Sinus ſecundus differentię horarię Meridiani Plani à Meridiano loci. Vt in eodem cernis Exemplo.

Inclinatio Plani ad ortum	60	0	0		
Inclinatio Meridianæ Plani	40	53	36		
Differentia	19	6	24	94491	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	100	53	36	18898	*Sinus exceſſus.*
				75593	*Differentia Sinuum.*
Differ horaria Merid. Plani à Meridia. loci	67	47	30	37797	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

TERTIVS MODVS

Per Tabulam Generalem ex ingreſſu laterali.

INgredere Generalem Tabulam lateraliter cum inclinatione Plani ad ortum vel occaſum, & cum inclinatione Meridianæ Plani, ſumendo vnum ex his numeris in calce, & alium à latere dextro, atque in area habebis complementum differentiæ horariæ Meridiani Plani à Meridiano loci.

Vt in dicto Exemplo capio in calce gr.60. et à dextro latere gr.40.53'.36". & in area reſpondent gr.22.12'.30". vnde aio, differentiam horariam quæſitam eſſe gr.67'.30".

Aliter.

Per quartum Problema Tertij iuxta ſecundam formam.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli loci; ita Sinus inclinationis Meridianæ Plani ad Meridianam loci ad Sinum anguli differentiæ æquatorię, vel horarię Meridiani Plani à Meridiano loci.

Data ſit latitudo loci grad.45. & inclinatio Meridiana Plani à Meridiana loci gr.40.53'.36". vt prius: ex quibus prodit talis ſupputatio.

Altitudo

Digitized by Google

	G M S		
Altitudo, ſeu Eleuatio Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Inclinatio Merid. Plani ad Merid. loci	40 53 36	6 5 4 6 5	*Sinus eius.*
Differ. horaria Merid. Plani à Mer. loci	67 47 30	9 2 5 8 1	*Sinus proueniens.*

SECVNDVS MODVS

Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.

ALtitudo Poli in arcum arealem quarti Ordinis permutata, & inclinatio Meridianæ Plani exponantur ad operationem Proſtaphæreticam, vt habeatur Sinus differentiæ horariæ iam memoratæ.

Inclinatio Merid. Plani	40 53 36		
Altitudo Poli commutata ex 4. Ordine	8 7 48		
Differentia	32 45 48	8 4 0 9 1 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	49 1 24	6 5 5 7 5 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 8 5 1 6 3	*Differentia Sinuum.*
Differentia horaria quæſita	67 47 30	9 2 5 8 1	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*

TERTIVS MODVS

Per arealem introitum in Generalem Tabulam.

CApe Polarem altitudinem in calce primæ Tabulæ, & in area inclinationem Meridianæ Plani, & à latere ſiniſtro habebis differentiam horariam Meridiani Plani à Meridiano loci. Siue etiam accipe à dextro latere ipſius Tabulæ Altitudinem Poli, & in area inclinationem Meridianæ ipſius Plani, & in fronte patebit differentia iam dicta.

Vt in noſtro Exemplo obſeruo in calce dictæ Tabulæ Eleuationem Poli grad. 45. & in area gr. 40. 53′. 36″. inclinationis Meridianæ dati Plani, & à latere ſiniſtro excipio gr. 67. 47′. 30″. pro differentia horaria Meridiani Plani à Meridiano loci.

QVARTVS MODVS

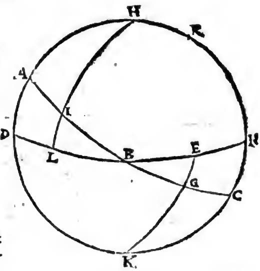
Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

ALtitudinem Poli loci accipe in fronte ſecundæ Tabulæ, hoc eſt in noſtro Exemplo gr. 45. & inclinationem Meridianæ à ſiniſtro latere, videlicet gr. 40. 53′. 36″. & in area elicies grad. 67. 48′. pro differentia horaria quæſita.

Quartus Caſus.

Cùm Planum eſt ad Meridianum rectum, ſed ad Horizontem & ad Verticalem primarium obliquum.

DIximus in ſuperiori Problemate, vbi de quarto Caſu egimus, coincidere ſimul Meridianum loci, & Meridianum Plani obliqui, vnde nulla datur recta differentia, vt patet.



PROBLEMA IX.

Altitudinem Solis ſupra Horizontem in Aequatore exiſtentis qualibet hora colligere, data Altitudine Poli, ac Solis à Meridiano diſtantia.

INtelligatur Meridianus ACH, in quo cadat Horizontis medietas DBF, cuius Polus H, id eſt vertex Regionis, à quo per Solem in I puncto Aequatoris ABC deſcendat Quadrans Altitudinis HIL.

Erit

Erit itaque Solis altitudo ſupra Horizontem arcus IL, quem adinuenire conſtituimus. In Triangulo itaque IBL Rectangulo cùm detur Baſis IB, complementum ſcilicet diſtantiæ Solis à Meridiano (arcus enim Aequatoris AI quem reſpicit angulus AHI eſt diſtantia Solis ab ipſo Meridiano) & datur inſuper angulus B, quem metitur arcus AD Eleuationis Aequatoris ſupra Horizontem, prodibit latus IL ex primo Problemate Tertij menſurans Altitudinem Solis ſupra Horizontem.

PRIMVS MODVS
Per ſolos Sinus.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli; ita Sinus ſecundus diſtantiæ Solis à Meridiano ad Sinum Altitudinis Solis in Aequatore exiſtentis.

Exemplum. Eſto Poli eleuatio gr. 44. & Solis à Meridie diſtantia ſit horarum 4. id eſt gr. 60.

	G	M	S		
Eleuatio Poli	44	0	0	71934	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0	50000	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	21	4	48	35967	*Sinus prodiens.*

SECVNDVS MODVS
Per Proſtaphæreſin Sinuum ſecundariam.

Eleuatio Poli & diſtantia à Meridiano ipſius Solis aptetur ad Proſtaphæreſin, vt aliàs præcepimus, & prodibit Sinus altitudinis Solis.

Eleuatio Poli	44	0	0		
Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0		
Differentia	16	0	0	96116	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	104	0	0	24192	*Sinus exceſſus.*
				71934	*Relictum è ſubtractione.*
Altitudo ſupra Horizontem	21	4	48	35967	*Dimidium, id eſt Sinus quaſitus.*

TERTIVS MODVS
Per lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam.

Si cum Eleuatione Poli, & Diſtantia Solis à Meridiano ingreſſus fueris Tabulam Generalem, quærendo vnum ex his numeris in calce, alium à dextro latere: excipies quidem ex area Altitudo ipſius Solis ſupra Horizontem. Vt hic vides pro ſingulis horis à Meridie ad eandem Polarem eleuationem grad. 44. deſumptas eſſe Altitudines Solis.

Horæ	Diſt. à Mer. G	S	Altit. Solis. G	M	S
0	0	0	46	0	0
1	15	0	44	0	49
2	30	0	38	31	59
3	45	0	30	34	26
4	60	0	21	4	48
5	75	0	10	43	47
6	90	0	0	0	0

PROBLEMA X.

Data Solis Declinatione, ac Poli eleuatione Altitudinem Solis ſupra Horizontem ad horam quamlibet propoſitam inueſtigare.

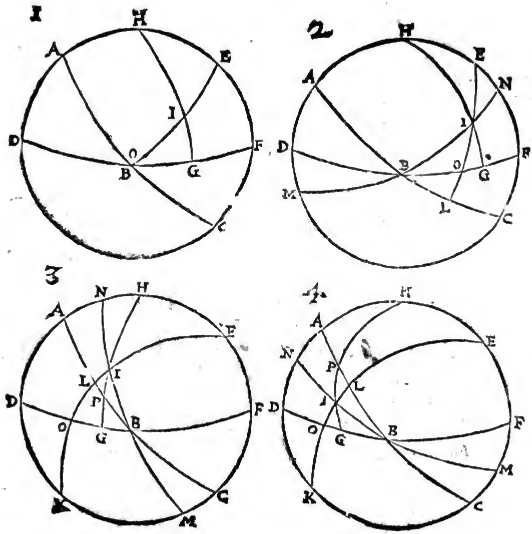
Prima

Digitized by Google

Prima Forma.

Per Triangula Rectangula Sphærica.

TRansferantur huc diagrammata Problematis primi huius, in quibus ſingulis ſtatuitur Sol in puncto I ſecundum varios ſitus, cuius Altitudo ſupra Horizontem numeratur in arcu I G, qui portio eſt circuli Altitudinis H I G a Vertice H, ſeu Polo Horizontis per Solem ducti. Neceſſe autem eſt præter Poli ſublimitatem, quam refert Meridiani arcus EF, notam quoque eſſe diſtantiam ipſius



Solis à Meridiano, quæ numeratur in arcu Aequatoris, qui intercedit inter Meridianum, & punctum L Aequatoris, cum quo Sol Cœli medium tranſit. Hanc autem facilè ex hora data obtinemus, quæ ſi non fuerit à Meridie numerata, commutanda eſt in tempus à Meridie, vt fieri ſolet. Singulis verò horis à Meridie acceptis dantur quindecim gradus Aequatoris, & ſingulis quatuor minutis temporis vnus gradus. Ex data itaque hora à Meridie innoteſcit diſtantia Solis à Meridiano, id eſt arcus Aequatoris A L, vel angulus A E L a Meridiano & circulo horario, vel Declinationis Solis factus.

Primò itaque in Triangulo Rectangulo B L O ex noto latere B L, quod complementum eſt diſtantiæ Solis à Meridiano, & ex angulo O B L, quem arcus F C complementi Eleuationis Poli ſeu Eleuationis Aequatoris determinat, colligendus eſt per Probl. 1. huius angulus circuli Declinationis, ſeu horarij Solis cum Horizonte, & hunc primum Inuentum vocemus.

Secundò ex hoc primo Inuento, id eſt angulo B O L, & ex angulo O B L Eleuationis Aequatoris cognoſcendum eſt latus O L per ſextum Problema Tertij, & eſt portio circuli horarij, ſeu Declinationis Solis inter Aequatorem & Horizontem clauſa, cui nomen Radicis altitudinis Solis damus.

Tertiò

Tertiò ex hoc ſecundo Inuento O L, & ex Declinatione Solis I L eliciatur per additionem, vel ſubtractionem tertium Inuentum O I, quod Argumentum Altitudinis Solis vocamus iuxta cautiones ſequentis Tabellæ; eſtque hoc Argumentum Altitudinis diſtantiæ Solis ab Horizonte numerata in circulo declinationis, ſeu horario ipſius Solis.

Cùm diſtantia Solis à Meridiano ſiue ante, ſiue poſt fuerit Quadrante
- maior, vt in ſecunda figura, ſubtrahe ſecundum Inuentum O L à Solis declinatione I L, quæ ſemper Borealis eſt
- minor, & declinatio Solis fuerit
  - Borealis, vt in tertia figura, adde ſecundum Inuentum O L declinationi Solis I L
  - Meridiana, vt in quarta figura, auſer declinationem Solis I L à ſecundo Inuento O L

  & prodibit tertium Inuentum I L, id eſt Argumentum Altitudinis Solis.
- Aequalis, vt in prima figura, tunc Solis declinatio vicem gerit tertij Inuenti, & Eleuatio Poli pro primo Inuento vſurpatur.

Ad extremum cum hoc tertio Inuento, ſeu Argumento Altitudinis O I, & cum primo Inuento, id eſt cum angulo ad O in Triangulo O G I Rectangulo notum fiet latus I G reſpondens Altitudini Solis quæſitæ, & hoc quidem auxiliante primo Problemate Tertij.

PRIMVS MODVS
Per Sinus, & Secantes.

Fiat itaque primò, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Altitudinis Poli; ita Sinus diſtantiæ Solis à Meridiano ad Sinum ſecundum primi Inuenti. Poſtea fiat ſecundò, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam primi Inuenti; ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum Inuenti ſecundi, cum quo & cum Solis declinatione confice tertium Inuentum ex doctrina ſuperioris Tabellæ. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum primi Inuenti; ita Sinus tertij Inuenti ad Sinum Altitudinis Solis ſupra Horizontem ad horam datam.

Primum Exemplum. Cùm Solis diſtantia à Meridiano eſt præciſè Quadrans.

Datus ſit locus Solis gr. 6. ♊. cuius Altitudo ſit exploranda ad horam ſextam à Meridie, vel ante Meridiem, ſub Eleuatione Poli gr. 45. quo momento Sol obtinet diſtantiam à Meridiano gr. 90. Patuit igitur dicti grad. 6. ♊ declinatio ex primo Problemate Quinti grad. 21. 23′. 8″. Vnde calculum facilè abſoluimus per primum Probl. Tertij, accipiendo vice primi Inuenti Eleuationem Poli, & declinationem Solis vice tertij Inuenti.

	G M S		
Eleuatio Poli Regionis	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Declinatio Solis Borealis	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus eius.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	14 56 30	2 5 7 4 8	*Sinus Altitudinis quæſitæ.*

Exemplum ſecundum. Cùm Sol abfuerit à Meridiano plus Quadrante, ſeu gradibus nonaginta.

Sol conſtitutus in gr. 6. ♊ diſtet à Meridiano gr. 105. id eſt horis 7. & eius Altitudo ſit inueſtiganda. Declinatio eius ſuperius data eſt, vnde profero talem calculi formam.

Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridie	105 0 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	75 0 0	9 6 5 9 2	*Sinus eius.*

Angulus

Digitized by Google

	G M S		
Angulus, qui dicitur primum Inuentum	46 55 11	6 8 3 0 1	*Sinus ſecundus prodiens ex operatione.*
		1 3 6 9 1 1	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
		7 0 7 1 1	*Sinus Eleuationis Poli.*
Inuentum 2. ſeu Radix Altitudinis Solis	14 30 30	9 6 8 1 1	*Sinus ſecundus prodiens ex operatione.*
Declinatio Solis Borealis	21 23 8		
Relictum è ſubtractione Inuenti ſecundi à Declinatione Solis, id eſt Inuentũ 3.	6 52 38	1 1 9 7 4	*Sinus eius.*
Primum Inuentum, vt ſupra	46 55 11	7 3 0 4 0	*Sinus eius.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	5 1 1	8 7 4 6	*Sinus proueniens.*

Exemplum tertium. Cùm Solis diſtantia à Meridiano non attingit Quadrantem.

Demus Solem eſſe in eodem grad. 6. ♊, & diſtare à Meridie horis 4. id eſt grad. 60. Aequatoris ad dictam Poli eleuationem. Sed ecce calculus.

Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Angulus, qui dicitur primum Inuentum	52 14 19	6 1 2 3 8	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 2 6 4 9 0	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
		7 0 7 1 1	*Sinus Eleuationis Poli*
Inuentum ſecundum, ſeu Radix Altitud.	26 33 56	8 9 4 4 2	*Sinus ſecundus prodiens ex operatione.*
Declinatio Solis addenda	21 23 8		
Inuentum 3. id eſt Argumentum Altit.	47 57 4	7 4 2 5 8	*Sinus eius.*
		7 9 0 5 7	*Sinus primi Inuenti*
Altitudo Solis optata	35 56 55	5 8 7 0 0	*Sinus ex operatione emanans.*

SECVNDVS MODVS
Per Proſtaphæreſin.

CVm diſtantia Stellæ à Meridiano ſiue ante ſiue poſt, & cum complemento Eleuationis Poli tractabis Proſtaphæreſin Sinuum primariam, & ex ea obtinebis Sinum ſecundum Inuenti primi, vnde & Inuentum primum innoteſcit. Deinde ex quinto modo quinti Problemat. libri Tertij inſtitues Proſtaphæreſin ſecundariam, commutando Inuentum primum in arealem arcum quarti Ordinis Magni Canonis facto ingreſſu in calce, & à latere dextro; cum quo numerò commutato & cum Altitudine Poli operando, excerpes Sinum ſecundum, cuius arcus dicitur Inuentum ſecundum, ſeu Radix altitudinis. Præterea ex hoc ſecundo Inuento, & ex Declinatione Solis obtinebis Inuentum tertium, ſi doctrinam ſuperioris Tabellæ obſeruaueris. Ad extremum cum tertio & primo Inuentis, repetendo operationem Proſtaphæreticam Sinuum primariam, depræhendes Sinum Altitudinis Solis ad horam propoſitam. Memento tamen, ſi diſtantia Solis à Meridiano fuerit præcisè horarum ſex, ſeu grad. nonaginta Aequatoris, vnam tantùm per Proſtaphæreſin operationem ſufficere, vtendo ſcilicet Altitudine Poli loco primi Inuenti, & Solis Declinatione loco tertij; nam ſimplex operatio exhibet Sinum Altitudinis Solis.

Exemplum primum, ſicut ſupra.

Altitudo Poli loci	45 0 0		
Declinatio Solis Borealis	21 23 8		
Differentia	23 36 52	9 1 6 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	66 23 8	4 0 0 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
		5 1 5 6 8	*Differentia Sinuum.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	14 56 30	2 5 7 8 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

Exemplum ſecundum. Cùm Solis diſtantia à Meridiano exceſſerit Quadrantem, vt ſupra.

Eleuationis Poli complementum	45 0 0		
Complem. ad ſemicir. diſtan. Solis à Mer.	75 0 0		
Differentia	30 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	120 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus exceſſus.*

Rr *Aggregatum*

Digitized by Google

	G M S		
		1 3 6 6 0 3	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	46 55 11	6 8 3 0 1	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*
Eleuatio Poli	45 0 0		
Idem primum Inu. commutatũ ex 4 Ord.	7 52 9		
Differentia	37 7 51	7 9 7 2 5 9	*Sinus ſecundus.*
Aggregatum	52 52 9	6 0 3 6 3 7	*Sinus ſecundus.*
		1 9 3 6 2 2	*Differentia Sinuum.*
Inuentum 2. ſeu Radix Altitudinis	14 30 30	9 6 8 1 1	*Dimidium, id eſt Sinus 2.*
Declinatio Solis Borealis	21 23 8		
Inuentum tertium	6 52 38		
Primum Inuentum	46 55 11		
Differentia	40 2 33	7 6 5 5 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	53 47 49	5 9 0 6 5	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 4 9 2	*Differentia Sinuum.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	5 1 1	8 7 4 6	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*

TERTIVS MODVS
Per Tabulas Analogiarum.

FAc primò ingreſſum lateralem in Tabulam Generalem cum diſtantia Solis à Meridiano, & cum cõplemento Eleuationis Poli, & in area obtinebis Inuentum primum, id eſt angulum circuli horarij Solis cum Horizonte. Deinde ſecundò fac arealem ingreſſum in eandem Generalem Tabulam, comperiendo à ſiniſtro latere primum Inuentum, & in area Eleuationem Poli, atque in Baſe habebis Inuẽtum ſecundum, ſeu Radicem altitudinis. Vel etiam ſume in fronte eiuſdem Tabulæ dictum Inuentum primum, & in area Altitudinem Poli, & à dextro latere habebis idem ſecundum Inuentum. Quòd ſi hunc arealem ingreſſum in primam Tabulam effugere volueris, accede ad Tabulã ſecundæ Analogiæ, obſeruando in eius calce tertium Inuentũ, & à latere ſiniſtro Eleuationem Poli, & numeri ex area prouenientis complementum vocatur Inuentum ſecundum, ſeu Radix altitudinis. Ex hoc autem ſecundo Inuento, & Declinatione Solis elicies per additionem, vel per ſubtractionem Inuentum tertium, ſicut ſupra præcepimus, quod Argumentum Altitudinis Solis aliàs appellauimus. Demùm regredere ad primam ſeu Generalem Tabulam, accipiendo in fronte primum Inuentum, & à latere ſiniſtro tertiũm, vel contrà; & arealis numerus in vtriuſque concurſu debetur Altitudini Solis quæſitæ. Non ignorabis tamen, quòd quando diſtantia à Meridiano adæquat Quadrantem, ſeu ſex horas, vno tantùm ingreſſu Altitudo Solis obtinetur, intrando lateraliter in Generalem Tabulam cum Eleuatione Poli, atque cum Solis declinatione. Sed vide eadem Exempla hic repetita.

Exemplum primum. Cùm Solis diſtantia eſt grad. 90. à Meridiano, ſicut ſupra, & Sol eſt in grad. 6. ♊.

	G M S	
Eleuatio Poli	45 0 0	
Declinatio Solis Borea	21 23 8	
Altitudo Solis ſupra Horizontem	14 56 30	

Exemplum ſecundum. Cùm diſtantia Solis à Meridiano ſuperauerit Quadrantem.

Eleuatio Poli	45 0 0	*in calce*	*prima Tab.*
Complem diſtantiæ à Meridiano ad ſemicirculum	75 0 0	*à latere ſiniſtro*	
Numerus ex area collectus	43 4 47		
Complementum eius, id eſt primum Inuentum	46 55 13	*in fronte*	*eiuſdem primæ Tab.*
Altitudo Poli	45 0 0	*in area*	
Inuentum ſecundum à dextro latere acceptum	14 30 30		
Declinatio Solis Borealis	21 23 8		
Inuentum tertium	6 52 38	*in fronte*	*primæ Tab.*
Primum Inuentum, vt ſupra	46 55 11	*à latere ſiniſtro*	
Altitudo Solis quæſita ſupra Horizontem	5 1 0		

Vel

Vel accipiatur ſic Inuentum ſecundum.

Primum Inuentum vt prius *Eleuatio Poli*	46 55 13 45 0 0	*in calce* *à latere ſiniſtro*	*ſecũda Tabula.*
Numerus in area compertus *Complementum eius, id eſt Inuentum ſecundum*	75 30 0 14 30 0		

Exemplum tertium. Cùm diſtantia Solis à Meridiano fuerit Quadrante minor.

Eleuatio Poli *Diſtantia Solis à Meridiano*	45 0 0 60 0 0	*in fronte* *à latere ſiniſtro*	*primæ Tab.*
Numerus ex area acceptus	37 45 41		
Complementum eius, id eſt primum Inuentum *Altitudo Poli*	52 14 19 45 0 0	*in fronte* *in area*	*primæ Tab.*
Inuen. 2. à dextro latere ſumptum, i. Radix Altit. *Declinatio Solis addenda*	26 33 56 21 23 8		
Inuentum tertium, id eſt Argumẽtum Altitudinis *Inuentum primum, vt ſupra.*	47 57 4 52 14 19	*in fronte* *à latere ſiniſtro*	*primæ Tab.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem quæſita	35 56 55		

Secunda Forma.

Per Triangula Obliquangula Sphærica iuxta ſecundum modum Tertij Problematis Quarti libri.

SVmpto Triangulo obliquangulo H E I nota ſint duo eius latera, nimirum H E complementum Altitudinis Poli, & I E complementum Declinationis Solis ad Quadrantem, ſi Declinatio eſt Septentrionalis; vel aggregatum ex Declinatione Solis & Quadrante, ſi Declinatio Solis Auſtrina fuerit. Datur præterea angulus, quem ipſa latera concludunt H E I diſtantiæ ſcilicet Solis à Meridiano. Vnde per 3. Prob. Quarti non ignorabitur latus I H. quod exibet diſtantiam Solis à Vertice, cuius complemen patefacit Solis ſupra Horizontem Altitudinem I G. Sed cùm Solis diſtantia à Meridiano Quadrantem adæquat, tunc dictum Triangulum H E I euadet Rectangulum, quale etiam contingit eſſe Triangulum I G O illi cognatum, quod in hoc caſu ſoluendum eſt, ſicut ex primo modo huius.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli, ita Sinus ſecundus Declinationis Solis ad Inuentum primum. Deindè fiat, vt Sinus totus ad Inuentum primum, ita Sinus verſus diſtãtiæ Solis à Meridiano ad Inuentum ſecundum. Quod ſemper adde Sinui verſo vel differentiæ inter Declinationẽ Boream, & Eleuationem Poli, vel denique aggregato ex Eleuatione Poli, & Declinatione Auſtrina, & fiet Sinus verſus complementi Altitudinis Solis quæſitæ.

Exemplum ſuperius ſecundum hic repetitum.

Eleuatio Poli *Declinatio Solis*	45 0 0 21 23 8	7 0 7 1 1 9 3 1 1 5	*Sinus eius ſecundus.* *Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0	6 5 8 4 3 1 2 5 8 8 2	*Inuentum primum.* *Sinus eius verſus.*
Differ inter Eleuat Poli, & Declin. Solis	23 36 52	1 8 2 8 8 4 8 3 7 4	*Inuentum ſecundum.* *Sinus eius verſus addendus.*
Altitudo Solis quæſita	5 1 1	9 1 2 5 8	*Sinus verſus ſecundus proueniens.*

Exemplum ſuperius tertium hic repetitum.

Eleuatio Poli *Declinatio Solis*	45 0 0 21 23 8	7 0 7 1 1 9 3 1 1 5	*Sinus eius ſecundus.* *Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	6 5 8 4 3 5 0 0 0 0	*Inuentum primum.* *Sinus eius verſus addendus.*
Differ. inter Eleuat Poli. & Declin. Solis	23 36 52	3 2 9 2 1 8 3 7 4	*Inuetum ſecundum.* *Sinus eius verſus.*
Altitudo Solis quæſita	35 56 55	4 1 2 9 5	*Sinus verſus ſecundus Altitudinis Solis.*

APPENDIX.

Satis commoda eſt ſuperior forma pro ſupputanda Solis Altitudine, præſertim quando occurrit conſtruere Tabulam Altitudinis Solis ad ſingulos Zodiaci gradus pro ſingulis horis ſiue à Meridie, ſiue etiam ab Occaſu; nam tunc Inuentum primum non mutatur ad ſingulas horas; ſic & Sinus verſus vel differentiæ inter Eleuationem Poli & declinationem Solis, vel aggregati eorundem manet ſemper idem ad ſingulas horas, dum idem eſt gradus loci Solis. Præterea ſin oporteret reuocare ad calculum Solis altitudines pro ſingulis horis ipſo verſante in Tropicis & in Aequatore, quod contingit in Inſtrumentis horarijs, vel horologijs Horizontalibus, facillimus erit calculus; permanebit ſiquidem ſemper Inuentum primum idem in vtroque parallelo ad ſingulas horas. Inuentum verò ſecundum licet ad ſingulas horas mutetur, in vtroque tamen Tropico ad eandem horam idem manet. Deinde Sinus verſus inter Declinationem Solis Borealem, & Eleuationem Poli non euariat ad ſingulas horas, dum Sol Tropicum ♋ obtinet; ſicut etiam idem ſemper eſt Sinus verſus Aggregati ex Eleuatione Poli, & Declinatione Auſtrina pro ſingulis horis eiuſdem Tropici Cancri. Quare neceſſe erit ſemper multiplicare Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridiano, qui ad ſingulas horas mutatur in primum Inuentum, & abiectis quinque notis, reliquo addemus ſemper eundem Sinum verſum dictæ differentiæ, vel aggregati, vt in duobus ſubiectis Exemplis videre licet, quorum primum eſt de ſingulis horis Aſtronomicis vtriuſque Tropici ad Latitudinem grad. 44. alterum verò eſt de horis ab Occaſu ad Latitudinem grad. 45. dum Sol tenet vtrumque Tropicum.

Exemplum primum.

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	71934	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio maxima	23 31 30	91689	*Sinus eius ſecundus.*
		65956	*Inuentum primum.*
Differentia	20 28 30	6318	*Sinus verſus pro Tropico ♋*
Aggregatum	67 31 30	61772	*Sinus eius verſus pro Tropico ♑*

Horæ à media nocte	*Hora à Meridie*	*Diſtantia à Meridiano*	*Sinus verſus*	*Inuentum ſecundum*	*Sinus verſus 2. altit. Solis in Trop. ♋*	*Altitudo Solis in ♋*	*Sinus verſus 2. altit. Solis in ♑*	*Altitudo Solis in ♑*
12	0	0				69 31		22 28
11	1	15	3407	2247	8565	66 7	64019	21 5
10	2	30	13397	8836	15154	58 3	70608	17 6
9	3	45	29289	19317	25635	48 2	81089	10 54
8	4	60	50000	32978	39296	37 23	94750	3 1
7	5	75	74118	48885	55203	26 37		
6	6	90	100000	65956	72274	16 6		
5	7	105	125882	83026	89344	6 7		

Altitudines Solis in Aequatore ad ſingulas horas à Meridie fuerunt à nobis ad eandem Eleuationem Polarem ſupputatæ Problemate nono.

en plum ſecundum ad Eleuationem Poli graduum quadraginta quinque in horis ab Occaſu.

Eleuatio Poli	45 0 0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio maxima	23 31 30	91689	*Sinus eius ſecundus.*
		64834	*Inuentum primum*
Differentia	21 28 30	6942	*Sinus verſus pro Tropico Cancri.*
Aggregatum	68 31 30	63390	*Sinus eius verſus pro Tropico Capricorni.*

Preterea vt ſingularem horarum diſtantiam haberemus à Meridiano ſubtraximus continuò ab arcu ſemidiurno gr. 15. reſpondentes vni horæ, quoad fieri potuit; & quando ipſa diſtantia à Meridiano fuit minor gr. 15. minuimus ipſam ex grad. 15. & reliquum accepimus, cui deinceps addendi ſunt continuò, & ſucceſſiuè grad. 15.

Diſtantia

Digitized by Google

		Diſtantia Meridiano		Sinus Verſus	Inuentum ſecundum	Sinus verſus ſecundus	Altitudo Solis	
Hora ab occaſu		G	M			Altitudin. Solis	G	M
Arcus ſemidiurnus grad.		115	48			in tropico ♋	in ♋	
vnius horæ		15	0					
Hora	23	100	48	118738	76982	83924	9	15
	22	85	48	92676	60086	67028	19	15
pome-	21	70	48	67113	43512	50454	29	42
	20	55	48	43792	28392	35334	40	17
ridi-	19	40	48	24300	15755	22697	50	38
	18	25	48	9968	6463	13405	60	0
anæ.	17	10	48	1771	1148	8090	66	48
Hora	16	4	12	269	174	7116	68	15
ante-	15	19	12	5562	3606	10548	63	27
	14	34	12	17292	11211	18153	54	56
meri-	13	49	12	34658	22470	29412	44	54
	12	64	12	56477	36616	43558	34	22
dia-	11	79	12	81162	52685	59627	23	49
	10	94	12	107324	69583	76525	13	35
næ.	9	109	12	132887	86156	93098	3	57

Tertia Forma.

Per Triangula Rectilinea ex figura Analematis.

PLacet hic idem hoc Problema per Triangula Rectangula rectilinea ſoluere, confugiendo, ſcilicet ad figuram Analematis ſequentem, in qua ex ſectione ſuperficierum circulorum oriuntur Triangula Rectangula, rectilinea, quæ mirè aptantur huic quæſito.

Eſto itaque Meridianus Analematis A D B C, Horizontis diameter A I B, Verticalis diameter ſeu axis Horizontis C I D deſignans Verticem in C. Aequatoris diameter ſit E I F, cuius axis H G & H Polus Boreus, G autem Auſtrinus. Sit præterea parallelus Solis Q O R, cuius diameter Q M R, & centrum M. Statuatur autem Sol in puncto O dicti paralleli, à quo ad diametrum Q R decidat perpendicularis O P: per punctum verò P tranſeat diameter Almicantarat, ſeu paralleli Horizontis, quem tenet Sol ad horam datam ſecans Meridianum in L, à quo puncto L cadat perpendicularis L Y, quæ Sinus erit arcus Altitudinis Solis A L ad horam datam, qui Sinus à nobis inquirendus eſt, vel ſaltem illi æqualis S V. Per punctum R tranſeat parallela X R diametro Horizontis A B concurrens in X cum recta Q V X perpendiculari ad eandem diametrum A B: & per centrum quoque M paralleli Solis ducatur recta T M parallela eidem diametro Horizontis ſecans ex ſecundo Probl. Sexti Element. rectam Q X per æqualia in T.

Ex datis autem huius ſic expoſitæ delineationis varijs modis ad inquiſitionem Altitudinis Solis licet peruenire. Et primò quidem datur diſtantia Solis à Meridiano, quàm menſurat arcus ſui paralleli Q O, cuius Sinus primus O P, ſecundus P M, Sinus verſus Q P, qui ſanè haberi poſſunt in ratione totius Sinus Q M.

Secundò, Altitudo Solis Meridiama facile innoceſcit; nam addendo Altitudini A E Aequatoris, ideſt complemento Eleuationis Poli Declinationem E Q Solis Boream, vel auferendo Auſtrinam, conficitur dicta Altitudo Solis Meridiana A Q, cuius Sinus eſt Q V, poſito Sinu toto E I.

Tertiò euadit etiam nota Solis depreſſio Meridiana B R, ſed contrario modo, addendo complemento Eleuationis Poli Declinationem F R Solis Auſtrinam; vel ab eodem auferendo Borealem. Huius autem Sinus eſt V X in ratione totius Sinus A I.

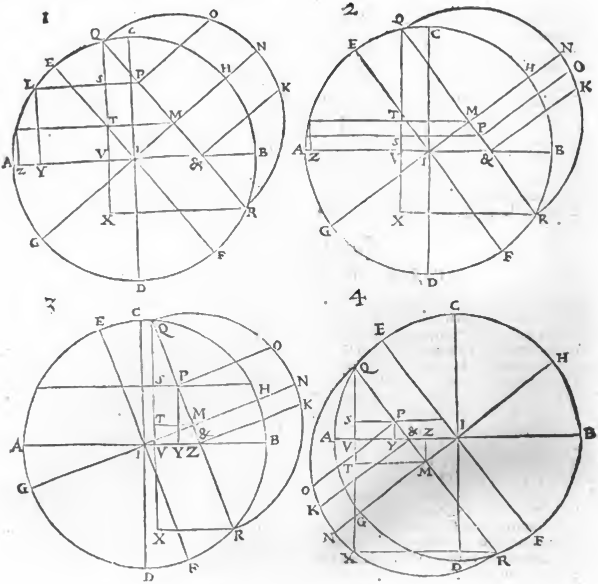
PRIMVS MODVS

Ex aliorum ſententia.

ASſumantur duo Triangula Rectangula ſimilia Q T M, Q S P, vt patet. Quoniam ex quarta Sexti Elem. vt eſt Q M ad P M, ita eſt Q T ad S T, dantur autem notæ tres priores lineæ, igitur quarta S T non ignorabitur, quæ Proſtaphæreſis eſt reſpectu rectæ T V, quæ Sinus eſt Altitudinis Solis ad horam ſextam, eſtque differentia inter dimidium aggregati ex Sinu Altitudinis Meridianæ Solis, & depreſſionis eiuſdem ab alterutro ipſorum. Quare, ſi fiat, vt Sinus totus Q M ad Sinum

PM ſecun-

P M ſecundum diſtantiæ Solis à Meridie, ita Q T dimidium aggregati ex Sinu Q V Altitudinis Solis Meridianæ, & ex Sinu V X depreſſionis eiuſdem ad S T Proſtaphæreſin; inuenietur quidem ipſa S T, quæ collata cum T V Sinu horæ ſextæ per additionem, vel ſubtractionem producetur S V, Sinus Altitudinis Solis A L ad horam datam,



Operatio. Sume primò Sinum Altitudinis Solis Meridianæ, & Sinum depreſſionis eiuſdem, eosq; ſimul aggrega, capiendo aggregati dimidium pro recta Q T, quam ſerua pro primo Inuento.

Secundò conferas hoc primum Inuentum cum Sinu Altitudinis Meridianæ, vel cum Sinu depreſſionis Meridianæ, vt per ſubductionem minoris de maiore tibi conſtet recta T V, quæ Sinus eſt horæ ſextæ, & Inuentum ſecundum appellatur.

Tertiò multiplica Sinum ſecundum P M diſtantiæ Solis à Meridie in primum Inuentum Q T, & abiectis quinq; notis quotiens dabit Inuentum tertium S T, hoc eſt æquationem Altitudinis; quæ addita, vel ablata à Sinu T V Altitudinis Solis ad horam ſextam, id eſt ab Inueto ſecundo, vel contrà ablato Inuento ſecundo, prout admonet ſequens tabella, à tertiò dabit tandem Sinum S V, ideſt rectam L Y Altitudinis Polis A L ad horam propoſitam.

Cùm

Cùm Solis diſtantia à Meridiano fuerit Quadrante, ſeu ſex horis
- Minor, & habuerit Declinationem
  - Borealem, additur tertium Inuentum, id eſt æquatio S T ſecundo Inuento, id eſt ſinui T V horæ ſextæ, vt in prima figura
  - Auſtralem, auſertur contra ſecundum Inuentum, ideſt Sinus horæ ſextæ T V à dicta æquatione, ſeu tertio Inuento S T, vt in tertia figura.
- Maior, auſertur tertium Inuentum ſeu Aequatio S T à ſecundo Inuento, ſeu Sinu T V horæ ſextę, vt in ſecunda figura; tuncq; Sol obtinet ſemper Declinationem Borealem.

& prodit Sinus S V Altitudinis Solis ad horam propoſitam.

Exemplum primum congruens ſecundæ figuræ.

Solis locus detur in grad. 6. ♊, cuius ad horam ſeptimam à Meridie quæratur Altitudo ſupra Horizontem, cui Polus Boreus attollatur gr. 45. Vt in hac calculi forma.

	G M S		
Altitudo Poli.	45 0 0		
Altitudo Aequatoris A E	45 0 0		
Declinatio Solis Borea	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana A Q	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius Q V.*
Depreſsio Solis Meridiana B R	23 36 52	4 0 0 5 5	*Sinus eius V X.*
		1 3 1 6 8 2	*Aggregatum eorum Q X*
		6 5 8 4 1	*Semiſsis, ideſt primum Inuentum Q T*
Arcus ei congruus eſt Alt. Solis O ad hor. 6.	14 56 30	2 5 7 8 6	*Sinus dictæ Altitudinis, i. Inuentum 2. T V*
Diſtantia Solis à Meridie horarum 7.	105 0 0	2 5 8 8 2	*Sinus eius 2. M P, i Sinus exceſſus ſup Qua.*
		1 7 0 4 2	*Sinus prodiens, i. æquatio Alt. ſeu 3 Iuen S T*
Altitudo Solis ad horam propoſitam	5 1 1	8 7 4 4	*Sinus S V prodiens ex ſubtra. 3. Inuenti à 2.*

Exemplum ſecundum. Cùm Solis diſtantia fuerit minor Quadrante, ſeu horis ſex ſtantibus iiſdem: vt in prima figura.

Diſtantia Solis à Meridie hor. 4.	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus M P*
		3 2 9 2 0	*Sinus prodiẽs, i. ęquatio Alt ſeu 3. Inuen S T.*
Altitudo Solis quæſita	36 56 55	5 8 7 0 6	*Aggr. S V ex æquatione, & Sinu horæ 6.*

II. MODVS *Noſter.*

IN Triangulis Rectangulis Q V &, Q S P ſimilibus latera ſunt proportionalia ex eadem quarta Sexti Element. Nam vt eſt Q& ad QP, ita eſt Q V ad Q S. Similiter etiam, vt eſt Q& ad P&, ita Q V ad S V. Eſt autem Q& Sinus verſus ſemidiurni Solis in ſuo parallelo: P Q Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridie in eodem parallelo: & P& eſt differentia inter Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridie, & Sinum verſum arcus ſemidiurni Solis. Sed Q S eſt differentia inter Sinum Altitudinis Meridianæ, & Sinum Altitudinis Solis ad horam datam.

Quare ſi fiat, vt Sinus verſus arcus ſemidiurni Solis ad Sinum verſum diſtantiæ eiuſdem à Meridie, ita Sinus Altitudinis Meridianæ ad differentiam inter Sinum Altitudinis Solis Meridianæ, & Sinum Altitudinis eiuſdem ad horam datam; habebitur quidem ipſa differentia, quæ ſemper ſublata à Sinu Altitudinis Meridianæ, relinquet Sinum Altitudinis Solis ad horam propoſitam.

Pariter quoque ſi fiat, vt Sinus verſus arcus ſemidiurni ad differentiam inter Sinum verſum dicti arcus ſemidiurni, & Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridie; ita Sinus Altitudinis Meridianæ ad Sinum Altitudinis ad horam datam, habebitur quidem ipſa Altitudo. Sed cùm hic ſtatuatur pro diuiſore

Sinus

Sinus verſus arcus ſemidiurni, operoſior eſt aliquanto calculus, licet ſatis clarus ſit; ideoque exempla relinquemus.

III. MODVS Noſter.

MOdus hic vltimus eſt valdè planus ac facilis, nec varietate caſuum implicatur, vt primus. Cùm igitur ſit QM Sinus totus ad PQ Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridie, vt QT ſemiſſis Aggregati Sinuum Altitudinis Meridianæ Solis, & depreſſionis eiuſdem ad QS differentiam inter Sinum Altitudinis Meridianæ & Sinum Altitudinis Solis ad horam datam; multiplicetur Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridie in ſemiſſem aggregati ex Sinibus Altitudinis, & depreſſionis Solis Meridianæ; & procreabitur poſt ablationem quinque figurarum dicta Sinuum differentia, ſubtrahenda ſemper à Sinu Altitudinis Meridianæ, vt relinquatur Sinus Altitudinis Solis ad horam datam. Vnde & ipſa Altitudo obtinebitur.

Exemplum idem primum cum ſuperiore.

	G M S		
Altitudo Poli	45 0 0		
Compl. eius, ideſt Altitudo Aequatoris.	45 0 0		
Declinatio Solis Borea	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana AQ	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius QV.*
Depreſsio Solis Meridiana BR	23 36 52	4 0 0 5 5	*Sinus eius VX.*
		1 3 1 6 8 2	*Aggregatum eorum QX*
		6 5 8 4 1	*Semiſsis eius QT.*
Diſtantia Solis à Meridie hor. 7.	105 0 0	1 2 5 8 8 2	*Sinus eius verſus QP multiplic. in QT.*
		8 2 8 8 2	*Productum QS ſubtrahendum à QV.*
Altitudo Solis ad horam propoſitam	5 1 1	8 7 4 5	*Relictum SV, id eſt Sinus Altitudinis.*

Exemplum ſecundum ad horam ante Meridiem, manentibus iiſdem.

Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius QV.*
		6 5 8 4 1	*Semiſsis QT.*
Diſtantia Solis à Meridie hor. 4.	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius verſus multiplic. in QT*
		3 2 9 2 1	*Productum QS ſubtr. à QV.*
Altitudo Solis quæſita	35 56 55	5 8 7 0 6	*Relictum SV, ideſt Sinus Altitudinis.*

Nota. Poteſt etiam fieri, vt Sinus totus QM ad P & differentiam inter Sinum verſum arcus ſemidiurni, & Sinum verſum diſtantiæ Solis ad horam datam à Meridie; ita QT ſemiſſis aggregati Sinuum Altitudinis Solis Meridianæ & depreſſionis eiuſdem ad PV Sinum Altitudinis Solis ad horam datam. Quamobrem multiplicando differentiam inter dictos duos Sinus verſos in ſemiſſem aggregati ex Sinibus Altitudinis Meridianæ, & depreſsionis; ſi à producto reijciantur quinque figuræ dextræ, relinquetur Sinus Altitudinis Solis ad horam quæſitam.

APPENDIX.

CVm occurrerit explorare Altitudines Solis ad ſingulas horas, vel pro ſingulo gradu loci Solis, vel tantùm pro duobus punctis Tropicis, tunc compendioſè te expedies. Quotieſcunque enim eſt idem gradus loci Solis, ſinguli termini manent ad ſingulas horas; præterquam quod neceſſe eſt Sinum verſum pro ſingulis horis accipere, ipſumq; multiplicare in ſemiſſem aggregati ex Sinu Altitudinis Meridianæ, & depreſſionis eiuſdem. Nam poſt abiectionem quinque numerorum à dextra remanet differentia, ſubtrahenda ſemper à Sinu Altitudinis Meridianæ, vt prodeat Sinus Altitudinis Solis ad ſingulas horas.

Exemplum de horis Aſtronomicis ad Eleuationem Poli gr. 44. in vtroq; Tropico.

Altitudo Poli	44 0 0		
Complementum eius, i. Altitudo Aequatoris	46 0 0		
Declinatio Maxima.	23 31 30		
Alt. Solis Mer. in tropico ♋ et depreſsio in ♑	69 31 30	9 3 6 8 3	*Sinus eius;*
Depreſsio Mer. tropici ♋ et Alt. Merid. ♑	22 28 30	3 8 2 2 8	*Sinus eius.*
		1 3 1 9 1 1	*Aggregatum ex vtroque Sinu.*
		6 5 9 5 6	*Semiſsis, qui ſemper multiplicatur in Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridie.*

Prodeunt

Digitized by Google

Prodeunt itaque ipſimet numeri tam pro Tropico ♋, quàm pro Tropico ♑, quia Altitudo Meridiana in Tropico ♋ euadit depreſsio Meridiana in Tropico ♑: & depreſsio Solis Meridiana in Tropico ♋ æquatur Altitudini Meridianæ in Tropico ♑. Vnde idem numerus 65956. multiplicandus eſt pro vtroque Tropico; & reliquum calculi ſic ſe habet.

Horæ A Meri.	*Horæ Poſt Mer.*	*Diſtãtia à Merid.*	*Sinus Verſus*	*Differentia Sinuum*	*Sinus Altitudinis in Tropico ♋*	*Alt. Solis in Tropico ♋*	*Sinus Altitudinis in Tropico ♑*	*Alt. Solis ĩ tropico ♑.*
11	1	15	3407	2247	91436	66 7	35981	21 5
10	2	30	13397	8836	84847	58 3	29393	17 6
9	3	45	29289	19318	74365	48 2	18911	10 54
8	4	60	50000	32978	60705	37 23	5251	3 1
7	5	75	74118	48885	44798	26 37		
6	6	90	100000	65956	27727	16 6		
5	7	105	125882	83027	10656	6 7		

Exemplum ſeundum de horis ab Occaſu ad Latitudinem Regionis grad. 45.

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0		
Complemen. eius ſeu Altitudo Aequatoris	45 0 0		
Declinatio Solis Maxima.	23 31 30		
Altit. Solis Merid. in ♋ & depreſsio in ♑	68 31 30	93058	*Sinus eius.*
Alt. Solis Merid. in ♑ & depreſsio in ♋	21 28 30	36609	*Sinus eius.*
		129667	*Aggregatum è Sinibus.*
		64833	*Semiſsis eius multiplicator.*

Reliquum calculi pro Tropico ♋.

Hora ab Occaſu		*Diſtantia à Meridia.*	*Sinus eius verſus.*	*Differentia Sinuum*	*Sinus Altitudinis Solis in Trop. ♋*	*Alt. Solis in Tropico ♋*
	H	*G M*				*G M*
Arcus ſemidiurnus pro vna hora		115 48				
		15 0				
Hora	23	100 48	118738	76981	16077	9 15
	22	85 48	92676	60086	32973	19 15
pome-	21	70 48	67113	43512	49547	29 42
	20	55 48	43792	28392	64667	40 17
ridi-	19	40 48	24300	15755	77303	50 38
	18	25 48	9968	6463	86596	60 0
ana.	17	10 48	1771	1148	91916	66 48
Hora	16	4 12	269	174	92884	68 15
	15	19 12	5562	3606	89453	63 27
anteme-	14	34 12	17292	11211	81847	54 56
	13	49 12	34658	22470	70588	44 54
ridi-	12	64 12	56477	36616	56442	34 22
	11	79 12	81262	52685	40373	23 49
ana.	10	94 12	107324	69583	23477	13 35
	9	109 12	132887	86156	6903	3 57

Digitized by Google

Pro Tropico ♑.

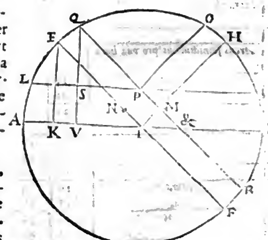
Horæ ab occaſu.		Diſtantia à Meridiano G	M	Sinus eius verſus	Differentia Sinuum	Sinus Altitudinis Solis in ♑.	Altitudo Solis in ♑.	
Arcus ſemidiurnus.		64	12					
	23	49	12	34658	22470	14139	8	8
Horæ antemeridianæ.	22	34	12	17292	11211	25398	14	43
	21	19	12	5562	3606	33003	19	16
	20	4	12	269	174	36435	21	22
	19	10	48	1771	1148	35461	20	46
Horæ pomeridianæ.	18	25	48	9968	6463	30146	17	33
	17	40	48	24300	15755	20854	12	2
	16	55	48	43792	28392	8217	4	43

IV. MODVS.

FIat primò, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Declinationis Solis, ita Sinus ſecundus Altitudinis Poli ad primum productum: Deinde fiat, vt Sinus totus ad primum hoc productum, ita Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridiano ad exceſſum, quo Sinus Altitudinis Solis Meridianæ ſuperat Sinum Altitudinis ad horam quæſitam.

Operatio. Multiplicetur Sinus ſecundus Declinationis Solis in Sinum ſecundum Eleuationis Poli, & reciſis quinque notis à dextra habebitur primum productum; quod ſanè per Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridiano ducatur: & ab hoc vltimo numero producto tollantur rurſus quinque notæ, & reliquum auferatur ſemper à Sinu Altitudinis Solis Meridianæ: & remanebit Altitudo Solis ad horam propoſitam.

Demonſtratio.



PRopoſita figuratione ad inſtar præcedentium, intelligamus E N Sinum eſſe verſum diſtantiæ Solis à Meridiano in diametro Æquatoris proportionalem Sinui verſo Q P reſpectu diametri paralleli Solis. Videlicet, vt quam habet proportionem Q M ſemidiameter dicti paralleli, quæ eſt ad inſtar Sinus totius, ad P Q Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridiano reſpectu eiuſdem paralleli: eandem habeat ſemidiameter Aequatoris E I, quæ Sinus eſt totus, ad E N Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridiano in ipſomet Æquatoris diametro.

Quoniam igitur Triangula E K I, Q S P ſunt ſimilia, vt patet, erit Sinus totus E I ad E K Sinum ſecundum Eleuationis Poli; vt Q P Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridie in ſuo parallelo, ideſt reſpectu Sinus totius Q M ad Q S exceſſum, quo Sinus Q V Altitudinis Meridianæ ſuperat Sinum S V Altitudinis Solis ad horam datam. Præterea vt eſt idem Sinus totus E I ad Q M ſemidiametrum Aequatoris, qui eſt Sinus ſecundus Declinationis Solis reſpectu totius Sinus E I; ita eſt E N Sinus verſus in diametro Æquatoris ad Q P Sinum verſum diametri paralleli. Igitur per compoſitionem rationis ad ſimilitudinem demonſtrationis per 37. Theorema Primi libri erit quadratum Sinus totius ad Rectangulum ſub Sinibus ſecundis Eleuationis Poli, & Declinationis Solis, vt eſt E N Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridie ad Q S exceſſum Sinus Altitudinis Meridianæ ſupra Sinum Altitudinis ad horam propoſitam; vt hic in clariori forma vides.

Vt	ita
E I Sinus totus ad E K	Q P ad Q S
E I Sinus totus ad Q M	E N ad Q P

Quocirca,

Digitized by Google

Quocirca, vt quadratum E I ad Rectangulum ſub E K, Q M, ita E N ad Q S. Vt autem quadratum totius Sinus ad Rectangulum ſub duobus Sinibus, ita Sinus totus ad quartum numerum proportionalem, quem gignunt illi duo Sinus ſimul multiplicati, & per totum diuiſi, vt conſtat ex Theoremate 36. Primi huius.

Sed & alia ratione, & fortaſſis facilius hic quartus modus intelligi tractariq; poteſt. Videlicet cum ob ſimilitudinem Triangulorum ſit Sinus totus E I ad E K Sinum ſecundum Eleuationis Poli, vt eſt Q P Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridie ad Q S differentiam inter Sinum Altitudinis Solis ad horam quæſitam, & Altitudinis Meridianæ. Verùm cùm tam Sinus E K notus, quàm Sinus Q S quærendus cogniti ſint reſpectu totius Sinus E I; Sinus verò verſus Q P non ſit datus reſpectu totius Sinus E I, ſed reſpectu totius Sinus Q M, idcirco oportebit ipſam Q P reducere ad partes totius Sinus E I hac Analogia.

Fiat, vt Q M Sinus totus in dicto parallelo ad eandem Q M notam reſpectu totius Sinus E I, eò quia eſt Sinus ſecundus Declinationis Solis, ita Q P Sinus verſus diſtantiæ Solis à Meridie reſpectu Q M Sinus totius cogniti ad eandem Q P, qualium E I eſt Sinus totus.

Vel ſi placuerit, multiplicetur Sinus ſecundus Declinationis Solis in differentiam inter Sinum verſum arcus ſemidiurni, & Sinum verſum diſtantiæ Solis à Meridie, quæ differentia eſt recta P &, & productum per integrum Sinum partiatur, & prodibit Inuentum primum, id eſt dicta recta P & in partibus ſemidiametri, ſeu Sinus totius E I. Deinde multiplicetur primum hoc Inuentum in Sinum ſecundum Eleuationis Poli, & abiectis quinque notis dextris remanebit Sinus Altitudinis Solis ad horam propoſitam. Vt enim Sinus totus E I ad E K Sinum ſecundum Eleuationis Poli, ita primum Inuentum, ideſt recta P & cognita in partibus totius Sinus E I ad S V Sinum Altitudinis Solis ad horam quæſitam. Quod demonſtratu facile eſt; enimuerò cùm ob ſimilitudinem Triangulorum ſit E I ad E K, vt Q P ad Q S; deinde cùm ſit tota Q & ad Q V totam, vt ablata Q P ad ablatam Q S, erit reliqua P & ad reliquam S V, vt tota Q & ad totam Q V, ideſt vt E I ad E K. Quod tali Exemplo confirmabimus.

	G	M	S		
Arcus ſemidiurnus Solis in grad.6. ♊	113	3	0	139153	*Sinus eius verſus.*
Diſtantia Solis à Meridie	60	0	0	50000	*Sinus eius verſus.*
				89153	*Differentia Sinuum, ideſt recta P &.*
Declinatio Solis	21	23	8	93114	*Sinus eius ſecundus.*
				83014	*Inuentum primum.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Solis ad horam propoſitam	35	56	55	58700	*Sinus proueniens.*

PROBLEMA XI.

Eandem Altitudinem Solis ſupra Horizontem alia ratione exquirere ex iiſdemmet datis, hoc eſt Poli Eleuatione, Solis Declinatione, ac eiuſdem à Meridiano diſtantia.

CVm Solis diſtantia à Meridiano æquatur Quadranti, facilè eſt definire ipſius Altitudinem ſupra Horizontem, ſicut diximus in ſuperiore Problemate. Verùm vbi fuerit vel maior vel minor Quadrante, prolixiore eget operatione, vt ibidem diximus, & hic apparebit.

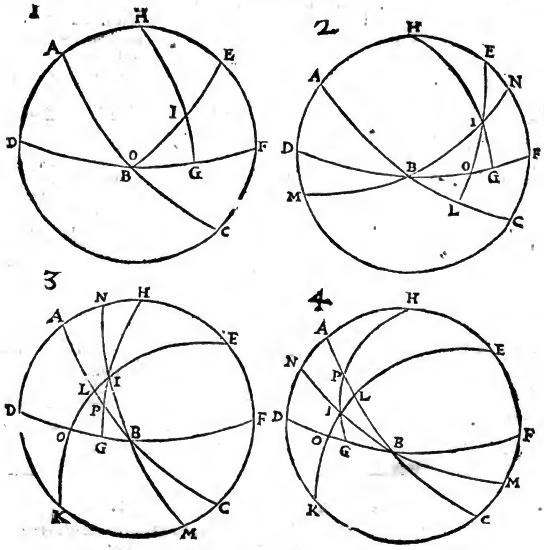
Eſto itaq; Meridianus circulus D C F E, cui, ſicut ſupra, applicetur medius Horizon D B F, cuius Polus ſit H Vertex: ſcilicet Regionis: Aequatoris medietas ſit A B C, & Mundi Polus Boreus E. A Vertice autem H per Solem in I conſtitutum deſcendat Quadrans Altitudinis H I G, cuius portio G I reſpondet Altitudini ipſius Solis, quam exquirere propoſuimus. Intelligatur etiam per Solem in I, & per punctum veri ortus vel occaſus B duci circulum magnum M I N, qui rectus erit ad Meridianum.

Primò igitur in Triangulo Rectangulo I N E datur Baſis I E. complementum ſcilicet Declinationis, Solis, cum angulo I E N diſtantiæ Solis à Meridiano, vt in tertia & quarta figura, in quibus ſupponimus diſtantiam Solis à Meridiano eſſe minorem Quadrante; vel cum angulo I E N, qui complementum eſt ad ſemicirculum diſtantiæ Solis à Meridiano, quando plus Quadrante recedit Sol à Meridiano, vt in ſecunda figura. Ex his itaque dabitur per primum Problema Tertij latus I N, quod vocamus primum Inuentum, & eſt diſtantia Solis à Meridiano numerata in circulo magno per Solem, & per puncta veri ortus, & occaſus Aequatoris ducto.

Digitized by Google

Secundò ex eadem Baſi I E, ideſt complemento Declinationis Solis, & ex hoc primo Inuento I N colligemus per V I I I. Problema Tertij latus E N, quod vocamus ſecundum Inuentum.

Tertiò ex hoc ſecundo Inuento E N, & complemento Altitudinis Poli H E eliciemus tertium Inuentum, nempe latus H N, iuxta cautiones ſequentis Tabellæ.



Quando diſtantia Solis à Meridiano fuerit Quadrante

- maior; fiat Additio ſecundi Inuenti N E, & complementi Eleuationis Poli H E, vt in ſecunda figura.
- minor, & declinatio Solis fuerit
  - Meridiana, à complemento ſecundi Inuenti N E ad ſemicirculum auferatur complemẽtum Altitudinis Poli H E, vt in quarta figura.
  - Borea, à ſecundo Inuento N E auferatur complementum Eleuationis Poli H E, vt in tertia figura.

& prodibit latus H N pro tertio Inuento.

Ad extremum ſumpto Triangulo Rectangulo N H I, quoniam in eo dantur duo latera circa rectum,

Digitized by Google

ctum, nempe NI Inuentum primum, & NH tertium: dabitur per ſecundum Problema Tertij latus GI Altitudinis Solis ſupra Horizontem.

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum diſtantiæ Solis à Meridiano, ita Sinus ſecundus Declinationis Solis ad Sinum Inuenti primi. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Secantem Inuenti primi, ita Sinus Declinationis Solis ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi. Ad hæc ex hoc ſecundo Inuento, & ex complemento Altitudinis Poli procreatur, vt ſupra diximus, Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Inuenti tertij; ita Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum Altitudinis Solis.

Exemplum primum.

Sit Sol in grad. 6. ♊ diſtans à Meridiano grad. 105. ſeu horis 7. cuius Declinatio datur eadem, quæ ſupra fuit adnotata. Vnde prodit talis calculus.

	G M S		
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	75 0 0	96592	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	21 23 8	93114	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum IN	64 4 50	89941	*Sinus prodiens ex operatione.*
		228777	*Secans primi Inuenti.*
		36464	*Sinus Declinationis Solis.*
Inuentum ſecundum NE	33 28 0	83421	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Altitud. Poli addendum	45 0 0		
Inuentum tertium NH	78 28 0	19994	*Sinus eius ſecundus.*
		43711	*Sinus ſecundus primi Inuenti.*
Altitudo Solis quæſita	5 0 51	8740	*Sinus proueniens.*

Exemplum ſecundum.

Sit Sol diſtans à Meridiano gradibus 60. id eſt horis quatuor, dum poſſidet grad. 6. ♊ atque tunc ſic proueniet calculus.

Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	86603	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	21 23 8	93114	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	53 44 45	80640	*Sinus Inuenti primi prodiens.*
		169100	*Secans primi Inuenti.*
		36464	*Sinus Declinationis Solis.*
Inuentum ſecundum	51 55 51	61661	*Sinus ſecundus Inuenti ſecundi.*
Complem. Eleuationis Poli ſubtrahendum	45 0 0		
Inuentum tertium	6 55 51	99269	*Sinus eius ſecundus.*
		59137	*Sinus ſecundus primi Inuenti.*
Altitudo Solis quæſita	35 56 53	58705	*Sinus prodiens.*

II. MODVS Per Proſtaphæreſin.

TRiplicem quæſitum hoc Proſtaphæreticam operationem exigit; & prima quidem fit cum Diſtantia Solis à Meridiano, & complemento Declinationis eiuſdem, vt colligatur Inuenti primi Sinus: deinde primum hoc Inuentum permutandum eſt in arcum arealem quarti Ordinis Magni Canonis; & cũ hoc arcu atque cum Declinatione Solis inſtituenda eſt operatio 2ª. Proſtaphæretica, vt emergat Sinus ſecundus Inuenti ſecundi: cum quo ſecundo Inuento & cum Eleuatione Poli, pro admonitione ſuperioris Tabellæ, conficitur Inuentum tertium. Cum hoc demum & cum primo Inuento replicatur denuo operatio Proſtaphæretica iuxta ſecundam formam, vt habeatur tandem Sinus Altitudinis Solis quæſitæ: ſed pro maiore rei explicatione eadem duo Exempla ſubijciemus.

Exemplum primum.

Complem. ad ſemicir. diſtan. Solis à Mer.	75 0 0		
Declinationis Solis complementum	68 36 52		
Differentia	6 23 8	99377	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	143 36 52	80504	*Sinus eius ſecundus.*
		179881	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	64 4 50	89941	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*

Declinatio

Digitized by Google

	G	M	S		
Declinatio Solis	21	23	8		
Inuentum primum commutatũ ex 4.Ord.	13	13	31		
Differentia	8	9	37	9 8 9 8 7 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	34	36	39	8 2 3 0 3 0	*Sinus eius ſecundus.*
				1 6 6 8 4 4	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum	33	28	0	8 3 4 2 2	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Altitudinis Poli adden.	45	0	0		
Inuentum tertium	78	28	0		
Inuentum primum	64	4	50		
Differentia	14	23	10	9 6 8 6 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	142	32	50	7 9 3 8 5	*Sinus exceſſus.*
				1 7 4 7 9	*Differentia Sinuum.*
Altitudo Solis quæſita	5	0	51	8 7 4 0	*Sinus prodiens.*

Exemplum ſecundum.

Declinationis Solis complementum	68	36	52		
Diſtantia eiuſdem à Meridiano	60	0	0		
Differentia	8	36	52	9 8 8 7 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	128	36	52	6 2 4 0 8	*Sinus exceſſus.*
				1 6 1 2 8 0	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	53	44	45	8 0 6 4 0	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*
Declinatio Solis	21	23	8		
Inuentum primum commut. ex 4.,Ordine	9	44	8		
Differentia	11	39	0	9 7 9 4 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	31	7	16	8 5 6 0 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
				1 2 3 3 2 3	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum	51	55	51	6 1 6 6 1	*Dimidium, id eſt Sinus 2.*
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0		
Inuentum tertium	6	55	51		
Primum Inuentum	53	44	45		
Differentia	46	48	54	6 8 4 3 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	60	40	36	4 8 9 7 4	*Sinus eius ſecundus.*
				1 1 7 4 1 0	*Aggregatum Sinuum.*
Altitudo Solis ad horam propoſitam	35	56	53	5 8 7 0 5	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per Tabulas Analogiarum.*

SVme primò lateraliter ex Generali Tabula diſtantiam Solis à Meridiano in fronte, & Declinationem Solis à latere dextro; vel diſtantiam iam dictam à latere ſiniſtro,& in calce Declinationem Solis, & vtroque modo ex area elicies primum Inuentum.

Secundò comperias primum hoc Inuentum à dextro eiuſdem Tabulæ latere, & in area Declinationem Solis, & in baſe habebis Inuentum ſecundum. Siue etiam accipe primum Inuentum in calce dictæ Tabulæ, & in area Declinationem Solis, atque tunc à latere dextro patebit Inuentum ſecundum. Sed & idem haberi poteſt ex Tabula ſecundæ Analogiæ, ſumendo in fronte primum Inuentum,& à ſiniſtro latere Declinationem Solis, ſicque in area dabitur complementum ſecundi Inuenti.

Tertiò ex hoc primo Inuento & Altitudine Poli addiſce, pro conditione Tabellæ in primo modo huius propoſitæ, Inuentum tertium.

Poſtremò facto demum laterali in primam Tabulam ingreſſu cum primo & tertio Inuento, ſumptoque vno ex ijs in calce, & altero à dextro latere obtinebis ex area altitudinem Solis quæſitam.

Exemplum primum.

	G	M	S		
Complem diſtantiæ Solis à Merid. ad ſemicirculum	75	0	0	*à latere ſiniſtro*	*prima Tab.*
Declinatio Solis	21	23	8	*in calce*	
Inuentum primum	64	4	50	*in calce*	*eiuſdem primæ Tab.*
Declinatio Solis eadem	21	23	8	*in area*	

Inuentum

Inuentum ſecundum à dextro latere ſumptum	33 28 0	
Complementum Altitudinis Poli addendum	45 0 0	
Inuentum tertium	78 28 0	*in calce* } *primæ Tab.*
Primum Inuentum, vt ſupra	64 4 50	*à latere dextro* } *primæ Tab.*
Altitudo Solis quæſita	5 0 51	

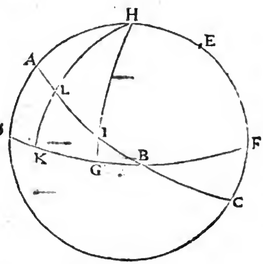
Exemplum ſecundum.

Diſtantia Solis a Meridiano	60 0 0	*à ſiniſtro latere* } *primæ Tab.*
Declinatio Solis	21 23 8	*in calce* } *primæ Tab.*
Inuentum primum	53 44 45	*in calce* } *primæ Tab.*
Declinatio Solis eadem	21 23 8	*in area* } *primæ Tab.*
Inuentum ſecundum	51 55 51	
Inuentum primum, vt ſupra	45 0 0	
Inuentum tertium	6 55 51	*à dextro latere* } *primæ Tab.*
Inuentum primum, vt ſupra	53 44 45	*in calce* } *primæ Tab.*
Altitudo Solis quæſita	35 56 53	

PROBLEMA XII.

Eandem Solis Altitudinem ſupra Horizontem omni hora colligere ex noto gradu Aſcendentis, vnà cum angulo Eclipticæ & Horizontis apud ipſum contingente.

TRansferatur huc ſchema, quo vſi fuimus Probl. 33. Sexti libri, in quo Meridiano ADCF aptatur Horizontis Medietas DBF, & Eclipticæ medietas ABC. Datur autem nunc Sol in puncto I, cuius Altitudo IG quærenda eſt, mediante gradu B Aſcendentis noto, cum angulo Eclipticæ & Horizontis IBG per tertium Problema huius explorato. Hic itaq; perpendendum eſt Triangulum IGB Rectangulum, in quo datur Baſis IB diſtantiæ loci Solis ab Horoſcopo ſeu ab Occaſu; daturque etiam angulus IBC Eclipticæ & Horizontis. Vnde per Problema primum Tertij huius patefiet latus IG, Altitudo nempe Solis ſupra Horizontem.



I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli Eclipticæ & Horizontis apud punctum Aſcendentis vel Occaſus datum; ita Sinus diſtantiæ Solis ab Ortu vel Occaſu ad Sinum Altitudinis eiuſdem.

Exemplum. *Sit Sol in grad. 6. ♊, dum obtinet diſtantiam ab Aſcendente gr. 48. 49′. & ſit quidem Aſcendens grad. 24. 59′. ♋, apud quem Ecliptica cum Horizonte facit angulum grad. 51. 5′. cum quibus exquiro Solis Altitudinem hac forma.*

Angulus Eclipticæ & Horizontis	51 5 0	77806	*Sinus eius.*
Diſtantia Solis ab Aſcendente	49 59 0	75412	*Sinus eius.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	35 56 55	58706	*Sinus prouenient.*

II. MODVS *Per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.*

FAcilè obtinebitur Altitudo Solis, ſi cum angulo Eclipticæ & Horizontis, & cum diſtantia eius ab Aſcendente vel Occaſu operationem Proſtaphæreticam inſtitues; & enaſcetur ex ea Sinus Altitudinis ipſius Solis.

Exemplum

Exemplum idem.

	G M S		
Angulus Ecliptica & Horizontis *Diſtantia Solis ab Aſcendente*	51 5 0		
Differentia	2 6 0	9 9 9 3 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	100 4 0	1 7 4 7 9	*Sinus exceſſus.*
		1 1 7 4 1 2	*Aggregatum Sinuum.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	35 56 55	5 8 7 0 6	*Dimidium, id eſt Sinus quaſitus.*

III. MODVS *Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

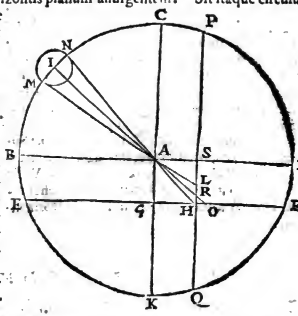
FAc lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam cum angulo Eclipticæ & Horizontis, & cum di-ſtantia Solis ab Ortu vel Occaſu, comperiendo vnum ex his numeris frontaliter, & alium à latere ſiniſtro, & ex area obtinebis Altitudinem ipſius Solis quæſitam.

Vt in dicto Exemplo accipiendo in fronte grad. 48. 59'. & à ſiniſtro latere grad. 51. 5'. reſpondet in area Altitudo Solis grad. 35. 56'. 55". ſicut ſupra.

PROBLEMA XIII.

Data ratione vmbra ad ſuum Gnomonem vel ſtylum Altitudinem Solis conijcere.

INitiò ſciendum eſt, duplicem dari vmbram reſpectu vmbroſi, rectam ſcilicet & verſam. Vmbra recta eſt, quæ efficitur à Gnomone ſeu vmbroſo perpendiculariter ſuper planam ſuperficiem Horizonti erecto æquidiſtantem. Verſa vmbra eſt, quæ emanat à Gnomone Horizonti parallelo in ſuperficiem aliquam perpendiculariter ſupra Horizontis planum aſſurgentem. Sit itaque circulus Sphæræ maximus B D C, in quo duæ diametri ſeſe ad rectos ſecent angulos in ipſo centro A, vna ſit B D Horizontalis, & OK Verticalis. Planum verò Horizonti B D æquidiſtans ſit E F, in quo ad rectos angulos aſſurgat Gnomon ſeu ſtylus A G efficiens vmbram in ipſo Plano G H, dum Sol obtinet Altitudinem ſupra Horizontem O B; quæ ſanè vmbra non à centro Solis O, ſed à ſupremo limbo N emanat; vmbra enim G I ab ipſo Solis centro cauſata nequit diſcerni; eò quòd pars H I à ſupremo limbo Solis perpetuo illuminatur. Sit præterea Planum Verticale P Q, in quo Gnomon ſeu ſtylus A S rectè infixus eſt parallelus ipſi Horizonti, cuius vmbra verſa ſit S L, dum Sol obtinet eandem Altitudinem ſupra Horizontem O B; quæ vmbra non à Solis cẽtro eiaculatur, ſed potius ab infimo eius limbo M; niſi enim pars illa inferior Solis luceret, tota vmbra S R conſpiceretur, nec pars L R illuminaretur.



Primò itaque ſi vmbra recta æqualis eſt Gnomoni ſeu vmbroſo; altitudo ſupremi limbi Solis adæquat ſemiſſem Quadrantis, ſiue gr. 45. vnde detracta ab ipſa ſemidiametro apparenti O N, relinquetur Altitudo O B centri ipſius Solis ſupra Horizontem. Similiter etiam ſi vmbra verſa æquatur Gnomoni, Altitudo inferioris Limbi Solis erit præcisè grad. 45. à qua ſi reijciatur ſemidiameter Solis apparens, relinquetur Altitudo eiuſdem centri Solis ſupra Horizontem.

At ſi verò vmbra recta minor fuerit Gnomone, Altitudo ſupremi Limbi Solis maior erit gr. 45. ſin maior, minor erit Altitudo gr. 45.

Si verò vmbra verſa minor fuerit Gnomone, minor erit inferioris Limbi Solis altitudo grad. 45. ſin autem maior, erit & Altitudo maior.

Demus itaque nunc ex obſeruatione notam eſſe proportionem vmbræ ad ſuum vmbroſum, vnde facili negocio dabitur Solis altitudo, id eſt angulus A H G, qui æqualis eſt angulo N A B, vel angulus S A R æqualis angulo M A B. Sit igitur primò nota vmbræ rectæ G H Longitudo, reſpectu

Gnomonis

Digitized by Google

Gnomonis A G dati partium 10, vel 100, vel 1000, vel 100000, ſeu etiam 10000000: vt habeatur Altitudo Solis, quærenda eſt arealiter ipſa vmbra in Tangentium ordine, relinquendo tot numeros à dextra ipſius Canonis, quot in oblato Gnomonis numero reſpectu integri Sinus deficiantur: atque ſic in calce, & à latere dextro patebit Altitudo Solis, non quidē ipſius centri, ſed ſupremi limbi. Quare ab ipſa auferenda erit ſemidiameter Solis apparens, quæ eſt circiter 15. minutorum, vt relinquatur Altitudo ipſius centri Solis.

Exemplum. *Data ſit vmbræ longitudo particularum 535, qualium Gnomon 1000. quæro igitur hunc numerum in area Tangentium, relinquendo quatuor notas, & video deberi ipſum grad. 61. 51′. à quibus reijcio min. 15. & remanent gr. 61. 36′. qualis eſt Altitudo centri Solis.*

Quòd ſi vmbræ longitudo data ſit non qualium Gnomon refert Sinum totum, tunc quidem multiplicanda venit per Sinum totum, & productus numerus partiendus eſt per Gnomonem datum, & emerget Tangens ſecunda Altitudinis Solis.

Exemplum. *Plinius lib. 2. Naturalis Hiſtoriæ cap. 72. refert ſuo tempore Æquinoctij die in Vrbe Roma nonam partem Gnomonis defuiſſe vmbra, id eſt qualium Gnomon eſt nouem, talium fuiſſe vmbram octo. Vnde multiplicando numerum hunc vmbræ 8 per integrum Sinum, & productum partiendo per 9. colligitur Tangens ſecunda 88889. quæ in area Tangentium obſeruata oſtendit in calce & à latere dextro gr. 48. 22′. pro Altitudine ſupremi limbi Solis; ab hac tollo ſemidiametrum Solis min. 15. & relinquetur tandem ipſius centri Solaris altitudo ſupra finitorem Romanum gr. 48. 7′.*

Fingamus modò datam eſſe vmbram verſam in ratione Gnomonis ad inſtar totius Sinus, tunc quidem ingreſſus eundem Canonem Tangentium excipies à latere ſiniſtro, & in fronte Altitudinem ipſius Solis, non quidem centri ſed inferioris limbi ipſius. Vnde addendo inuento huic numero ſemidiametrum Solis apparentem, producetur Altitudo ipſius centri Solis.

Exemplum. *Data ſit vmbra verſa Solis particularum 850, qualium Gnomon 1000. Hanc quæro in Canone Tangentium arealiter, & relictis quatuor notis à dextra, video deberi ipſam gr. 40. 22′. quibus addo min. 15. pro apparente Solis ſemidiametro, & producitur Altitudo centri Solaris gr 40. 37′.*

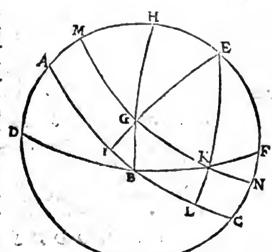
Quòd ſi vmbra data fuerit qualium Gnomon non eſt integer Sinus, multiplicabis ipſam per integrū Sinum, & productum diuides per partes Gnomonis, nam prodibit Tangens anguli ipſius Altitudinis, ſicut ſupra: quæ in fronte & à latere ſiniſtro monſtrat Altitudinem inferioris limbi Solis, cui ſimiliter addenda erit Solis diameter.

Cæterùm ſemper aſſumimus Solis ſemidiametrum minutor. 15. ob exiguam diſcrepantiam, quam efficit Sol, dum ab Apogæo, vbi obtinet ſemidiametrum min. 14. 30′. ad Perigæum, vbi obtinet ſemidiametrum minutorum 15. 30′. idque ſecundum Tychonis fundamenta.

PROBLEMA XIV.

Sole in aliquo puncto medietatis Eclipticæ verſante à parte Septentrionis, Altitudinem eius in Verticali primario, ſeu circulo Orientis elicere, data ſcilicet Poli eleuatione, ac loci Solis Declinatione.

PRoponitur hoc Problema tantum de Sole obtinente locum in medietate Eclipticæ Septentrionali: nam dum verſatur in altera Eclipticæ parte, ſeu medietate ad Meridiem vergente, non attingit vnquam circulum Verticalem primarium, propterea quod Amplitudinem habet ortiuam Meridiē verſus, nec Verticalis medietas ſupraterranea interſecat aliquem ex parallelis Auſtralibus. Statuatur autem in hoc ſchemate circulus ADCF pro Meridiano, cui adnectatur medietas Horizōtis DBF, & Æquatoris ABC. Sit autem circulus Verticalis primarius HGB per punctum G Horizontis veri Ortus vel Occaſus ductus, & ſtatuatur Sol in G, per quem incedat arcus Magni circuli Declinationis EGI. Erit itaque Triangulum Rectangulū GIB accipiēdum, in quo patet angulus IBG, quem ſubtendit arcus AH Latitudinis Regionis: & notus etiam ſupponitur arcus I G Declinationis Boreæ loci Solis. Vnde ex his non latebit per quintum Problema Tertij Baſis B G, Altitudo ſcilicet Solis ſupra Horizontem in Verticali circulo.



Tt I. MODVS

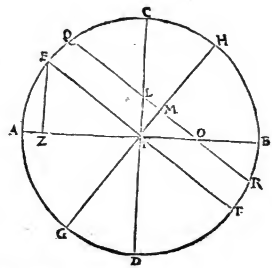
I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Altitudinis Poli, ita Sinus Declinationis Solis ad Sinum Altitudinis eiuſdem in circulo Verticali.

Exemplum. *Sit inueſtiganda Altitudo Solis in circulo Verticali ſub Poli eleuatione grad. 44. & grad. 45. dum Sol verſabitur in initio ♋.*

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	1 4 3 9 4 6	*Secans eius ſecunda.*
Declinatio Solis	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Altitudo Solis in circulo Verticali	35 4 20	5 7 4 6 0	*Sinus proueniens.*
Eleuatio Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Altitudo Solis in Verticali	34 22 0	5 6 4 4 8	*Sinus proueniens.*

APPENDIX.



AN alogia huius Problem. facilè ex figura Analemmatis demõſtratur ac deducitur, quam propoſuimus Problemate nono Sexti libri, in qua Sinus Latitudinis Regionis, id eſt Eleuationis Poli eſt Z I, Sinus Declinationis Solis eſt I M, & Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali eſt I L, qui omnes ſunt in eadem ratione, prout E I eſt Sinus totus. Eſt igitur in Triangulis ſimilibus E Z I, I M L, vt Z I Sinus Altitudinis ad Sinum totum; ita I M Sinus Declinationis Solis ad I L Sinum Altitudinis Solis in circulo Verticali, cum Z I, I M æquales reſpiciant angulos. Sed vt Z I Sinus Eleuationis Poli ad E I Sinum totum, ita totus Sinus ad Secantem eiuſdem Altitudinis Poli. igitur &c.

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

CVm Eleuatione Poli in calce & à dextro latere Magni Canonis in arealem arcum quarti Ordinis commutata; & cum Declinatione Solis abſoluitur operatio Proſtaphæretica, vt habeatur Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali.

Declinatio Solis	23 31 30		
Eleuatio Poli commutata ex 4. Ordine	8 16 36		
Differentia	15 14 54	9 6 4 7 9 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	31 48 6	8 4 9 8 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
		1 1 4 9 1 6	*Reliſtum è ſubtractione Sinuum.*
Altitudo Solis in circulo Verticali	35 4 16	5 7 4 5 8	*Dimidium, id eſt Sinus prodiens.*

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

INgredere Generalem Tabulam à ſiniſtro latere cum Eleuatione Poli, & in area cũ Declinatione Solis, & obtinebis in fronte Altitudinem eius in circulo Verticali. Aut ſi expedierit, cape in fronte Eleuationem Poli, & in area Declinationẽ Solis; atque tunc à ſiniſtro latere patebit Altitudo Solis quæſita.
Vt in dicto Exemplo cum gr. 44. à ſiniſtro latere, & gr. 23.31'.30". in area repertis, reſpondent in fronte gr. 35. 4'.16". & tanta eſt Altitudo Solis in Verticali circulo.

IV. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

FAcillimè autem obtinebitur ex area ſecundæ Tabulæ eadem Altitudo grad. 35. 4'. ſi acceperimus in calce eius Eleuationem Poli gr. 44. & à latere ſiniſtro gr. 23.31'.30". Declinationis Solis.

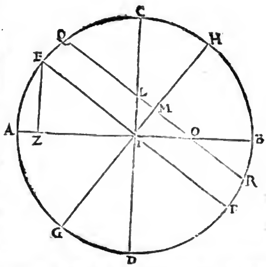
PROBLE-

PROBLEMA XV.

Altitudinem Solis in circulo Verticali aliter adinuenire ex Amplitudine ſcilicet ortiua, & Poli eleuatione.

Prima Forma.

Per Triangula Rectilinea.



REpetatur hic diagramma Analematis, quo vſi fuimus in Problemate nono Tertij, & in Appendice Problematis ſuperioris huius: in quo ſit O I Sinus Amplitudinis ortiuæ datæ, & I L Sinus Altitudinis Solis in Verticali circulo; & hæc Altitudo eſt inquirenda. Diximus in nono illo Tertij Triangula E Z I, L I O Rectilinea ex Sinibus conſtantia eſſe lateribus proportionalia. Quare vt eſt Z I Sinus Altitudinis Poli ad E Z Sinum ſecundum eiuſdem Altitudinis; id eſt per compendium tertium capitis Tertij libri Primi, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Altitudinis Poli, ita Sinus Amplitudinis ortiuæ I O ad Sinum Altitudinis Solis I L in circulo Verticali.

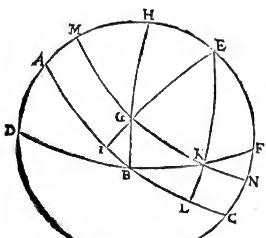
Multiplicetur itaque Tangens ſecunda Altitudinis Poli in Sinum Amplitudinis ortiuæ, & reijciantur quinque notæ à dextra, & relinquetur Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali.

Exemplum. *Data ſit Amplitudo ortiua & Eleuatio Poli, vt ſequitur, & habebimus Altitudinem eius Verticalem ex tali calculo.*

Eleuatio Poli	44 0 0	1 0 3 5 5 3	*Tangens eius ſecunda.*
Amplitudo ortiua	33 42 10	5 5 4 8 9	*Sinus eius.*
Altitudo Solis quæſita in Verticali	25 4 20	5 7 4 6 1	*Sinus proueniens.*

Secunda Forma.

Per Triangula Rectangula Sphærica.



PRoponatur hic idem ſchema Sphæricum, quod in dicto Problemate nono Tertij libri expoſuimus, in quo Amplitudo ortiua eſt B K, quam inquirere volumus. Altitudo verò Solis quærenda in circulo Verticali eſt G B. Primò igitur in Triangulo Rectangulo B L K cùm detur Baſis B K, nẽpe Amplitudo ortiua vel occidua dati pũcti ſeu loci Solis: ac præterea cùm detur angulus K B L complementi Eleuationis Poli, dabitur per primũ Problema Tertij latus oppoſitum L K, hoc eſt Declinatio dati puncti, eſtque æquale lateri I G. Vnde confugiendo ad Triangulum G I B, quoniam in eo datur latus I G modò inuentum cum angulo I B G Latitudinis Regionis, non aliter, quam in præcedente Problemate colligetur Altitudo Solis B G in circulo Verticali.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum 2m. Eleuationi Poli, ita Sinus Amplitudinis ortiuæ Solis, vel occiduæ ad Sinum Declinationis Solis, qua explorata ſicut in præcedente, nota fiet Altitudo eius in circulo Verticali.

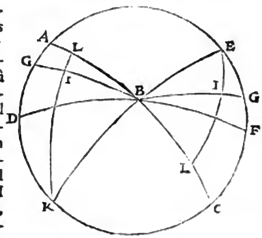
Digitized by Google

Exemplum. *Obtineat Sol ad Eleuationem grad. 44. Amplitudinem ortiuam grad. 33. 42′. 10″. & ſic colligetur Altitudo dicta.*

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	71934	*Sinus eius ſecundus.*
Amplitudo ortiua	33 42 10	55489	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	39915	*Sinus proueniens.*
Eleuatio Poli	44 0 0	143956	*Secans eius.*
Altitudo Solis in circulo Verticali	35 4 20	57460	*Sinus proueniens.*

PROBLEMA XVI.

Altitudinem Solis ſupra Meridianum circulum computare ex data Solis ab ipſo Meridiano diſtantia, atque eiuſdem Declinatione.



ESto Meridianus A D C G, Aequator A B C, cuius Poli E & K: ſit verò Horizon D B F ſecans Aequatorem in B puncto veri Ortus vel Occaſus: per quod punctum & Polum E tranſeat Magnus Circulus E B K, qui erit circulus horæ ſextæ à Meridie, vel à Media nocte, & vice fungetur Meridiani proprij, ſi Meridianus loci ponatur tanquam Horizon. Statuatur tũ Sol in I, & à puncto B per I tranſeat Quadrans Magni circuli B I G, qui Altitudinem Solis ſupra Meridianum metitur; & erit quidem arcus eius I G, quem adinuenire ſtatuimus. In Triangulo igitur Rectangulo E G I vel K G I, cuius angulus ad G rectus eſt, datur Baſis E I ſeu K I, complementum videlicet Declinationis Solis, cum angulo G E I vel G K I diſtantiæ Solis à Meridiano: quare ex his per primum Problema Tertij non latebit latus I G. Memineris tamen, dum Sol fuerit in Aequatore, diſtantiam ipſam à Meridie eſſe eiuſdem Altitudinem ſupra Meridianum: quòd Aequator per Polos Meridiani ductus rectus eſt ad Meridianũ. Et ſi diſtantia Solis erit horarum ſex à Meridiano, complementum Declinationis Solis eſt eiuſdem altitudo ſupra Meridianum.

I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum diſtantiæ Solis à Meridiano, ita Sinus ſecundus Declinationis Solis ad Sinum Altitudinis eiuſdem ſupra ipſum Meridianum.

Exemplum. *Ponamus Solem verſari in Tropico æſtiuo ad Eleuationem Poli grad. 44. & ad horam quartam ante vel poſt Meridiem quaratur Altitudo eius ſupra Meridianum circulum.*

Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	86603	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	91689	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Solis ſupra Meridianum	52 33 57	79405	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum primariam Proſtaphæreſim.*

TRactatur calculus Proſtaphæreticus cum complemento Declinationis Solis, & cum eiuſdem diſtantia à Meridiano: & ex ipſa operatione prodit Sinus Altitudinis Solis ſupra Meridianum; vt hic.

	G M S		
Complementum Declinationis Solis	66 28 30		
Diſtantia eius à Meridiano	60 0 0		
Differentia	6 28 30	59362	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	126 28 30	59447	*Sinus exceſſus.*
		158809	*Aggregatum Sinuum.*
Altitudo Solis ſupra Meridianum	52 33 57	79405	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS

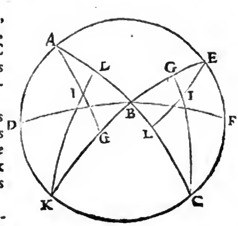
III. *MODVS Per lateralem introitum in Generalem Tabulam.*

ACcede ad Generalem Tabulam comperiendo in fronte diſtantiam Solis à Meridiano, & à dextro latere Declinationem Solis, & habebis in area Altitudinem Solis ſupra Meridianum. Vel etiam cape in calce Declinationem Solis, & à ſiniſtro latere diſtantiam eius à Meridiano, & in area prodibit dicta Solis Altitudo.

Vt in noſtro Exemplo ſi acciapiatur diſtantia Solis à Meridiano in fronte, quæ eſt grad. 60. & à dextro latere gr. 23. 32'. 30''. Declinationis Solis, patebit in area Altitudo Solis ſupra Meridianum gr. 53. 34'. ferè, vt prius.

PROBLEMA XVII.

Solis Altitudinem ſupra circulum horæ ſextæ à Meridie, vel à media nocte indagare, ex data diſtantia Solis à Meridiano, ac eiuſdem Declinatione.



INtelligatur ſicut in præcedente Problemate Meridianus, Horizon, Aequator, & circulus horæ ſextæ à Meridie, vel à media nocte, & poſito Sole in I, à puncto A vel C Polo ipſius circuli horæ ſextæ cadat Quadrans AIG, cuius portio IG determinabit Altitudinem Solis ſupra ipſum circulum EGK horæ ſextæ, quam nunc cognoſcere ſatagimus.

In Triangulo Rectangulo EGI, vel KGI datur Baſis EI vel KI, complementum videlicet Declinationis Solis cum angulo IKG, vel IEG diſtantiæ Solis à circulo horæ ſextæ, ſcilicet complementum diſtantiæ Solis à Meridie. Ex his igitur per primum Problema Tertij dabitur Altitudo Solis IG ſupra dictum circulum horæ ſextæ.

Si Sol occupauerit Aequinoctialem circulum, complementum diſtantiæ ipſius à Meridiano metietur etiam Altitudinem eius ſupra dictum circulum horæ ſextæ. Præterea in ipſo Meridie, vel media nocte complementum Declinationis Solis coincidit cum Altitudine eius ſupra eundem circulum horæ ſextæ à Meridie, ſeu media nocte.

I. *MODVS Per ſolos Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum diſtantiæ Solis à Meridiano, ita Sinus ſecundus Declinationis Solis ad Sinum Altitudinis eiuſdem ſupra circulum horæ ſextæ à Meridie, vel à media nocte.

Exemplum. *Maneat idem Exemplum ſuperioris Problematis, quod eſt Solis exiſtentis in Tropico ♋ ſub Eleuatione Poli gr. 44. ad horam quartam ante, vel poſt Meridiem. Cuius nunc inueſtigatur Altitudo ſupra circulum hora ſexta tali calculo.*

	G M S		
Diſtantia Solis a Meridiano	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Solis ſupra circulum horæ ſexta	27 17 12	4 5 8 4 4	*Sinus proueniens.*

II. *MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

OBſeruatur ſecunda forma primariæ Proſtaphæreſis, vt aliâs diximus, operando ſcilicet cum diſtantia Solis à Meridiano, & cum eiuſdem Declinatione; nam exit quidem Sinus Altitudinis Solis ſupra circulum horæ ſextæ, vt ex hoc iterato calculo liquet.

Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0		
Declinatio Solis	23 31 30		
Differentia	36 28 30	8 0 4 1 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	83 31 30	1 1 2 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
		9 1 6 8 9	*Aggregatum Sinuum.*
Altitudo Solis ſupra circulum hora ſexta	27 17 12	4 5 8 4 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

III. M O-

III. *MODVS* *Per ingreſſum lateralem in primam Tabulam.*

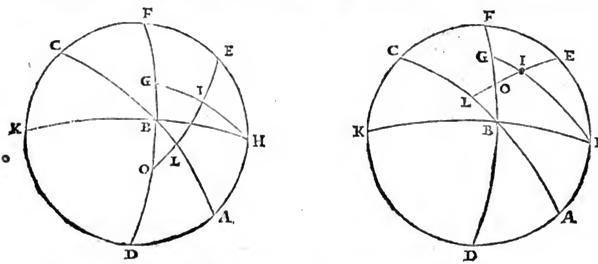
CVm diſtantia Solis à Meridiano, & cum Declinatione eiuſdem fit lateralis introitus in dictam Tabulam, ſumendo vnum ex his numeris in calce, & alium à dextro latere, atque in area obtinetur Altitudo Solis ſupra circulum horæ ſextæ.

Vt in dicto exemplo ſumptis grad.60. diſtantia Solis à Meridiano in calce; & grad.23.31′.30″. à dextro latere, reſpondent in area grad.27.17′.10″. ſicut prius, pro Altitudine Solis ſupra circulum horæ ſextæ.

PROBLEMA XVIII.

Altitudinem Solis ad horam quamlibet ſuper circulum Verticalem primarium, ſiue ſuper Planum ipſi circulo dicto æquidiſtantem indagare; ex data Eleuatione Poli Regionis, & Solis Declinatione.

ESto Meridianus circulus CFEA, ad quem aptetur Horizon KBH, cuius Poli ſint F & D; per quos tranſeat Verticalis primarius FBD, qui Polos viciſſim habebit in ſectionibus Horizontis & Meridiani HK: Aequator præterea circulus ſit ABC, & Polus Mundi Boreus ſit E intelligamus autem Solem cadere in I; cuius Altitudo ſupra Verticalem circulum FBD ſit venanda; quam ſanè determinat portio IG Quadrantis magni circuli à puncto H, tanquam proprio ip-



ſius Verticalis Polo per ipſum Solem deſcripti. Sit poſtremò deductus arcus circuli Declinationis à Polo Mundi E per ipſum Solem, qualis eſt EIL, cuius portio IL Solis Declinationem repræſentabit. Nunc autem ſcire decet hoc Problema in paucis à Decimo Problemate huius differre. Vnde illo rectè percepto, & hoc quoque planum fiet. Enimuerò, ſi manente Meridiano vtrobiq; communi, concipiamus hic Verticalem tanquam Horizontem ipſius decimi Problematis: complementum Eleuationis Poli, nempe arcus EF erit hic tanquam Poli Eleuatio ſupra dictum Verticalem circulum, vt non ſit neceſſe Problema hoc per numeros tractare, niſi vt Eleuationem Poli in eiuſdem complementum conuertamus.

Hinc colligitur, ſub Altitudine Poli gr.45. Altitudines Solis dimidij Quadrantis ad horam quamlibet ſupra Verticalem primarium non differre ab Altitudine Solis ad eandem horam ſupra circulum Verticalem primarium Meridiem reſpicientem. Deinde patet, Altitudines Solis datæ Poli Eleuationi congruentes ad horam quamlibet deſeruire Altitudinibus Solis ad eandem horam ſub Eleuatione Poli, quæ dictæ complementum eſt. Vt verbi gratia Altitudo Solis ſupra Horizontem ad horam quartam à Meridie, Sole obtinente quodcunque Zodiaci punctum ad Eleuationem Poli grad.42. deſeruit etiam pro Altitudine Solis ad eandem horam ſub Latitudine Regionis grad.48. quæ prædictæ complementum eſt.

PROBLE-

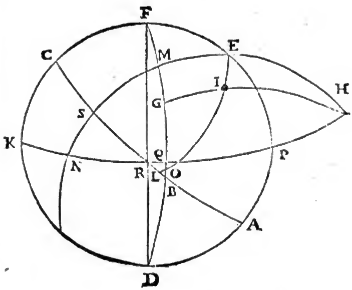
Digitized by Google

PROBLEMA XIX.

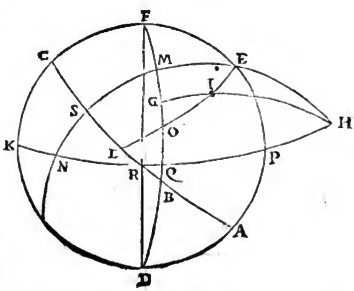
Altitudinem Solis ad horam quamcunque ſuper quemlibet circulum Verticalem à Meridiano ad ortum, vel occaſum declinantem exquirere, ſeu ſuper Planum aut quamlibet ſuperficiem perpendicularem ad Horizontem; & à Meridiano declinantem verſus ortum, vel verſus occaſum.

ESto Meridianus loci CFEA, Horizon loci KPH, Verticalis circulus primarius FRD, Æquator CBA, Polus Mundi Borealis E. Sit etiam alius quiſpiam circulus Verticalis FBD, ſeu muralis ſuperficies à Meridiano penes angulum EFM declinans, quem metitur arcus Horizontis OP; cuius complementum QR menſurat angulum QFR inclinationis dicti circuli Verticalis ad Verticalem primarium. Seu etiam intelligatur Planum ſeu ſuperficies FBD perpendicularis ad Horizontem, & à Meridiano verſus ortum, vel occaſum declinans; qualis eſt alicuius muri. A Polo Mundi E deſcendat circulus EMN perpendicularis ad dictum circulum Verticalem inclinatum FBD, efficiens angulum ad M rectum, qui neceſſariò per pſius Polos tranſibit, qui ſunt H & N in ipſo Horizonte loci. Dictus autem circulus EMN vice fungitur Meridiani circuli inclinati; cuius portio EM Altitudinem Poli Mundi ſupra ipſum referet. Statuatur poſtremò Sol in I, per quem à Polo H circuli Verticalis inclinati deſcendat Quadrans Altitudinis HIG, erit autem portio IG, quę Altitudinem Solis ſupra dictum Verticalem inclinatum repræſentat, quam nunc indagare proponimus.

Prima figura.



Secunda figura.



Primò itaque in Triangulo Rectangulo FME adinueniatur per Sextum Problema huius iuxta tertium caſum Altitudo Poli ſupra propoſitum circulum Verticalem à Meridiano declinantem, id eſt arcus EM; & hóc quidem ex angulo EFM Declinationis dicti circuli à Meridiano, & complemento Eleuationis Poli loci FE.

Secundò in eodem Triangulo addiſcatur inclinatio Meridianæ Plani ſeu circuli Verticalis obliqui à Meridiana loci, quam inclinationem metitur arcus FM; & hoc quidem per tertium caſum Septimi Problematis huius.

Tertiò per Octauum Problema huius exploretur angulus FEM differentiæ rectæ ſeu horariæ Meridiani circuli Verticalis dati, ſeu ſuperficiei perpendicularis datæ à Meridiano loci, iuxta tertium ſcilicet caſum.

Quartò à diſtantia Solis à Meridiano loci, quæ eſt FEI, auferatur angulus FEM, ſi Declinatio

dicti

Digitized by Google

dicti circuli, ſeu ſuperficiei Verticalis fuerit ad occaſum: vel eidem addatur, ſi fuerit ad ortum; & fiet diſtantia Solis à proprio Meridiano dictæ ſuperficiei, ideſt angulus M E I, ſeu arcus æquatoris S L.

Quibus ita exploratis, confugies ad Decimum Problema huius: quo mediàte obtinebis Altitudinem Solis I G ſupra dictum circulum Verticalem, ſeu ſuperficiem muralem propoſitam: dum tamen ipſam tanquam Horizontem acceperis, & circulum H E M S pro Meridiano eius, atque in faciebus Meridionalibus Declinationem Solis Boream in Auſtrinam, & contrà permutaueris.

Exemplum. *Proponamus ſuperficiem muralem Meridionalem ad ortum declinantem graduum 60. ſub loci Latitudine grad. 45. & propoſitum ſit exquirere ad ſingulas horas ab occaſu Altitudinem Solis in Tropico ♑.*

Primò igitur ex Sexto Problemate huius innotuit Eleuatio Poli ſupra dictam ſuperficiem muralem gr. 20. 42'. 18".

Secundo ex ſeptimò Problemate collecta fuit inclinatio Meridiana dictæ ſuperficiei à Meridiana loci graduum 40. 53'. 36".

Tertiò ex Problemate Octauo dabatur differentia horaria Meridiani dictæ ſuperficiei à Meridiano loci gr. 67. 47'. 27". quam ſanè addo arcui ſemidiurno dicti Tropici, qui eſt gr. 64. 12'. & fit diſtantia Solis à Meridiano proprio dictæ ſuperficies ad horam 24. & per continuam detractionem quindenorum graduum, quoad fieri poteſt, & deinde per 15. graduum additionem conficio diſtantias Solis à Meridiano eodem ad ſingulas horas; vt paulò infra apparet: quibus abſolutis pro Altitudinibus ad ſingulas illas horas determinandis ex ſecunda forma Decimi Problematis huius ſic procedo, vt calculum efficiam. Sed hoc primùm animaduertendum ſentio, illos numeros, qui ſemper ad ſingulas horas ijdem remanent, conferre maximè ad inquiſitionem Altitudinis Solis ad ſingulas horas ſupra dictam ſuperficiem muralem, vt ex ſæpedicto Decimo Prblemate liquet. Sed ecce calculum.

Pro Tropico ♑	G M S		
Eleuatio Poli ſupra ſuperficiem muralem	20 42 18	9 3 5 4 1	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Solis Meridiana tanquam Borea	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
		8 5 7 6 7	*Inuentum primum.*
Differẽtia Eleuationis Poli, et Declinationis	2 49 12	1 2 1	*Sinus eius verſus.*

Arcus ſemidiurnus / *Differentia horaria*		64 / 67	12 / 47	0 / 27	*Sinus Verſus*	*Inuentum Secundum*	*Sinus verſus ſecundus Altitudin. Solis*	*Altitudo Solis* G	M
	24	131 / 15	59	27	1 6 6 9 0 2	1 4 3 1 4 7	1 4 3 2 6 8		
Horæ ab occaſu,	23	116	59	27	1 4 5 3 8 5	1 2 4 6 9 2	1 2 4 8 1 3		
	22	101	59	27	1 3 7 4 4 5	1 1 7 8 8 2	1 1 8 0 0 3		
quæ ſunt	21	86	59	27	9 4 7 5 1	8 1 2 6 5	8 1 3 8 6	10	44
	20	71	59	27	6 9 0 8 4	5 9 2 5 1	5 9 3 7 2	23	58
pomeridianæ.	19	56	59	27	4 5 5 2 3	3 9 0 4 4	3 9 1 6 5	37	28
	18	41	59	27	2 5 6 7 5	2 2 0 1 1	2 2 1 4 2	51	8
	17	26	59	27	1 0 8 9 2	9 3 4 2	9 4 6 3	64	52
	16	11	59	27	2 1 8 2	1 8 7 1	1 9 9 2	78	33
Horæ ab occaſu	15	3	0	33	1 3 8	1 1 8	2 3 9	86	2
	14	18	0	33	4 8 9 9	4 2 0 2	4 3 2 3	73	5
ante-	13	33	0	33	1 6 1 4 1	1 3 8 4 4	1 3 9 6 5	59	21
	12	48	0	33	3 3 0 9 9	2 8 3 8 8	2 8 5 0 9	45	38
meridianæ.	11	63	0	33	5 4 6 1 4	4 6 8 4 1	4 6 9 6 2	32	2
	10	78	0	33	7 9 2 2 3	6 7 9 4 7	6 8 0 6 8	18	37
	9	93	0	33	1 0 5 2 4 9	9 0 2 6 9	9 0 3 9 0	5	31

Poſſumus etiam, ſi libuerit, tertia forma 10. Problematis huius vti; per quam talis prodit ſupputatio.

	G M S		
Eleuatio Poli ſuperficiei muralis	20 42 18		
Complementum eius	69 17 42		
Declinatio Tropici ♑ Meridionalis	23 31 30		
Aggregatum	92 49 12		
Compl. eius ad ſemicirculum, i. Alt. Merid.	87 10 48	9 9 8 7 9	*Sinus eius.*
Depreſſio Meridiana.	45 46 12	7 1 6 5 5	*Sinus eius.*
		1 7 1 5 3 4	*Aggregatum.*
		8 5 7 6 7	*Semiſſis.*
		1 4 1 1 2	*Sinus Altitudinis Solis ad horam ſextam*

Reliquum calculi ſic ſe habet.

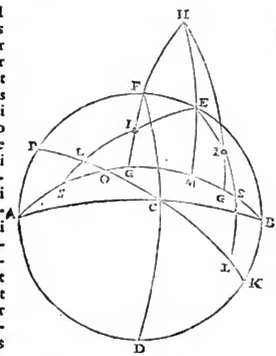
Arcus

Digitized by Google

		G	M	S	Sinus ſecundus.	Aequatio Altitudinis	Sinus Altitudinis Solis.	Altitudo Solis.	
Arcus ſemidiurnus		64	12	0					
Differentia horaria		67	47	27					
Horæ ab occa-	24	131 15	59	27					
ſu, quæ ſunt	23	116	59	27					
	22	101	59	27					
pomeridianæ.	21	86	59	27	5249	4502	18614	13	44
	20	71	59	27	30916	26516	40628	23	58
	19	56	59	27	54477	46723	60835	37	28
	18	41	59	27	74324	63745	77857	51	8
	17	26	59	27	89108	76425	90537	64	52
	16	11	59	27	97818	81889	98001	78	32
Horæ ab occaſu	15	3	0	33	99862	85649	99761	86	2
antemeridianæ.	14	18	0	33	95101	81565	95677	73	5
	13	33	0	33	83859	71923	86035	59	21
	12	48	0	33	66901	57379	71491	45	38
	11	63	0	33	45386	38926	53038	32	2
	10	78	0	33	20777	17820	31932	18	37
	9	93	0	33	5249	4502	9610	5	31

PROBLEMA XX.

Altitudinem Solis ſupra circulum poſitionis ſeu ſuper ſuperficiem aliquam ad Verticalem rectam, & ab Horizonte declinantem exquirere.



SVperficies quædam ad Horizontem inclinata, & ad inſtar circulorum poſitionũ tranſiens per cõmunes ſectiones Horizontis & Meridiani, recta eſt ad Verticalem primarium, & ad ortum, vel occaſum directò vergit vel reſpiciens Zenith, & tunc in ea delineari ſolet Horologium, quod declinans ab Horizonte ſuperius ſolet vocari, ac plerumque in ſuperiori facie alicuius tecti collocari. Aut quidem reſpicit Nadir, atque in illa fit Horologium declinans ab Horizonte inferius, vt in inferiore tecti parte poſitum inferius dicitur. Vt igitur ſupra talẽ aliquam ſuperficiem ſupputentur Altitudines Solis ad quãlibet horam, ſit in adiuncto ſchemate Meridianus loci A F B D, Horizon eiuſdem A C B, Verticalis primarius FCD, Aequinoctialis P C K, Polus Mundi Boreus E. Statuatur autem circulus poſitionis ſeu ſuperficies ipſi æquidiſtans A O B tranſiens per communes ſectiones A & B ipſius Horizontis & Meridiani. Sit autem Sol in I, cuius Altitudo ad horam aliquam ſit percipienda ſupra talem circulum, aut ſuperficiem. Per Mundi Polum E incedat magnus circulus rectus ad ipſum circulum A O B, qui vices aget Meridiani ipſius circuli, & eius portio E M metietur Altitudinem Poli ſupra ipſum; intelligatur autem ab H, Polo ſcilicet ipſius circuli poſitionis A O B deſcendere per Solem in I quadrans Altitudinis eius H I G, vt ſit quidem eius portio I G Altitudo ipſius Solis ſupra circulum poſitionis exquirenda. Poſtremò verò à Polo Mundi E per Solem tranſeat Quadrans Declinationis E I L ad Aequinoctialem, vt I L metiatur Declinationem ipſius Solis.

Primò itaq; in Triangulo Rectangulo E M B, ex angulo E B M Declinationis Plani dati à Meridiano (quę complementum eſt inclinationis ipſius Plani ad Horizontem, quam indicat angulus G B C) & ex arcu E B Altitudinis Poli ſupra Horizontem loci exploretur Altitudo Poli E M ſupra dictum Planum, vel ſuperficiem per ſexti Problematis huius ſecundum Caſum.

Secundò per idemmet Triangulum E M B exquiratur per ſeptimum Problema huius inclinatio Meridianæ ipſius ſuperficiei ſeu Plani à Meridiana loci; per ſecundum ſcilicet caſum dicti ſeptimi Problematis, eſtq; arcus B M.

Tertiò iuxta ſecundum caſum Octaui Problematis huius inueſtigetur angulus B E M differentiæ rectæ ſeu horariæ Meridiani ſuperficiei propoſitæ à Meridiano loci, ex quo etiam patebit angulus ei Verticalis H E F: tum verò ex hoc angulo, & diſtantia Solis à Meridiano loci data, quam refert angulus F E I, determinabimus diſtantiam Solis à Meridiano dictæ ſuperficiei, iuxta angulum H E I, pro cautione ſubiectæ inferiùs tabellæ.

Ad extremum verò ex his Inuentis per Problema Decimum huius inueſtigabitur Altitudo Solis I G ſupra circulum poſitionis A O B acceptum tanquam Horizontem, cuius Meridianus eſt H M: ſiquidem perpendendum venit obliquangulum Triangulum H E I, cuius duo latera data ſunt, nimirum H E complementum Altitudinis Poli ſupra Planum, ſeu circulum poſitionis, ſeu ſuperficiem datam, & H I complementum Declinationis Solis cum angulo ab ijs compræhenſo H E I aberrationis Solis à Meridiano dicti Plani, quare non latebit per ſingulas formas dicti Problematis Decimi quæſita Solis Altitudo I G. Sed nunc tabellam hanc accipe.

Si circulus, aut ſuperficies data fuerit in hemiſphærio
- ſuperno reſpiciente Polum Boreum, & ei⁹ Meridianus vergat in
  - ortum, fueritq; diſtantia Solis à meridiano ſupra terram
    - ante Meridiem, tunc conferatur ipſa cum angulo inclinationis Meridianorum, cui ſi fuerit
      - æqualis, tunc Sol conſtituetur in Meridiano propoſiti circuli, vel ſuperficiei
      - inçqualis tūc minor de maiore auferatur
    - poſt Meridiem — addatur ei angulus inclinationis Meridianorum, id eſt differentia horaria
  - occaſum, & fuerit diſtantia Solis à Meridiano ſupra terram
    - ante Meridiem — addatur ei angulus inclinationis Meridianorum, id eſt differentia horaria
    - poſt Meridiem, tunc conferatur cum angulo inclinationis Meridianorum, & ſi fuerit illi
      - inæqualis, minor de maiore demat
      - æqualis, Sol incidet in Meridiano propoſiti circuli, ſeu ſuperficiei
- inferiore, & Meridianus eius reſpectu Meridiani loci vergat in
  - ortum, & fuerit diſtantia Solis à Meridiano ſubterraneo, id eſt à media nocte
    - ante mediam noctem, addendus erit ei angulus inclinationis Meridianorum
    - poſt mediam noctem — auferatur minor de maiore
  - occaſum, & fuerit diſtantia Solis à Meridiano ſubterraneo, id eſt à media nocte
    - ante mediā noctem — auferatur minor de maiore
    - poſt mediam noctē, addendus erit ei angulus inclinationis Meridianorum, id eſt differentia horaria

— vt diſtantia Solis à Meridiano dicti circuli, vel ſuperficiei habeatur.

Exemplum.

Digitized by Google

Exemplum.

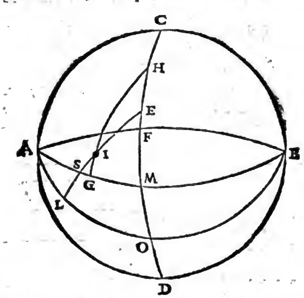
Data ſit ſuperficies ſuperior alicuius tecti ad inſtar circuli poſitionis inclinata graduum 30. ad Horizontem loci graduum 44. atque occaſum directò proſpiciens. Supra quam ſuperficiem cùm Problemate Sexto huius adinuenta ſit Eleuatio Poli graduum 36.59′.2″. & inclinatio Meridiana ipſius à Meridiana loci per Problema ſeptimum huius graduum 25.46′23″. necnon per Problema Octauum huius ſit adinuenta differentia horaria dictorum Meridianorum graduum 38.45′. auxiliantibus illis cognoſcemus Altitudinem Solis ſupra dictum circulum poſitionis vel ſuperficiem ad horam quartam poſt Meridiem, verſante Sole in principio Cancri tali calculo.

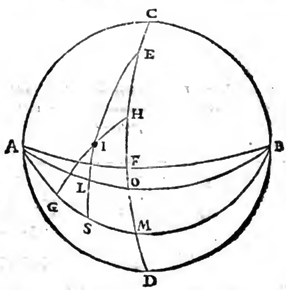
	G	M	S		
Eleuatio Poli loci	44	0	0		
Inclinatio ſuperficiei datæ ad Horizontem	30	0	0	*verſus occaſum:*	
Eleuatio Poli ſupra ſuperficiem	36	59	2		
Inclinatio Meridianæ dictæ ſuperficiei à Me	25	46	23	*ridiana loci.*	
Differentia horaria	38	45	0		
Tempus oblatum poſt Meridiem	60	0	0		
Differentia, ideſt angulus aberrationis Solis	21	15	0	*à Meridiano dictæ ſuperficiei.*	
Eleuatio Poli ſupra ſuperficiem	36	59	2	7 9 8 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Solis	23	31	30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
				7 3 2 4 1	*Inuentum primum.*
Diſtantia Solis à Meridiano ſuperficiei	21	15	0	6 7 9 9	*Sinus eius verſus.*
				4 9 7 9	*Inuentum ſecundum.*
Differentia inter Eleuationem Poli ſupra ſuperficiem, & Declinationem Solis	13	27	32	2 7 4 6	*Sinus eius verſus addendus.*
Alt. Solis quæſita ſupra datam ſuperficiem	67	20	0	7 7 2 5	*Sinus verſus ſecundus prodiens.*

PROBLEMA XXI.

Solis Altitudinem ad horam quamcunque ſupra circulum ad Horizontem inclinatum, & ad Meridianum rectum computare.

INtelligimus circulum ſeu ſuperficiem per communes ſectiones Horizontis, Aequinoctialis,& Verticalis primarij tranſeuntem, quæ vel ſpectat ad Zenith, & ad Meridiem,ſeu Septentrionem directò vergit, ſicut eſt facies ſuperior alicuius muri vel tecti inclinati ad Horizontem, & ad Meridianum recti; vel reſpicit nadir directò in Meridiem vel Boream vergens, vt eſt facies inferior eiuſ-





dem tecti. Sit itaque in adiectis figuris Horizon loci A C B D, Verticalis primarius A F B, Æquatoris medietas A O B, vt puncta quidem A, B, ſint communes ſectiones dictorum trium circulorum,Meridianus autem ſit C F D, & circulus vel ſuperficies aliqua muralis ad ipſum Meridianum recta ſtatuatur A M B tranſiens per eadem puncta A & B veri ortus, & occaſus, quæ profectò communem habebit eundem Meridianum. Sit autem Sol in puncto I, cuius Altitudo ſupra dictam ſuperficiem ſit indaganda, quam exprimit arcus I G, ducto H I G Quadrante Altitudinis à puncto H

Digitized by Google

Poli ipſius ſuperficiei per ipſum Solem, atque etiam ducto Quadrante Declinationis E I L à Mundi Polo E per ipſum Solem.

Indagatur autem facillimè dicta Solis Altitudo I G auxiliante decimo Problemate Septimi huius, fingendo dictum circulum A M B pro Horizonte, & perpendendo Triangulum obliquangulum H E I, in quo quidem data ſunt duo latera, nimirum E I complementum Declinationis Solis, & H E diſtantia Poli Mundi & Poli dicti circuli, quæ prodit ex inclinatione Plani à Verticali, & Latitudine loci, prout ex ſubiecta inferiùs tabella innoteſcet. Datur prætereà etiam angulus H E I, quem data latera intercipiunt, menſurans diſtantiam Solis à Meridiano. Quare ex his non latebit tertium latus H I, cuius complementum eſt I G Altitudo Solis ſupra dictam ſuperficiem Planam A M B.

Cæterùm ſi ſuperficies hæc inclinata ad Horzontem æquidiſtabit circulo horæ ſextæ, faciliori negocio Altitudo Solis ad horam propoſitam habebitur, ſicut decimoſeptimo Problemate huius diximus. Quòd ſi ſuperficies ipſa ad Horizontem inclinata æquidiſtabit circulo Æquatoris, nullo opus erit calculo, ſiquidem tunc Declinatio Solis erit ipſa Altitudo ſupra dictam ſuperficiem.

Si ſuperficies ad Merdianum recta inclinaturad Horizontem ex parte

- Septentrionali, cuius ſcilicet ſuperior facies Meridiem reſpicit, fueritq; hæc inclinatio Altitudine Poli
  - æqualis, non differet hæc ipſa ſupeficies ab illa, quæ circulo horę ſextæ à Meridię, vel à media nocte æquidiſtat, in qua parte Horologium delineatur.
  - minor; tunc debet auferri inclinatio ab Altitudine Poli
  - maior; tunc Altitudo Poli ab ipſa inclinatione eſt auferenda
- Auſtrali; cuius ſuperior facies Boream reſpicit, fueritq; inclinatio hæc complemento Altitudinis Poli
  - minor; addenda eſt ipſa inclinatio Altitudini Poli
  - maior, coniungendum erit complementum ipſius inclinationis cum complento Altitudinis Poli
  - æqualis; non differt huiuſmodi ſuperficies ab illa, quę Æquinoctiali circulo æquidiat, in qua Horologium Aequinoctiale ſolet conſtitui.

(minor / maior:) vt habeatur Altitudo Poli ſupra talem ſuperficiem.

Exemplum. *Eſto ſuperficies muri alicuius ad Zenit ſpectantis, & Meridiem reſpicientis, cuius ad Horizontem inclinatio detur graduum 30. ſub Latitudine loci graduum 44. Vnde Eleuatio Poli ſupra ipſum prodit graduum 14. Sit autem exquirenda Solis Altitudo ad horam quartam poſt Meridiem, dum verſatur in principio ♋.*

	G	M	S		
Altitudo Poli loci	44	0	0		
Inclinatio muri ad Horizontem	30	0	0		
Eleuatio Poli ſupra dictam ſuperficiem	14	0	0	9 7 0 3 0	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Solis	23	31	30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
				8 8 9 6 6	*Inuentum primum.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus eius verſus.*
				4 4 4 8 3	*Inuentum ſecundum.*
Differentia inter Eleuationem Poli ſupra dictam ſuperficiem, & Declinationem Solis	9	31	30	1 3 7 9	*Sinus eius verſus addendus.*
Altitudo Solis quæſita ſupra dictum murum	32	46	40	4 5 8 6 2	*Sinus verſus ſecundus prodiens.*

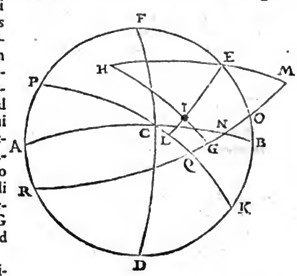
PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XXII.

Solis Altitudinem ad horam propoſitam ſupra circulum, vel Planum reſpectu Meridiani, Horizontis, & Verticalis primarij omninò obliquum inquirere.

QVamuis rarò huiuſmodi aliqua muralis ſuperficies ſoleat occurrere, in qua delineanda ſint horologia Solaria, nihilominus cùm facillimum ſit inquirere Altitudinem Solis ſupra ipſam, dummodò priora Problemata rectè ſint intellecta, non ab re duximus de hac etiam agere. Sit itaque in hac figura Meridianus loci A F B D, Horizon A C B, Verticalis primarius F C D, medietas Aequatoris P C K, & Polus Mũdi Boreus E. Sit verò Planum omninò inclinatum R G M, ſic quidem vt arcus N B metiatur eius Declinationem à Meridiano, & arcus C N inclinationem ad Verticalem primarium. Præterea angulus ad N ſit inclinationis dicti Plani ad Horizontem, qui debet dari cognitus vnà cum dicto arcu N B. Accipiamus autem Solem in I, cuius Altitudo ſupra tale Planum ſit elicienda: à Polo H deſcendant duo Quadrantes; vnus quidem H M per Polum Mundi E, qui vice fungetur Meridiani dicti Plani; alius verò H I G per Solem in I poſitum, cuius portio I G repræſentabit Altitudinem Solis ſupra Planum illud obliquum ad horam propoſitam.

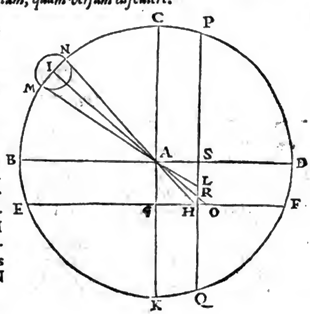


Inueſtigentur itaque eadem tria, quæ in ſuperioribus Problematibus adinuenimus, Eleuatio ſcilicet Poli ſupra dictum Planum, quam refert arcus E M, per ſextum Problema, inclinatio Meridianæ dicti Plani à Meridiana loci per ſeptimi Problematis ſecundum caſum; ac differentia recta, ſeu horaria per Octauum huius; deinde conſulatur Tabella vigeſimi Problematis huius, vt innoteſcat diſtantia Solis à Meridiano dicti Plani; ac ſic quidem ex his Inuentis per decimum Problema huius eodem, quo ſuperiora duo Problemata, modo operatio omnis abſoluetur. Exempla volens prætermitto, quod rariſſimus ſit huius Problematis vſus.

PROBLEMA XXIII.

Data Solis Altitudine ſupra planam qualemcunque ſuperficiem, proportionem Gnomonis, ſeu ſtyli ad vmbram tam rectam, quàm verſam diſcutere.

REpetatur hic figura Problematis decimitertij huius, in quo ex proportione Gnomonis ad ſuam vmbram elicuimus Altitudinem Solis, & vice verſa nunc ex Altitudine ſupra ſuperficiem quamcunque datam eruenda ſit proportio Gnomonis ad ſuam vmbram tam rectã, quàm verſam. Intelligatur itaque circulus maximus Sphæræ C B D per centrum Solis, ac per Polum C propoſiti Plani ductus, vt ſit quidem recta B D cõmunis ſectio dicti Maximi circuli, cui Planum æquidiſtat, quod intelligamus tranſire per rectam E F. Sit verò ſtylus A G perpendiculariter ipſi Plano inſiſtens, cuius vmbra recta erit G H manente Sole in O, quæ vmbra, vt in dicto decimotertio Problemate diximus, non à centro Solis I proueniet, ſed ſit reſpectu ſuperioris limbi N ipſius Solis.



In Trian-

In Triangulo igitur Rectangulo A G H ſi Gnomon A G ponatur Sinus totus, erit vmbra G H velut Tangens anguli G A H complementi Altitudinis ſupremi limbi Solis ſupra Horizontem. Quare ſi ſtylus accipiatur partium decem, vel 100, vel 1000, vel tanquam Sinus totus, nullo negocio dabitur longitudo vmbræ ex Canone Tangentium, intrando cum Altitudine ſupremi limbi Solis in calce & à latere dextro, & ſumendo Tangentem ex area; à qua, ſi ſtylus fuerit partium 10, reijcies ſex notas à dextra; ſi fuerit partium 100, relinques quinque; ſi 1000, quattuor: Aſſumes autem integrum numerum, ſi ſtylus fuerit tanquam Sinus totus.

Exemplum. *Oblata ſit Solis altitudo grad. 35. 56'. 55". quam obtinet Sol exiſtens in gr. 6. ♊ ad horam quartam ante Meridiem ſub Eleuatione Poli gr. 45. ſicut ſupputata fuit Probl. 10. huius. Primò itaque huic Altitudini addo min. 15. pro ſemidiametro Solis, & ſit Altitudo ſupremi limbi Solis graduum 36. 12'. cum qua ingreſſus dictum Canonem Tangentium in calce & à latere dextro, excipio longitudinem vmbræ 1366. poſito ſtylo earundem partiũ 1000, relinquo enim has vltimas notas dextras 3248. pro quibus poſſum tollere tertiam partem vnius partis, vt ſit vmbra 1366. cum tertia parte, qualium Gnomon 1000. Quòd ſi Gnomon ſtatuatur partium 100, erit vmbra partium 136. cum duabus tertijs ferè; & poſito Gnomone partium 10. tantummodò, erit partium 13. cum duabus tertijs dictamet vmbra.*

Non ignoro hactenus omnes ferè artifices ſuppoſuiſſe Gnomonis, ſeu ſtyli longitudinem partium 12, & illa ratione vmbras collegiſſe, necnon & Tabulam Vmbrarum ſupputaſſe; quam Adm. Reuer. & Mathematicarum rerum longè doctiſſimus Chriſtophorus Clauius libro Quinto ſuæ Gnomonices poſuit; verùm hic modus noſter tutior nobis, commodiorque per Tangentes videtur. Vbi hoc etiam monemus, vt, qui Gnomonem ſtatuere malit partium ſexaginta, recurrat ad Eruditi Viri Mauritij Breſij Tangentium Tabulam. Sed nunc ad vmbram verſam nos conuertamus.

Sit pro vmbra verſa Gnomon, ſeu ſtylus A S, in figura ſuperiore, parallelus Horizontali Plano E F, & ſit perpendiculariter infixus Plano P Q perpendiculari ſimiliter dato Plano E F. Erit itaque exiſtente Sole in O vmbra eius verſa S L, quæ poſito Sinu toto A S erit Tangens anguli S A L, id eſt M A B Altitudinis inferni limbi Solis. Quare ſi fiat ingreſſus in Tangentium Tabulam cum Altitudine inferni limbi Solis (quæ è detracta ſemidiametro Solis à ſua Altitudine prouenit) in fronte ſcilicet, & à latere ſiniſtro, habebimus in area magnitudinem ipſius vmbræ ſecundum aſſumptam ſtyli, ſeu Gnomonis magnitudinem.

Exemplum. *Maneat eadem Solis altitudo gr. 35. 56'. 55". vt vmbra verſa ipſi correſpondens inquirenda ſit poſito Gnomone partium 1000. Primò itaque aufero ab ipſa Altitudine ſemidiametrum Solis minutorum 15. & remanet correcta Altitudo grad. 35. 42'. Hanc obſeruo in fronte Magni Canonis & à latere ſiniſtro, atque ex area depromo longitudinem vmbræ 718. cum tribus quintis, quas relicta illa notæ 5728. conficiunt. Sic ſi eandem vmbram reſpectu Gnomonis partium 1000. acceperis, proueniet ipſa partium 71. cum nouem ferè decimis; ſi reſpectu Gnomonis partium 10. erit partium 7. cum quinta ferè.*

PROBLEMA XXIV.

Data Diſtantia Solis à Meridie, nec non Declinatione eiuſdem, & Altitudine ſupra Horizontem, diſtantiam illius Horizontalem à circulo Verticali primario exquirere.

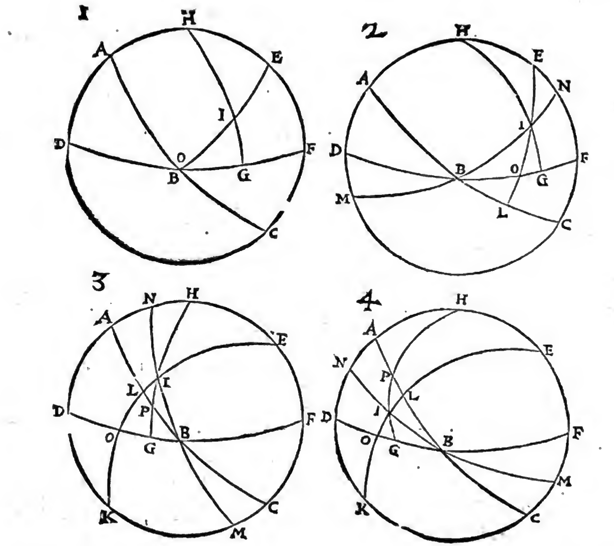
Prima Forma.

Per Triangula Rectangula.

Reaſſumptis hic diagrammatibus Problematis vndecimi huius quæritur arcus Horizontis B G, qui dicitur diſtantia Solis Horizontalis ab Ortu Æquatoris, ſeu Azimuth Solis, id eſt quantum diſtet circulus Azimuthalis, ſeu Verticalis Solis H I G ab ortu Aequatoris, ſeu à circulo Verticali primario. Accipitur etiam plerunque diſtantia Horizontalis ipſiuſmet circuli Altitudinis, ſeu Azimuthalis à Meridiano, & hæc quidem complementum eſt prædictæ diſtantiæ Horizontalis ab Ortu, vt vna cognita detur & altera. Iam verò ad Horizontalẽ diſtantiam ab Ortu explorandã accedamus; ac in Triangulo Rectangulo E I N exploremus, ſicut in dicto vndecimo Probl. huius, latus I N, quod vocauimus Inuentum primum, ex Declinatione nempe Solis, ac eiuſdem à Meridiano diſtantia. Quod primum Inuentum diximus eſſe diſtantiam Solis à Meridiano numeratam in circulo magno per Solem & punctum veri ortus ducto. Rurſus accepto Triangulo Rectangulo N I H, cùm in eo detur latus I N modò inuentum, & detur etiam Baſis H I, complementum ſcilicet Altitudinis Solis

datæ,

Digitized by Google



datæ, patebit per quartum Problema Tertij angulus IHN, ad quem refertur arcus GF Horizontis, cuius complementum ad Quadrantem eſt arcus GB Diſtantiæ Horizontalis Solis ab ortu vero. Sed ſi Sol in Aequinoctialibus punctis extiterit, facilior erit operatio. Nam in Triangulo Rectangulo ILB, cùm detur Baſis IB, quæ complementum eſt Diſtantiæ Solis à Meridiano, cum latere IL Altitudinis Solis ſupra Horizontem, dabitur ex quarto Problemate Tertij latus LB, Diſtantia nempe Solis Horizontalis ab ortu.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

Fiat primò, vt Sinus totus ad Sinus Diſtantiæ Solis à Meridiano, ita Sinus ſecundus Declinationis eius ad Inuentum primum. Deindè fiat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Solis, ita primũ Inuentum ad Sinum ſecundum Azimuth, ſeu Diſtantiæ Solis optatę Horizontalis ab ortu Aequatoris. Sole verò in Aequatore verſante, fiat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Solis, ita Sinus Diſtantiæ à Meridiano ad Sinum ſecundum Azimuth Solis.

Cæterùm hæc Diſtantia Solis Horizontalis ab ortu erit Meridionalis, ſi Sol verſabitur in medietate Eclipticæ Meridionali, Borealis verò, ſi contrà extiterit in medietate Eclipticæ Boreali; dum tamen Solis altitudo minor ſit ea, quam obtinet in circulo Verticali: Si enim maior eſſet, nihil obſtat, quin Horizontalis hæc diſtantia Meridiana adhuc vocetur, etiamſi Sol obtineat medietatem Eclipticæ Borealem. Quarę recurremus ad Problema 14. huius, vt Altitudo Solis in circulo Verticali pro hoc caſu poſſit obtineri.

Exemplum

Exemplum primum.

Accipiamus Solem exiſtentem in grad. 6. ♊, cuius Diſtantia à Meridiano ſit data grad. 105. id eſt horarum 7. Declinatio eius eſt grad. 21. 23. 8". Altitudo autem Solis ſupra Horizontem ad Polum gr. 45. innotuit ex Problemate decimo huius grad. 5. 1'. 1".

	G M S		
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	75 0 0	9 6 5 9 2	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	21 23 8	9 3 1 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
		8 9 9 4 1	*Inuentum primum.*
Altitudo Solis	5 1 1	1 0 0 3 8 5	*Secans eius.*
Diſtantia Solis Horizontalis ab Ortu	25 27 45	9 0 2 8 7	*Sinus ſecundus proueniens.*

Exemplum ſecundum.

Eſto ſicut ſupra Sol in gradibus 6. ♊ diſtans à Meridiano gradibus 60. cuius Altitudo collecta fuit graduum 35. 56. 55".

Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
Declinatio eius	21 23 8	9 3 1 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
		8 0 6 4 0	*Inuentum primum.*
Altitudo Solis	35 56 55	1 2 3 5 2 7	*Secans eius.*
Diſtantia Solis Horizontalis ab ortu	5 3 0	9 9 6 1 2	*Sinus ſecundus proueniens.*

APPENDIX.

QVoniam hoc Problema frequentem habet vſum in conſtruendis Horologijs Solaribus per longitudines, & latitudines vmbrarum, non ab re erit alia adhuc Exempla pro Diſtantis Horizontalibus Solis ad horas ſingulas à Meridie tradere, dum Sol obtinet puncta Tropica, & Aequinoctialia, atque etiam ad horas ab Occaſu. Atque hæ Diſtantiæ Solis Horizontales dicuntur vmbrarum latitudines.

Exemplum primum pro latitudinibus vmbrarum Solis ad ſingulas horas Aſtronomicas ad Eleuationem Poli grad. 44.

Svpra Problemate nono huius adinuenta fuerunt Altitudines Solis ad ſingulas horas Aſtronomicas, dum obtinet Aequinoctialia puncta, & Problemate decimo collectæ fuerunt Solis Altitudines ad ſingulas horas pro vtroque Tropico. Eſt autem Solis Declinatio grad. 23. 31'. 30". in alterutro Tropico, cuius Sinus ſecundus 91689. vſum habet ad producendum primum Inuentum. Vnde talis prodit calculi forma.

Dum Sol poſſidet initia ♈ & ♎, ad Eleuationem Poli graduum 44.

Horæ à med. noc.	Horæ à Meridie	Diſtantia à Meridiano	Sinus eius	Altitudo Solis	Secans eius	Sinus ſecundus diſtantiæ Solis ab Ortu	Azimuth Solis M
11	1	15	8 2 8 8 2	44 1	1 3 9 0 5 5	3 5 9 9 0	68 54
10	2	30	5 0 0 0 0	38 32	1 2 7 8 3 7	6 3 9 1 8	50 16
9	3	45	7 0 7 1 1	30 34	1 1 6 1 3 9	8 2 1 2 3	34 48
8	4	60	8 6 6 0 3	11 5	1 0 7 1 7 4	9 2 8 1 6	21 51
7	5	75	9 6 5 9 3	10 44	1 0 1 7 8 1	9 8 3 1 3	10 32
6	6	90	1 0 0 0 0 0	0 0			

Dum Sol eſt in ♋ ad latitudinem gr. 44.

Horæ à med. noc.	Horæ à Merid.	Diſtantia à Mer.	Sinus eius	Altitudo Solis	Secans eius	Inuentum primum	Sinus ſecundus diſtantiæ Solis ab ortu	Diſt. Solis ab ortu
11	1	15	2 5 8 8 2	66 7	2 4 6 9 8 9	2 3 7 3 1	5 8 6 1 3	54 7
10	2	30	5 0 0 0 0	58 3	1 8 8 9 7 2	4 5 8 4 4	8 6 6 3 2	29 58
9	3	45	7 0 7 1 1	48 2	1 4 9 5 4 4	6 4 8 3 4	9 6 9 5 5	14 11
8	4	60	8 6 6 0 3	37 21	1 2 5 8 5 1	7 9 4 0 5	9 9 9 3 2	2 7
7	5	75	9 6 5 9 3	26 37	1 1 1 8 5 4	8 8 5 6 5	9 9 0 6 3	7 51
6	6	90	1 0 0 0 0 0	16 6	1 0 4 0 8 2	9 1 6 8 9	9 5 4 3 2	17 23
5	7	105	9 6 5 9 3	6 7	1 0 0 5 7 3	8 8 5 6 5	8 9 0 7 2	27 2

Eſt autem Altitudo Solis in circulo Verticali grad. 35. 4'.

Sol

Digitized by Google

Sol in ♑ ad latitudinem graduum 44.

Horæ à med. noc.	Horæ à Meridie	Diſtātia à meri.	Sinus eius	Altitudo Solis	Secans eius	Inuentum primum	Sinus ſecundus diſtantiæ Solis ab Ortu	Diſt. Sol. ab Ortu M
11	1	15	25882	21 5	107174	25731	25433	75 16
10	2	30	50000	17 6	104625	45844	47964	61 20
9	3	45	70711	10 54	101837	64834	66025	48 41
8	4	60	86603	3 1	100139	79405	79515	37 20

Sunt autem latitudines vmbrarum ad ſingulas horas in Aequinoctiali & in Tropico ♑ Meridianæ; ſed in Tropico ♋ in horis à Meridie 1.2.3.& 4. ſunt Meridionales, Sol enim ad illas horas maiorem obtinet Altitudinem, quàm in circulo Verticali; in reliquis autem horis à Meridie dictæ vmbrarum latitudines ſunt Septentrionales. Vbi etiam monemus, ipſas latitudines in horis à Meridie ſemper eſſe Occidentales, at in horis à media nocte eſſe ſemper contrà Orientales. Sed iam aliud Exemplum pro latitudinibus vmbrarum Solis ad ſingulas horas ab Occaſu proferamus.

Exemplum ſecundum pro latitudinibus vmbrarum Solis ad ſingulas horas ab Occaſu ad Eleuationem Poli graduum 45.

Dum Sol eſt in punctis Aequinoctialibus, hoc eſt in ♈, ſeu ♎ ad Eleuationem Poli graduum 45.

Horæ ab Occaſu		Diſtantia à Meridiano	Sinus eius	Altitudo Solis	Secans eius	Sinus ſecundus Diſtantia Solis ab Ortu	Azimuth Solis
Hora	23	75 0	96593	10 33	101720	98254	10 43
pome	22	60 0	86603	20 42	106901	92579	22 1
ridia-	21	45 0	70711	30 0	115470	81650	35 16
na	20	30 0	50000	37 46	126500	63250	50 46
	19	15 0	25882	43 5	136919	35437	69 15
	18	0 0	00000	45 0	141421	00000	90 0
Ante	17	15 0	25882	43 5	136919	35437	69 15
meri-	16	30 0	50000	37 46	126500	63250	50 46
diana	15	45 0	70711	30 0	115470	81650	35 16
	14	60 0	86603	20 42	106901	92579	22 1
	13	75 0	96593	10 33	101720	98254	10 43

Sol in ♋ ad latitudinem graduum 45.

Horæ ab Occaſu		Diſtātia à Mer.	Sinus eius	Altitudo Solis	Secans eius	Inuentum primum	Sinus ſecundus Diſtantia Solis ab Ortu	Diſtantia ſolis ab Ortu
Hora	23	100 48	98229	9 15	101317	90065	91251	24 9
pome	22	85 48	99731	19 15	105922	91442	96857	14 24
ridia-	21	70 48	94438	29 42	115124	86589	99684	4 33
næ.	20	55 48	82708	40 17	131086	75834	99408	6 14
	19	40 48	65342	50 38	157659	59911	94455	19 10
	18	25 48	43523	60 0	200000	39906	79812	37 3
	17	10 48	18738	66 48	253844	17181	43613	64 9
Hora	16	4 12	7329	68 15	269864	6720	18135	79 33
ante-	15	19 12	32887	63 27	223724	30154	67462	47 34
meri-	14	34 12	56208	54 56	174056	51537	89703	26 14
dianæ	13	49 12	75700	44 54	141175	69408	97987	11 31
	12	64 12	90032	34 22	121147	82549	100000	0 0
	11	79 12	98229	23 49	109308	90065	98448	10 6
	10	94 12	99731	13 35	102878	91442	94073	19 49
	9	109 12	94438	3 57	100238	86589	86795	29 47

Digitized by Google

Sol in ♑ ad latitudinem graduum 45.

Horæ ab Occaſu		*Diſtantia à Mer.*	*Sinus eius*	*Altitudo Solis*	*Secans eius*	*Inuentum primum*	*Sinus ſecundus diſtantiæ Solis ab ortu*	*Diſt. Solis ab ortu*
Pomeridia-	23	49 12	71700	8 8	101016	69408	70113	45 29
	22	54 12	56208	14 43	103392	51537	53285	57 48
na.	21	19 12	32887	19 16	105933	30154	31943	71 22
	20	4 12	7329	21 22	107380	6720	7215	85 52
Antemeri-	19	10 48	18738	20 46	106948	17181	18375	79 25
	18	25 48	43523	17 33	104882	39906	41854	65 15
diana.	17	40 48	65342	12 2	102247	59911	61257	52 13
	16	55 48	82708	4 43	100340	75834	76092	40 27

II. MODVS *Per Tabulas Analogiarum.*

Recurre ad Tabulam Generalem, & ingredere illam per lateralem introitum cum Declinatione Solis, & cum Diſtantia eius à Meridiano, ſi fuerit Quadrante minor, vel cum complemento ad ſemicirculum, ſi maior; ita tamen vt accipias in calce vel à dextro latere Declinationem, & Diſtantiam à à Meridiano vel in fronte vel à latere ſiniſtro, & in area patebit Inuentum primum. Deinde ſume in calce vel à dextro latere Altitudinem Solis ſupra Horizontem, in area verò dictum primum Inuentũ, atque à dextro latere vel in calce obtinebis ipſum Azimuth Solis. Vel etiam quære in fronte Tabulæ ſecundæ Analogiæ Altitudinem Solis ſupra Horizontem, & à ſiniſtro latere primum Inuentum, & ex area colliges complementum Azimuth Solis quæſiti.

Cæterùm Sole Aequinoctialia puncta obtinente facilior erit operatio, ac vno tantũ ingreſſu abſoluitur, vel per Tabulam primæ Analogiæ, vel per Tabulam ſecundæ; per hanc quidem, ſi ingreſſus illam in fronte cum Altitudine Solis, & à ſiniſtro latere cum Diſtantia eius à Meridiano, reperies in area complementum Azimuth Solis; per illam verò primæ Analogiæ, ſi in eius calce vel dextro latere ſumpſeris Altitudinem Solis ſupra Horizontem, & in area Diſtantiam eius à Meridiano, quæ tunc vice primi Inuenti fungetur, atque tunc vel à dextro latere, vel in calce deprehendes Azimuth Solis.

Exemplum primum.

Eſto Solis locus grad. 6. ♊ ſicut in primo Exemplo ſuperioris modi; eius autem Declinatio datur graduum 21. 23′. 8″. & Altitudo ſupra terram graduum 5. 1′. 1″. ad Eleuationem Poli graduum 45. dum habet à Meridiano Diſtantiam graduum 105.

	G M S	
Declinatio Solis *Diſtantia eius à Meridiano*	21 23 8 105 0 0	*in calce primæ Tabulæ.*
Complementum eius ad ſemicirculum	75 0 0	*à ſiniſtro latere primæ Tabulæ.*
Inuentum primum ex area collectum *Altitudo Solis ſupra Horizontem*	64 4 0 5 1 1	*à ſiniſtro latere* } *ſecundæ Tab.* *in fronte* }
Numerus in area compertus *Complementum eius, id eſt Azimuth Solis*	64 32 0 25 28 0	

Exemplum ſecundum.

Sit idem Solis locus, ac proinde eadem Declinatio. Sit autem Altitudo eius ſupra Horizontem grad. 35. 56′. 55″. dum remouetur à Meridiano grad. 60.

	G M S	
Declinatio Solis *Diſtantia eius à Meridiano*	21 23 8 60 0 0	*in calce* } *primæ Tab.* *à ſiniſtro latere* }
Inuentum primum in area acceptum *Altitudo Solis ſupra Horizontem*	53 45 0 35 56 55	*in area* } *primæ Tab.* *in calce* }
Azimuth Solis à dextro latere	5 3 0	

Digitized by Google

Secunda Forma

Per Triangula Obliquangula.

QVoniam in Triangulo Obliquangulo HEI cognitum eſt latus EI tanquam complementum Declinationis Solis, & latus HI vt complementum Altitudinis Solis ſupra Horizontem, cum angulo ipſi oppoſito HEI Diſtantiæ Solis à Meridiano, ideò ex Problemate octauo Quarti dabitur angulus EHI, ad quem refertur arcus FG, cuius differentia à Quadrante erit Azimuth Solis BG. Multiplicetur itaque pro ratione tertij modi dicti Problematis Secans Altitudinis Solis ſupra Horizontem in Sinum Diſtantiæ Solis à Meridiano, & à producto reiectis quinque notis relinquetur Inuentum primum; quod deinde multiplicatum in Sinum ſecundum Declinationis Solis producet numerum, qui reciſis totidem notis dextris patefaciet Sinum ſecundum ipſius Azimuth Solis.

Exemplum primum.

ESto Sol in grad. 6. ♊ diſtans à Meridiano gr. 105. Aequatoris, cuius Declinatio eſt grad. 21. 23′. 8″. & Altitudo ſupra Horizontem gr. 5. 1′. 1″. ad Eleuationem Poli grad. 45.

	G M S		
Altitudo Solis ſupra Horizontem	5 1 1	1 0 0 3 8 5	*Secans eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0	9 6 5 9 2	*Sinus eius.*
		9 6 9 6 4	*Productum primum.*
Declinatio Solis	21 23 8	9 3 1 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis Horizontalis ab ortu	25 27 45	9 0 2 8 7	*Sinus ſecundus prodiens.*

Exemplum ſecundum.

MAnente Sole in grad. 6. ♊ ſit eius Altitudo ſupra Horizontem grad. 35. 56′. 55″. dum diſtant à Meridiano grad. 60. ad eandem Eleuationem Poli grad. 45.

Altitudo Solis ſupra Horizontem	35 56 55	1 2 3 5 2 7	*Secans eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	8 6 6 0 3	*Sinus eius.*
		1 0 6 9 7 8	*Productum primum.*
Declinatio Solis	21 23 8	9 3 1 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Solis	5 3 0	9 9 6 1 2	*Sinus ſecundus proueniens.*

PROBLEMA XXV.

Eandem Diſtantiam Solis Horizontalem à circulo Verticali, ſeu orientis elicere, data Diſtantia Solis à Meridie, Declinatione eiuſdem, ac Poli altitudine.

Prima Forma

Per Triangula Rectangula.

DEntur in iiſdem ſuperioris Problematis figuris tria, nempe latus IE, ſeu complementum Declinationis Solis exiſtentis in I, latus HE, Diſtantia ſcilicet Poli Mundi à Vertice, ſeu complementum Altitudinis Poli, & angulus HEI Diſtantiæ Solis à Meridiano. E quibus colligantur tria Inuenta, non aliter quàm in vndecimo Problemate huius fecimus, hoc eſt latus NI pro primo Inuento, latus NE pro ſecundo Inuento, & latus HN pro tertio Inuento. Tum verò ex primo Inuento NI, & ex tertio HN habebitur per nonum Proble. Tertij angulus NHI, quem determinat arcus Horizontis DG, vel FG, qui à Quadrante reiectus relinquit arcum GB Horizontis, hoc eſt Diſtantiam Solis Horizontalem à vero Aequatoris ortu.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij, ita Tangens ſecunda Inuenti primi ad Tangentem Diſtantiæ Solis Horizontalis à circulo Orientis.

Digitized by Google

Exemplum primum.

Eſto Sol in gr. 6. ♊ ad horam 7. P.M, ſicut accepimus in primo Exemplo Problematis vndecimi huius, ex quo prodiere tria Inuenta, vt hic.

	G	M	S		
Primum Inuentum	64	4	50	48600	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum tertium	78	28	0	97581	*Sinus eius.*
Diſtantia Solis Horizontalis ab ortu	25	28	0	47619	*Tangens prodiens.*

Exemplum ſecundum.

Sole exiſtente in grad. itidem 6. ♊ ad horam 4. P. M. explorata fuere in dicto vndecimo Problemate tria Inuenta, vnde calculus talis erit.

	G	M	S		
Inuentum primum	53	44	45	73335	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum tertium	6	55	51	12067	*Sinus eius.*
Diſtantia Solis Horizontalis ab Ortu	5	3	0	8849	*Tangens proueniens.*

Secunda Forma

Per Triangula Obliquangula.

Sequamur quartum modum Problematis quarti libri itidem Quarti huius; & fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli Diſtantiæ Solis à Meridie ita Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad primum Inuentum. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum eiuſdem Diſtantiæ Solis à Meridie, ita Tangens Eleuationis Poli ad Inuentum ſecundum. Tum ex collatione huius Inuenti ſecundi cum Tangente Declinationis Solis, & minore numero de maiore ſubtracto, ſi Diſtantia Solis à Meridiano fuerit Quadrante minor, vel coniunctis illis, ſi maior, producetur Inuentum tertium. Ad extremum verò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita Inuentum tertium ad Tangentem anguli quæſiti, cui debetur arcus Horizontis, qui dicitur Azimuth Solis.

Exemplum primum.

Eſto Sol in gradibus 6. ♊ diſtans à Meridiano gradibus 105. cuius Declinatio graduum 21. 23′. 8″. & Poli altitudo graduum 45.

	G	M	S		
Diſtantia Solis à Meridiano	105	0	0		
Complementum eius ad ſemicirculum	75	0	0	103528	*Secans eius ſecunda.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
				73206	*Inuentum primum.*
Compl. diſtantiæ Solis à Merid. ad ſemicirc.	75	0	0	25882	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli	45	0	0	100000	*Tangens eius.*
				25882	*Inuentum ſecundum.*
Declinatio Solis	21	23	8	39161	*Tangens eius.*
				65043	*Aggregatum, id eſt 3. Inuentum multipl. in 1.*
Azimuth Solis	25	28	0	47615	*Tangens prodiens.*

Exemplum ſecundum.

Eſto idem Solis locus graduum 6. ♊, cuius diſtantia à Meridiano ſit graduum 60.

	G	M	S		
Diſtantia Solis à Meridiano	60	0	0	115470	*Secans eius ſecunda.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
				81650	*Inuentum primum.*
Eadem diſtantia Solis à Meridiano.	60	0	0	50000	*Sinus eius ſecundus.*
Eadem Poli Eleuatio	45	0	0	100000	*Tangens eius.*
				50000	*Inuentum ſecundum.*
Declinatio Solis.	21	23	8	93161	*Tangens eius.*
				10839	*Differentia 1. tertiũ Inuentũ ducẽdum in 1.*
Azimuth Solis	5	3	0	8850	*Tangens proueniens.*

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XXVI.

Eandem diſtantiam Solis Horizontalem ab ortu, data Poli eleuatione, Solis Declinatione, ac eiuſdem ſupra Horizontem Altitudine, exquirere.

CVm in obliquangulo Triangulo HEI data ſint tria latera, videlicet HE diſtantia Poli Mundi à Vertice, quæ eſt complementum Eleuationis Poli, IE complementum Declinationis Solis, & HI complementum Altitudinis eiuſdem ſupra Horizontem, idcircò ex primo Problemate Quarti huius prodibit angulus EHI, qui refertur ad arcum FG, vel DG, cuius complementum eſt Azimuth Solis.

Fiat igitur iuxta quartum Modum dicti Problematis, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli, ita Secans Altitudinis Solis ſupra Horizontem ad primum Inuentum; deinde, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita differentia inter Sinum verſum, vel ſecundum complementi Declinationis Solis, & Sinum verſum, vel ſecundum differentiæ Eleuationis Poli & Altitudinis Solis, quæ ſolet vocari Inuentum ſecundum, ad Sinum verſum ſecundum Azimuth Solis.

Exemplum primum.

SIt locus Solis in grad.6.♊, cuius Declinatio datur grad.21.23′.8″. Borea, & diſtantia à Meridiano gr.105. ad Latitudinem Regionis graduum 45.

Altitudo Poli	45 .0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	5 1 1	1 0 0 3 8 5	*Sinus eius.*
		1 4 1 9 6 5	*Inuentum primum.*
Differentia dictarum Altitudinum	39 58 59	7 6 6 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Solis	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus eius ſecundus.*
		4 0 1 5 9	*Differentia, i. Inuentum 2. multipl. in primu.*
Azimuth Solis	25 28 0	5 7 0 1 2	*Sinus verſus ſecundus proueniens.*

Exemplum ſecundum.

MAneat idem Solis locus, ac proinde eadem Declinatio, & Poli Eleuatio, ſed Altitudo eius ſupra Horizontem ſit grad.35.56′.55″.

Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	35 56 55	1 2 3 5 2 7	*Secans eius.*
		1 7 4 6 9 3	*Inuentum primum.*
Differentia dictarum Altitudinum	9 3 5	9 8 7 5 5	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Solis	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus eius.*
		6 2 2 9 1	*Differentia, ideſt Inuentum 2. ducendũ in 1.*
		1 0 8 8 1 8	*Sinus verſus prodiens.*
		1 0 0 0 0 0	*Sinus totus ſubtrahendus.*
Azimuth Solis	5 3 0	8 8 1 8	*Sinus quæſitus relictus.*

Reliquos modos dicti Primi Problematis Quarti libri conſultò præterimus, quòd huic operationi non conueniant.

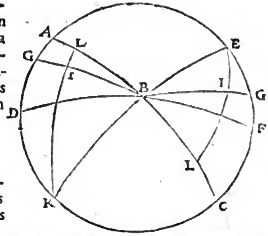
PROBLEMA XXVII.

Arcum Meridiani circuli interceptum inter Verticalem primarium dicti Meridiani, & inter circulum Altitudinis Solis ſupra ipſum, ope diſtantiæ Solis à Meridiano ac Declinatione eiuſdem ad quamcunq; horam indagare.

REferatur huc ſchema Decimi ſexti Problematis huius, in quo Meridianus circulus intelligitur eſſe ABCG, Æquator ABC, Horizon loci DBF, circulus horæ ſextę EBK, qui eſt tanquam Meridianus ipſius propoſiti Meridiani ADCG pro Horizonte accepti. Æquator autem ſit tanquam circulus Verticalis primarius, vnde propoſitus arcus Meridiani eſt CG, qui nimirum cadit inter Verticalem primarium dicti Meridiani, ideſt inter Æquatorem, & inter circulum BIG Altitudinis Solis ſupra eundemmet Meridianum; eſtque tanquam Azimuth ad deſignandas

gnandas

Digitized by Google



gnandas vmbrarum Latitudines in Horologio ſupra ſuperficiem Meridiano erecto circulo æqui diſtantem. In triangulo igitur Rectangulo BIL data ſunt duo latera circa angulum rectum L, nimirum IL Declinatio Solis, & BL complementum diſtantiæ Solis à Meridiano; quare per nonum Problema Tertij dabitur angulus LBI, cuius menſura eſt arcus Meridiani CG, quem inquirere proponebamus.

I. MODVS Per Sinus, & Tangentes.

Fiat vt Sinus totus ad Sinum ſecundum diſtantiæ Solis à Meridiano, ita Tangens ſecunda Declinationis Solis ad Tangentem ſecundam dicti arcus Azimuthalis ſeu Meridiani circuli.

Exemplum. *Aſſumamus hic idem exemplum Problematis decimiſexti, vbi inquiſiuimus Altitudinem Solis exiſtentis in Tropico ♋ ſupra Meridianum circulum ad horam quartam ante vel poſt Meridiem in Latitudine Regionis graduum 44. eamq; inuenimus grad. 52.34'. & lubeat nunc explorare Latitudinem vmbræ ſupra Meridianum circulum ad dictam horam, quæ Latitudo vmbræ attenditur penes remotionem circuli Altitudinis Solis ad dictam horam ab Aequinoctiali vicem gerente Verticalis primarij.*

	G M S		
Diſtantia Solis a Meridiano	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Solis	23 31 30	2 2 9 7 1 0	*Tangens eius ſecunda.*
Arcus Meridiani quæſitus	41 2 40	1 1 4 8 5 5	*Tangens ſecunda prodiens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

INtrabis Magnum Canonem in calce,, & à latere dextro cum Declinatione Solis, & accipies arcum arealem in tertio ordine; cum quo, & cum complemento diſtantiæ Solis à Meridiano abſolues Proſtaphæreſin, vt in hoc repetito exemplo patet.

Complementum diſtantiæ Solis a Meridiano	30 0 0		
Declinatio Solis commutata ex tertio ordine	13 16 48		
Differentia	16 43 12	9 5 7 7 2 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	43 16 48	7 2 8 0 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
		2 2 9 7 1 1	*Relictum è ſubtractione.*
Arcus Meridiani quæſitus	41 2 40	1 1 4 8 5 5	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda.*

III. MODVS Per tertiam Analogiæ Tabulam.

NVllo propemodùm negocio acquiritur quæſitus Meridiani arcus ex tertia Tabula Primi Mobilis, obſeruando in eius calce diſtantiam Solis à Meridiano, & à dextro latere Declinationem illius, atque ſic in area colligetur complementum dicti arcus.

Sumo, in eodem Exemplo dato, in calce dictæ Tabulæ grad. 60. & à latere dextro in numeris maioribus gr. 23. in minoribus reliqua minuta, & proueniunt ex area gradus 48.57'. Vnde quæſitus Meridiani arcus erit grad. 41.3'. ferè.

PROBLEMA XXVIII.

Eundem arcum Meridiani circuli, qui Azimuth officio fungitur, ex data Altitudine Solis ſupra Meridianum, ac eiuſdem Declinatione ad horam quamlibet exquirere.

IN eodemmet Triangulo Rectangulo BLI per Altitudinem Solis ſupra Meridianum cognitam data erit Baſis BI tanquam complementum, & ex eodem latere IL Declinationis innoteſcet per Quartum Problema Tertij angulus LBI, id eſt arcus Meridiani CG, qui vices Azimuth aget.

I. MODVS Per Sinus, & Secantes.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Solis ſupra Meridianum circulum, ita Sinus Declinationis eiuſdem ad Sinum arcus Meridiani quæſiti.

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum idem cum primo ſuperioris Problematis.

	G M S		
Altitudo Solis ſupra Meridianum	52 34 0	1 6 4 5 1 8	*Secans eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Arcus Meridiani Azimuthalis quæſitus	41 2 40	6 5 6 6 7	*Sinus prodiens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

CVm Altitudine Solis ſupra Meridianum commutata in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, & cum Declinatione Solis perficitur operatio, vt ſequitur.

Declinatio Solis	23 31 30		
Altitudo Solis commutata ex quarto ordine	9 28 9		
Differentia	14 3 21	9 7 0 0 6 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	32 59 39	8 3 8 7 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
		1 3 1 3 3 4	*Differentia Sinuum.*
Arcus Meridiani Azimuthalis	41 2 40	6 5 6 6 7	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS Per vnicum arealem ingreſſum in Generalem Tabulam.

CApe à latere dextro dictæ Tabulæ Altitudinem Solis ſupra circulum Meridianum, & in area Declinationem Solis, & in fronte patebit dictus Meridiani arcus. Vel etiam cape in calce dictam Solis Altitudinem, & in area Declinationem, & tunc a ſiniſtro latere obtinebis quæſitum Meridiani arcum.

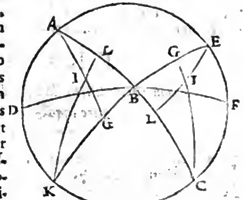
Vt in Exemplo iam propoſito adinuenio gradus 52.34'. in calce, & in area gradus 23.31'.30". atque à latere ſiniſtro colligo gradus 41.2'.40". vt ſupra.

IV. MODVS Per ſecundam Analogiæ Tabulam.

SVme in fronte ſecundæ Tabulæ Altitudinem Solis ſupra Meridianum graduum 52.34'. & à ſiniſtro latere Declinationem Solis graduum 23.31'.36". atque in area patebit quæſitus Meridiani arcus graduum 41.4'. ferè,

PROBLEMA XXIX.

Arcum circuli horæ ſextæ concluſum inter Verticalem dicti circuli horæ ſextæ, & circulum Altitudinis Solis, ad horam quamcunque ſupra dictum circulum horæ ſextæ dimetiri.



QVemadmodum in præcedentibus Problematibus conſideramus Azimuth Solis reſpectu Horizontis, hoceſt arcum Horizõtis ductum inter Verticalem primarium, & Verticalem alterum per Solare corpus tranſeuntem ad horam propoſitam: ita hic ſumpto circulo horæ ſextæ tanquam Horizonte proponimus inueſtigare eius portionem concluſam inter Aequinoctialem, qui eſt tanquam eius Verticalis primarius, & inter circulum Altitudinis Solis ſupra dictum circulum horæ ſextæ ad quamcunque horam; vt inde haberi poſſint Latitudines vmbrarum in Horologio ſuper Plana ſuperficie æquidiſtante illi circulo horæ ſextæ ad quaſuis horas. Aſſumpto itaque diagrammate decimiſeptimi Problematis huius, circulus horæ ſextæ erit E B K, cuius Verticalis erit ipſe Aequinoctialis A B C, & circulus C I G, vel A I G Altitudinis Solis ſupra ipſum circulum horæ ſextæ, vnde arcus B G erit tanquam Azimuth inueſtigandus.

In Triangulo itaque Rectangulo A L I, vel C L I, datur nota Baſis C I, vel A I, tanquam complementum Altitudinis Solis ſupra circulum horæ ſextæ, quam explorare docuimus in dicto decimoſeptimo Problemate, & datur latus I L Declinationis Solis; Quare per Problema quartum Tertij cognoſcetur angulus I C L, vel I A L, quem menſurat arcus B G propoſitus.

I. MODVS

Digitized by Google

I. MODVS Per Sinus, & Secantes.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Solis ſupra circulum horæ ſextæ. ita Sinus Declinationis Solis ad Sinum arcus circuli horæ ſextæ inter circulum Altitudinis Solis ſupra circulum horæ ſextæ, & Aequatorem concluſi.

Exemplum.

Sole extante in Tropico ♋ ad Eleuationem Poli graduum 44. fuit per decimumſeptimum Problema huius adinuenta eius Altitudo ſupra circulum horæ ſextæ ad horam quartam ante, vel poſt Meridiem, gr. 27.17'.12". nunc verò inueſtigabimus arcum eiuſdem circuli horæ ſextæ cadentem inter circulum Altitudinis ſupra illum circulum horæ ſextæ, & Aequinoctialem, vt ſequitur.

	G M S		
Altitudo Solis ſupra circulum horæ ſextæ	27 17 12	1 1 2 5 2 1	*Secans eius.*
Declinatio Solis	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Arcus circuli horæ ſextæ quæſitus.	26 41 16	4 4 9 1 3	*Sinus prodiens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

Commutetur Altitudo Solis ſupra circulum horæ ſextæ in arcum arealem quarti ordinis, & cum numero hoc commutato, ac cum Declinatione Solis perfice calculum Proſtaphæreticum, vt hic.

Declinatio Solis	23 31 30		
Altitudo Solis commutata ex quarto ordine	6 27 39		
Differentia	17 3 51	9 5 5 9 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	29 59 9	8 6 6 1 4 9	*Sinus eius ſecundus.*
		8 9 8 2 8	*Differentia Sinuum.*
Arcus circuli horæ ſextæ quæſitus.	26 41 16	4 4 9 1 4	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS Per arealem ingreſſum in Tabulam primæ Analogiæ.

Cape à latere dextro dictæ Tabulæ Altitudinem Solis ſupra circulum horæ ſextæ, & areatim Declinationem Solis, & in fronte obtinebis quæſitum arcum dicti circuli horæ ſextæ. Vel etiam ſume in calce dictam Altitudinem, & areatim Solis Declinationem, atq; à ſiniſtro latere offeretur idemmet arcus dicti circuli horæ ſextæ.

Vt in dicto Exemplo accipio Altitudinem Solis ſupra circulum horæ ſextæ graduum 27.17'.12". à dextro latere, & in area grad. 23.31'.30". Declinationis Solis, & in fronte dantur grad. 26.41'.16". pro arcu quæſito dicti circuli horæ ſextæ.

IV. MODVS Per lateralem ingreſſum in ſecundam Tabulam.

Sed expeditiùs operaberis per ſecundam Primi Mobilis Tabulam, accipiendo in eius fronte Altitudinem Solis ſupra circulum horæ ſextæ graduum 27.17'.12". & à ſiniſtro latere Declinationem Solis graduum 23.31'.30". nam ex area excipies arcum quæſitum circuli horæ ſextæ grad. 26.41'.

PROBLEMA XXX.

Arcum circuli Verticalis, ſeu diſtantiam Solis Verticalem à vero ortu, vel occaſu indagare, pro dignoſcenda vmbræ latitudine ad ſingulas horas in Horologijs Verticalibus.

Repetantur hic ſchemata Problematis Decimioctaui huius, in quibus adinuenire docuimus Altitudinem Solis I G ſupra Verticalem circulum primarium F B D, per datam Eleuationem Poli Regionis ſupra Horizontem H E, & diſtantiam à Meridiano computatam in arcu Aequatoris C L metientis angulum F E I, & Declinationem I L. Nunc autem ex iiſdem datis opus ſit cognoſcere arcum dicti Verticalis circuli concluſum inter Horizontem, & circulum Altitudinis ipſius H I G ſupra dictum Verticalem circulum. Atque vt Problema decimummoctauum conuenit cum Problemate Decimo, ita hoc trigeſimum habet magnam cognationem cum Vigeſimoquarto huius, in quo propoſuimus adinuenire Azimuth Solis, ſeu diſtantiam Horizontalem ad horam propoſitam ex Declinatione Solis, ex Altitudine eius ſupra Horizontem, quæ hic permutatur in Altitudinem eiuſdem ſupra Verticalem, & ex diſtantia ipſius Solis à Meridiano.

In Trian-

Digitized by Google

In Triangulo itaque obliquangulo H E I, quoniam data ſunt duo latera, nempe E I, vt complementum Declinationis Solis, & H I complementum Altitudinis Solis ſupra circulum Verticalem primarium, cum angulo ipſi oppoſito H E I diſtantiæ Solis à Meridiano, ideo per Problema Octauum Quarti innoteſcet angulus E H I, quem menſurat arcus F G Verticalis primarij, cuius differentia à Quadrante, erit arcus B C quæſitus. Conſtat igitur hoc Problema conuenire cum vigeſimoquarto huius, permutatis tantùm circulis, Horizonte in Verticalem ſcilicet, atque ſic per ſingulos illos modos hoc Problema abſoluitur.

Alia ratio.

Quin etiam ad imitationem Problematis Vigeſimiquinti poterimus elicere eundem Verticalem arcum tanquam Azimuth, ex diſtantia Solis à Meridiano, Declinatione eiuſdem, ac Polari Altitudine. Sicut enim ibi formatur Triangulum obliquangulum ex latere E I complemento Declinationis, & ex H E complemento Altitudinis Poli, quæ duo datum compræhendunt angulum H E I diſtantiæ Solis à Meridiano, ita hic efformatur Triangulum ex eodem I E complemento Declinationis, & ex ipſa Poli eleuatione H E, quæ duo latera intercipiunt eundem angulum H E I diſtantiæ Solis à Meridiano.

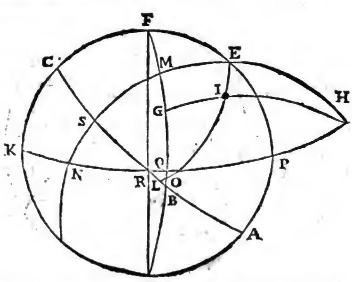
Alia ratio.

Verùm, & ex altitudine Poli ſupra Horizontem, Solis Declinatione, ac eiuſdam ſupra Horizontem Altitudine colligemus eundem Verticalis circuli arcum tanquam Horizontis portionem ad imitationem Problematis Vigeſimiſexti, dummodò pro diſtantia Poli mundi à Vertice illic accepta ſubſtituamus hic Poli eleuationem, cæteris terminis manentibus, vt non ſit opus prolixiore repetitione, præſertim quòd duo hi poſteriores modi primo ſint difficiliores.

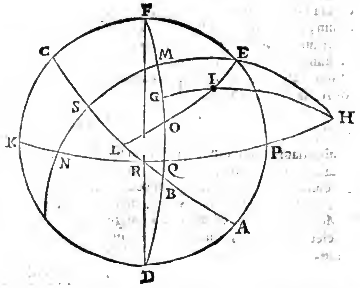
PROBLEMA XXXI.

Arcum cuiuſcunque circuli Verticalis à Meridiano ad ortum, vel occaſum declinantis, concluſum inter Horizontem loci, & circulum Altitudinis Solis ſupra dictum Verticalem declinantem indagare.

Reſumamus hic eadem ſchemata, quæ à nobis declarata fuere Problemate decimonono huius, vbi inquiſiuimus Altitudinem Solis exiſtentis in I ſupra Verticalem circulum F B D, declinantem à Meridiano, id eſt arcum I G. At nunc oportebit adinuenire arcum G B, qui eſt ceu Azimuth, dum conſideramus dictum circulum F B D tanquam Horizontem. Nam ſi ex Polo H ipſius duceretur circulus magnus per punctum B ſectionis Æquatoris, & dicti circuli, ille quidem vices præſtaret Verticalis primarij reſpectu circuli inclinati F B D. Vnde collectis his arcubus pateſiunt latitudines vmbrarum in horologijs muralibus declinantibus. Sequemur autem Problema vigeſimumquartum huius de inuentione Azimuth Solis ſeu diſtantia Horizontalis eius ab ortu, vel ab occaſu; & vbi in dicto Problemate vtebamur diſtantia Solis à Meridie, accipiemus hic diſtantiam Solis à Meridiano dicti circuli inclinati, quam refert angulus M E I; ac vice Altitudinis Solis ſupra Horizontem, ſumemus hic Altitudinem eius ſupra dictum circulum inclinatum, quæ eſt



arcus I G, manente vtrobique eadem Solis Declinatione.



Quare iuxta ſecũdam formam Problematis Vigeſimiquarti recurremus ad Triãgulum obliquangulum H E I, in quo innotuit latus E I, cùm ſit complementum Declinationis Solis, & latus H I ceu complementum Altitudinis Solis datæ ſupra propoſitum circulum, vel ſuperficiem muralem declinantem F B D. Datur prætereà angulus H E I vt complementum ad ſemicirculum diſtantiæ Solis à Meridiano H E S dicti circuli inclinati F B D. Vnde ex Problemate octauo Quarti prodibit notus angulus E H I, quem metitur arcus M G dicti circuli inclinati, cuius differentia à Quadrante erit Azimuth Solis reſpectu dicti circuli inclinati, id eſt arcus G B.

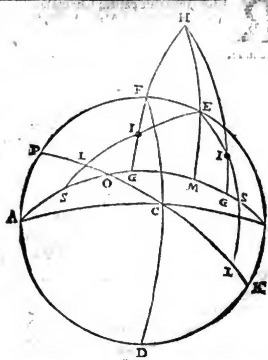
Multiplicetur itaque ſecans Altitudinis Solis ſupra dictum circulum inclinatum, in Sinum diſtantiæ Solis à Meridiano dicti circuli, & poſt reiectionem quinque notarum prodibit primum productum; quod multiplicatum in Sinum ſecundum Declinationis Solis, & abiectis denuò quinque notis dextris, relinquetur Sinus ſecundus Azimuth Solis reſpectu dicti circuli inclinati.

Exemplum. *Problemate decimonono huius offerebatur ſuperficies muralis Meridionalis ad ortum declinans gr. 60. ſub loci latitudine gr. 45. ibiq; inquiſita fuerunt Altitudines Solis ad ſingulas horas ab occaſu in Tropico ♑. Nunc verò Azimutha ſeu latitudines umbrarum hoc Problemate determinamus, & verbi gratia ad horam 21. ab occaſu; in qua dabatur Altitudo Solis grad. 10.44'. cuius à Meridiano diſtantia fuit graduum 86.59'.27".*

	G	M	S		
Altitudo Solis ſupra ſuperficiem	10	44	0	1 0 1 7 8 1	*Secans eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano	86	59	27	9 9 8 6 2	*Sinus eius.*
				1 0 1 0 4 0	*Productum primum.*
Declinatio Solis	23	31	30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Solis in dicto circulo	21	16	0	9 3 1 9 3	*Sinus ſecundus prodiens.*

PROBL. XXXII.

Arcum circuli poſitionis ad inſtar Azimuth clauſum inter Verticalem primarium dicti circuli poſitionis, & circulum Altitudinis Solis, ad horam propoſitam, ſupra dictum poſitionis circulum indagare.



Retento diagrammate vigeſimi Problematis huius, vbi adinuenire docuimus Altitudinem Solis ad horam propoſitam ſu-
108 pra circulum poſitionis A D B, hoc eſt arcum I G, doceamus modò explorare arcum O G dicti circuli poſitionis concluſum inter circulum H I G Altitudinis ipſius ſupra eundem circulum ad horam aliquam, & inter punctum O; qui arcus dicitur veri ortus, vel occaſus Solis in dicto circulo: Per punctum verò O ſi duceretur à Polo H dicti circuli poſitionis circulus maximus, eſſet is quidem tanquam Verticalis primarius. Atq; hic Triangulum Obliquangulum H E I in hoc caſu perpendendum erit non aliter, quàm in præcedente Problemate fecimus; præterquam enim quod hic eadem data ſunt

latera

Digitized by Google

latera, nempe latus E I pro complemento Declinationis datæ ipſius Solis, & latus H I pro complemento Altitudinis Solis datæ ſupra propoſitum circulum poſitionis, innotuit etiam angulus H E I, cùm ſit angulus diſtantiæ Solis a Meridiano H E M dicti circuli poſitionis. Quare ex eodem Octauo Problemate Quarti innoteſcet angulus E H I, ideſt arcus G M ipſius menſura, cuius complementum eſt arcus O G quæſitus.

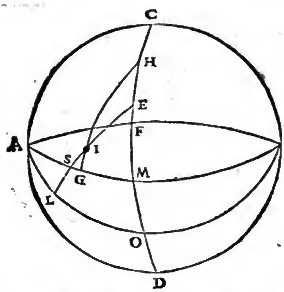
Exemplum. *Accipiamus idem Exemplum vigeſimi Problematis huius, in quo dabatur ſuperficies poſitionis grad. 30. ad Horizontem loci grad. 44. inclinata, & ad occaſum vergens. Ad horam verò quartam poſt Meridiem fuit cognita Altitudo Solis ſupra ipſam ſuperficiem grad. 67. 20′. Nunc autem Azimuth ad dictam horam ſic indagabimus.*

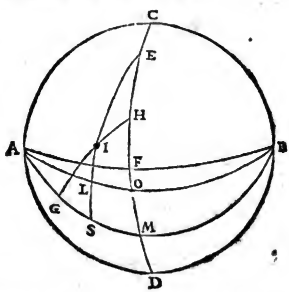
	G	M	S		
Altitudo Solis ſupra ſuperficiem	67	20	0	2 5 9 4 9 1	*Secans eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano dictæ ſuperficiei	21	15	0	3 6 2 4 4	*Sinus eius.*
				9 4 0 5 0	*Productum primum.*
Declinatio Solis	23	31	30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Solis in dicta ſuperficie	30	25	15	8 6 2 3 5	*Sinus ſecundus prodiens.*

PROBLEMA XXXIII.

Arcum circuli cuiuſcunq; inclinati ad Horizontem, & ad Meridianum recti, comprahenſum inter punctum veri ortus, vel occaſus, & circulum Altitudinis Solis, ſupra talem circulum exquirere.

De huiuſmodi circulo ad Horizontem inclinato, & ad Meridianum recto loquuti fuimus Problemate vigeſimoprimo huius, vbi adinuenire docuimus Altitudinem Solis ſupra ipſum, quam repræſentat arcus I G. Translatis igitur ſchematibus dicti Problematis ad hunc locum, proponimus hic inquirendum arcum A G ipſius circuli inclinati A O B, qui cadit inter punctum A veri exortus, vel occaſus, & circulum H I G Altitudinis ipſius Solis ſupra dictum circulum inclinatum. Non differt autem hæc operatio ab illis ſuperiorum Problematum, nam accepto Triangulo obliquangulo H E I, dantur in eo duo latera, E I complementum declinationis Solis, & H I complementum Altitudinis Solis ſupra dictum circulum inclinatum: ac inſuper notus eſt angulus H E I diſtantiæ Solis à Meridiano. Igitur ad eundem modum ſicut diximus in præcedentibus Pro-





blematibus ex octauo Problemate Quarti dabitur angulus E H I, ad quem refertur arcus G M, cuius complementum eſt arcus A G quæſitus.

Exemplum. *Problemate vigeſimoprimo ſumpſimus muralem ſuperficiem ad Zenith ſpectantem, & Meridiem reſpicientem, cuius ad Horizontem inclinatio dabatur graduum 30. ſub Latitudine loci graduum 44. & ad horam quartam poſt Meridiem collegimus Altitudinem Solis ſupra dictam ſuperficiem grad. 32. 46′. 40″. dum Sol obtinet initium ♋, & ad idem momentum inquiremus nunc Azimuth tali forma.*

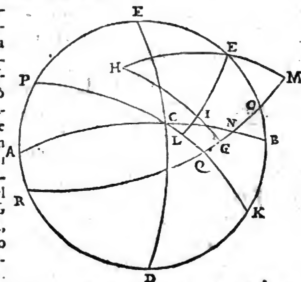
Digitized by Google

	G M S		
Altitudo Solis ſupra ſuperficiem	32 46 40	1 1 8 9 3 8	Secans eius.
Diſtantia Solis a Meridiano	60 0 0	8 6 6 0 3	Sinus eius.
		1 0 3 0 0 4	Productum primum.
Declinatio Solis	23 31 30	9 1 6 8 9	Sinus eius ſecundus.
Azimuth Solis in tali ſuperficie	19 11 25	9 4 4 4 3	Sinus ſecundus prodiens.

PROBLEMA XXXIV.

Arcum circuli omninò obliqui (nempe reſpectu Meridiani, Verticalis primarij, & Horizontis) concluſum inter Verticalem primarium dicti circuli obliqui, & circulum Altitudinis Solis ſupra talem circulum, inquirere.

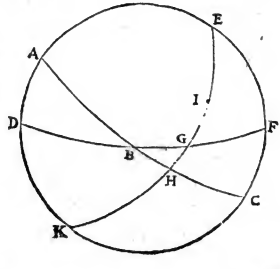
HAbet hoc Problema relationem cum vigeſimoſecundo huius, vbi inquiſiuimus Altitudines Solis ad horas ſingulas ſupra Planum omninò obliquum, pro definiendis Longitudinibus vmbrarum in horologijs ſupra huiuſmodi Plana ſuperficie delineandis: In hoc verò Problemate indagandæ ſunt Latitudines vmbrarum ex ipſis Azimuth. Tranſlato igitur ſchemate dicti vigeſimiſecundi Problematis ad hunc vſum proponimus inueſtigandum arcum Q G circuli K G M omninò obliqui, qui arcus clauditur tanquam Azimuth inter punctum Q veri ortus, vel occaſus, & inter circulum Altitudinis Solis H I G ad horam propoſitam. Et reſumpto hic, ſicut ſupra, Triangulo obliquangulo H E I, dabuntur in eo duo latera, E I tanquam complementum Declinationis Solis, & H I, ceu complementum Altitudinis Solis ſupra dictum circulum obliquum. Dabitur præterea angulus H E I Diſtantiæ Solis à Meridiano dicti circuli obliqui; vnde per idem octauum Problema Quarti, explorabitur angulus I H E, hoc eſt arcus G M, cuius complementum eſt arcus Azimuthalis quæſitus Q G.



PROBLEMA XXXV.

Arcum Horizontis à quolibet horario circulo interſectum, data Poli eleuatione, & Solis à Meridiano diſtantia deprehendere.

HVcuſque latitudines vmbrarum ad ſingulas horas inquiſiuimus, quibus mediantibus & longitudinibus earundem, per 23. Probl. huius, definitis, facillimè in qualicunque Plano, ſeu ſuperficie horologia conſtruantur: quę quidem longitudines & latitudines vmbrarum in horologijs, numerantur à centro ipſius Gnomonis ſeu ſtyli. Deinceps verò magnitudines horariorum arcuum tam Horizontis, quàm cæterorum circulorum ſeu ſuperficierum, in quibus horologia pro horis à Meridie, vel à media nocte delineantur, ſumus traditurí. Atque hi ſanè arcus horarij centrum ipſius horologij reſpiciunt, per quod ducta linea illa, quam horæ ſextæ dicimus, indicat ab vna parte horam ſextam à Meridie, ab alia verò eandem à media nocte. Horariæ verò lineæ à centro ipſius horologij prouenientes, diſtantias ſingularum horarum inter ſe definiunt, atq; à quibuſdam à Meridiano, ab alijs verò à circulo Verticali primario, veluti latitudines vmbrarum numerantur. Ac ſumpto quidem exordio à Plano Horizontali, aptetur Meridiano D A E F ſubiectæ figuræ, dimidius Horizon D B F, & dimidius Ae-



quator

Digitized by Google

quatuor A B C. Polus Mundi Boreus ſit E, à quo per Solem in I deſcendat circulus horarius E I H, qui erit etiam circulus Declinationis, & interſecabit Horizõtem in puncto G. Quæritur autem nunc arcus Horizontis G F inter Meridianum & dictum circulum horarium interceptus, & datur Poli eleuatio quam repræſentat arcus Meridiani E F, & diſtantia Solis à Meridiano penes angulum F E G ſeu angulum Aequatoris H C. Quoniam igitur in Triangulo Rectangulo E F G datur latus E F nempe Poli eleuatio, cum angulo F E G DiſtantiæSolis a Meridiano, idcircò dabitur ex Problemate decimotertio Tertij huius latus G F, id eſt arcus Horizontis à dicto circulo horario interſectus.

I. MODVS *Per Sinus & Tangentes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem Diſtantiæ Solis à Meridiano, ita Sinus Eleuationis Poli ad Tangentem arcus Horizontis, quem circulus horarius Solis interſecat.

Propoſita ſit Poli eleuatio grad. 44. & data ſit hora quinta à Meridie, vt inueniri poſſit arcus quem talis circulus horarius de Horizonte abſcindit, id eſt qui inter ipſum & Meridianum clauditur. Congruunt igitur quinque horis pro angulo Diſtantia à Meridie grad. 75. vnde talis prodibit calculus.

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	6 9 4 6 6	*Sinus eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano	75 0 0	3 7 3 2 0 5	*Tangens eius.*
Arcus Horizontis horarius à Meridiano numeratus	68 54 25	2 5 9 2 5 1	*Productum, id eſt Tangens quæſita.*

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

Fiat permutatio Diſtantiæ Solis à Meridiano in arealem arcum primum vel ſecundum tertij Ordinis Magni Canonis, facto ingreſſu in fronte & à latere ſiniſtro. Cum quo numero commutato, & cum Altitudine Poli operaberis ſecundum Regulam Proſtaphæreſeon, & emerget ex ea Tangens arcus Horizontis, quem ſecat circulus horarius.

Exemplum idem vt ſupra.

Altitudo Poli	44 0 0		
Diſtan. à Merid. commutata ex 1. Ord.	21 54 48		
Differentia	22 5 12	9 2 6 6 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	65 54 48	4 0 8 1 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
		5 1 8 5 0 0	*Differentia Sinuum.*
Arcus Horizontis horarius	68 54 25	2 5 9 2 5 0	*Dimidium, id eſt Tangens.*

III. MODVS *Per tertiam Analogiæ Tabulam.*

Expeditiùs obtinebis dictum Horizontis arcum à circulo horario abſciſſum, vbi in fronte tertiæ Analogiarum Tabulæ obſeruaueris Eleuationem Poli grad. 44. & à latere ſiniſtro diſtantia Solis à Meridiano grad. 75. nam area ipſa offeret arcum horarium quæſitum gr. 68. 54'.

Cæterùm ſciendum eſt binas quaſque horas æqualiter à Meridiano remotas, æquales etiam ſortiri Horizontales arcus, vt in hac Tabella apparet ad Eleuationem Poli grad. 44.

Horæ poſt Meridiem	1	2	3	4	5	6
Horæ ante Meridiem	11	10	9	8	7	6
Arcus Horizontales à Meridiano	10 32	21 51	34 47	50 16	68 54	90 0

Sic etiam duæ quælibet horæ à puncto Meridiei, vel mediæ noctis numeratæ, vna ſcilicet ante, & alia poſt Meridiem æquales ſortiuntur arcus Horizontales, vt verbi gratia 5. & 7. poſt Meridiem, 4. & 8. poſt Meridiem, & ſic de reliquis. Sufficiet igitur ſupputare ipſos arcus horarios pro quinque horis ante vel poſt Meridiem; arcus enim horæ ſextæ à Meridie, vel à media nocte eſt præciſè Quadrans.

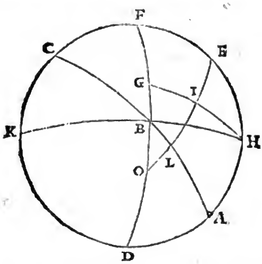
PROBLEMA XXXVI.

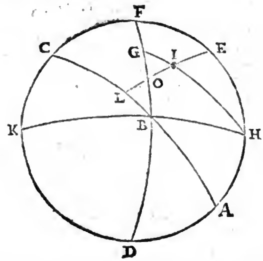
Arcum circuli Verticalis primarij, quem circulus quilibet horarius interſecat, data Poli eleuatione, ac Solis à Meridiano diſtantia definire.

Eſto Meridianus C F E A figurarum 18. Problem. huius, dimidius Horizon K B H, eius Vertex, ſeu Polus F, medietas Aequatoris ſit C B A, & Mundi Polus Boreus E. Verticalis autem circulus primarius, quem alij circulum Orientis & Occidentis appellant, ſit F B D. Tum per

Digitized by Google

per Solem in I tranſeat horarius circulus EIL Secans dictum Verticalem in O. Erit itaque eius arcus FO nunc inquirendus, ex data Solis à Meridiano Diſtantia CL, ſeu angulo CEL, id eſt FEO in Triangulo Rectangulo OFE, in quo præter dictum angulum datur etiam latus FE tanquam complementum Eleuationis Poli. Quare ex Probl. 13. Tertij non latebit quæſitus arcus FO Verticalis circuli, quem ſecat circulus Solis horarius. Et hæc quidem operatio in nullo prorſus differt à præcedente, niſi quod vbi prius vtebamur Altitudine Poli, hic complementũ eiuſdem accipiendum





eſt. Vnde ſequitur arcum Verticalis ab alio circulo horario ſectum, ad quamcunque Polarem eleuationem, eſſe æqualem arcui Horizontis, quem idem horarius circulus ſecat ad Eleuationem Poli, quæ illius ſit complementum, & contrà. Vt exempli gratia ad latitudinem gr. 50. arcus Horizontalis alicuius horæ æqualis eſt arcui Verticali eiuſdem horæ ad latitudinem gr. 40: & contrà arcus Horizontalis horæ alicuius ad latitudinem gr. 40. euadit arcus Verticalis eiuſdem horæ ad latitudinem grad. 50 Sed ad dimidium Quadrantis hoc eſt ad latitudinem grad. 45. non differunt arcus Horizontales ab arcubus Verticalibus earundem horarum.

PROBLEMA XXXVII.

Arcus horarios, quos ex circulo quocunque Verticali declinante, ſeu Plano ad Horizontem recto, ad Meridianum autem, & ad Verticalem obliquo, quilibet circulus horarius interſecat, data ſcilicet ipſius Plani à Meridiano Declinatione, Altitudine Poli, ac Solis à Meridiano diſtantia indagare.

Repetantur hic diagrammata deciminoni Problematis huius, in quibus intelligantur Meridianus, Horizon, Aequator, & Verticalis primarius vt ſupra. Sumatur deinde circulus FOD pro Plano ad Horizontem in Q recto, ſed à Meridiano declinatum angulo EFM, & ad Verticalem primarium inclinatum angulo QFR. Sit verò circulus horarius EIL Secans dictum Planum in O. Quæritur nunc arcus MO inter dictum circulum horarium & proprium Meridianum incluſus, cuiuſmodi arcubus vtimur ad habendas diſtantias horarias à linea ſtyli. Nonnulli autem accipiunt hos arcus horarios à Verticali primario dicti circuli declinantis, qui profectò tranſit per punctum B; vnde arcus OB tunc eſt inquirendus, qui complementum eſt dicti arcus MO à Meridiano proprio, ſeu à linea ſtyli, Sunt & alij, qui non à Meridiano proprio, ſed à Meridiano loci hos horarios arcus computent veluti eſt arcus FO, & tunc in conſtruendis Horologijs declinantibus numerant eos à linea perpẽdiculari in muri ſuperficie ducta. Iam verò à Mundi Polo E in ipſum oblatum Planum decidat perpendicularis circulus EMN, cuius portio EM erit Altitudo Poli ſupra dictum Planum, eò quia ipſe circulus EMN eſt Meridianus Plani dati, vt in dicto decimonono Problemate diximus.

In Triangulo itaque Rectangulo FME adinueniatur primò Eleuatio Poli Mundi ſupra propoſitum Planum, nempe arcus EM per Problema ſextum huius, & dicitur primum Inuentum. Secundò exploratur arcus FM, qui dicitur Differentia Meridianæ Plani à Meridiana loci, & erit ſecundum

Inuentum

Digitized by Google

Inuentum, quod obtinebimus ope Problem. decimiſeptimi huius. Tertiò inquiratur angulus F E M Differentiæ horariæ proprij Meridiani Plani à Meridiano loci per Problema octauum huius, cui nomen damus tertij Inuenti. Atque hæc tria Inuenta inuenimus etiam in dicto decimonono Problemate. Iam verò his exploratis conferatur Diſtantia dati circuli horarij a Meridiano, id eſt angulus F E I, cum tertio Inuento, id eſt angulo F E M, & ſi fuerit ipſi tertio Inuento æqualis, nullus erit arcus M O, quia tunc circulus horarius propoſitus eſt idem cum Meridiano Plani E M N. Si verò dicta Diſtantia fuerit ipſi tertio Inuento inæqualis, vtriuſque colligenda erit Differentia, & erit angulus M E I, qui dicitur quartum Inuentum.

Iam verò in Triangulo Rectangulo O M E ex primo Inuento M E, ac quarto Inuento M E O, colligatur per decimumtertium Problema Tertij arcus M O, qui erit arcus horarius reſpectu proprij Meridiani, & computatur in Horologio declinante à linea ſtyli. Quòd ſi volueris dictum arcum horarium reſpectu Meridiani loci; ipſe quidem inuentus arcus M O erit Proſtaphæreſis addenda vel auferenda à ſecundo Inuento F M, vt prodeat dictus arcus quæſitus F O. Additur autem quando Diſtantia circuli horarij à Meridiano fuerit maior Inuento tertio, & contrà aufertur, quādo fuerit minor.

I. MODVS *Per Sinus, & Tangentes.*

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem quarti Inuenti, ideſt anguli diſtantiæ circuli horarij à Meridiano Plani, ita Sinus primi Inuenti, ideſt Eleuationis Poli ſupra Planum, ac Tangentem arcus horarij, à dicto circulo horario, & ab ipſo Meridiano dicti Plani ſecti.

Exemplum. *Proponatur murus ad Horizontem rectus, cuius inclinatio ad occaſum, id eſt ad Verticalem circuli ſit graduum 60. & proinde declinatio à Meridiano erit graduum 30. & ſit latitudo loci graduum 45. Oporteat autem cognoſcere arcum horarium, quem ex dicto Plano abſcindit circulus hora quinta à Meridie.*

	G M S		
Altitudo Poli loci	45 0 0	70711	Sinus eorum ſecundi.
Declinatio Plani ſeu muri à Verticali	60 0 0	50000	
Inuentum 1. E M, i. Eleuatio Poli ſup. Pla.	20 42 20	35355	*Sinus prodiens.*
Altitudo Poli	45 0 0	100000	*Tangens eius ſecunda.*
Declinatio muri à Verticali	60 0 0	86603	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum F M, ideſt Declinatio Meridianæ Plani à Meridiana loci.	40 53 36	86603	*Tangens proueniens.*
Declinatio muri à Meridiano	30 0 0	50000	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum F M	40 53 36	75593	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum 3. ideſt angulus F E M differentiæ horariæ Merid. Plani à Merid. loci	67 47 30	37796	*Sinus ſecundus proueniens.*
Diſtantia horæ 5. à Merid. ideſt ang. F E I	75 0 0		
Differentia vtriuſq, ideſt 4. Inuentū M E I	7 12 30	12648	*Tangens eius.*
Primum Inuentum E M	20 42 20	35355	*Sinus eius.*
Arcus horarius M O à proprio Meridiano	2 33 37	4472	*Tangens proueniens.*
Inuentum ſecundum F M addendum	40 53 36		
Arcus horarius F O à Meridiano loci.	43 27 13		

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

COmmutetur angulus diſtantiæ Solis ſeu circuli horarij à Meridiano Plani in arcum arealem tertij ordinis Magni Canonis, & vtamur hoc numero commutato vnà cum Eleuatione Poli ſupra Planum ad abſoluendam Proſtaphæreſin, vt in aſſumpto Exemplo ſequitur,

Eleu. Poli ſup. Planum, ideſt 1. Inuent. E M	20 42 20		
Diſtantia Solis à Meridiano Plani commutata ex tertio ordine.	7 15 57		
Differentia	13 26 23	97261	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	27 58 17	88218	*Sinus eius ſecundus.*
		8943	*Differentia Sinuum.*
Arcus M O horarius à Mer. Plani, vt ſup.	2 33 37	4472	*Dimidium, ideſt Tangens.*
Inuentum ſecundum F M addendum.	40 53 36		
Arcus horarius F O à Meridiano loci.	43 27 13		

III. MO-

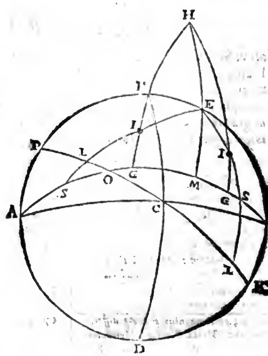
Digitized by Google

III. MODVS Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

PRomptiſſimè ex Tabula Tertiæ Analogiæ adinuenietur arcus horarius reſpectu Meridiani Plani, ingreſſu facto in eam frontali cum Eleuatione Poli ſupra Planum, nempe cum gradib. 20.42′20″, & à latere ſiniſtro cum gradib. 7.12′.30″. diſtantiæ Solis à Meridiano Plani, nam in area colliguntur gradus 2.34′. ferè pro arcu horario reſpectu Meridiani Plani. Quòd ſi iam Inuento arcui addideris Inuentum ſecundum F M gradus ſcilicet 40.53′.36″. produces arcum horarium reſpectu Meridiani loci, nimirum graduum 43.27′.

PROBLEMA XXXVIII.

Arcus horarios in circulo poſitionis, ſeu in ſuperficie ad Meridianum, & Horizontem obliqua, ſed ad Verticalem recta, determinare.



ARcus quem exquirere proponimus, ſit S M in figura vigeſimi Problematis huius, qui nimirum clauditur inter circulum horarium E I S, & Meridianum proprium dicti circuli poſitionis. Sed & arcus B S, vel A S illo mediante poteſt indagari, qui iacet inter circulum horarium Solis, & Meridianum loci. In Triangulo igitur Rectangulo E M B colligantur tria Inuenta, ſicut fecimus in dicto vigeſimo Problemate huius, quorum primum eſt E M, Altitudo, ſcilicet Poli ſupra circulum poſitionis, ſecundum eſt arcus B M, & tertium angulus B E M differentiæ horariæ; quin & quartum Inuentum conficiatur, nempe angulus H E I ſeu M E I.

Iam verò in Triangulo Rectangulo S M E ex primo Inuento M E, ac quarto Inuento M E I ſeu M E S obtinebitur, per decimumtertium Problema Tertij, arcus M S, ad eundem modum, ſicut diximus in præcedente Problemate. Et hic ſanè dicitur arcus horarius à Meridiano Plani acceptus, qui numerandus eſt à linea ſtyli. Sed ſi volueris arcum horarium penes diſtantiam à Meridiano loci, veluti eſt arcus B S, vel A S, addendus erit Inuentus arcus M S ad ſecundum Inuentum B M, quando diſtantia circuli horarij à Meridiano fuerit maior tertio Inuento; & auferendus ſi contrà Exemplum ſubijcio.

Dedimus in Exemplo dicti vigeſimi Problematis ſuperficiem inclinatam gradibus 30. ad Horizontem loci graduum 44. & occaſum directò aſpicientem, ibiq; indagauimus quatuor Inuenta, vt ſequitur; Vnde horum ope arcum quoque horarium ad horam quartam poſt Meridiem, Sole exiſtente in initio ♋, ſic definiemus.

	G M S		
Inuentum primum E M, ideſt Eleuatio	36 59 2	*Poli ſupra ſuperficiem.*	
Inuentum ſecundum B M eſtq; inclinatio	25 46 23	*Meridiana Plani à Meridiana loci.*	
Inuentum tertium B E M, ideſt differentia	38 45 0	*horaria.*	
Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0		
Inuentum quartum M E I, nempe angulus aberrationis Solis à Meridiano ſuperficiei.	21 15 0	3 8 8 8 8	*Tangens eius.*
Inuentum primum E M	36 59 2	6 0 1 5 9	*Sinus eius.*
Arcus horarius M S à Merid. ſuperficiei	13 10 0	2 3 3 9 3	*Tangens proueniens.*
Inuentum ſecundum B M addendum	25 46 23		
Arcus horarius B S, vel A E S à Mer. loci.	38 56 23		

PROBLE-

PROBLEMA XXXIX.

Arcus horarios in Plano ſeu ſuperficie ad Meridianum recta, ſed ad Horizontem, & ad Verticalem primarium inclinata deprahendere.

REaſſumptis hic iiſdem diagrammatibus, quibus vſi fuimus Vigeſimoprimo Problemate huius, vbi traditur eorum plena explicatio, proponimus nunc exquirendum arcum horarium MS reſpectu Plani obliqui AMB ad Horizontem, ſed ad Meridianum recti, quem ſanè arcum MS intercipit circulus horarius EIS cum Meridiano.

Primò itaq; inquirenda eſt Eleuatio Poli mundi ſupra dictum Planum, iuxta ea quæ in dicto Vigeſimoprimo Problemate tradidimus, qua inuenta non aliter operandum eſt, quàm ſi propoſita ſuperficies eſſet Horizon illius Eleuationis Polaris adinuentæ, ſicut fecimus Problemate Trigeſimoquinto huius. Quod hoc Exemplo confirmabimus.

Proponatur muralis ſuperficies ad Zenith ſpectans, & Meridiem reſpiciens, cuius ad Horizontem inclinatio ſit graduum 30. ſub latitudine loci graduum 44. Et ſit Eleuatio Poli graduum 14. vt Problemate vigeſimoprimo diximus. Eliciendus autem ſit arcus horarius ad horam quartam poſt Meridiem, dum Sol obtinet initium ♋.

	G M S		
Altitudo Poli ſupra ſuperficiem	14 0 0	24192	*Sinus eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano.	60 0 0	173205	*Tangens eius.*
Arcus horarius quæſitus	22 44 0	41902	*Tangens proueniens.*

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI, MATHEMATICARVM

In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris,

PRIMI MOBILIS LIBER OCTAVVS.

QVI AGIT DE STELLIS FIXIS, AC PLANETIS LATITVDINEM HABENTIBVS.

PRAEFATIO.

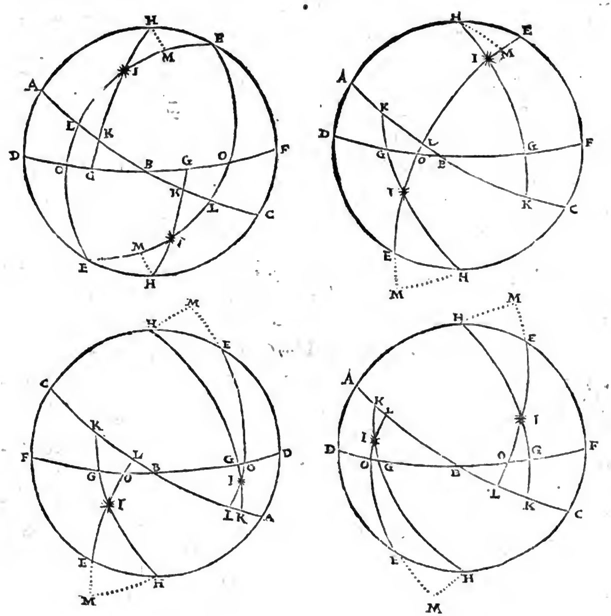
AGIT hic liber de Stellis Fixis, & Planetis Latitudinem habentibus, in quo repetenda erunt omnia propemodum Problemata, quæ in tribus ſuperioribus libris, reſpectu punctorum Eclipticæ & Solis per illam tranſeuntis, propoſuimus, immutantur enim nonnihil ob circulos Latitudinum Quare non ſolùm per Triangula Rectangula Sphærica, & obliquangula, ſed etiam per rectilinea, ex interſecatione diametrorum à circulis in Sphæra factorum procedentia, multifariam quæſitorum calculum expediemus; nihilq; ab vſitata ſuperiorum librorum via, niſi quantum neceſsitas adiunctorum circulorum vrgebit, deflectemus. Quis autem, & quàm frequens ſit horum Problematum vſus, nemo eſt qui neſciat, cùm in obſeruationibus Fixarum Planetarumq; nihil vſpiam abſq; hiſce, ac nonnullis alijs, quæ duodecimo libro huius adferemus, rectè poſsit promoueri. Sic nobiliſſimus ille heros, Mathematicorum omnium noſtræ ætatis facilè princeps Tycho Brahe mille plus minus Stellas, per ſimilia Problemata, vigilantiſsimis obſeruationibus, tam in Longitudine quàm in Latitudine correxit. Et verò in hac tam celebri opera non minima Aſtronomiæ pars, ceu in fundamento nititur. Euigilent igitur, animosq; ſumant felicia aliquot ingenia, & in tam celebri obſeruationum palæſtra luctam alacriter ineant, ac tanti Ducis, Tychonis dico, veſtigia promptiſsimè inſequantur. Is enim cùm obſeruationes ſuas in Sphæra multum obliqua inſtituerit, non exiguam Stellarum partem ab antiquis cognitam reliquit intactam, atq; adeò incorrectam, licet plurimas etiam antea ab illis non viſas obſeruârit. Hoc igitur tum nobis, qui Meridialiorem Cœli plagam incolimus, ſtudioſi lectores, tum verò maximè illis, qui Hiſpaniam, Siciliam, Sardiniam, & Magnam Græciam habitant, relictum eſt oneris. De Africæ enim ac Aegypti Barbarie nihil eſt quod ſperemus. Neque tamen ignoramus, experientia rerum magiſtra edocti, non eſſe cuiuſuis in hoc praxeos ſtudium incumbere, tum verò maximè quibus obſtat res anguſta domi; ſed illorum potiùs, qui aut ſua ſorte, aut aliorum Mæcenatum adiuti opera, impenſas queant tolerare. Nos nihilominus poſthac (vbi à præſentibus ſtudijs, abſolutis aliquot operibus quæ continuò vrgemus, liberiores erimus) obſeruationibus ſedulò, & pro viribus vacare conabimur. Complures enim adhinc annos, antiquorum more, faſtos quoſdam ſeu diarios ortuum, & occaſuum Stellarum Fixarum, ad diuerſas Polorum eleuationes meditamur, ideoq; nuper Tabulas Declinationum ad ſingulos gradus latitudinis per integrum propemodum Quadrantem, necnon & alias emerſionum, & occultationum Stellarum Fixarum conſtruximus, ac in Directionum ſeu Primi Mobilis Tabulas, nuper editas, reiecimus. Quæ opera niſi quiſquam nos exonerauerit, ſperamus non ingratam ſtudioſorum beneuolentiam, ſi vita & otium ſupererit, aliquando demereri. Sed nunc ad rem noſtram.

PRO-

PROBLEMA I.

Angulum, quem efficit circulus Latitudinis Stellæ cum Aequatore, ex data Stella ipſius longitudine, ac maxima Zodiaci obliquitate, indagare.

IN ſubſequentibus diagrammatibus eſto circulus A D C F Colurus ſolſtitiorum: dimidius Aequator D B F cuius Polus Borealis, ſiue Auſtralis ſit H. Dimidia porrò Ecliptica ſit A B C, cuius Polus E Boreus, vel Auſtrinus. Locus Stellæ, vel Planetæ intelligatur in I, per quem



duo arcus magnorum circulorum tranſeant; vnus quidem H G, à mundi ſcilicet Polo H, qui dicitur circulus Declinationis: in quo ſanè accipitur Declinatio Stellæ, quæ eſt arcus I G: alter verò ſit E O ab Eclipticæ Polo proueniens, qui quidem determinat longitudinem datæ Stellæ in L puncto, quod dicitur verus locus Stellæ in Ecliptica; atq; etiam patefacit eiuſdem latitudinem penes eius arcum I L. Sit præterea punctum B Arietis, vel Libræ initium, & A caput ♋, C vero ♑. Hæc autem horum ſchematum declaratio ad plura conducet, vt videbimus infra. Sed nunc quærimus tantum ex data longitudine Stellæ terminante in L vnà cum maxima Zodiaci obliquitate, angulum B O L factum à circulo latitudinis E O ipſius Stellæ cum Aequatore.

In Triangulo igitur Rectangulo B L O notum eſt latus B L diſtantiæ ſeu longitudinis datæ Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij, ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia. Dari autem præſupponitur Stellæ longitudo terminans in L à ſectione vernali numerata: præterea notus eſt etiam angulus O B L obliquitatis Maximæ Zodiaci. Ex quibus per tertium Problema tertij huius innoteſcet angulus B O L, quem circulus latitudinis per dictam Stellam incedens cum Aequatore efformat.

I. *MODVS Per ſolos Sinus.*

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ obliquitatis, ita Sinus ſecundus longitudinis ſeu diſtantiæ Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij, id eſt Sinus primus diſtantiæ Stellæ à proximiore puncto Tropico ad Sinum ſecundum anguli quæſiti.

Proponatur caput Meduſæ, quæ Stella ad annum Domini 1600. obtinet Longitudinem ab Arietis initio grad. 50.37'. cum latitudine Borea gr.22.22'. Sic igitur dictus angulus colligitur.

	G M S		
Maxima obliquitas	23 31 30	1 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Longitudo Stellæ ab Ariete	50 37 0	6 3 4 5 1	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus	75 19.46	2 5 3 2 6	*Sinus ſecundus proueniens.*

II. *MODVS Per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.*

Abſoluitur huiuſmodi calculus per Sinuum Proſtaphæreſin operando cum Obliquitate Maxima, & cum complemento Longitudinis Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia; ideſt cum diſtantia à proximiore puncto Tropico ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia: atq; operatione facta exit Sinus ſecundus anguli quæſiti, vt hic patet.

Diſtantia Stellæ à capite ♋ in præcedentia	39 23 0		
Obliquitas maxima	23 31 30		
Differentia	15 51 30	9 6 1 9 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	62 54 ,0	4 5 5 4 2	*Sinus eius ſecundus.*
		5 0 6 5 2	*Relictum e ſubtractione.*
Angulus quæſitus	75 19 46	2 5 3 2 6	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus prodiens.*

III. *MODVS Per Tabulam Generalem, & lateralem ingreſſum.*

Quære in fronte Generalis Tabulæ Obliquitatem Zodiaci Maximam, & à latere ſiniſtro diſtantiam Stellæ à proximiore puncto Tropico ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia. Vel ſi neceſſitas vrgebit, ſumes in fronte diſtantiam Stellæ à puncto Tropico, & à latere ſiniſtro Maximam obliquitatem, & area offeret tibi complementum anguli, quem deſideras.

Vt in dicto Exemplo, comperiendo in fronte dictæ Tabulæ Maximam obliquitatem grad.23.31'.30''. & à latere ſiniſtro gr 39 23'. quæ eſt diſtantia dictæ Stellæ à capite ♋ in præcedentia, colligo ex area grad.14.40'.14''. Vnde aio angulum quæſitum eſſe grad.75.19'.46''.

Cæterùm circa memoratum angulum hoc notandum eſt, nunquam poſſe dari minorem complemento Maximæ obliquitatis: is namq; adæquat ac metitur Maximam Zodiaci obliquitatem, cum circulus latitudinis Stellæ inceſſerit per alterutrorum Aequinoctiale punctum; hinc enim ſubinde paulatim creſcit vſque ad puncta Tropica, vbi rectus euadit. Ex hoc patet, duos quoſcunque latitudinum circulos æquè ab Aequinoctiorum punctis remotos, eiuſdem quantitatis angulum cum Aequatore efficere, vt videre licet in Tabulis Generalibus declinationum, quæ habentur in noſtro volumine Tabularum Directionum, vbi non tam ad Obliquitatem huius æqui, ſed etiam ad minimam, & maximam ipſum angulum ad ſingulos gradus Longitudinis accuratè ſupputauimus, vſque ad ſcrupula ſecunda.

PROBLEMA II.

Angulum, quem circulus Declinationis Stellæ, & Ecliptica intercipiunt, definire.

Diximus Problemate decimoquinto Quinti huius non differre angulum, qui fit ab Ecliptica, & circulo Declinationis in aliquo Eclipticæ puncto ab eo, qui fit ab eadem Ecliptica, & Meridiano in eodem puncto. Quocirca & in hoc caſu, cùm à nobis quæritur angulus, qui fit à circulo Declinationis alicuius Stellæ cum eadem Ecliptica, confugiemus ad aliquod Problema Quinti libri, quod angulum Eclipticæ & Meridiani inquirere doceat, quæ ſunt nonum, decimum, vndecimum,

duode-

Digitized by Google

duodecimum decimum tertium,& decimumquartum:dum tamen ſit notus Aſcenſionis rectę illius Stellæ terminus G, vel cùm datur punctum K Eclipticæ,cum quo Stella coincidat, in quo ſane puncto huiuſmodi angulus formatur, qui eſt BKG, vel IKL in diagrammatibus præcedentis Problematis. Sed ne fortè obſcurius aliquãto videatur hoc Problema abſq; aliquo Exemplo: proponemus Stellã quę caput Algol nuncupatur, cuius præſupponimus notam eſſe Rectam aſcenſionem grad.40.38′.15″.quæ ad punctum G deſinit,cui Aſcenſioni rectæ congruit in Ecliptica punctum K grad.13.6′.30″.♉. Volumus autem nunc cognoſcere angulum ad K, quem efficit circulus Declinationis HIG per Stellam I ductus cum Ecliptica AC. Duas autem præ cæteris ſeligemus formas tanquam planiores, quæ in Problemate nono, & decimoquarto ſunt expreſſæ.

Prima Forma.

Enimuerò ex data Longitudine puncti Eclipticæ, cum quo Stella propoſita cœlum mediat à proximiore puncto Aequinoctij ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia, atque ex Maxima Zodiaci obliquitate ſequendo Problematis noni Quinti libri ſtylum,ſic angulus propoſitus exquiritur.

	G M S		
Longitudo dati puncti Eclipticæ	43 6 30	7 3 0 0 6	*Sinus eius ſecundus.*
Maxima obliquitas	23 31 30	4 3 5 3 3	*Tangens eius.*
Angulus quæſitus	72 22 0	3 1 7 8 2	*Tangens ſecunda proueniens.*

Idem angulus grad.72.22′. colligitur ſecundum hanc formam per Proſtaphæreſin, vel per Generalem Tabulam; ſeu etiam per Tabulam Tertiæ Analogiæ, ſicut in ſæpedicto nono Problemate patet.

Secunda Forma.

Requirit forma decimiquarti Problematis, vt vtamur Recta ſtellæ aſcenſione, & eadem Maxima obliquitate, vt in hoc repetito Exemplo patet.

	G M S		
Obliquitas maxima	23 31 30	3 9 9 1 4	*Sinus eius.*
Aſcenſio recta Stellæ	40 38 15	7 5 8 8 4	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus	72 22 10	3 0 2 8 8	*Sinus ſecundus proueniens.*

PROBLEMA III.

Angulum, quem in centro Stellæ formant circuli latitudinis, & Declinationis, data ſcilicet Stellæ Longitudine, & latitudine, indagare.

ANgulum hunc intelligimus eſſe HIE, vel OIG in iiſdem diagrammatibus, cùm Stella ſita eſt in I. Qui profectò obtineri poteſt auxiliante Longitudine, & latitudine Stellæ, confugiendo videlicet ad Triangulum Obliquangulum HIE, in quo nota ſunt duo latera cum angulo ab eis intercepto: nam datur latus HE menſuras Diſtantiam Polorum Eclipticæ & Mundi, & latus EI, quod eſt complementum latitudinis Stellæ datæ, & angulus HEI ab his lateribus concluſus congruit Diſtantiæ Stellæ à capite ♋, vel ♑: quæ ob datam Stellæ Longitudinem emanant. Ex his itaque per Quartum Problema Quarti huius inueſtigabitur quæſitus angulus HIE duplici ſanè forma. Vel per Triangulorum Rectangulorum, vel per Obliquangulorum leges.

I. FORMA Per Triangula Rectangula.

INtelligamus à Polo Mundi H educi perpendicularem arcum HM in circulum latitudinis; atque hoc pacto duo procreabuntur Triangula Rectangula ad ſolutionem huius quæſiti nos conducentia.

Primò enim in Triangulo MHE ex nota Baſe HE, quæ diſtantiam Polorum complectitur parem Maximæ obliquitati; & ex noto angulo ad E colligemus perpendicularem arcum HM, quem dicimus Inuentum primum: & hoc per primum Problema Tertij huius: poſtea per octauum eiuſdem tertij ex eadem Baſi HE, & primo hoc Inuento HM cognoſcemus ſecundum Inuentum, hoc eſt latus EM: quod ſanè addendum, vel auferendum eſt à complemento latitudinis Stellæ data, hoc eſt à latere IE, prout ſequens tabella admonet, & producetur tertium Inuentum, nimirum latus IM.

Si, lati-

Digitized by Google

Si, latitudine Stellæ exiſtente,
- Borea, fuerit ipſius diſtantia accepta ſiue in præcedentia, ſiue in conſequentia à capite
  - ♋; aufertur, vt in prima figura
  - ♑ additur; vt in tertia, & quarta figura
- Auſtrina, fuerit ipſius diſtantia accepta ſiue in præcedentia ſiue in conſequentia à capite
  - ♋ additur, vt in tertia figura
  - ♑ aufertur, vt in prima figura

Inuentum ſecundum à complemento latitudinis Stellæ, vt prodeat tertium Inuen-

Poſtremò ex primo,& tertio Inuento,hoc eſt ex duobus lateribus circa rectum angulum M Trianguli alterius I M H cognoſcetur per nonum Problema Tertij angulus optatus ad I.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum Obliquitatis maximæ, ita Sinus diſtantia Stellæ à proximiore puncto Tropico ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia ad Sinum primi Inuenti. Deinde vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti, ita Sinus ſecundus eiuſdem Maximæ obliquitatis ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi. Poſtea ex hoc ſecundo Inuento, & complemento latitudinis Stellæ conformabis Inuentum tertium. Demum fiat, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij; ita Tangens ſecunda Inuenti primi ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Exemplum. *Proponatur caput Meduſæ, quæ Stella obtinet in Longitudine grad.20.37'. ♉; & in latitudine Boreali grad.22.22'. Libeat autem inquirere quantus ſit angulus, quem in centro dictæ Stellæ faciunt circulus latitudinis, & circulus Declinationis ipſius. Ecce autem calculus.*

	G	M	S		
Obliquitas maxima H E	23	31	30	39915	*Sinus eius.*
Diſtantia Stellæ à capite ♋ H E I	39	23	0	63451	*Sinus eius.*
Inuentum primum H M	14	40	14	25326	*Sinus proueniens.*
				103370	*Secans primi Inuenti.*
				91689	*Secans Maximæ obliquitatis.*
Inuentum ſecundum M E	18	35	46	94779	*Sinus ſecundus proueniens.*
Complemen. latitudinis Stellæ Borealis I E	67	38	0		
Inuentum tertium I M	49	2	14	75514	*Sinus eius.*
				382000	*Tangens ſecunda primi Inuenti.*
Angulus quæſitus H I E	19	7	8	288463	*Tangens ſecunda proueniens.*

II. *MODVS Per Tabulas Analogiarum.*

INgredere primò Tabulam Generalem lateraliter cum Obliquitate maxima, & cum diſtantia Stellæ à capite ♋, comperiendo vnum ex his numeris in fronte, & alium à ſiniſtro latere, & ex area habebis primum Inuentum.

Secundò in eandem Generalem Tabulam fac arealem introitum cum complemento Maximæ obliquitatis,& cum dicto primo Inuento,adinueniendo ſcilicet in calce primum Inuentum, & in area complementum Maximæ obliquitatis, atque à dextro latere habebis Inuentum ſecundum. Aut etiam ſume à latere dextro primum Inuentum, & in area complementum Maximæ obliquitatis, & in calce cognoſcetur dictum Inuentum ſecundum.

Sed & per Tabulam ſecundæ Analogiæ aliter idem illud Inuentum ſecundum colligere poſſumus, comperiendo ſcilicet in eius fronte primum Inuentum, & à dextro latere Obliquitatem maximam; nam in area elicies complementum Inuenti ſecundi; quo de Quadrante ſublato, remanebit ipſum ſecundum Inuentum.

Tertiò hoc ſecundum Inuentum adde, vel aufer à complemento latitudinis Stellæ, prout ſuperior tabella admonet, & produces Inuentum tertium.

Poſtremò

Digitized by Google

Poſtremò hoc tertium Inuentũ inueſtiga in fronte Tabulæ tertiæ Analogiæ, & à dextro eiuſdẽ latere primum Inuentum; atq; in area obtinebis complementum anguli quæſiti. Vt in eodem Exemplo.

	G	M	S		
Obliquitas maxima M E	23	31	30	*in fronte*	*Prima Tabula*
Diſtantia Stellæ a capite ♋ H E I	39	23	0	*à ſiniſtro latere*	
Inuentum primum in area acceptum H M	14	40	14	*in calce*	*Prima Tabula*
Complementum Maximæ obliquitatis	66	28	30	*in area*	
Inuentum ſecundum M E à latere dextro ſumptum	18	35	46		
Complementum latitudinis Stellæ I E	67	38	0		
Inuentum tertium I M	49	2	14	*in fronte*	*Tertiæ Tabulæ.*
Inuentum primum H M	14	40	14	*à dextro latere*	
Numerus in area acceptus	70	53	0		
Complementum eius, ideſt angulus quæſitus H I E	19	7	0		

II. FORMA Per Triangula Obliquangula.

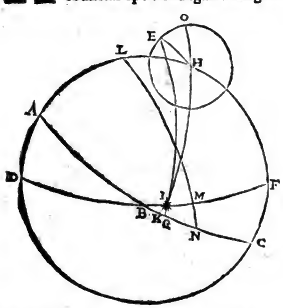
Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Diſtantiæ Stellæ à capite ♋; ita Sinus ſecundus latitudinis Stellæ ad primum Inuentum. Secundo fiat vt Sinus totus ad Sinum ſecundum eiuſdem Diſtantiæ Stellæ à capite ♋; ita Tangens latitudinis Stellæ ad Inuentum ſecundum, quod conferas cum Tangente ſecunda Maxima obliquitatis; & fiat vtriuſque additio ſi Diſtantia Stellæ à capite ♋ fuerit maior Quadrante, vel ſumatur differentia ſi fuerit minor, & prodibit Inuentum tertium. Ad extremum verò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita tertium Inuentum ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti. Vt ex hoc Exemplo de eadem Stella liquet.

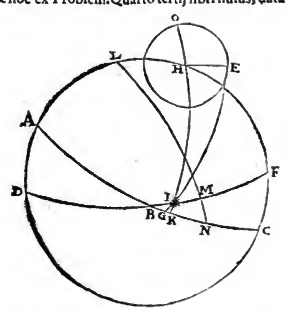
Diſtantia Stellæ à capite ♋	39	23	0	157603	*Secans eius ſecunda.*
Latitudo Stellæ Borealis	22	22	0	92477	*Sinus eius ſecundus.*
				145747	*Inuentum primum.*
Eadem Diſtantia Stellæ à capite ♋	39	23	0	77292	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo Stellæ Borealis	22	22	0	41142	*Tangens eius.*
				31805	*Inuentum ſecundum.*
Maxima Obliquitas	23	31	30	229710	*Tangens eius ſecunda.*
				197905	*Inuentum tertium, ideſt differentia vtriuſq;.*
				145747	*Inuentum primum.*
Angulus quæſitus H I E	19	7	16	288441	*Tangens ſecunda prodiens.*

PROBLEMA IV.

Angulum quem facit circulus Declinationis Stellæ cum Horizonte obliquo definire.

Huiuſmodi angulum intelligimus, quando Stella incidit in Horizonte ſiue in Orientali ſiue in Occidentali. Sicut eſt ang. H I F qui fit apud Stellam in I collocatam. Qui ſanè angul. facilè obtinetur ope Rectanguli Trianguli H F I, & hoc ex Problem. Quarto tertij libri huius, data





ſcilicet ipſius Baſe H I, quæ complementum eſt Declinationis datæ Stellæ, cum latere H F Eleuationis Poli Mundi ſupra Horizontem; ſiquidem Mundi Polum Boreum intelligimus eſſe punctum H.

I. MO-

Digitized by Google

I. M O D V S *Per Sinus & Secantes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Stellæ, ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum anguli circuli Declinationis cum Horizonte in centro Stellæ.

Exemplum. *Caput Algol Declinationem obtinet grad.39.21'.40". Borealem. Quare propoſitum angulum ſic inquiro ad ſublimitatem Poli graduum 45.*

	G M S		
Declinatio Stellæ	39 21 40	1 2 9 3 3 8	*Secans eius.*
Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus	66 8 35	9 1 4 5 6	*Sinus proueniens.*

Reliqui modi nempe per Sinuum Proſtaphæreſin, per Tabulam Generalem, & per Tabulam ſecundæ Analogiæ peti poſſunt à primo Problemate Sexti huius; quod nihil prorſus ad hoc differt, vt ex vtriuſque collatione videre licet.

PROBLEMA V.

Angulum in centro Stellæ cauſatum à circulo latitudinis eiuſdem cum Horizonte inueſtigare.

IN ſuperioribus ſchematibus exprimitur is angulus, dum Stella manet in I, qualis eſt EIF, ad quem explorandum oportet primò cognoſcere ex præcedente Probl. angulum HIF, quem cum Horizonte in centro Stellæ cauſat circulus Declinationis: poſtea ex tertio angulum HIE quem, concludunt circulus latitudinis, & circulus Declinationis eiuſdem Stellæ. Qui quidem angulus Proſtaphæreſis eſt dicti anguli HIF; nam additur ipſi, dum verus locus ſtellæ fuerit in ſemicirculo Zodiaci aſcendente, qui computatur ab initio ♑ vſque ad initium ♋. Sed aufertur ab eodem in altero Zodiaci ſemicirculo deſcendente, qui complectitur ſex ſigna à ♋ ad ♑, & vtroque modo dictus angulus circuli latitudinis cum Horizonte Orientali factus in centro Stellæ procreatur.

Quòd ſi angulum ad partem Occidentis determinare volueris, contrarium prorſus ſeruandum eſt. Angulum enim HIE in ſemicirculo aſcendente auferes, & in deſcendente addes angulo HIF, namq; ſic procreabitur angulus circuli latitudinis cum Horizonte à parte Occidentis.

Exemplum. *Libeat itaq; hunc angulum agnoſcere, dum caput Algol eſt in Orientis finitore ad Eleuationem Poli gr.45. Ex præcedente autem patuit angulus, qui in centro huius Stellæ efficitur à circulo Declinationis cum eodem Horizonte gr.66.8'.35". atq; ex tertio huius patuit etiam angulus circuli latitudinis cum circulo Declinationis grad.19.7'.8". qui quidem priori additus, quoniam locus Stellæ eſt in medietate Eclipticæ aſcendente, declarat angulum quæſitum gr.85.15'.43". qui ſcilicet fit à circulo latitudinis cum Horizonte Orientali.*

Quòd ſi angulum à parte Occidentis volueris, dum Stella Horizontem contingit ab angulo circuli Declinationis cum Horizonte, qui datur grad.66.8'.35". auferes angulum iam dictum circuli latitudinis cum circulo Declinationis gr.19.7'.8". & relinquetur angulus, quem cauſat circulus latitudinis cum Horizonte, dum prædicta Stella incidit in Horizonte à parte Occidentis, nimirum gr.47.1'.27".

PROBLEMA VI.

Angulum, quem efficit Ecliptica cum Horizonte, dum Stella in ipſo Horizonte manet, explorare.

DE angulo Eclipticæ & Horizontis, qui ſimpliciter reſpectu alicuius Eclipticæ puncti attenditur, locuti fuimus Problemate tertio Sexti libri huius. Nunc autem de eodem angulo indagando tractandum eſt, quando non datur punctum ipſum Eclipticæ, apud quod huiuſmodi angulus conſtituitur; ſed potius locus Stellæ in Longitudinem, & latitudinem, quæ Horizontem contingit tunc, cum angulus quæritur. Eſto itaque in figura quarti Problematis Stella in I Horizontem attingens, cuius latitudo IG data ſit ab Ecliptica, vnà cum eiuſdem Longitudine ab æquinoctio verno: Quærendus autem ſit angulus IBC ab Ecliptica & Horizonte in puncto Eclipticę B incognito factus. Sumatur tunc ex præcedente Problemate angulus circuli latitudinis cum Horizonte, qui in centro Stellæ fit ſiue à parte Orientis, ſiue ab Occidente, qui eſt EIF, id eſt BIG in Triangulo Rectangulo BGI; ex quo quidem angulo cum latere adiacente IG, quod latitudini Stellæ deputatur, percipietur ex Problemate tertio Tertij huius quæſitus angulus IBG, quem facit Ecliptica cum Horizonte, dum Stella propoſita Horizontem occupet.

I. MODVS

Digitized by Google

I. MODVS Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli circuli latitudinis cum Horizonte; ita Sinus ſecundus Declinationis Stellæ ad Sinum ſecundum anguli Eclipticæ & Horizontis, dum dicta Stella in Horizonte reperitur.

§. Exemplum Primum. *Propoſitum ſit huiuſmodi angulum cognoſcere, incidente Stella illa, quæ dicitur Caput Algol, in finitori Orientali. Supra autem Problemate ſuperiore cognitus fuit angulus circuli latitudinis huius Stellæ cum Horizonte, cum Stella ipſa ad Horizontem peruenit à parte Orientis, nempe gr.85.15'.43". & datur ipſius Stellæ latitudo Borea gr.22.22'. Quare talis prodit calculus.*

	G M S		
Angulus circuli latitudinis	85 15 43	99658	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ	22 22 0	92477	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis	22 50 16	92161	*Sinus ſecundus proueniens.*

Exemplum Secundum. *Idem angulus quæritur occupante ipſa Stella Horizontem à parte Occidentis. Supra enim dabatur angulus circuli latitudinis cum Horizonte à parte Occidentis grad.47.1'.27". Quare cum hoc angulo, & Stellæ latitudine excipio quæſitum angulum hac forma.*

Angulus circuli latitudinis	47 1 27	73164	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ	22 22 0	92477	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis	47 25 17	67660	*Sinus ſecundus proueniens.*

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.

CVm angulo circuli latitudinis, Horizonte, & complemento Declinationis Stellæ abſoluitur ipſa Proſtaphæretica operatio, & prodit ex ea Sinus ſecundus anguli Eclipticæ & Horizontis. Vt in Exemplis illis hic repetitis licet conſpicere.

Exemplum Primum de angulo ad Orientem.

Angulus circuli latitudinis cum Horizonte	85 15 43		
Complementum latitudinis Capitis Algol	67 38 0		
Differentia	17 37 43	95304	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	152 53 43	89018	*Sinus exceſſus.*
		184322	*Aggregatum è Sinibus.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis Orientalis	22 50 16	92161	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

Exemplum Secundum de angulo Occidentali,

Angulus circuli latitudinis cum Horizonte	47 1 27		
Complementum latitudinis Capitis Algol	67 38 0		
Differentia	20 36 33	93600	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	114 39 27	41720	*Sinus exceſſus.*
		135320	*Aggregatum Sinuum.*
Angulus Eclipticæ & Horizontis Occident.	47 25 17	67660	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus quæſitus.*

III. MODVS Per lateralem introitum in Tabulam Generalem

ACcipe in fronte Generalis Tabulę angulum circuli latitudinis cum Horizonte, & Latitudinem Stellæ à dextro latere: Vel ſume à latere ſiniſtro angulum iam dictum, & in calce Latitudinem Stellæ: & vtroque modo habebis in area complementum anguli Eclipticæ & Horizontis.

Vt in primo Exemplo ſuperius allato cum grad.85.15'.43". à latere ſiniſtro repertis, qui ſunt anguli circuli latitudinis cum Horizonte; & cum grad 22.22'. Latitudinis Stellæ in calce excipio ex area grad.67.9'.44". Vnde complementum huius numeri eſt angulus quæſitus à parte Orientis, nempe grad.22.50'.16".

In ſecundo autem Exemplo comperio in fronte angulum circuli latitudinis cum Horizonte gr.47.1'.27". & à dextro latere Latitudinem Stellæ grad.22.22'. & in area colligo grad.42.34'.43'. Vnde pronuncio angulum Eclipticæ, & Horizontis à parte Occidentis eſſe grad.47.25'.17". ſicut prius.

Aaa PROBLE-

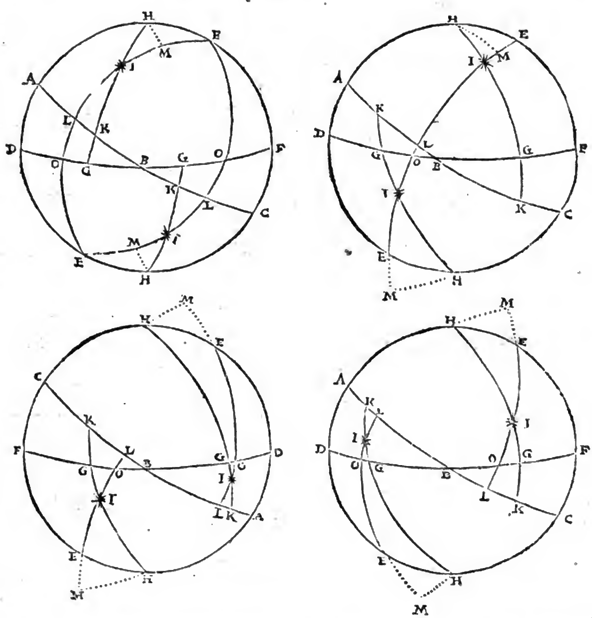
Digitized by Google

PROBLEMA VII.

Data Longitudine, & latitudine Stellæ Fixæ, vel erraticæ Declinationem eius ab æquatore inuenire.

I. FORMA *Per Triangula Rectangula Sphærica.*

Repetantur hic diagrammata, quibus in primo Problemate huius vſi ſuimus, in quibus Stella locatur in I ſecundum varios Cœli ſitus: & præſupponitur notam eſſe Stellę Londitudinem terminantem in L puncto Eclipticæ; vnde dabitur arcus Eclipticæ B L Diſtantiæ ſtellæ à proximiore puncto Aequinoctij, ſiue in præcedentia, ſiue in conſequentia. Deinde etiam oportet, vt detur Stellæ latitudo L I ab Ecliptica; ex quibus ſanè percipi poterit Stellæ ipſius Declinatio I G.



Accepto igitur primum Triangulo Rectangulo O L B ex data Longitudine B L Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij B, ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia, cum angulo Maximæ obliquitatis O B L, inquiremus angulum B O L ex primo Problemate huius, quem vocamus primum Inuentum, eſtq; angulus ab æquatore, & circulo latitudinis Stellæ factus. Poſtea ſecundò ex hoc primo Inuento, nempe angulo B O L, ac ex eodem angulo O B L Maximæ obliquitatis eliciemus per

Sextum

Digitized by Google

Sextum Problema Tertij latus O L, cui nomen ſecundi Inuenti damus, eſtq́; portio circuli latitudinis inter æquatorem, ac Eclipticam compræhenſa, quam Regiomontanus, & alij radicem Declinationis dicunt. Ex hoc autem ſecundo Inuento O L, & latitudine Stellæ L I conficiemus per Proſtaphæreſin tertium Inuentum O I, quod dicitur argumentum Declinationis, iuxta cautiones paulò poſt ſubſequentis Tabellæ, quòd ſanè argumentum eſt Diſtantia Stellæ ab Aequinoctiali numerata in circulo latitudinis. Poſtremò cum hoc tertio Inuento ſeu argumento Declinationis O I, & cum primo Inuento, ideſt cum angulo ad O in Triangulo G I O addiſcitur per Primum Problema tertij huius latus G I, hoc eſt Declinatio ipſa quæſita propoſitæ Stellæ. Sed ecce Tabellam ſupra dictam.

- Si Inuentum ſecundum, aut radix Declinationis fuerit reſpectu æquatoris
  - Borealis, & latitudo Stellæ fuerit
    - Borealis; fiat ipſarum ADDITIO, vt prodeat tertium Inuentum, ſeu argumentum Declinationis Boreale; vt in prima & ſecunda figura, ſumendo Stellam in plaga Boreali.
    - Auſtralis, fueritq́; dicta radice
      - maior; fiat SVBTRACTIO radicis à latitudine, vt proueniat Argumentum Declinationis Auſtrale, vt in ſecunda figura, accipiendo Stellam in plaga Auſtrina.
      - minor; fiat SVBTRACTIO latitudinis à radice Declinationis, & relinquetur argumentum Declinationis Boreale, vt in tertia figura, capiendo Stellam inter Eclipticam, & æquatorem.
  - Auſtralis, & latitudo Stellæ fuerit
    - Auſtralis; fiat ambarum ADDITIO, & reſultabit argumentum Declinationis Auſtrale, vt in prima figura, ſumendo Stellam ab Auſtro.
    - Borealis, & dicta radice
      - maior; fiat SVBTRACTIO radicis à latitudine, & reliquum erit argumentum Declinationis Boreale, vt in quarta figura, tollendo Stellam à Borea.
      - minor; fiat SVBTRACTIO latitudinis à radice, & prodibit argumentum Declinationis Auſtrale, vt in tertia figura, intelligendo locari Stellam inter Eclipticam & æquatorem.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

Fiat igitur primò vt Sinus totus ad Sinum Maximæ obliquitatis, ita Sinus Diſtantiæ Stellæ à ♋, vel ♑ in antecedentia ſiue conſequentia ad Sinum ſecundum Inuenti primi, cuius angulus dicitur Inuentum primum. Deinde fiat ſecundò vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Inuenti primi, ita Sinus ſecundus Obliquitatis Zodiaci ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi; ex quo Sinu, & latitudine Stellæ conficies per Proſtaphæreſin Inuentum tertium, iuxta doctrinam ſuperioris Tabellæ. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti primi, ita Sinus tertij Inuenti ad Sinum Declinationis Stellæ, ex quo Declinatio ipſa facilè colligetur, quæ Borealis, vel Auſtralis erit ad inſtar Inuenti tertij, vel argumenti Declinationis.

Exemplum primum. *Sit exploranda Declinatio capitis Meduſæ, cuius longitudo ad annum Domini 1600. datur ex obſeruationibus Nobiliſſimi Tychonis Brahe grad. 20. 37′. ♓ cum latitudine grad. 22. 22′. Borea, præſuppoſita Maxima obliquitate graduum 23. 31′. 30″. huius ſæculi. Diſtantia prædictæ Stellæ à capite ♋. vt à puncto Tropico viciniore, eſt graduum 39. 23′. Quare ex his calculum hac ratione conficio.*

	G M S		
Diſtantia Stellæ ab initio ♋ A L	39 23 0	63451	*Sinus eius.*
Maxima obliquitas	23 31 30	39915	*Sinus eius.*
Inuentum primum, ideſt angulus B O L	75 19 46	25326	*Sinus ſecundus prodiens.*
		103370	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	91689	*Sinus eius ſecundus.*

Digitized by Google

	G M S		
Inuentum ſecundum O I. i. Radix Decl Bor.	18 35 46	9 4 7 7 9	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latitudo Stellæ Borealis addenda L I	22 22 0		
Inuentum tertium O I ſeu argumentum decl.	40 57 46	6 5 7 5 7	*Sinus eius.*
Inuentum primum B O L	75 19 46	9 6 7 4 0	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ I G Borealis	39 21 40	6 3 4 2 0	*Sinus proueniens.*

Exemplum Secundum. *Proponatur nunc ſpica Virginis, cuius declinatio ſit adinuenienda. Huius autem Stellæ datur ex obſeruationibus Tychonis ad annum Chriſti 1600. Longitudo graduum 18.16'. ♎ & latitudo graduum 1.59'. Auſtralis. Diſtat verò ab initio ♑ in antecedentia gr. 71.44'. ex quibus comperio ipſius Stellæ Declinationem, vt ſequitur.*

Diſtantia Stellæ ab initio ♑ O F	71 44 0	9 4 9 6 1	*Sinus eius.*
Maxima Zodiaci obliquitas.	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum, ideſt angulus B O L	67 43 23	3 7 9 0 4	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 0 8 0 6 3	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum 2. ſeu Radix Decl. Auſtralis O L	7 46 10	9 9 0 8 2	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latitudo Stellæ Auſtrina addenda	1 59 0		
Inuentum 3. ſeu ang. Declinat. Auſtral. O I	9 45 10	1 6 9 4 0	*Sinus eius.*
Inuentum primum B O L	67 43 23	9 2 5 3 8	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ I G Auſtralis	9 1 8	1 5 6 7 6	*Sinus prodiens.*

Exemplum Tertium. *Sit inquirenda Declinatio Sirij ſeu Canis maioris ad dictum annum 1600. cuius ex eiuſdem Tychonis obſeruatione Longitudo eſt graduum 8.35'. ♋ & latitudo graduum 39.30'. Auſtrina, vt in ſubiecto calculo liquet.*

Diſtantia Stellæ à ♋	8 35 0	1 4 9 2 5	*Sinus eius.*
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum, ideſt angulus B O L	86 35 5	5 9 5 7	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 0 0 1 7 8	*Secans ſecunda Inuenti primi.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum 2. O L. ſeu radix Decl. Auſtralis	23 17 21	9 1 8 5 2	*Sinus ſecundus prodiens.*
Latitudo Stellæ I O Auſtrina addenda	39 30 0		
Inuentum 3. I L. ſeu arg. Declinat. Auſtr.	16 12 39	2 7 9 1 7	*Sinus eius.*
Inuentum primum B O L	86 35 5	9 9 8 2 2	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ Auſtralis I G	16 10 51	2 7 8 6 7	*Sinus prodiens.*

II. M O D V S *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

CVm Diſtantia Stellæ à proximiore puncto Tropico ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia, & cum Maxima obliquitate tractabis Proſtaphæreſin primariam, vt colligas Sinum ſecundum Inuenti primi, ex quo dabitur Inuentum primum. Deinde iuxta quintum modum quinti Problematis tertij huius accedes ad ſecundariam Proſtaphæreſin, commutando primum Inuentum, è calce Quarti ordinis ſumptum, in arcum arealem dicti ordinis: & cum hoc numero commutato, & cum complemento Maximæ obliquitatis facies operationem Proſtaphæreticam, vt colligas ex ea Sinum ſecundum Inuenti ſecundi. Poſtremò cum hoc ſecundo Inuento, & cum latitudine Stellæ formabis Inuentum tertium, vt in primo modo: cum quo & cum primo Inuento inſtitues iterum Proſtaphæreſin, ex qua colliges tandem Sinum Declinationis Stellæ, vnde & Declinatio ipſa patebit, cuius denominatio pendet à tertio Inuento ſeu argumento Declinationis.

Exemplum de capite Meduſæ.

Diſtantia Stellæ à capite ♋	39 23 0		
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30		
Differentia	15 51 30	9 6 1 9 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	62 54 30	4 5 5 4 2	*Sinus eius ſecundus.*
		5 0 6 5 2	*Differentia Sinuum.*
Inuentum primum	75 19 46	2 5 3 2 6	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Complementum Maximæ obliquitatis	66 28 30		
Inuentum primum commutatum ex quarto	5 55 59	*ordine Magni Canonis.*	

Differentia

Digitized by Google

	G M S		
Differentia	60 32 31	4 9 1 7 8 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	72 24 29	3 0 2 2 3 6	*Sinus eius ſecundus'.*
		1 8 9 5 5 1	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum, ideſt Radix Declin.	18 35 46	9 4 7 7 6	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Latitudo Stellæ addenda Borealis	22 22 0		
Inuentum tertium ſeu argumentum Decli-	40 57 46	*nationis Borealis.*	
Inuentum primum	75 19 46		
Differentia	34 22 0	8 2 5 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	116 17 32	4 4 2 9 5	*Sinus exceſſus.*
		1 2 6 8 3 9	*Aggregatum è Sinibus.*
Declinatio Stellæ Borealis quæſita	39 21 40	6 3 4 2 0	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

INgredere lateraliter Tabulam Generalem ſeu primæ Analogiæ cum Diſtantia Stellæ à puncto Tropico viciniore & cum Maxima obliquitate, & excerpes in area Inuentum primum. Poſtea ſecundò ingredere Tabulam Secundæ Analogiæ, ſumendo in fronte primum Inuentum, & à latere dextro Maximam obliquitatem, & area dabit tibi numerum, cuius complementum dicitur ſecundum Inuentum. Hoc confer cum latitudine Stellæ, & per Proſthaphæreſin formabis tertium Inuentum, quod vocamus argumentum Declinationis iuxta cautiones Tabellæ in primo Modo poſitæ. Tandem recurre denuo ad Primam Tabulam, accipiendo in eius calce Inuentum primum, & à latere ſiniſtro tertiũ Inuentum: ſeu ſumendo à latere dextro primum Inuentum, & in fronte tertium; & vtroque modo habebis in area Declinationẽ quæſitã propoſitæ Stellę, quæ Borealis vel Auſtralis erit, prout exigit titulus tertij inuẽti.

Exemplum. *Repetatur primum Exemplum capitis Meduſæ, cuius Longitudo eſt grad. 20. 37'. ♉. & latitudo grad. 22.22'. Diſtat verò ab initio ♋ in præcedentia grad. 39.23'.*

G	M	S	
39	23		*Diſtantia capitis Meduſæ à capite ♋.*
23	31	30	*Maxima Zodiaci obliquitas.*
14	40		*Inuentum primum ex Tabula prima.*
71	24		*Numerus deſumptus in ſecunda Tabula cum primo Inuento in fronte, & à dextro latere cum Maxima obliquitate.*
18	36		*Inuentum ſecundum, ſeu Radix Declinationis Borealis.*
22	22		*Latitudo ſtellæ Borealis addenda.*
40	58		*Argumentum Declinationis Boreale, ſeu tertium Inuentum.*
39	22		*Declinatio Borea ſumpta in prima Tabula cum Inuento primo in calce, & à latere ſiniſtro cum tertio Inuento.*

II. FORMA Per Triangula Obliquangula Sphærica.

IN Triangulo Obliquangulo H E I ſuperiorum diagrammatum nota ſunt duo latera, H E ſcilicet diſtantiæ Polorum ſeu Maximæ obliquitatis, & I E complementi latitudinis Stellæ cum angulo ab ijs compræhenſo H E I, quem metitur arcus A L Diſtantiæ Stellę ab initio ♋, ſi Stella habuerit latitudinem Boream; vel arcus L C Diſtantiæ Stellæ ab initio ♑, ſi Stellę latitudo fuerit Auſtrina. Ex quibus per Tertium Problema Quarti cognoſcetur latus I H, quod eſt complementum Declinationis quæſitæ ipſius propoſitæ Stellæ.

Fiat itaque, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ obliquitatis, ita Sinus ſecundus latitudinis Stellæ ad Inuentum primum. Poſtea fiat vt Sinus totus ad Inuentum primum, ita Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ à puncto Tropico eiuſdem plagæ ad ſecundum Inuentum: Hoc autem ſemper addatur Sinui verſo differentiæ Maximæ obliquitatis, & complementum latitudinis Stellæ, & componetur Sinus verſus ſecundus Declinationis datæ Stellæ: quæ Borealis erit, ſi latitudo Stellæ fuerit Borealis; Auſtralis vero, ſi talis fuerit latitudo; præterquam cum Sinus verſus Declinationis fuerit maior Sinu toto. Quo in caſu ſublato integro Sinu relinquetur Sinus rectus Declinationis quæſitę, cuius denominatio contraria erit latitudini; ideſt ſi latitudo fuerit Borea, declinatio erit Auſtrina, vt videre licet in tertia figura, de Stella inter Eclipticã & Aequatorem. Sed ſi latitudo fuerit Auſtralis, Declinatio erit Borea, vt patet in quarta figura, intelligendo de Stella inter Aequatorem & Eclipticam.

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Primum. *Sit exquirenda denuò per hanc formam Declinatio Borealis Capitis Meduſæ exiſtentis in longitudine graduum 20.37'. ♉. cum latitudine graduum 22.22'. Boreali ſicut ſupra in ſuperiori forma. Diſtantia autem huius Stellæ à capite ♋ eſt graduum 39.23. vt hic calculus exhibet.*

	G M S		
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius*
Complementum latitudinis ſtellæ Borealis	67 38 0	9 2 3 6 6	*Sinus eius.*
		3 698 6 8	*Inuentum primum.*
Diſtantia ſtellæ ab initio ♋	39 23 0	2 2 7 0 8	*Sinus eius verſus.*
		8 3 7 2	*Inuentum ſecundum.*
Differentia	44 6 30	2 8 1 9 7	*Sinus eius verſus addendus.*
Declinatio ſtellæ Borealis.	39 22 0	3 6 5 6 9	*Sinus verſus ſecundus prodiens.*

Exemplum Secundum. *Sit inueſtiganda Declinatio Auſtrina ſpicæ Virginis, cuius longitudo eſt gr. 18.16'. ♎ & latitudo grad. 1.59'. Auſtrina; Diſtantia verò à ♑ in praecedentia eſt graduum 71.44'.*

Maxima obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Complementum latitudinis Stellæ Borealis	88 1 0	9 9 9 4 0	*Sinus eius.*
		3 9 8 9 1	*Inuentum primum.*
Diſtantiæ Stellæ ab initio ♑	71 44 0	6 8 6 5 6	*Sinus eius verſus.*
		2 7 3 9 8	*Inuentum ſecundum.*
Differentia	64 29 30	5 6 9 3 6	*Sinus eius verſus.*
Declinatio Stellæ Auſtralis	9 1 0	8 4 3 3 4	*Sinus verſus ſecundus proueniens.*

Exemplum Tertium. *Sit exploranda Stellæ Sirij Declinatio, cuius Longitudo eſt grad. 8.35'. ♋ & latitudo grad. 39.30'. Auſtrina. Diſtat autem à capite ♑ grad. 171.25'.*

Obliquitas maxima	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Complementum latitudinis Stellæ Auſtralis	50 30 0	7 7 1 6 2	*Sinus eius.*
		3 0 7 9 9	*Inuentum primum.*
Diſtantia ſtellæ à capite ♑	171 25 0	1 9 8 8 7 8	*Sinus eius verſus.*
		6 1 2 5 4	*Inuentum ſecundum.*
Differentia	26 58 30	1 0 8 8 0	*Sinus eius verſus.*
Declinatio Stellæ Auſtralis	16 10 51	7 2 1 3 4	*Sinus eius verſus prodiens.*

Exemplum Quartum. *Sit propoſita Stella Aldebaran, cuius Longitudo eſt grad. 4.12'.30''. ♊, & latitudo grad. 5.31'. Auſtrina. Diſtantia verò ab initio ♑ eſt grad. 154.12'.30'.*

Maxima obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Complementum latitudinis Stellæ Auſtrinæ	84 29 0	9 9 5 3 7	*Sinus eius.*
		3 9 7 3 0	*Inuentum primum.*
Diſtantia Stellæ ab initio ♑	154 12 30	1 9 0 0 3 8	*Sinus eius verſus.*
		7 5 5 0 2	*Inuentum ſecundum.*
Differ. inter Obliq. max. & compl. lati. Stellæ	60 57 30	5 1 4 5 5	*Sinus eius verſus.*
		1 2 6 9 5 7	*Sinus verſus ſecundus prodiens.*
		1 0 0 0 0 0	*Sinus totus auferendus.*
Declinatio Stellæ Borea	15 38 0	2 6 9 5 7	*Sinus rectus prodiens.*

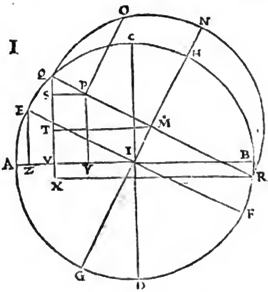
III. FORMA *Per Triangula rectilinea ex figura Analematis.*

ESto Colurus ſolſtitiorum A D B C; Aequatoris Diameter A B; axis Mundi C D; Polus Mundi apparens C, & occultatus D: Eclipticæ Diameter ſit E F, & axis eius H G, deſignans Polum Eclipticæ Boreum in H, & Auſtrinum in G. Præterea ſit parallelus latitudinis Stellæ Q O R deſcriptus ſuper diametro ipſius Q R, quæ parallelus eſt Eclipticæ diametro E F. Sit verò Stella in O puncto dicti paralleli, à quo ad diametrum E F cadat perpendicularis O P, & per punctum P tranſeat recta S P parallela diametro Aequatoris A B. Erit itaque recta O P communis ſectio paralleli latitudinis, & paralleli Declinationis ipſius Stellæ, qui ambo per Stellam ipſam tranſeunt, atque parallelus Declinationis ſecabit Colurum in P, & proinde dicta S P parallela diametro æquatoris erit communis ſectio ipſius paralleli Declinationis, & Coluri. Vnde recta S V Sinus erit Declinationis ipſius Stellæ propoſitæ, quia refertur ad arcum circuli Declinationis per Stellam ducti, qui inter parallelas S P, & A B clauditur; quem quidem Sinum S V modò exquirere intendimus, ex datis nonnullis in hac delineatione.

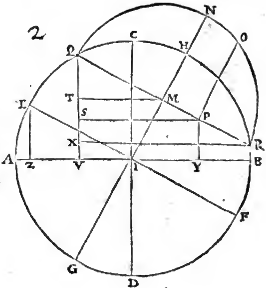
Datur

Digitized by Google

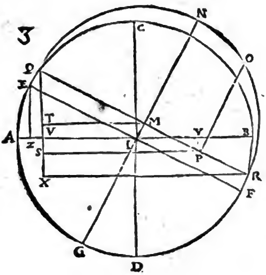
1



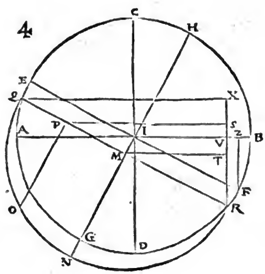
2



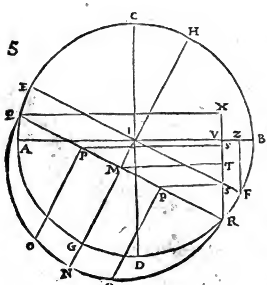
3



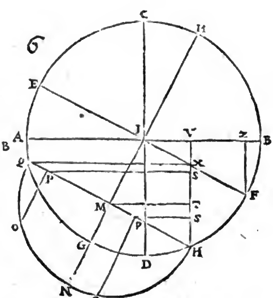
4



5



6



Datur

Datur enim primò Longitudo ſeu Diſtantia Stellę à puncto Aequinoctij proximiore ſiue in antecedentia ſiue in conſequentia, quam menſurat arcus ſui paralleli N O, cuius Sinus primus eſt P M in ratione totius Sinus M Q, & ſecundus O P.

Datur ſecundò latitudo Stellæ, quam refert arcus Coluri E Q vel F R inter Eclipticam & parallelum latitudinis Stellæ concluſus.

PRIMVS MODVS.

PRimò itaq; adinuenienda eſt remotio ſeu Declinatio paralleli latitudinis per Stellam ducti à parte ♋, & hæc eſt arcus A Q Coluri, qui intercidit inter Aequinoctialem & dictum parallelum. Si Latitudo Stellæ fuerit Borealis, addatur ipſa Maximæ Declinationi Eclipticæ, quæ Borealis etiam eſt ab hac parte, vt patet in prima, ſecunda, & tertia figura. Sed ſi Latitudo Auſtrina eſt & fuerit minor Maxima Eclipticę Declinatione, quę Borea eſt ab hac parte, vt in quarta & quinta figura, auferatur Latitudo Stellæ à dicta Maxima Declinatione. Si verò contrà maior fuerit, vt in ſexta, viciſſim Maxima Eclipticæ Declinatio auferatur à Stellæ Latitudine. Quod autem ex additione vel ſubtractione conflabitur, erit remotio paralleli ab Aequinoctiali à parte ♋, vt eſt arcus A Q: & Borealis quidem quando Latitudo Stellæ fuerit Borea: vel ſi Auſtrina, minor erit quàm Maxima Zodiaci Declinatio. Sed Auſtrina erit, quando Auſtrina Latitudo exceſſerit Declinationem Eclipticæ. Huius autem Sinus in tribus primis figuris erit recta Q V, in reliquis verò X V.

Secundò colligenda eſt cõtraria ratione remotio ſeu Declinatio paralleli à parte ♑, id eſt arcus Coluri B R. Igitur ſi Latitudo Stellæ fuerit Auſtrina, addatur Declinationi Eclipticæ, quæ ab hac parte Auſtrina eſt, & producetur dicta remotio in arcu Coluri B R, quæ Auſtrina erit, vt patet in tertia, quinta & ſexta figuris. Quod ſi Latitudo Stellæ fuerit Borea, conferatur cum Maxima Declinatione auferendo minorem de maiore; & relinquetur dicta remotio paralleli à capite ♑; quę Auſtralis erit, ſi Latitudo Stellæ fuerit minor, quàm Maxima Zodiaci obliquitas, vt in prima figura; ſed Borealis, quando Latitudo maior fuerit, vt in ſecunda figura. Sinus autem huius remotionis ſeu Declinationis paralleli eſt à parte ♑ recta X V in tribus primis figuris, ſed in reliquis eſt recta R V.

Tertiò ſi ambæ remotiones paralleli Latitudinis Stellæ, nempe à parte ♋, & à parte ♑ fuerint eiuſdem affectionis, vt ambæ vel Boreales, vel Auſtrinæ, auferatur Sinus minoris à Sinu maioris, & producetur recta Q X vel R X, cuius ſemiſſis Q T vel R T dicitur primum Inuentum, vt videre licet in ſecunda & ſexta figura. Sed ſi ambæ fuerint diuerſæ affectionis, ideſt vna Borea, & Auſtrina altera, vt in reliquis figuris, addantur ſimul Sinus vtriuſq; remotionis, & fiet recta Q X vel R X, cuius dimidia Q T vel R T eſt pariter Inuentum primum.

His cognitis perpendantur duo Triangula Rectilinea ſimilia Q T M, & Q S P *in primis tribus figuris*; vel R T M, & R S P in tribus poſtremis. Quoniam igitur eſt Q M vel R M ad Q P vel R P, ſicut Q T ad Q S, vel ſicut R T ad R S, ex quarta ſexti Elem. danturque tres priores lineæ cognitæ, igitur quarta Q S vel R S non ignorabitur; quæ eſt differentia inter Sinum remotionis paralleli Stellæ à parte ♋, vel ♑, & Sinum S V Declinationis Stellæ. Eſt autem Q P Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ à ♋. & R. P. Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ à ♑. Recta vero Q T vel R T eſt ſemiſſis Sinuum amborum remotionum paralleli Stellæ, quem vocauimus ſupra primum Inuentum.

Operatio. Si Latitudo Stellę fuerit Borealis, vt in tribus primis figuris, capiatur ſinus verſus Diſtantiæ ipſius ab initio ♋ pro multiplicatore adſeruandus. Sed ſi Latitudo Stellæ fuerit Auſtralis, erit accipiendus Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ à capite ♑, vt in reliquis figuris. Deinceps, prout ſuperius diximus, comparabis primum Inuentum; idq; in dictum Sinum verſum multiplicabis, & reſciſſis à producto quinq; notis, relinquetur differẽtia inter Sinum remotionis paralleli à parte ♋, in Stella Borealis latitudinis, vel à parte ♑ in Stella Auſtrinæ latitudinis, ac Sinum Declinationis ipſius quæſitæ. Quæ profectò differentia ſi fuerit minor, quàm dictæ remotionis Sinus, auferatur ab illo, & tunc relinquetur Sinus Declinationis Stellæ eiuſdem affectionis cum Latitudine eius; vt conſpicere licet in prima & ſecunda figura pro Declinatione Stellæ Boreali; & in quinta & ſexta pro Declinatione Auſtrina. Contrà verò ſi differentia fuerit maior Sinu dictæ remotionis paralleli, Sinus huiuſmodi à differentia tollatur, & relinquetur Sinus Declinationis, quę contrariam habebit denominationem ſuæ Latitudini, vt conſpicitur in tertia & quarta figura.

Exemplum Primum conueniens primæ figuræ.

Capitis Meduſæ Longitudo eſt grad. 20. 37′. ♉, id eſt diſtat à capite ♋ grad. 39. 23′. & eius Latitudo eſt gra. 22. 22′. Borealis. Producetur itaq; eius Declinatio, vt ſequitur.

Obliquitas

Digitized by Google

	G M S		
Obliquitas maxima	23 31 30		
Latitudo Stellæ Borea	22 22 0		
Remotio Borealis parall. Lat. à parte ♋ A Q	45 53 30	7 1 8 0 2	*Sinus eius Q V.*
Remotio Auſtr. dicti parall. à par. ♑ B R	1 9 30	2 0 2 2	*Sinus eius V X.*
		7 3 8 2 4	*Aggregatum Sinuum nempe Q X.*
		3 6 9 1 2	*Semiſsis, ideſt Inuentum primum Q T*
Diſtantia Stellæ à capite ♋	39 23 0	2 2 7 0 8	*Sinus eius verſus Q P multiplicadus in Q T,*
		8 3 8 2	*Differentia Q S ſubtrahenda à Q V.*
Declinatio Borealis quæſita	39 21 38	6 3 4 2 0	*Sinus S V relictus.*

Exemplum Secundum pro quinta figura.

P*Roponatur pro hoc ſecundo Exemplo ſpica Virginis, cuius longitudo datur graduum 18.16'. ♎, cum Latitudine graduum 1.59'. Auſtrina.*

	G M S		
Obliquitas Maxima	23 31 30		
Latitudo ſpicæ ♍ Auſtralis	1 59 0		
Remotio Bor. paralleli Latit. à parte ♋ A Q	21 32 30	3 6 7 1 8	*Sinus eius V X*
Remotio Auſt. dicti paralleli à parte ♑ B R	25 30 30	4 3 0 6 4	*Sinus eius R V.*
		7 9 7 8 2	*Aggregatum vtriuſq; Sinus R X.*
		3 9 8 9 1	*Semiſsis, ideſt R T.*
Diſtantia Stellæ à capite ♑	71 44 0	6 8 6 5 6	*Sinus eius verſus P R.*
		2 7 3 8 8	*Differentia R S ſubtrahenda à R V.*
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 8	1 5 6 7 6	*Sinus relictus S V.*

Exemplum Tertium accommodatum ſextæ figuræ.

S*Iriÿ ſeu Canis maioris Longitudo eſt grad. 8.35'. ♋, & Latitudo graduum 39.30'. Auſtrina.*

	G M S		
Obliquitas Maxima	23 31 30		
Latitudo Stellæ Auſtrina	39 30 0		
Remotio Auſtrina parall. Latit. à parte ♋	15 58 30	2 7 5 2 2	*Sinus eius V X.*
Remotio Auſtrina dicti paralleli à parte ♑	63 1 30	8 9 1 2 2	*Sinus eius R V.*
		6 1 6 0 0	*Differentia vtriuſque Sinus R X.*
		3 0 8 0 0	*Semiſsis, ideſt R T.*
Diſtantia Stellæ à capite ♑	171 25 0	1 9 8 8 7 8	*Sinus eius verſus P R.*
		6 1 2 5 4	*Differentia R S ſubtrahenda ab R V.*
Declinatio Siriÿ Auſtrina	16 10 51	2 7 8 6 8	*Sinus relictus S V.*

Exemplum Quartum conueniens quartæ figuræ.

S*It nunc Aldebaram, cuius Longitudo eſt grad. 4.12'.30". ♊, & Latitudo grad. 5.31'. Auſtrina.*

Obliquitas Maxima	23 31 30		
Latitudo Stellæ Auſtrina	5 31 0		
Remotio Borea parall. Latit. è regio. ♋ A Q	18 0 0	3 0 9 1 6	*Sinus eius V X.*
Remotio Auſtr. dicti parall. è regione ♑ B R	29 2 30	4 8 5 4 5	*Sinus eius R V.*
		7 9 4 6 1	*Aggregatum ex vtroque R X.*
		3 9 7 3 0	*Semiſsis R T*
Diſtantia Stellæ à capite ♑	154 12 30	1 9 0 0 3 8	*Sinus eius verſus P R.*
		7 5 5 0 2	*Productum, ideſt differentia R S.*
		4 8 5 4 5	*Sinus R V ſubtrahendus.*
Declinatio Stellæ Borea	15 38 0	2 6 9 5 7.	*Sinus relictus S V à parte Boreali.*

SECVNDVS MODVS

FAciliori forſan ratione ex iiſdem figuris Analematicis quæſitum obtinere poterimus, ſi confugerimus ad duo Triangula ſimilia E Z I, Q S P in tribus primis figuris, vel F Z I, R S P in tribus poſtremis. Nam cùm ſit in prioribus figuris I E Sinus totus ad E Z Sinum Declinationis

Maximæ ipſius Eclipticæ, ita QP Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ Borealis Latitudinis à capite ♋ ad QS differentiam inter Sinum QV remotionis paralleli Latitudinis à parte ♋: & Sinum SV Declinationis Stellæ, vel ad QS aggregatum ex iiſdem, innoteſcet quidem per Regulam proportionum ipſa differentia, vel aggregatum. Similiter in tribus reliquis figuris eſt Sinus totus FI ad Sinum FZ Declinationis maximæ, vt eſt RP Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ obtinentis Latitudinem Auſtralem, à capite ♑ ad RS differentiam inter Sinum RV; & SV Declinationis Stellæ, vel ad RS aggregatum ex iiſdemmet Sinibus; quare nec dicta differentia, ſiue aggregatum RS ignorabitur. Erit autem QS differentia inter Sinum QV, & SV in duabus primis figuris (quando ſcilicet emerſerit minor quam QV) ſed erit aggregatum ex iiſdem, quando erit maior, vt in tertia figura. Pari etiam ratione erit RS differentia inter Sinum RV, & Sinum SV, ſi fuerit minor quàm RV, vt in quinta, & ſexta figura: ſed erit aggregatum quotieſcunque maior erit, vt ex quarta patet. Cæterùm cùm ex dictis quatuor rectis proportionalibus vna ipſarum, quæ eſt QP, vel RP non ſit cognita in iiſdem partibus, in quibus reliquæ dantur, oportebit quidem ipſam ad partes reuocare, qualium EI, vel FI datur Sinus totus 100000, cùm in iiſdem reliquæ dentur, idq; fiet per regulam proportionum. Nam ratio QM Sinus totius in dicto parallelo ad QP Sinum verſum Diſtantiæ Stellæ à ♋, vel ad RP Sinum verſum Diſtantiæ Stellæ à ♑ eſt eadem, quæ eiuſdem QM, vel RM tanquam Sinus ſecundi Latitudinis Stellæ reſpectu totius Sinus IE, vel IF ad QS, vel RS in iiſdem partibus totius Sinus IE, vel IF.

Primò itaque ſi Stella Latitudinem habuerit Borealem exquiratur eius Diſtantia à capite ♋; ſin Auſtralem à capite ♑, ſumendo mox ipſius Sinum verſum; fiatq;, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Latitudinis Stellæ; ita Sinus Maximæ Declinationis Eclipticæ ad primum productum. Poſtea fiat, vt Sinus totus ad hoc primum productum, ita Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ à ♋ ad differentiam, vel aggregatum Sinuum Declinationis paralleli Latitudinis Stellę à parte ♋, & Declinationis Stellæ eiuſdem. Vel ita Sinus verſus Diſtantiæ Stellæ à ♑ ad differentiam, vel aggregatum Sinuum Declinationis paralleli Latitudinis Stellæ à parte, ♑ & Declinationis Stellæ eiuſdem. Quamobrem vltimum hoc productum, Stella obtinente Latitudinem Boream, cõfer cum Sinu Declinationis paralleli à Cancro, & vtriuſque per ſubductionem ſume differentiam, quæ Sinus erit Declinationis Stellæ, & quidem affectionis Boreæ, ſi vltimum productum fuerit minus, vt in duabus primis figuris: ſed Auſtrinæ, ſi maius, vt in tertia figura.

Quòd ſi Stella Latitudinem obtinuerit Auſtrinam, collato vltimo producto cum Sinu Declinationis paralleli à ♑, & ſumpta per ſubtractionem vtriuſque differentia, erit quidem ipſa Sinus itidem Declinationis Stellæ Auſtrinæ, ſi productum ipſum fuerit minus, vt in quinta, & ſexta figura; Sed ſi productum maius fuerit, tunc quidem ſumpta è ſubtractione differentia ipſam quidem Sinus erit Declinationis Stellæ Borealis, vt ex quarta ſuperiùs allata figura patet. Sed exempla nunc adferamus.

Exemplum primum de Capite Meduſæ.

	G M S		
Remotio Borealis paralleli Latitudinis à ♋	45 53 30	7 1 8 0 2	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ Borealis.	22 22 0	9 2 4 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
Maxima Declinatio Zodiaci.	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
		3 6 9 1 2	*Productum primum.*
Diſtantia Stellæ à ♋	39 23 0	2 2 7 0 8	*Sinus eius verſus.*
		8 3 8 2	*Productum 2. ſubtrah. à Sinu remot. parall.*
Declinatio Stellæ Borealis	39 21 38	6 3 4 2 0	*Sinus quæſitus.*

Exemplum ſecundum de ſpica Virginis.

Remotio Auſtrina paralleli Latit. à ♑ BR	25 30 30	4 3 0 6 4	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ Auſtrina	1 59 0	9 9 9 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
		3 9 8 9 1	*Productum primum.*
Diſtantia Stellæ à Capricorno	71 40 0	6 8 6 5 6	*Sinus eius verſus.*
		2 7 3 8 8	*Productum 2 ſubtr. à Sinu remotionis parall.*
Declinatio ſpicæ Virginis Auſtralis	9 1 8	1 5 6 7 6	*Sinus relictus.*

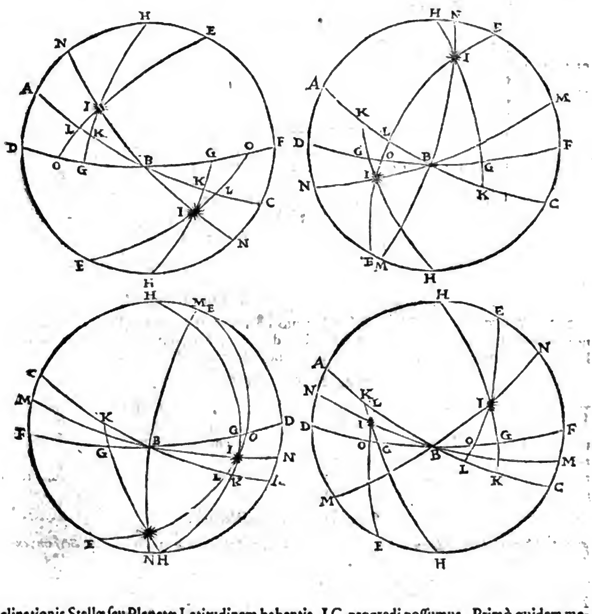
PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA VIII.

Declinationem Stellæ, vel Planetæ, Latitudinem habentis, aliter ex ijsdem datis exquirere, hoc eſt ex Longitudine, & Latitudine ipſius.

MEridianus, æquator, Ecliptica, & reliqui circuli, ac eorum Poli ſint eidem qui in ſuperiore Problemate huius ſunt deſcripti; quibus hic adiungatur circulus N I B per ipſam Stellam exiſtentem in I puncto; nec non per puncta Aequinoctialia ductus, qui quidem Meridianum ad rectos ſecabit angulos: ſicque ex hac delineatione duplici forma ad inquiſitionem propoſitæ



Declinationis Stellæ ſeu Planetæ Latitudinem habentis, I G progredi poſſumus. Primò quidem mediantibus Rectangulis B L I, & B G I: ſecundò verò auxiliantibus Triangulis E N I, H I N, quæ prioribus opponuntur; quas ſingulas formas ſigillatim perſtringemus tradendo pro vtraque varios Modos.

Prima Forma.

Primò in Triangulo Rectangulo B L I notum eſt latus I L, ſcilicet Latitudo Stellæ data, & L B Longitudo Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia.

Ex his igitur dabitur per ſecundum Problema Tertij huius Baſis I B, nempe primum Inuentum, quod eſt Diſtantia Stellæ à puncto Aequinoctij proximiore numerata in circulo magno per Stellam, & puncta Aequinoctialia ducto.

Secundò ex hoc primò Inuento, & Latitudine Stellæ I L colligetur per Quartum Problema eiuſdem Tertij angulus I B L, quem ſecundum Inuentum nuncupamus: ex quo & angulo Maximæ obliquitatis L B G per additionem ſiue ſubtractionem prodibit Inuentum tertium, nempe angulus I B O, quem Argumentum Declinationis libet appellare iuxta ſequentis Tabellæ rationem.

- Si Latitudo Stellæ fuerit
  - Borealis; & fuerit ipſa Stella in medietate Zodiaci
    - Boreali; fiat additio ſecundi Inuenti & Maximæ declinationis, vt in prima & ſecunda figura, & tunc prodit Boreale
    - Auſtrali; fiat Subtractio minoris de maiore, vel quidē
      - ſecundi Inuenti à Maxima declinatione, vt in tertia figura, & tunc relinquetur Auſtrale
      - Maximæ declinationis à ſecundo Inuento, vt in quarta figura, & tunc relinquetur Boreale
  - Auſtralis & fuerit ipſa Stella in medietate Zodiaci
    - Auſtrali; fiat Additio ſecundi Inuenti & Declinationis Maximæ, vt in prima & tertia figura, & prodibit Auſtrale
    - Boreali; fiat Subtractio minoris de maiore, vel quidē
      - Maximę declinationis à ſecundo Inuento, vt in ſecunda figura, & tunc prodit Auſtrale
      - ſecundi Inuenti à Maximę declinatione, vt in quarta figura, & tunc relinquetur Boreale

} Argumentū Declinationis, ideſt Inuentum tertium.

Poſtremò in Triangulo B I G ex primo Inuento I B cum tertio Inuento I B O, vel I B G adinueniemus per Primum Problema Tertij latus I G dicto angulo oppoſitum, quod Declinationi Stellæ congruit; quæ ſanè ad inſtar ipſius tertij Inuenti Borealis, vel Auſtralis erit.

PRIMVS MODVS.

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Diſtantiæ Stellæ ab Aequinoctio viciniore in antecedentia, vel conſequentia: ita Sinus ſecundus Latitudinis eiuſdem ad Sinum ſecundum Inuenti primi. Deinde fiat ſecundò, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam primi Inuenti: ita Sinus Latitudinis Stellæ ad Sinum Inuentij ſecundi: ex quo & Maxima declinatione producatur Inuentum tertium, vt ſuperiùs diximus. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum primi Inuenti, ita Sinus tertij Inuenti ad Sinum Declinationis Stellæ quæſitæ.

Exemplum de Capite Meduſæ.

Caput Meduſæ Longitudinem habet graduum 20.37'. ♉, & Latitudinem graduum 22.22'. Boream; ex quibus quæritur eiuſdem Declinatio hoc modo.

	G M S		
Diſtantia Stellæ ab Ariete	50 37 0	6 3 4 5 1	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo Stellæ Borealis	22 22 0	9 2 4 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	54 4 15	5 8 6 7 8	*Sinus ſecundus proueniens.*
		1 2 3 4 9 6	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
Eadem Latitudo Stellæ Borealis	22 22 0	3 8 0 5 3	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	28 1 48	4 6 9 9 4	*Sinus prodiens.*
Maxima obliquitas addenda	23 31 30		
Inuentum tertium	51 33 18	7 8 3 2 1	*Sinus eius.*
Inuentum primum	54 4 15	8 0 9 7 4	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ quæſita	39 21 40	6 3 4 2 0	*Sinus proueniens.*

II. MO-

Digitized by Google

II. MODVS Per Proſtaphæreſin Sinuum primariam.

PRimò quidem cum Diſtantia Stellæ à puncto Aequinoctij viciniore, & cum Latitudine Stellæ collige per Proſtaphæreſin Sinuum primariam Theoremate trigeſimoquarto Primi libri huius traditam primi Inuenti Sinum ſecundum.

Deinde ſecundò primum hoc Inuentum commutabis in arcum arealem Quarti ordinis Magni Canonis, facto ſcilicet ingreſſu in calce, & etiam à latere dextro: cum quo numero ſic commutato, necnon cum data Stellæ propoſitæ Latitudine denuò ad Proſtaphæreſin te confer; ex qua ſecundum Inuentum elicies. Hoc autem dictum ſecundum Inuentum vnà cum Maxima Zodiaci obliquitate, pro ratione ſuperioris Tabellæ, producet Inuentum tertium.

Tertiò demum, & vltimò primum illud & hoc tertium Inuentum nunc exploratum iterum per Sinuum Proſtaphæreſin expones operationi, vt ex ea prodeat tandem Sinus Declinationis Stellæ quæſitæ. Vt in hoc Exemplo manifeſtum fiet.

	G M S		
Diſtantia Stellæ ab Aequinoctio Verno	50 37 0		
Latitudo Stellę Borealis	22 22 0		
Differentia	28 15 0	8 8 0 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	72 59 0	2 9 2 6 5	*Sinus eius ſecundus.*
		1 1 7 3 5 4	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	54 4 15	5 8 6 7 7	*Dimidium, ideſt Sinus eius.*
Eadem Latitudo Stellę Borealis	22 22 0		
Inuentum primum commutatum ex 4. ordin.	7 5 40		
Differentia	15 16 20	9 6 4 6 8 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	29 27 40	8 7 0 6 9 0	*Sinus eius ſecundus.*
		9 3 9 9 5	*Reſiduum e ſubtractione.*
Inuentum ſecundum	28 1 48	4 6 9 9 7	*Dimidium, ideſt Sinus eius.*
Maxima declinatio addenda	23 31 30		
Inuentum tertium.	51 33 18		
Inuentum primum.	54 4 15		
Differentia	2 30 57	9 9 9 0 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	105 37 33	2 6 9 3 4	*Sinus exceſſus.*
		1 2 6 8 3 8	*Aggregatum Sinuum.*
Declinatio Stellæ propoſitæ	39 21 40	6 3 4 1 9	*Dimidium ideſt Sinus proueniens.*

III. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

FAc primò ingreſſum lateralem in Generalem Tabulam ſeu primæ Analogiæ cum Diſtantia Stellæ à proximiore Aequinoctio ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia; & cum Latitudine eiuſdem Stellæ, comperiendo vnum ex his numeris, quem libuerit, in calce dictæ Tabulæ, & alium à latere dextro, & ex area excerpes numerum, cuius complementum vocamus primum Inuentum. Porrò ſecundum Inuentum colligi poteſt tripliciter, primò quidem per arealem introitum in eandem Generalem Tabulam, comperiendo ſcilicet à latere ſiniſtro primum Inuentum, & à latere dextro eundem numerum, qui primùm ex Tabula fuit extractus; in area verò è regione illius Latitudinem Stellæ, atque in fronte Tabulæ offeretur Inuentum ſecundum. Vel ſecundò ingredere lateraliter ſæpedictam Tabulam cum ſecundo Inuento commutato in arealem arcum Quarti ordinis (ſicut præcepimus in ſuperiore modo per Proſtaphæreſin) & cum Latitudine Stellæ; ſumendo vnum ex his numeris in fronte, & alium à ſiniſtro latere, & quicquid ex area excerpes, transfer ſiue inquire denuò in aream primi ordinis Magni Canonis, atque in eius fronte ac latere ſiniſtro dabitur Inuentum ſecundum. Vel tertiò idem hoc ſecundum Inuentum faciliùs ex Tabula ſecundæ Analogiæ adinuenies, ſumendo in calce illius Inuentum primum, ſeu in fronte numerum, qui ex primo ingreſſu fuit collectus, & à latere ſiniſtro Latitudinem Stellæ; ſicq; ex area depromes idem Inuentum ſecundum: ex quo & Maxima declinatione conficies tertium Inuentum ſeu Argumentum Declinationis, prout in Primo modo huius præcepimus. Hoc tertium Inuentum transfer vnà cum primo ad ingreſſum lateralem Tabulæ Generalis, ſumendo minorem numerum in fronte, & maiorem à latere ſiniſtro, atque area ſtatim optatam propoſitæ Stellæ patefaciet Declinationem; quæ eandem ſortietur denominationem, quam habet Inuentum tertium ſeu Argumentum Declinationis.

Digitized by Google

Exemplum de Capite Meduſæ.

G	M	S	
50	37		*Longitudo Capitis Meduſæ ab Aequinoctio verno.*
22	22		*Latitudo eiuſdem Borealis.*
35	55	45	*Numerus in area per lateralem ingreſſum repertus.*
54	4	15	*Complementum eius, id eſt primum Inuentum.*
28	1	48	*Inuentum ſecundum collectum in Tabulæ Generalis fronte, ſumptiſq; à latere ſiniſtro gradibus 54.4′.15″. vel à latere dextro gradibus 35.55′.45″. & in area grad.22.22′.*

Vel ſic.

22	22		*Latitudo Stellæ à latere ſiniſtro.*
7	5	40	*Primum Inuentum commutatum in arcum arealem quarti ordinis in fronte.*
2	41	37	*Numerus in area congruus comperiendus arealiter in primo ordine.*
28	1	48	*Numerus, qui ei correſpondet à latere ſiniſtro.*

Vel ſic.

28	2		*Inuentum ſecundum ex Tabula ſecundæ Analogiæ ſumptum cum gr.35.56. in fronte, vel in calce cum gradibus 54.4′. & à latere ſiniſtro grad.22.22′.*
23	31	30	*Maxima obliquitas addenda.*
51	33	18	*Inuentum tertium.*
39	21	40	*Declinatio Stellæ Borealis propoſitæ deſumpta per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem cum primo & tertio Inuento.*

Secunda Forma.

Nunc verò ſumatur primò Triangulum Rectangulum I N E; in quo datur Baſis I E, quæ eſt complementum latitudinis Stellæ cum angulo I E N, quem metitur arcus A L Diſtantiæ Stellæ à capite ♋; vel arcus C L Diſtantiæ Stellæ à ♑. Quare dabitur ex Primo Problemate tertij latus I N, quod dicimus primum Inuentum: præterea ex eadem Baſi I E, & primo Inuento I N prodibit per Octauum Problema tertij latus E N, quod vocamus ſecundum Inuentum: cum quo & cum Maxima Declinatione conficies per Proſtaphæreſin Inuentum tertium, pro ratione ſequentis tabellæ, quòd non incongruè argumentum Declinationis appellamus, eſtq; arcus H N.

Si Latitudo Stellæ inuenta
- Borealis; & fuerit ſecundum Longitudinem in medietate Zodiaci
  - Boreali; tunc fiat ſubtractio minoris numeri de maiore, vel
    - Maximæ declinationis à ſecundo Inuento, vt in prima figura
    - ſecundi Inuenti à Maxima Declinatione, vt in ſecunda figura
  - Auſtrali; fiat Additio ſecundi Inuenti, & Maximæ Declinationis, vt in quarta figura.
- Auſtralis; & fuerit ſecundum Longitudinem in medietate Zodiaci
  - Boreali; fiat Additio ſecundi Inuenti, & Maximæ Declinationis, vt in ſecunda figura, ſumendo Stellam in plaga Auſtrina.
  - Auſtrali; fiat ſubtractio minoris de maiore, vel
    - Maximę Declinationis à ſecundo Inuento, vt in prima figura ſumendo Stellam ab Auſtro
    - ſecundi Inuenti à Maxima Declinatione, vt in tertia figura, accipiendo Stellam ab Auſtro

& prodibit Inuentum tertium ſiue Argumentũ Declinationis.

Poſtremò

Poſtremò aſſumpto Triangulo N I H; quoniam in eo dantur duo latera, nimirum H I primum Inuentum, & H N tertium Inuentum, ex his explorabitur tertium latus ſeu Baſis H I per ſecundum Problema Tertij; quod eſt complementum Declinationis I G ipſius Stellæ; quæ quidem eandem obtinebit denominationem, quam habet Latitudo Stellæ; præterquam cum tertium Inuentum fuerit Quadrante maius; nam tunc Declinatio habet titulum contrarium Latitudini Stellæ, exiſtente ipſa Stella intra Eclipticam & Aequatorem.

PRIMVS MODVS

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum Diſtantiæ Stellæ à proximiore puncto Tropico ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, ita Sinus ſecundus Latitudinis Stellæ ad Sinum Inuenti primi. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti, ita Sinus Latitudinis Stellæ ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi: ex quo & Maxima Obliquitate eliciatur per Proſtaphæreſin, prout admonet præcedens tabella, tertium Inuentum. Demùm fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Inuenti tertij, ita Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum Declinationis Stellæ.

Exemplum de Capite Meduſæ.

Longitudo Capitis Meduſæ eſt grad. 20. 37'. ♉ & Latitudo gr. 22. 22'. Borealis; vnde calculus talis erit.

	G	M	S		
Diſtantia Stellæ ab initio ♋	39	23	0	6 3 4 5 1	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ	22	22	9	9 2 4 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	35	55	45	5 8 6 7 8	*Sinus proueniens.*
				1 2 3 4 9 6	*Secans Inuenti primi.*
Eadem Latitudo Stellæ	22	22	0	3 8 0 5 3	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	61	58	12	4 6 9 9 4	*Sinus eius ſecundus.*
Maxima Obliquitas ſubtrahenda	23	31	30		
Inuentum tertium	38	26	42	7 8 3 2 1	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	35	55	45	8 0 9 7 4	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Stellæ propoſitæ Borealis	39	21	40	6 3 4 2 0	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

Cum Diſtantia Stellæ à proximiore puncto Tropico, atque cum complemento Latitudinis Stellæ accedes ad Proſtaphæreſin iuxta primam formam, & produces ex ea Sinum, cuius arcus dicetur Inuentum primum. Deinde commutabis primum hoc Inuentum in arealem arcum Quarti ordinis Magni Canonis facto ingreſſu in fronte & à latere ſiniſtro; cum quo numero commutato, & cum Latitudine Stellæ abſolues iterum Proſtaphæreſin, & prodibit ex ea Sinus ſecundus Inuenti ſecundi; cum quo Inuento ſecundo, & cum Maxima Zodiaci Obliquitate, iuxta ſuperiorem modum, elicies Inuentum tertium. Poſtremò primum ac tertium Inuentum transfer ad Proſtaphæreſin, iuxta ſecundam formam Theoremate Trigeſimoquarto Primi libri traditam, & colliges ex ea Sinum Declinationis Stellæ.

Exemplum de Capite Meduſæ.

Complementum Latitudinis Stellæ	67	38	0		
Diſtantia Stellæ ab initio ♋	39	23	0		
Differentia	28	15	0	8 8 0 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	107	1	0	2 9 2 6 5	*Sinus exceſſus.*
				1 1 7 3 5 4	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	35	55	15	5 8 6 7 7	*Dimidium, ideſt Sinus.*
Latitudo Stellæ propoſitæ Borealis	22	22	0		
Inuentum primum commutatum ex 4. ordine	7	5	40		
Differentia	15	16	20	9 6 4 6 8 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	29	27	40	8 7 0 6 9 0	*Sinus eius ſecundus.*
				9 3 9 9 5	*Relictum è ſubtractione.*
Inuentum ſecundum	61	58	22	4 6 9 9 7	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Maxima Declinatio ſubtrahenda	23	31	30		
Inuentum tertium	38	26	42		
Inuentum primum.	35	55	45		
Differentia	2	30	57	9 9 9 0 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	74	22	37	2 6 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*

Aggregatum

	G M S		
		1 2 6 8 3 8	*Aggregatum Sinuum.*
Declinatio Stellæ propoſita	39 21 40	6 3 4 1 9	*Dimidium, ideſt Sinus vltimò prodiens.*

III. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

INgredere lateraliter Tabulam primæ Analogiæ quam Generalem dicimus, ſumendo in fronte eius Diſtantiam Stellæ à proximiore puncto Tropico ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, & à latere dextro cum Latitudine Stellæ: aut etiam ſumendo à latere ſiniſtro Diſtantiam iam dictam, & in calce Latitudinem Stellæ; ac numerum, quem ex area excipies, vocabis Inuentum primum. Poſtea ex Tabula Secundę Analogię ſumes in fronte Inuentum primum, & à latere ſiniſtro Latitudinem Stellæ, & area dabit tibi complementum Inuenti ſecundi. Cum quo & cum Maxima Obliquitate conficies Inuentum tertium per Proſtaphæreſin, iuxta cautiones Tabellæ in primo modo allatæ. Demùm cum Inuento primo, & tertio ex Tabula Generali excipies per lateralem ingreſſum Latitudinem Stellę optatam; obſeruando ſcilicet vnum ex his Inuentis in calce, & aliud à dextro latere.

Exemplum de Capite Meduſæ.

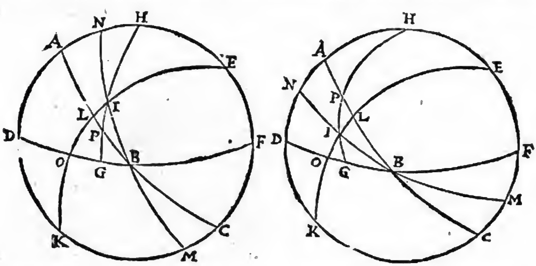
HVius Stellæ Longitudo in ſuperioribus Exemplis fuit data graduum 20.37'. ♉. Vnde Diſtantia eius à capite ♋ in præcedentia eſt graduum 39.23'. Latitudo autem ipſius eſt graduum 22.22'.

G	M	
39	23	*Diſtantia Capitis Meduſæ ab initio ♋.*
22	22	*Latitudo eiuſdem.*
35	56	*Inuentum primum ſumptum in Tabula prima.*
28	2	*Numerus deſumptus in ſecunda Tabula cum primo Inuento in fronte, & à latere ſiniſtro cum Lat. Stellæ.*
61	58	*Complementum eius. ideſt Inuentum ſecundum.*
23	31	*Maxima Zodiaci Obliquitas ſubtrahenda.*
38	27	*Inuentum tertium.*
39	22	*Declinatio Stellæ propoſita, ideſt Capitis Meduſæ Borealis, ſumpta è prima Tabula facto ingreſſu in calce, & à latere dextro.*

PROBLEMA IX.

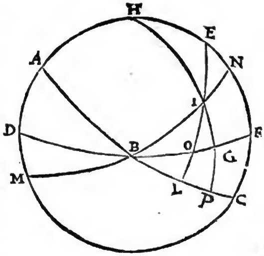
Declinationem Stellæ, data Poli Eleuatione, & Stellæ ſupra Horizontem Altitudine, vnà cum Azimuth ipſius, notam facere.

SI fortè contigerit obſeruatam eſſe alicuius Stellæ Altitudinem ſupra Horizontem ad aliquod temporis momentum, ita vt ſimul etiam innoteſcat, quantum circulus Azimuthalis ipſiuſmet Stellæ diſtet à vero ortu vel occaſu, tunc ſanè eiuſdem Stellæ Declinationem varijs modis ex do-



ctrina Triangulorum Sphæricorum numeris conſignare poſſumus. Eſto itaque diagramma, in quo circulus A D C F Meridianum repræſentet, cui aptetur dimidius Horizon D B F, cuius Polus, ideſt Vertex

Digitized by Google



Vertex Regionis ſit H, & dimidius Aequator A B C, cuius Polus E Boreus. Per Stellam autem in I conſtitutam deſcendant duo arcus magnorum circulorum, vnus quidem H I G à Vertice indicans Stellæ ſupra Horizontem Altitudinem ex obſeruatione cognitam penes portionem eius I G, cuius etiam arcus, quem Azimuth Stellæ dicimus, diſtantia Horizontalis G B ſit ſimul cognita: alius verò arcus ſit E L à Mundi Polo, qui Declinationi Stellæ aptatur, quam refert eius portio I L nunc exquirenda.

Primùm itaq; in Triangulo Rectangulo P G B notus euadit angulus P B G complementi Latitudinis Regionis, & notum eſt inſuper Latus G B Diſtantiæ circuli Azimuthalis Stellæ à vero ortu, vel occaſu. Ex his igitur datis cognoſcetur per tertium Problema Tertij angulus B P G, cui primi Inuenti nomen damus. Deinde ex hoc primo Inuento, & angulo eodem complementi Eleuationis Poli dabitur per ſextum Problema eiuſdem Tertij latus P G, quod vocamus ſecundum Inuentum. Poſtea ſi Stella fuerit in parte Cœli Meridiem reſpiciente, conferatur ſecundum Inuentum cum Altitudine Stellæ obſeruata, fiatq; minoris de maiore ſubtractio, vt relinquatur Inuentum tertium I P, cui nomen Argumenti Declinationis dare poſſumus; quod ſanè Borealem denominationem obtinebit, ſi ſecundum Inventnm fuerit Altitudine Stellæ minus, vt in prima figura. Sed contrà Argumentum Declinationis Auſtrale erit, ſuperante ſecundo Inuento Altitudinem ipſam Stellæ, vt in ſecunda figura. Quòd ſi Stella plagam ad Septentrionem vergentem obtinuerit, tunc quidem Inuentum ſecundum, & Altitudo Stellæ in vnam ſummam redigantur, vt fiat Inuentum tertium; ſiquidem in hoc caſu Stellæ Declinatio Borealis eſt, vt videre licet in tertia figura, quemadmodum & ipſum Inuentum tertium. Tandem in Triangulo PIL ex primo Inuento I P L, & tertio Inuento I P cognoſcetur per primum Problema Tertij Declinatio quæſita I L ipſius Stellç, quæ profectò eandem denominationem ſortietur, quam habet Argumentum Declinationis.

I. *MODVS Per Sinus, & Secantes.*

Fiat igitur primò, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli, ita Sinus ſecundus Azimuth Stellæ, ideſt diſtantiæ Stellæ Horizontalis ab ortu ad Sinum ſecundum Inuenti Primi. Deinde fiat ſecundò, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam primi Inuenti, ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi. Quod conferas cum Altitudine Stellæ data, & per ſubductionem minoris de maiore in plaga Meridionali, vel per additionem vtriuſque in plaga Septentrionali, conficias Inuentum tertium, vt paulò antè diximus. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum primi Inuenti; ita Sinus tertij Inuenti ad Sinum Declinationis Stéllæ.

Exemplum.

Accipiemus à Præſtantiſſimo Aſtronomo Tychone Brahe obſeruationem Stellæ in dextro genu Pegaſi factam anno 1577. Quam Stellam habuiſſe tunc Altitudinem grad. 28. 24'. affirmat, dum eſſet in Azimuth gr. 8. 53'. ab occaſu verſus Septentionem; ſub Meridiano verò gr. 55. 45'. de Aequatore. Latitudo autem loci, in quo facta eſt huius Stellæ obſeruatio, eſt gr. 55'. vt ipſe Tycho Libro Secundo de Mundi ætherei recentioribus Phænomenis pag. 23. & 24. annotauit. Sed poſtmodùm correctiorem illam exactioremq; in ſua Aſtronomia Mechanica dedit, graduum ſcilicet 55. 54'. 30".

	G	M	S		
Eleuatio Poli	55	53	0	56088	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Stellæ	8	53	0	98800	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	56	20	51	55415	*Sinus eius ſecundus.*
				120132	*Secans primi Inuenti.*
Eleuatio Poli eadem	55	53	0	82770	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	5	58	20	99457	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Stellæ addenda	28	24	0		

Digitized by Google

	G	M	S		
Inuentum tertium	34	22	20	5 6 4 5 7	*Sinus eius.*
Inuentum primum	56	20	51	8 3 2 4 2	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ Borealis	28	1	54	4 6 9 9 6	*Sinus proueniens.*

II. *MODVS* *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

PRimò quidem inſtitue operationem per Sinuum Proſtaphæreſin cum Eleuatione Poli, & cum Azimuth Stellæ iuxta praxin Theorematis trigeſimiquarti Primi libri, & exibit ex ea Sinus ſecundus Inuenti primi, cuius angulum commutabis in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, facto ingreſſu in calce & à latere dextro: cum quo numero commutato, & cum Eleuatione Poli tractabis iterum Proſtaphæreſin Sinuum, ſed iuxta priorem formam ex Theoremate Trigeſimotertio Primi huius emananem; & ex ea prodibit Sinus ſecundus Inuenti ſecundi. Huius autem arcum recipe, cumque cum Altitudine Stellæ confer, & facta minoris de maiore ſubductione, vel vtriuſque additione, prout exigit ratio ſuperiùs expoſita, prodibit Inuentum tertium, ſcilicet Argumentum Declinationis. Poſtremò primum & tertium hoc Inuentum applica ad Proſtaphæreſin Sinuum iuxta primam formam, & emanabit ex ea Sinus Declinationis ipſius Stellæ, vnde & ipſa Declinatio dabitur.

Exemplum idem ſecundum hanc formam repetitum.

	G	M	S		
Eleuatio Poli	55	53	0		
Azimuth Stellæ	8	53	0		
Differentia	47	0	0	6 8 2 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	64	46	0	4 2 6 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
				1 1 0 8 3 1	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	56	20	51	5 5 4 1 5	*Dimidium, idest Sinus ſecundus.*
Inuẽtum primum commutatum ex 4. ordine	6	53	59		
Eleuatio Poli	55	53	0		
Differentia	48	59	1	6 5 6 2 7 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	62	46	59	4 5 7 3 6 1	*Sinus eius ſecundus.*
				1 9 8 9 1 4	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum	5	58	20	9 9 4 5 7	*Dimidium, idest Sinus ſecundus.*
Altitudo Stellæ addenda	28	24	0		
Inuentum 3. ſeu Argumentum Declination.	34	22	20		
Inuentum primum.	56	20	51		
Differentia	21	58	31	9 2 7 3 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	90	43	11	1 2 5 6	*Sinus exceſſus.*
				9 3 9 9 1	*Aggregatum Sinuum.*
Declinatio Stellæ	28	1	54	4 6 9 9 6	*Dimidium, idest Sinus prodiens.*

III. *MODVS* *Per Tabulas Analogiarum.*

ACcede primò ad Generalem Tabulam, & facto in eam laterali ingreſſu cum Altitudine Poli, & cum Azimuth Stellæ in calce & à latere dextro, excipies ex area Inuentum primum. Secundò quære à dextro latere hoc primum Inuentum, & in area Altitudinem Poli, & in Baſi habebis Inuentum ſecundum. Vel ſume in calce Inuentum primum, in area Altitudinem Poli, & à latere dextro dabitur Inuentum ſecundum. Hoc etiam Inuentum ſecundum obtinere poteris per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ, comperiendo ſcilicet in fronte Inuentum primum, & à latere ſiniſtro Eleuationem Poli; nam in area dabitur complementum dicti Inuenti ſecundi. Cum hoc Inuento ſecundo, & cum Altitudine Stellæ conficies Inuentum tertium, prout ſuperiùs monuimus. Demum cum primo, & tertio Inuento in fronte & à ſiniſtro latere Generalis Tabulæ vtcunque comperto, obtinebis ex area Declinationem Stellæ quæſitam.

Exemplum idem, vt ſupra.

	G	M	S		
Altitudo Poli data	55	53	0	*in calce*	*Prima Tabula*
Azimuth Stellæ	8	53	0	*à dextro latere*	
Numerus in area compertus, idest 1. Inuentũ	33	39	9	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Altitudo Poli	55	53	0	*in area*	

Numerus

Digitized by Google

	G M S		
Numerus compertus à latere dextro, ideſt	5 58 20	*Inuentum ſecundum.*	
Altitudo Stellæ addenda	28 24 0		
Inuentum tertium	34 22 20	*in fronte*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum primum	56 20 51	*à latere ſiniſtro*	
Declinatio Stellæ quæſita	28 1 54		

II. *F O R M A* *Per Triangula Obliquangula.*

ACcipiendum eſt nunc Triangulum Obliquangulum I H E, in quo dantur duo latera cum angulo ab eis compræhenſo; latus enim H I eſt complementum Altitudinis Stellæ, & latus H E eſt diſtantia Verticis à Polo mundi, hoc eſt complementum Eleuationis Poli. Angulum verò I H E metitur arcus Horizontis G F Azimuthalis Stellæ à Meridiano. Ex his igitur obtinebitur ex tertio Problemate Quarti latus tertium I E, reſpondens complemento Declinationis Stellæ quæſitæ.

Multiplica igitur iuxta ſecundum modum dicti Problematis Sinum ſecundum Altitudinis Stellę in Sinum ſecundum Eleuationis Poli, & reſciſſis quinque notis habebis Inuentum primum: tum hoc iterum multiplica in Sinum verſum Diſtantiæ Azimuthalis à Meridiano, & reiectis quinque notis relinquetur Inuentum ſecundum; cui adde Sinum verſum differentiæ inter Altitudinem Stellæ datam, & Eleuationem Poli, & componetur Sinus verſus ſecundus Declinationis quæſitæ. Vt in ſuperiori Exemplo repetito patet.

Eleuatio Poli	55 53 0	5 6 0 8 8	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Stellæ	28 24 0	8 7 9 6 5	*Sinus eius ſecundus.*
		4 9 3 3 8	*Inuentum primum.*
Diſtantia Azimut à Meridie	81 7 0	8 4 5 5 8	*Sinus eius verſus.*
		4 1 7 1 9	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Altitudinis Stellæ & Eleu. Poli	27 29 0	1 1 2 8 5	*Sinus eius verſus.*
Declinatio Stellæ	28 1 54	5 3 0 0 4	*Sinus verſus ſecundus.*

PROBLEMA X.

Data Longitudine & Latitudine Stellæ, Aſcenſionem eius rectam dinumerare, ſimulq; punctum Eclipticæ, cum quo cœlum mediat, cognoſcere.

I. *F O R M A* *Per Triangula Rectangula.*

REpetantur hic diagrammata Problematis Primi, & Septimi huius, in quibus Stella reperitur in I ſecundum varios ſitus. Supponimus autem dari Stellæ Longitudinem, vnde nota erit eius Diſtantia à puncto B Aequinoctij ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, ſicut eſt arcus Eclipticæ B L, qui intercedit inter locum verum Stellæ in Ecliptica, qualis eſt L, & punctum Aequinoctij B. Aut etiam nota erit eiuſdem Stellæ Diſtantia à viciniore puncto Tropico, quam definit arcus Eclipticæ A L, vel C L, ſeu angulus A E L, vel C E L. Præterea datur etiam cognita Stellæ Latitudo I L, ex quibus omnibus datis quærenda eſt Recta ipſius Stellæ Aſcenſio, ideſt arcus Aequatoris G B à proximiore puncto Aequinoctij ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia: nam hac explorata facilè eſt ipſam referre ad punctum Aequinoctij vernalis, à quo puncto ſolent artifices communiter Rectas, & Obliquas Aſcenſiones exordiri. Vt autem habeatur dicta Recta Aſcenſio G B cognoſcenda ſunt duo, nempe arcus O B, qui dicitur radix Aſcenſionum, & arcus O G, qui dicitur differentia tranſitus Stellæ per medium Cœli, ſeu Aequatio meditationis Cęli; quę quidem addita, vel ſublata à radice Aſcenſionum iuxta operationis neceſſitatem, manifeſtat dictam Rectam aſcenſionem G B; qua inuenta ex quinto Problemate Quinti huius obtinebis punctum Eclipticæ ipſi congruens.

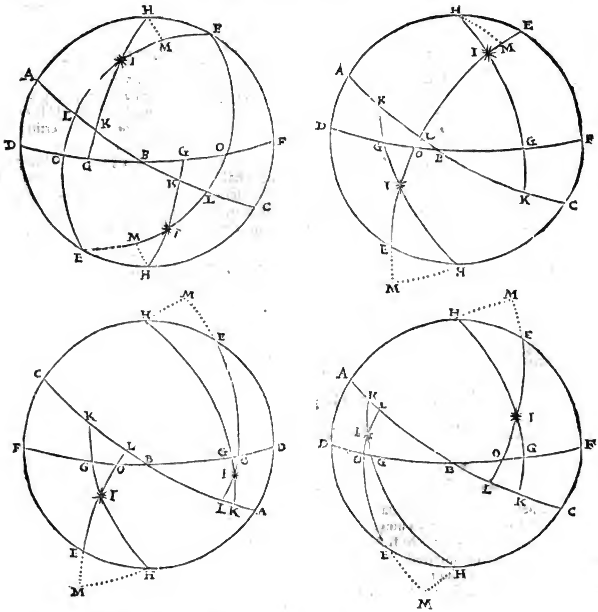
Inuentio radicis Aſcenſionum.

IN Triangulo itaque Rectangulo O L B cum detur notum latus L B Longitudinis ſeu Diſtantiæ Stellę à proximiore puncto Aequinoctij cum angulo L B O Maximæ Obliquitatis Zodiaci, colligetur per 11. Probl. Tertij Baſis O B, quam radicem Aſcenſionis vocant artifices, quæ eſt arcus Aequatoris compræhenſus inter proximius punctum Aequinoctij, & circulum Latitudinis Stellæ. Quæ etiam facilius haberi poteſt per 2. Problema Tertij ex duobus lateribus, nempe L B Longitudinis Stellæ ab Aequinoctio proximiore, & L O radicis Declinationis, quam colligere docuimus in 7. Problem. huius.

Ccc 2 Porrò

Digitized by Google

Porrò ipſa Inuenta radix Aſcenſionum, quandò non pertinet ad Stellam in primo Eclipticę Quadrante verſantem, debet referri ad punctum Aequinoctij verni, & ab eo in conſequentia numerari. Quod ſanè per quam facilè fiet; exiſtente enim Stella in ſecundo Eclipticæ Quadrante, inuenta radix ex hac



doctrina Triangulorum ſubducenda eſt ex ſemicirculo. Si verò Stella fuerit in tertiò Eclipticæ Quadrante, addatur dictæ radici ſemicirculus. At ſi in vltimo fuerit Quadrante radix iam inuenta auferatur à toto circulo; ita enim intelligetur numerata ad Aequinoctio verno in conſequentia.

PRIMVS MODVS

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Diſtantiæ Stellæ à puncto Aequinoctij proximiore; ita Sinus ſecundus Maximæ Obliquitatis ad Tangentem ſecundam radicis mediationum cœli ipſius, ſeu Aſcenſionis rectæ.

Exemplum de Capite Meduſæ.

Sit inquirenda radix Aſcenſionum Capitis Meduſæ, cuius Diſtantia à puncto Aequinoctij vernalis datur graduum 50.37'. Vt ex hoc calculo liquet.

Diſtantia

Digitized by Google

	G M S		
Diſtantia Stellæ ab Aequinoctio	50 37 0	8 2 0 9 2	*Tangens eius ſecunda.*
Maxima Obliquitas	23 31 30	9 1 6 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Radix Aſcenſionum Capitis Meduſæ	53 1 52	7 5 2 6 9	*Tangens ſecunda proueniens.*

SECVNDVS MODVS.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Longitudinis Stellæ à proximiore puncto Aequinoctiali, ita Sinus ſecundus radicis Declinationis eiuſdem ad Sinum ſecundum radicis Aſcenſionum eiuſdem Stellæ; vt hic.

Diſtantia Stellæ ab Aequinoctio	50 37 0	6 3 4 5 1	*Sinus eius ſecundus.*
Radix Declinationis Stellæ	18 35 46	9 4 7 7,9	*Sinus eius ſecundus.*
Radix Aſcenſionum Stellæ	53 1 52	6 0 1 3 8	*Sinus ſecundus proueniens.*

III. MODVS *Per Proſtaphæreſin ſecundariam.*

Facta commutatione Diſtantiæ Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij in arcum arealem primum, vel ſecundum Tertij Ordinis Magni Canonis, intrando ſcilicet in calce & à latere dextro, cum illo numero commutato, & cum complemento Maximæ Declinationis operaberis per Sinuum Proſtaphæreſin, vt moris eſt; & ex ea prodibit Tangens ſecunda Radicis Aſcenſionum dictæ Stellæ; vt hic patet in eodem Exemplo.

Complementum Maximæ Obliquitatis	66 28 30		
Diſtantia Stellæ à puncto Aequinoctij com-	55 10 38	*mutata in arcum arealem Tertij Ordinis Magni Canonis.*	
Differentia	11 17 52	9 8 0 6 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	121 39 8	5 2 4 7 5	*Sinus exceſſus.*
		1 5 0 5 3 8	*Aggregatum è Sinibus.*
Radix Aſcenſionum Stellæ data	53 1 52	7 5 2 6 9	*Dimidium, id eſt Tangens ſecunda prodiens.*

IV. MODVS *Per Proſtaphæreſin primariam.*

Operare cum Diſtantia Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij, & cum radice Declinationis iuxta quartum modum ſecundi Problematis Tertij libri; & colliges Sinum ſecundum radicis Aſcenſionis eiuſdem Stellæ; Vt ex hoc calculo videre eſt.

Diſtantia Stellæ ab Aequinoctio verno	50 37 0		
Radix Declinationis Capitis Meduſæ	18 35 46		
Differentia	32 1 14	8 4 7 8 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	69 12 46	3 5 4 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 2 0 2 7 6	*Aggregatum è Sinibus.*
Radix Aſcenſionis Capitis Meduſæ.	53 1 52	6 0 1 3 8	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus proueniens.*

V. MODVS *Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.*

Sume in calce Tabulæ Tertiæ Analogiæ Maximam Obliquitatem, & à latere dextro Diſtantiam Stellæ ab Aequinoctio proximiore, & in area obtinebis complementum radicis Aſcenſionis ipſius Stellæ.

Vt in dato Exemplo comperiendo in calce dictæ Tabulæ gradus 23.31'.30". & à latere dextro grad. 50.37'. patent in area gradus 36.58'. complementum autem huius arcus eſt grad. 53.2'. & tanta eſt radix Aſcenſionis prædictæ Stellæ.

VI. MODVS *Per Tabulam Primæ Analogiæ.*

Fac lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem ſeu Primæ Analogiæ cum Diſtantia Stellæ ab Aequinoctio proximiore, & cum radice Declinationis, ſumendo vnum ex his arcubus in calce, & alium à dextro latere: atque in areali vtriuſque concurſu patebit complementum quæſitæ radicis Aſcenſionis,

Vt in dato Exemplo Capitis Meduſæ, comperiendo in dicta Tabula grad. 50.37'. in calce, & à latere dextro grad. 18.36'. Radicis Declinationis, patet in area arcus grad. 36.58'. cuius complementum eſt radix Aſcenſionis prædictæ Stellæ, nempe gr. 53.2'.

Exemplum

Exemplum Secundum.

Spica Virginis habet Longitudinem grad.18.16′. ♎: & radicem Declinationis grad.7.46′.10″. cum his colligo ex dicta Tabula grad. 70.12′.7″. cuius arcus complementum eſt grad.19.47′.53″. radix ſcilicet Aſcenſionis à ♎ numerata, adiecto deinde ad hanc ſemicirculo, prouenit dicta radix ab Aequinoctio verno graduum 199.47′.53″.

Exemplum Tertium.

Canis Maior obtinet Longitudinem grad.8.35′. ♋, vnde eius Diſtantia ab Aequinoctio Autumnali in præcedentia eſt grad.81.25′. & radix Declinationis eſt grad.23.17′.21″. Cum his colligo grad.7.52′.47″. quibus addo gr.90. & fit radix Aſcenſionum dictæ Stellæ numerata ab Arietis Aequinoctio graduum 97.52′.47″.

Inuentio differentiæ tranſitus Stellæ per medium Cœli; ideſt Aequationis mediationum Cœli.

Aſſumamus Triangulum Rectangulum O I G, in quo explorandum eſt latus O G, quod communiter ab Artificibus vocari ſolet differentia tranſitus Stellæ per medium Cœli: à nobis verò non incongruè Proſtaphæreſis ſeu Aequatio mediationis Cœli dicetur, quòd ille arcus O G interdum auferatur, interdum verò addatur radici Aſcenſionum O B, vt prodeat Recta Stellæ Aſcenſio G B, prout in hac Tabella patet.

Proſtaphæreſis, ſeu æquatio mediationis Cœli radici Aſcenſionum ab ♈ in conſequentiam numeratæ

- additur; dum Longitudo Stellæ ab ♈ in Signorum cōſequentiam fuerit in 1. ſemicirculo Zodiaci
  - Aſcendente cum Declinatione Stellæ Auſtrali, vt in ſecunda figura patet, intelligendo Stellam locari extra Aequatorem in I verſus Polum Auſtrinum, & B eſſe initium ♈.
  - Deſcendente cum Declinatione Stellæ Boreali, vt in prima figura, intelligendo B eſſe Aequinoctium Autumnale.
- aufertur, dum Longitudo Stellæ ab ♈ in Signorum conſequentiam fuerit in 2. ſemicirculo Zodiaci.
  - Aſcendente cum Declinatione Boreali, vt in quarta figura, poſito B initio ♈.
  - Deſcendente cum Declinatione Auſtrali, vt in tertia figura, ſupponendo B eſſe initium Libræ.

Semicirculus { aſcendens ♑, ♒, ♓, ♈, ♉, ♊ / deſcendens ♋, ♌, ♍, ♎, ♏, ♐ } continet.

Cæterùm dictus arcus O G Proſtaphæreſis ſeu Aequationis dictæ explorari poteſt varijs diuerſiſq; Modis, prout ex ſequentibus innoteſcet.

I. MODVS Ex Argumento Declinationis cum angulo Aequatoris, & circuli Latitudinis per Sinus & Tangentes.

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem anguli Aequatoris, & circuli Latitudinis, ita Tangens Argumenti Declinationis ad Tangentem Aequationis mediationis Cœli, & hoc quidem per decimum Problema Tertij huius. *ex f. 186.*

Exemplum.

Primo Problemate huius adinuenimus angulum, quem efficit circulus Latitudinis per Caput Meduſæ tranſiens cum Aequatore, nempe grad.75.19′.46″. ibidemq; explorauimus Argumentum Declinationis eiuſdem Stellæ grad.40.57′.46″. Cum his igitur deprehendo Aequationem mediationis dictæ Stellæ in hunc modum.

	G M S		
Angulus Aequatoris, & circuli Latitudinis	75 19 46	2 5 3 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
Argumentum Declinationis	40 57 46	8 6 8 2 5	*Tangens eius.*
Aequatio mediationis Cœli	11 24 0	2 1 9 8 7	*Tangens prouenient.*

II. MODVS

Digitized by Google

II. MODVS Ex iiſdem datis per Sinuum Proſtaphæreſin.

PErmutabis angulum dictum in eiuſdem complementum, atq; etiam permutabis argumentum Declinationis in arcum arealem primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis; & hos duos numeros permutatos pone ad Proſtaphæreſin iuxta formam conſuetam, obſeruando præſertim vltimam regulam ſecundi capitis Secundi libri huius, & colliges Tangentem Aequationis mediationis Cœli, vt hic in eodem exemplo patet.

Argumentum Declinationis commutatum	60 14 38	*ex Tertio ordine Magni Canonis.*	
Complem. anguli Aequatoris & circ. latit.	14 40 14		
Differentia	45 34 24	7 0 0 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	74 54 52	2 6 0 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
		4 3 9 [illegible] 7	*Differentia Sinuum.*
Aequatio mediationis Cœli	12 24 0	2 1 9 8 8	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda.*

III. MODVS Ex iiſdem datis per Tabulam Tertiæ Analogiæ.

COmperias in calce Tabulæ Tertiæ Analogiæ angulum ſæpè memoratum gr. 75. 20'. & à latere ſiniſtro Argumentum Declinationis gr. 40. 58'. & ex area depromes Aequationẽ mediationis Cœli grad. 12. 24'.

IV. MODVS Ex Argumento Declinationis & Declinatione propoſita Stellæ per Sinus & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantẽ Declinationis datæ Stellæ, ita Sinus ſecundus Argumẽti Declinationis eiuſdem ad Sinum ſecundũ Aequationis mediationis Cœli eiuſdem Stellæ, vt in eodẽ exẽplo.

Declinatio Stellæ	39 21 40	1 2 9 3 3	*Secans eius.*
Argumentum Declinationis	40 57 46	7 5 5 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aequatio mediationis Cœli	12 24 0	9 7 6 6 9	*Sinus ſecundus proueniens.*

V. MODVS Ex Argumento Declinationis & Declinatione propoſita Stellæ per Sinuum Proſtaphæreſin.

COmmutanda eſt Stellæ Declinatio in arcum arealem Quarti ordinis Magni Canonis, cum quo numero commutato, & cum complemento Argumenti Declinationis abſoluenda eſt operatio Proſtaphæretica, vt ſequitur, & exibit Sinus ſecundus Aequationis mediationis Cœli.

Complementum Argumenti Declinationis	49 2 14		
Declin. Stellæ commutata ex quarto ordine	7 25 53		
Differentia	41 36 21	7 4 7 7 3 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	56 28 7	5 5 2 3 9 4	*Sinus eius ſecundus.*
		1 9 5 3 3 6	*Differentia Sinuum.*
Aequatio mediationis Cœli	12 23 50	9 7 6 6 8	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

VI. MODVS Per Tabulam Generalem.

INgredere Tabulam Generalem ſumendo in calce Declinationem Stellæ, & in eadem columna quære arealiter complementum Argumenti Declinationis; nam à latere dextro patebit Aequatio mediationis Cœli quæſita. Siue etiã ſume Declinationẽ à latere dextro dictæ Tabulæ, & arealiter in eademmet linea complementũ Argumenti Declinationis, & in calce Tabulæ manifeſtabitur dicta Aequatio.

Vt in eodem Exemplo accipio in calce Declinationem gr. 39. 21'. 40". & in area complementum anguli Declinationis gr. 42. 2'. 14". & à latere dextro reperio Aequationem quæſitam medij Cœli gra. 12. 24'. propemodum.

VII. MODVS Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

ACcipe Declinationem Stellæ in fronte dictæ Tabulæ, quæ eſt grad. 39. 22'. & Argumentum Declinationis eiuſdem à latere dextro, nempe gra. 40. 58'. & in area in vtriuſq; numeri concurſu colligetur complementum Aequationis mediationis Cœli Stellæ propoſitæ gr. 77. 46'. quo dempto ab integro Quadrante remanet Aequatio mediationis Cœli gra. 12. 14'. deficiens min. 10. à reliquis modis, propter Secundæ Tabulæ defectum prope calcem columnarum, vt aliàs monuimus.

Digitized by Google

SECVNDA FORMA.

Eandem Stellæ rectam Aſcenſionem ex ijſdem datis, Latitudine ſcilicet & Longitudine Stellæ per Triangula Obliquangula explorare.

IN Triangulo Obliquangulo IHE ponamus data eſſe tria latera, nempe HE Diſtantiæ Polorum, ideſt Maximæ obliquitatis; latus IE complementi Latitudinis Stellæ; & latus HI complementi Declinationis eiuſdem per primum Problema huius exploratæ. Ex his dabitur per primum Problema Quarti huius angulus EHI, quem determinat arcus Aequatoris FGB, ſequendo Quartũ modũ.

PRIMVS MODVS.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Maximæ Obliquitatis, ita Secans Declinationis Stellæ ad primum Inuentum. Deinde vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita differentia inter Sinum verſum ſecundum Latitudinis Stellæ, & Sinum verſum differentiæ Maximæ Obliquitatis & complementi Declinationis Stellæ, quam dicimus Inuentum ſecundum, ad Sinum verſum quæſitæ Aſcenſionis rectæ à ♋ vel ♑ initio numeratæ.

Hoc eſt, multiplica Secantem Declinationis Stellæ in Secãtem ſecundam Maximæ Obliquitatis, & recisis quinq; notis a dextra ſerua reliquum pro Inuento primo. Poſtea conferas Maximam Obliquitatem cum complemento Declinationis Stellæ, & minore numero de maiore ſublato cum reſiduo cape Sinum verſum; à quo ſubtrahe Sinum verſum ſecundum Latitudinis Stellæ, id eſt Sinum verſum complementi Latitudinis Stellæ, & relinquetur Inuentum ſecundum.

Poſtremò multiplica inuicem primũ & ſecundum Inuentum; & abiectis à producto quinq; notis dextris, relinquetur Sinus verſus Aſcẽſionis Rectæ propoſitę Stellæ, à ♋ tamen vel ♑ initio numeratę.

Sed & hæc facilè ad Arietis initium referri poteſt. Enimuerò Stella exiſtente in primo Eclipticæ Quadrante, ſi ab ipſa Recta Aſcẽſione inuenta reijciantur gradus 90. quadrabit præcisè ipſi Stellæ. Sed ſi Stella propoſita in ſecundo Eclipticæ Quadrante fuerit, tunc inuentę Aſcẽſioni Rectę neceſſe eſt, vt adijciantur gra. 90. Tum verò ſi eadem dicta Stella fuerit in tertio Eclipticę Quadrãte; ſemicirculum; ſin autem in vltimo; dodrantẽ circuli, hoc eſt grad. 270. inuentæ Aſcenſioni Rectę adiungas: ita enim prodibit ipſa Recta Aſcenſio, tanquam ab Arietis Aequinoctio ſeu principio numerata.

Exemplum primum. *Capitis Meduſæ Latitudo ſuperiùs fuit data graduum 22. 22'. Borealis; cuius arcus complementum eſt graduum 67. 38'. Declinatio autem huius Stellæ Problemate Primo Octaui huius adinuenta fuit gra. 39. 21'. 40". Borealis; Vnde eius complementum eſt gr. 50. 38'. 20". & ex his quæritur Recta Stellæ Aſcenſio.*

Situs autem huius Stellæ conformis eſt primæ figuræ intelligendo ipſam Stellam eſſe in I à parte Boreali, & adinuenitur angulus EHI per operationem, ideſt arcus Aequatoris FGB: à quo reiecto Quadrante FB relinquetur arcus BG Aſcenſionis Rectæ prædictæ Stellæ ab Ariete dimenſus. Vide Exemplum.

	G M S		
Complementum Declinationis Stellæ	50 38 20	1 2 9 3 4 0	*Secans eius ſecunda.*
Maxima eiuſdem Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		3 2 4 0 3 9	*Inuentum primum.*
Complementum Latitudinis Stellæ	67 38 0	6 1 9 4 7	*Sinus eius verſus.*
Differ. Max. Decl. & complem. Declinat.	27 6 50	1 0 9 8 8	*Sinus eius verſus.*
		5 0 9 5 9	*Inuentum ſecundum.*
		3 2 4 0 3 9	*Inuentum primum.*
Arcus ei congruus.	130 38 15	1 6 5 1 2 7	*Sinus verſus vltimo prodiens.*
Quadrans auferendus.	90		
Aſcenſio Recta ab Ariete numerata.	40 38 15		

FAcilius eſt, ab hoc Sinu verſo abijcere integrum Sinum; & reliquum erit Sinus primus rectus Aſcenſionis quæſitæ, vt patet.

Secundum Exemplum. *Canis maior ſeu Sirius obtinet Longitudinem graduum 8. 35'. ♋. & Latitudinem graduum 39. 30'. Auſtrinam. Superiùs, hoc eſt Primo Problemate huius adinuenta fuit eius Declinatio graduum 16. 10'. 51". Auſtrina. Sic autem eius Recta Aſcenſio indagatur.*

Complementum Declinationis Stellæ	73 49 9	1 0 4 1 2 5	*Secans eius ſecunda.*
Maxima eiuſdem Obliquitas.	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		2 6 0 8 6 7	*Inuentum primum.*

Complementum

Digitized by Google

	G M S		
Complementum Latitudinis Stellæ	50 30 0	3 6 3 9 2	*Sinus eius verſus.*
Differ. inter Max. Obliq. & compl. Declin.	50 17 39	3 6 1 1 6	*Sinus eius verſus.*
		2 7 6	*Differentia, ſiue Inuentum ſecundum.*
		2 6 0 8 6 7	*Inuentum primum.*
Arcus ei congruus.	6 53 0	2 7 0	*Sinus verſus vltimo prodiens.*
Quadrans addendus.	90		
Aſcenſio recta ab ♈ numerata	96 53 0		

Exemplum Tertium.

PRoponamus nunc inquirendam Aſcenſionem rectam Spicæ Virginis; cuius Longitudo eſt graduum 18.16'. ♎ Latitudo graduum 1.59'. Auſtrina; & Declinatio graduum 9.1'.8". itidem Auſtrina. Ex his prodit eius Recta Aſcenſio, vt ex ſequenti calculo colligitur.

Complementum Declinationis Stellæ	80 58 52	1 0 1 2 5 2	*Secans eius ſecunda.*
Maxima eiuſdem Obliquitas.	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		2 5 3 6 7 0	*Inuentum primum.*
Complementum Latitudinis Stellæ	88 1 0	9 6 5 3 9	*Sinus eius verſus.*
Differ. Complementi Decl. & Max. Obliq.	57 27 22	4 6 2 0 5	*Sinus eius verſus.*
		5 0 3 3 4	*Differentia, ſeu Inuentum ſecundum.*
		2 5 3 6 7 9	*Inuentum primum.*
		1 2 7 6 8 2	*Sinus verſus vltimo prodiens.*
		1 0 0 0 0 0	*Sinus totus abjiciendus.*
Arcus ei conueniens.	16 4 0	2 7 6 8 2	*Reliquum, id eſt Sinus rectus*
Semicirculus addendus	180 0 0		
Aſcenſio recta Stellæ propoſitæ.	196 4 0		

Exemplum Quartum.

LVcida Lyræ Longitudinem habet graduum 9.43. ♑, & Latitudinem gr. 61.47'.30". Borealem, atq; Declinationem gr. 38.28', itidem Borealem: cuius Recta Aſcenſio prodit in hunc modum.

Complementum Declinationis Stellæ	51 32 0	1 2 7 7 1 9	*Secans eius ſecunda.*
Maxima Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		3 1 9 9 7 8	*Inuentum primum.*
Complementum Latitudinis Stellæ	38 12 30	1 1 8 7 7	*Sinus eius verſus.*
Differ. Max. Decl. & compl. Declin. Stellæ	28 0 30	1 1 7 1 2	*Sinus eius verſus.*
		1 6 5	*Inuentum ſecundum multiplicandum.*
		3 1 9 9 7 8	*Inuentum primum.*
Arcus ei congruus	5 53 0	5 2 8	*Sinus verſus prodiens.*
Dodrans circuli addendus.	270 0 0		
Recta Stellæ propoſitæ Aſcenſio.	275 53 0		

II. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

VTendo Octauo modo Primi Problematis Quarti libri accipiemus complementa duorum laterum HE, HI Trianguli Obliquanguli HEI, id eſt deſumamus complementum Maximæ obliquitatis, & Latitudinem Stellæ, quorum quidem duorum numerorum maiorem quæremus in fronte Generalis Tabulæ, & minorem in area, & habebimus à ſiniſtro latere, facta prius congrua numerorum correctione, primum Inuentum. Aut etiam accipiemus maiorem numerum à latere ſiniſtro, & minorem in area, & tunc in fronte dabitur ipſum primum Inuentum. Tum addemus Declinationem Stellæ Quadranti, atque obſeruabimus in fronte Generalis Tabulæ primum Inuentum, & diſcurrendo per illam columnam quæremus duos numeros, nempe arealem, & lateralem ſiniſtrum, qui coniuncti adæquent dictum aggregatum. Vel etiam obſeruabimus à ſiniſtro latere dictum primum Inuentum, quærendo numerum arealem & frontalem, qui ſimul coaceruati reſtituant dictum aggregatum ex Declinatione & Quadrante. Quòd ſi forte hoc non dabitur, quærendi ſunt eodem modo duo numeri differentes adinuicem, quantum eſt complementum Declinationis Stellæ. Poſtquam autem hi duo numeri erunt adinuenti, qui vel ſimul coniuncti adæquent agregatum ex Declinatione & Quadrante, vel differentes ab inuicem complemento Declinationis Stellæ, aſſumemus vnum ipſorum pro abſol-

Digitized by Google

uendo calculo, maiorem ſcilicet ex ipſis coæquantibus aggregatum ex Declinatione, & Quadrante, quando Maxima Zodiaci Obliquitas fuerit minor complemento Latitudinis Stellæ: At ſi fuerit maior ipſa Obliquitas dicto complemento, accipiemus minorem ex ſupradictis numeris. Verùm ex duobus numeris ſimul differentibus pro quantitate complementi Declinationis Stellæ, accipiemus ſemper maiorem numerum: cuius numeri complementũ vocetur Inuentum ſecundum. Cum hoc, & cum Maxima Obliquitate accedemus ad arealem ingreſſum, comperiendo à latere ipſius ſiniſtro Maximam Obliquitatem, & arealiter Inuentum ſecundum, atque in fronte elicies Inuentum tertium: vel etiam ſume in fronte Maximam Obliquitatem, & in area idem ſecundum Inuentum, & à ſiniſtro latere dabitur Inuentum tertium. Demum inquires in calce eiuſdem Generalis Tabulæ Inuentum ſecundum, & in area complementum tertij Inuenti, & à latere ſiniſtro habebis Aſcenſionem rectam Stellæ à ♋, vel ♑ deductam. Vel accipies à dextro latere ſecundum Inuentum, & in area ſimiliter complementum tertij Inuenti, & in fronte tunc patebit Aſcenſio recta Stellæ à ♋, vel ♑ numerata.

Quòd ſi magis expeditè volueris Aſcenſionem rectam abſq; duobus illis vltimis ingreſſibus in Generalem Tabulam, confugies ad Tabulam quartæ Analogiæ, conquirendo frontaliter ſecundum Inuentum, & à latere dextro Maximam Zodiaci Obliquitatem, & in area offeretur tibi Aſcenſio recta dictæ Stellæ ab Aequinoctio proximiore ſiue ante ſiue poſt dinumerata. Sed exempla nunc adferamus.

Exemplum Primum.

Offeratur eadem Stella Capitis Meduſæ, cuius dabatur Declinatio grad. 39. 22'. & Latitudo grad. 22. 22'. & ambæ quidem ad Boream, pro cuius Recta Aſcenſione talem formo calculum.

	G	M	S		
Complementum Maximæ Obliquitatis	66	28	30	*à ſiniſtro latere*	*Primæ Tabulæ.*
Latitudo Stellæ	22	22	0	*in area*	
Inuentum primum in fronte	24	31	3		
Complementum Declinationis Stellæ	50	38	0		
Numerus lateralis correctus	74	9	47	*horum differentia eſt æqualis dicto complemento.*	
Numerus arealis correctus.	23	31	47		
Complementum maioris numeri, i. Inuentum ſecundum	15	50	13	*in area*	*Primæ Tabulæ.*
Maxima Zodiaci Obliquitas.	23	31	30	*in fronte*	
Inuentum tertium à latere ſiniſtro	43	8	3		
Complementum Inuenti tertij	46	51	57	*in area*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum ſecundum, vt ſupra	15	50	13	*à latere dextro*	
Aſcenſio recta Stellæ à ♋ in præcedentia	49	20	9		
Aſcenſio recta Stellæ ab ♈	40	39	51		

Exemplum Secundum.

Sit nunc inquirenda Aſcenſio recta Sirij ſeu Canis Maioris, cuius Declinatio data eſt alibi grad. 16. 10'. 51''. Auſtrina, & Latitudo gr. 39. 30'. Auſtrina.

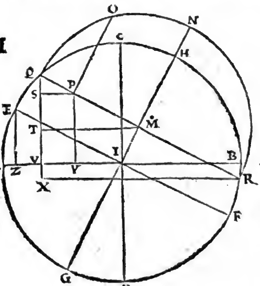
Complementum Maximæ Obliquitatis.	66	28	30	*à ſiniſtro latere*	*Primæ Tabulæ.*
Latitudo Stellæ	39	30	0	*in area*	
Inuentum primum acceptum in fronte	43	55	36		
Aggregatum ex Declinatione, & Quadrante	106	10	51		
Numerus lateralis correctus	66	37	35		
Numerus arealis correctus	39	33	16		
Complementũ maioris numeri, i. Inuentum ſecundum	23	22	25	*in area*	*Primæ Tabulę.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23	31	30	*in fronte*	
Inuentum tertium à latere ſiniſtro	83	40	0		
Complementum tertij Inuenti	6	20	0	*in area*	*Primæ Tabulę.*
Inuentum ſecundum, vt ſupra	23	22	25	*à latere dextro*	
Aſcenſio recta Stellæ à ♋	6	54	0		
Quadrans addendus.	90	0	0		
Aſcenſio recta Stellę ab Aequinoctio	96	54	0		

III. FORMA

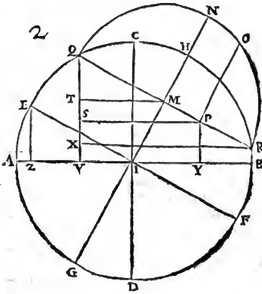
Digitized by Google

TERTIA FORMA Per Triangula Rectilinea ex figura Analematica.

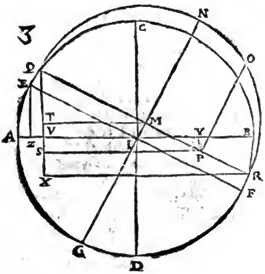
1



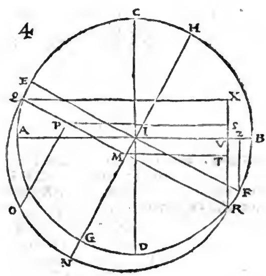
2



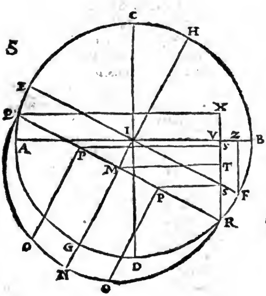
3



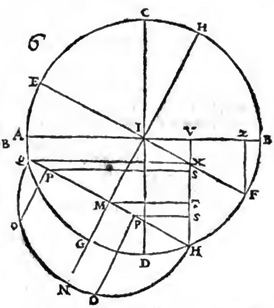
4



5



6



Transferātur huc diagrammata Analematica, quibus in tertia forma Problematis Septimi huius vſi ſuimus, nam per eadem hic ex Latitudine, & Declinatione Stellæ cognita. Aſcenſionem quoque eius rectam inueſtigabimus, permutatis ſolùm hoc modo nominibus. Maneat idem Colurus Solſtitiorum A D B C: ſed Æquatoris diameter ſit E F, axis Mundi H G deſignans Boreum Polum in H, & Auſtrinum in G. Eclipticæ diameter ſit A B, axis eius C D, & Poli C, & D. Porrò ſtatuamus Q M R diametrum paralleli Declinationis Stellæ, ſuper quo deſcribitur ipſe parallelus Q N R, in cuius circumferentiæ puncto O ponamus ipſam Stellam, & ab hoc perpendicularis O P deducatur in diametrum Q M R dicti paralleli. Per punctum verò P tranſeat portio S P paralleli Latitudinis ipſius Stellæ; & reliquæ lineæ intelligantur ductæ, ſicut in dicto Septimo Problemate.

Erunt itaq; data ſeu facili negotio cognita in hac delineatione hæc, quæ ſequuntur.

Primò arcus E Q Declinationis ipſius Stellæ, cuius Sinus eſt I M.

Secundò Latitudo Stellæ, quæ eſt arcus circuli Latitudinis concluſus inter Eclipticam, & parallelum Latitudinis Stellæ; huius autem Sinus eſt S V.

Tertiò arcus A Q Diſtantiæ paralleli Declinationis Stellæ à capite ♋. Nam ſi Declinatio Stellæ fuerit Borea, addatur Maximæ Declinationi Eclipticæ, quæ in hoc ſitu Borea eſt, & conflabitur dictus arcus A Q. vt in prima, ſecunda, & tertia figuris. Sed cùm Stellæ Declinatio Auſtralis eſt, conferatur cum Maxima Zodiaci Declinatione, quæ ab hac parte Borea eſt, & detracta minore de maiore relinquetur arcus A Q Declinationis dicti paralleli ſeruans titulum maioris Declinationis, vel ipſius Stellæ, vel Eclipticæ. Vt in quarta, & quinta figura dictus arcus A Q obtinet Declinationem Borealem, quia maior eſt Eclipticæ Declinatio quàm Stellæ. Sed in ſexta figura habet ipſe arcus A Q Declinationem Auſtralem conformem Declinationi Stellæ, quæ excedit Maximam Zodiaci Obliquitatem: Sinus autem huius arcus Declinationis paralleli Latitudinis à ♋ eſt recta Q V in tribus primis figuris; ſed in reliquis erit recta X V.

Quartò arcus B R Declinationis ſeu Diſtantiæ paralli eiuſdem Declinationis Stellæ à ♑, proditq; in hunc modum, Si Declinatio Stellæ fuerit Auſtralis, addenda erit Declinationi Eclipticæ, quæ itidem ab hac parte Auſtralis eſt, & prodibit dictus arcus B R denominationis Auſtralis, vt in quarta, quinta, & ſexta figuris. Quòd ſi Stellæ Declinatio fuerit Borea, conferatur ea ipſa cum Eclipticæ Declinatione Maxima, quæ tunc Auſtralis eſt, & detracta minore de maiore reliquum dicetur Declinatio ſeu diſtantia paralleli Declinationis Stellæ à ♑, obtinens titulum maioris Declinationis ex illis duabus; ideſt Auſtralis erit, ſi Declinatio Stellæ fuerit minor, quàm Maxima Eclipticæ Obliquitas, vt oſtendit prima figura. Sed Borealis, quotieſcunque Declinatio Stellæ fuerit maior, vt in ſecunda figura. Ad hunc verò arcum B R refertur Sinus X V in tribus primis figuris, ſed in reliquis eſt recta R V. Quibus ritè perſpectis ad hunc modum in Aſcenſionis rectę ipſius Stellę cognitionem licebit deuenire.

Quoniam in Triangulis rectilineis æquiangulis E Z I, Q P S trium priorum figurarum, vel in Triangulis F Z I, R P S reliquarum, ob vnius cum altero ſimilitudinem, proportio Sinus E Z ſeu F Z Declinationis Maximæ ipſius Eclipticæ ad Sinum E I totum ſeu F I eſt, ſicut proportio rectæ Q S differentiæ, vel aggregati Sinus remotionis paralleli à ♋, & Sinus Latitudinis ad Q P Sinum verſum Aſcenſionis rectæ à ♋ numeratæ ſiue antè, ſiue poſt: Vel ſicut proportio rectæ R S differentię vel aggregati Sinus remotionis paralleli à ♑, & Sinus Latitudinis ad R P Sinum verſum Aſcenſionis rectæ à ♑, ſiue antè ſiue poſt, numeratæ; deinde cum tres priores lineæ cognitæ ſint, vtique & quarta innoteſcet, eſtq; Sinus verſus Aſcenſionis rectæ Stellæ à ♋, vel à ♑ numeratæ.

Verùm cùm in hac Analogia Sinus totus non in principio, ſed in medio occurrat, atque cùm vltimus ille ignotus terminus non ſit ipſe Sinus verſus dictæ Rectæ Aſcenſionis in ratione totius Sinus E I, idcircò vtriq; incommodo ſuccurrendum eſt.

Primò itaq; pro Sinu Maximæ Declinationis ſubſtituemus Secantem eiuſdem ſecundam, ita vt Sinus totus, iuxta primum Compendium Tertij Capitis Primi libri, tranſeat in primum locum. Quamobrem multiplicabimus primò Secantem ſecundam Maximæ Declinationis in differentiam, vel aggregatum Sinus remotionis paralleli à ♋, & Sinus Latitudinis, ſi Declinatio Stellæ fuerit Borealis; vel in differentiam ſeu aggregatum Sinus remotionis paralleli à ♑, ſi Stella Declinationem obtinuerit Auſtrinam, & productum per totum diuidemus Sinum, quod fiet abiectione quinque vltimarum figurarum à dextra, & prodibit Inuentum primum, nempe recta Q P, vel R P in ijſdem partibus, qualium E I eſt Sinus totus. Sumitur autem differentia Sinus remotionis paralleli à ♋, vel ♑, & Sinus Latitudinis, quando ambo ſunt eiuſdem affectionis, vt in prima, ſecunda, quinta, & ſexta figuris; ſed ſumitur aggregatum ex vtroque, quando ſunt diuerſæ affectionis, vt in tertia, & quarta figuris.

Cùm autem neceſſarium omninò ſit habere ipſam Q P, vel R P in ijſdem partibus ſemidiametri Q M paralleli Declinationis, ſic operabimus. Quoniam recta Q M, vel R M, quæ Sinus eſt totus reſpectu rectę Q P, vel R P, ſit Sinus ſecundus Declinationis Stellę in partibus, qualium E I

Sinus

Sinus eſt totus; ſi fiat, vt QM Sinus ſecundus Declinationis Stellæ ad eandem QM Sinum totum, ideſt per compendium primum Magni Canonis; vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Stellæ, ita QP, vel RP primum Inuentum ſuperius elicitum reſpectu totius Sinus EI ad eandem rectam QP, vel RP in partibus qualium QM, vel RM eſt Sinus totus, prodibit quidem ipſe Sinus verſus QP, vel RP, qui patefaciet Aſcenſionem rectam Stellæ à ♋, vel à ♑. Quare

Secundò multiplicandum eſt primum productum QP, vel RP in Secantem Declinationis Stellæ, nam reciſis ab emergente numero quinque notis relinquetur tandem Sinus verſus Aſcenſionis rectæ, vnde & arcus ei congruus ex Tabula obtinebitur. Quæ ſanè Recta Aſcenſio ad eundem modum, ſicut diximus ſupra, refertur ad Arietis initium, vt hic patet.

Obtinente Stella Eclipticæ Quadrantem	primum; auferantur grad. 90. ſecundum; addantur grad. 90. tertium; addantur grad. 180. quartum; addantur grad. 270.	ipſi Rectæ Aſcenſioni inuentæ, vt ſit ab ♈ initio numerata.

Exemplum Primum.

Capitis Meduſæ Longitudo data fuit ſuperius graduum 20.37'. ♉, & Latitudo graduum 22.22'. Borealis; Declinatio autem grad. 39.21'.40". iiſdem Borealis.

	G M S		
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30		
Declinatio Stellæ Boreæ	39 21 38		
Remotio paralleli Declinationis à ♋	62 53 8	8 9 0 1 0	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ Boreæ	22 22 0	3 8 0 5 3	*Sinus eius ſubtrahendus.*
		5 0 9 5 7	*Differentia vtriuſque Sinus.*
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		1 2 7 6 5 4	*Productum primum.*
Declinatio Stellæ Boreæ, vt ſupra:	39 21 38	1 2 9 3 4 0	*Secans eius.*
Arcus Aſcenſionis rectæ ei congruus	130 37 19	1 6 5 1 0 8	*Sinus verſus prodiens.*
Quadrans circuli auferendus	90		
Aſcenſio recta Stellæ	40 37 19		

Exemplum Secundum.

Canis Maioris ſeu Sirij Longitudo eſt graduum 8.25'. ♋ Latitudo graduum 39.30'. Auſtrina; eſtq; eius Declinatio ſuperiùs adinuenta graduum 16.10'.51. Vnde calculus talis prodibit.

Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30		
Declinatio Stellæ Auſtrina	16 10 51		
Remotio paralleli Declinationis à ♋	39 42 21	6 3 8 8 5	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ Auſtrina	39 30 0	6 3 6 0 8	*Sinus eius ſubtrahendus.*
		5 0 9 5 7	*Differentia vtriuſque Sinus.*
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		6 9 4	*Productum primum.*
Declinatio Stellæ Auſtrina	16 10 51	1 0 4 1 2 4	*Secans eius.*
Arcus Aſcenſionis rectæ ei congruus	6 53 20	7 2 1	*Sinus verſus prodiens.*
Quadrans circuli addendus	90		
Aſcẽſio recta Stellæ ab Aequinoctio vernali	96 53 30		

Exemplum Tertium.

Spicæ Virginis Longitudo eſt gr. 18.16'. ♎, & Latitudo graduum 1.59'. Auſtrina; Declinatio verò eſt graduum 1.8'. iiſdem Auſtrina; Vnde calculus talis erit.

Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30		
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 8		
Remotio paralleli à ♑	32 32 138	5 3 7 9 4	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ Auſtrina	1 59 0	3 4 6 1	*Sinus eius ſubtrahendus.*
		5 0 3 3 3	*Differentia Sinuum.*
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*

Primum

Digitized by Google

	G M S		
		1 2 6 1 0 1	*Primum productum.*
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 8	1 0 1 2 5 2	*Secans eius.*
		1 2 7 6 8 0	*Sinus verſus prodiens.*
		1 0 0 0 0 0	*Sinus totus auferendus.*
Arcus ei competens	16 4 10	2 7 6 8 0	*Sinus primus rectus relictus.*
Semicirculus addendus	180		
Aſcenſio Recta Spicæ Virginis	196 4 10		

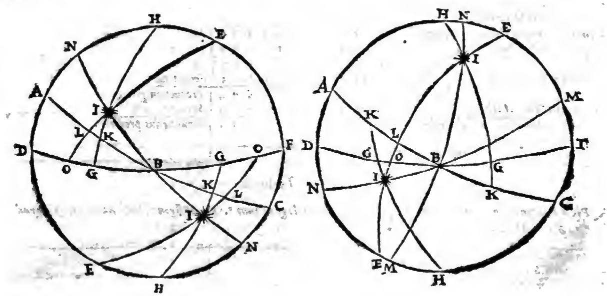
Exemplum quartum. *Lucida Lyræ Longitudinem habet gra. 9.43'. ♑ Latitudinem graduum 61.47'.30". Borealem: Declinationem gra. 39. 28'. pariter Borealem.*

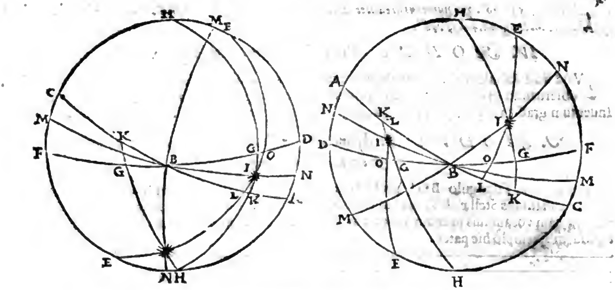
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30		
Declinatio Stellæ Borea	39 28 0		
Remotio paralleli a ♋	61 59 30	8 8 2 8 8	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ Borea	61 47 30	8 8 1 2 4	*Sinus eius ſubtrahendus.*
		1 6 4	*Differentia Sinuum.*
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		4 1 1	*Primum productum.*
Declinatio Stellæ Borea	39 28 0	1 2 9 5 3 5	*Secans eius.*
Arcus ei congruus	5 55 0	5 3 2	*Sinus verſus proueniens.*
Dodrans circuli addendus	270		
Aſcenſio Recta Lucidæ Lyræ.	275 55 0		

PROBLEMA XI.

Aſcenſionem Rectam Stellæ aliter adhuc & multo facilius explorare ex iiſdemmet datis, Longitudine ſcilicet & Latitudine Stellæ.

Repetantur hic diagrammata Octaui Problematis huius; & intelligamus ex data Stellæ Longitudine & latitudine exploratam eſſe Declinationem propoſitæ Stellæ, ſecundum illam rationem, in qua ope Rectanguli Trianguli I G B adinuenta fuit Baſis I B, id eſt Diſtantia Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij numerata in circulo magno per Stellam & puncta Aequinoctialia incedente, quam ibidem primum Inuentum vocauimus, & cognitus etiam fuit angulus I B G, quem diximus tertium Inuentum ſeu Argumentum Declinationis; ex quibus ſanè collecta fuit dicta Declinatio I G propoſitæ Stellæ. Quare longè facilius adinueniri poterit Recta Aſcenſio G B ex duobus horum datorum vtcunq; ſumptis abſq; inuentione radicis Aſcenſionis & Aequationis mediationis Cœli.





I. M O D V S Ex Diſtantia Stellæ in ſuo circulo à puncto Aequinoctij viciniore & ex Argumento Declinationis.

Fiat igitur per decimum Problema Tertij, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Argumenti Declinationis Stellæ, ita Tangens Inuenti primi, ſeu diſtantiæ Stellæ in ſuo circulo à proximiore puncto Aequinoctij ad Tangentem Aſcenſionis Rectæ.

Exemplum. *Supra Problemate Octauo huius fuit explorata diſtantia Stellæ Capitis Meduſæ à proximiore puncto Aequinoctij gr. 54. 4′ 15″. quam primum Inuentum vocanimus: atq; etiam indagatum fuit tertium Inuentum, id eſt Argumentum Declinationis dictæ Stellæ gr. 51. 33′. 18″. quibus auxiliantibus deprehenſa fuit ipſius Stellæ Declinatio gra. 39. 21′. 40″. Ex ijſdem itaq; primo & tertio Inuentis prodit Recta Aſcenſio per hunc modum ſic.*

	G M S		
Inuentum tertium ſeu Argument. Declinat.	51 33 18	6 2 1 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	54 4 15	1 3 7 9 9 6	*Tangens eius.*
Aſcenſio Recta Stellæ propoſitæ	40 37 47	8 5 8 0 0	*Tangens proueniens.*

II. M O D V S Ex ijſdem datis per Proſtaphæreſin.

Aptanda ſunt duo data, nempe primum & tertium Inuentum ad Proſtaphæreſin, hoc eſt commutando primum Inuentum in arcum arealem primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis, & pro tertio Inuento ſumendo eiuſdem complementum: cum his enim numeris colligitur Tangens Aſcenſionis Rectæ ipſius Stellæ per Proſtaphæreſin, vt ſequitur.

Complementum Inuenti tertij	38 26 42		
Primũ Inu. commutatũ ex 3 ord. Mag. Can.	7 55 55		
Differentia	30 30 47	8 6 1 5 1 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	46 22 37	6 8 9 9 1 2	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 1 6 0 0	*Differentia Sinuum.*
Aſcenſio Recta quæſita.	40 37 47	8 5 8 0 0	*Dimidium, id eſt Tangens proueniens.*

III. M O D V S Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem, ex ijſdemmet datis.

Opus eſt hic commutatione primi Inuenti in arcum arealem primum vel ſecundum tertij ordinis Magni Canonis, ſicut in præcedente modo factum eſt; quem numerum commutatum vbi adinueneris in fronte Tabulæ Generalis, & à latere dextro eiuſdem Argumentum Declinationis; vel à ſiniſtro latere dictum numerum commutatum, & in calce Argumentum Declinationis, patebit in area numerus, qui deinde repertus in eadem columna primi vel ſecundi arcus tertij ordinis Magni Canonis dabit tibi in fronte & à latere ſiniſtro Rectam Aſcenſionem.

Vt in dicto Exemplo primum Inuentum gr. 54. 4′. 15″. commutatur in arcũ arealem tertij ordinis gr. 7. 55′. 55″. quem adinuenio in fronte generalis Tabulæ, & à dextro latere Argumentum Declinationis gr. 51. 33′. 18″. & ex

area

ar in elicia gr. 4. 55'. 29". qui numerus arealiter in columnam tertij ordinis Magni Canonis immiſſus dat in fronte & ſiniſtro latere grad. 40. 37'. 48".

IV. MODVS *Per Tabulam Tertiæ Analogiæ ex ijſdem datis.*

QVòd ſi ad Tabulam Tertiæ Analogiæ te contuleris, faciliùs & citiùs te ab hoc calculo expedies. obſeruando in eius latere ſiniſtro primum Inuentum graduum ſcilicet 54. 4'. & in calce tertium Inuentum grad. 51. 33'. ſicq; ex area gra. 40. 38'. pro recta propoſitæ Stellæ Aſcenſione elicies.

V. MODVS *Ex diſtantia Stellæ ab Aequinoctio viciniore in ſuo circulo, & ex Declinatione eiuſdem.*

FIat in eodem Triangulo BGI per Octauum Problema Tertij huius, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Stellæ IG, ita Sinus ſecundus diſtantiæ IB Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij, quam vocauimus primum Inuentum ad Sinum ſecundum Aſcenſionis Rectæ quæſitæ GB, vt in eodem Exemplo hic patet,

	G M S		
Declinatio Stellæ	39 21 40	1 2 9 3 3 9	*Secans eius*
Inuentum primum	54 4 15	5 8 6 7 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aſcenſio Recta quæſita	40 37 47	7 5 8 9 4	*Sinus ſecundus proueniens.*

VI. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſthaphæreſin ex ijſdem datis.*

CVm Declinatione Stellæ cape in Magno Canone arcum arealē Quarti ordinis, & cum hoc numero atq; cum complemento dicti primi Inuenti operare per Proſtaphæreſin, vt ſoles, & prodibit ex ea Sinus ſecundus Aſcenſionis Rectæ quæſitæ.

Complementum primi Inuenti	35 55 45		
Declinatio Stellæ commutata ex 4°. ordine	7 25 53		
Differentia	28 29 52	8 7 8 8 3 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	43 21 38	7 2 7 0 4 7	*Sinus eius ſecundus.*
		15 1 7 8 8	*Differentia Sinuum.*
Aſcenſio Recta quæſita	40 37 47	7 5 8 9 4	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

VII. MODVS *Per vnicum arealem ingreſſum in Generalem Tabulam ex ijſdem datis.*

SVme in calce dictæ Tabulæ Declinationem Stellæ, & in area in eadem columna quære complementum primi Inuenti, & à latere dextro dabitur Recta Aſcenſio quæſita. Aut etiam ſume Declinationem à latere dextro Tabulæ, & arealiter in eius directo complementum primi Inuenti, & in calce Tabulæ dabitur Aſcenſio Recta Stellæ.

Vt in dicto Exemplo capio grad. 39. 21'. 40". Declinationis à latere dextro, & in area complementum primi Inuenti gr. 35. 55'. 45". & in calce patent gr. 40. 37'. 47. pro Recta Aſcenſione quæſita.

VIII. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

QVæras in fronte Tabulę Declinationem Stellæ gr. 39. 22'. & à latere dextro primum Inuentum gr 54. 4'. & area dabit tibi quæſitæ Aſcenſionis Rectæ complementum gr. 49. 23'. vnde Recta Stellæ Aſcenſio eſt gr. 40. 37'.

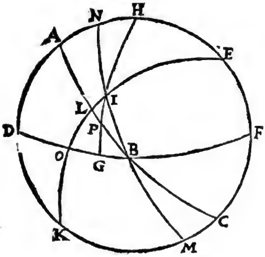
PROBLEMA XII.

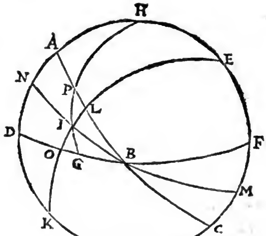
Aſcenſionem Rectam Stellæ patefacere; data Poli eleuatione & Stellæ ſupra Horizontem Altitudine, vnà cum Azimuth ipſius Stellæ, ac puncto Aequatoris, quod tunc temporis Meridianum attingit.

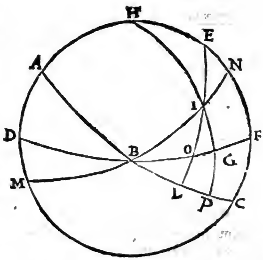
I. FORMA *Per Triangula Rectangula Sphærica.*

REcurramus hic ad Problema Nonum huius, & vtamur ijſdem ſchematibus, quę ibi attulimus, in quibus præſupponuntur data eſſe hæc, nempe Poli Eleuatio EF, ſeu latitudo loci HA. quę illi ęqualis eſt: Altitudo Stellę ſupra Horizontem, quam repręſentat arcus IG: Azimut Stellę, hoc eſt arcus Horizontis BG, & deniq; punctū A, quod tempore obſeruationis Meridianum occupat.

Digitized by Google







occupat . Ex his autem inquirenda eſt Recta Stellæ Aſcenſio, quæ reſpectu vicinioris puncti veri ortus vel occaſus eſt arcus B L ; atq; arcus A L, ad quem refertur angulus A E L , eſt differentia Aſcenſionis Rectæ Stellæ & medij Cœli; quem arcum A L cognoſcemus, vbi explorauerimus arcum A P Aequatoris cadentem inter medium Cœli & circulum Altitudinis Stellæ, necnon etiam arcum L P, qui erit Proſtaphæreſis addenda vel auferenda à dicto arcu A P, vt innoteſcat quæſitus arcus A L.

Primùm itaq; in Triangulo Rectangulo P G B ex datis cognitum ſit per nonum Problema huius latus G P, quod ſecundum Inuentum vocauimus, cũ quo & cũ Azimuth G B dato ipſius Stellę colligetur per ſecundum Problema Tertij Baſis B P, cuius complementum A P eſt, Aequatoris interclusus inter mediũ Cœli & circulum Altitudinis Stellæ, quod nos dicemus quartum Inuentum, vt in prima & ſecunda figura: ſed in tertia arcus B P addendus eſt Quadranti, vt prodeat dictus arcus A P. Deinde in altero Triangulo Rectangulo I P L ſit cognitum Argumentum Declinationis per idem nonum Problema huius, quod itidem Argumentum Declinationis nuncupauimus: atq; etiam ſit cognita ſimul Declinatio I L ipſius Stellę; namq; ex his colligetur per octauum Problema Tertij latus L P, Proſtaphæreſis ſcilicet ſeu Aequatio mediationis Cœli. Quę ſanè Aequatio auferenda eſt à quarto Inuento, id eſt ab arcu Aequatoris inter medium Cœli & circulum Declinationis Stellæ, ſi Declinatio Stellę fuerit Borealis, vt videre eſt in prima & tertia figura . Contrà verò Aequatio addenda eſt quarto Inuento, quando Stella obtinuerit Declinationem Meridianam, vt in ſecunda figura; atq; ſic producetur differentia Aſcenſionis Rectæ Stellæ & Medij Cœli, quam refert arcus A L. Hæc autem poſtremò ſubducenda eſt ab Aſcenſione Recta medij Cœli, ſi Stella fuerit in medietate Cœli Occidentem reſpiciente, quam meridianus determinat: & eidem addenda in medietate Cœli Orientali, vt proueniat Recta ipſius Stellæ Aſcenſio.

Inquiſitio arcus interiacentis inter Aſcenſionem Rectam medij Cœli & circulum Altitudinis Stellæ, quem quartum Inuentum nuncupamus.

PRIMVS MODVS.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi per Nonum Problema huius explorati, ita Sinus ſecundus Azimut Stellę ad Sinum Inuenti quarti, id eſt ad Sinum arcus Aequatoris inter medium Cœli, & circulum Altitudinis Stellæ: & hoc quidem quando Stella fuerit in medietate Cęli ad Meridiem vergente, quam diſpeſcit verticalis primarius: ſed exiſtente Stella in plaga Septentrionali arcus per operationem collectus auferendus eſt à ſemicirculo, vt prodeat Inuentum quartum.

Digitized by Google

Exemplum. *Reſumamus hic idem Exemplum, quo vſi fuimus in ſæpedicto nono Problemate huius; vbi aſſumpſimus Tychonis obſeruationem, quam fecit de Stella, quæ dextrum genu Pegaſi dicitur cuius Azimuth ipſe notauit grad. 8. 53′. ab occaſu verſus Septentrionem, dum haberet Altitudinem gra. 28. 24. ſupra Horizontem Vraniburgi, cui Polus Boreus attollitur gr. 55. 58′. & dum in medio Cœli incideret gra. 55. 45′. de Aequatore. In dicto autem nono Problemate adinuenimus ſecundum Inuentum gr. 5. 58′. 20″. Quocirca inquiremus tali pacto quartum Inuent.*

	G M S		
Inuentum ſecundum	5 58 20	9 9 4 5 7	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Stellæ	8 53 0	9 8 8 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum quartum	79 18 30	9 8 2 6 4	*Sinus proueniens.*
Reliquum de ſemicirculo	100 41 30		

II. MODVS *Per Proſtaphæreſin.*

OPerare per Proſtaphæreſin cum ſecundo Inuento, & cum Azimuth Stellæ, vt hic.

Azimuth Stellæ	8 53 0		
Secundum inuentum	5 58 20		
Differentia	2 54 40	9 9 8 7 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	14 51 20	9 6 6 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
		1 9 6 5 2 8	*Aggregatum è ſinibus.*
Arcus ei conueniens	79 18 30	9 8 2 6 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per Tabulam Generalem.*

INueniendũ eſt ſecundum Inuentum in calce Generalis Tabulę, & à latere dextro Azimuth Stellę, ſiue è conuerſo, & in area dabitur quartum Inuentum.

Vt in eodem Exemplo comperiendo in calce Tabulæ grad. 5. 58′. 20″. & à latere dextro gra. 8. 53′. elicio ex area grad. 79. 18′. 30″. quos ſubduco à ſemicirculo, & relinquitur arcus inter medium Cęli & circulum Altitudinis Stellæ grad. 100. 41′. 30″.

Inuentio Proſtaphæreſis, ſeu Aequationis mediationis Cœli.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Stellæ, ita Sinus ſecundus Argumenti Declinationis ſeu Inuenti tertij dicti noni Probl. huius ad Sinum ſecundum Aequationis medij Cœli quæſitæ.

Exemplum. *In eodem Exemplo, quo ſupra vſi fuimus, adinuentum fuit Argumentum Declinationis grad. 34. 22. 20′. & explorata fuit Stellæ prædictæ Declinatio grad. 28. 2′. Cum his itaque exploro Aequationem mediationis Cœli, vt hic.*

Declinatio Stellæ	28 2 0	1 1 3 2 9 2	*Secans eius.*
Argumentum Declinationis	34 22 20	8 2 5 3 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aequatio mediationis Cœli	20 45 20	9 3 5 1 0	*Sinus ſecundus proueniens.*

Aequatio hæc modo inuenta grad. 20. 45′. 20″. auferenda eſt à quarto Inuento ſupra explorato, hoc eſt ab arcu Aequatoris interiacente medium Cœli & circulum Altitudinis gra. 100. 41′. 30″. & remanet differentia Aſcenſionis Rectæ medij Cœli dati & Stellæ grad. 79. 56′. 10″. Quæ in hoc caſu auferenda eſt ab arcu medij Cœli, quem ſuperius diximus eſſe gr. 55. 45′. addito tamen primò integro circulo, & proueniet Recta Stellæ Aſcenſio gr. 335. 49′.

III. MODVS *Per Proſtaphæreſin Sinuum.*

COmmutetur Declinatio Stellæ in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, & cum hoc numero commutato & complemento Argumenti Declinationis colligetur per Sinuum Proſtaphæreſin Sinus ſecundus Aequationis medij Cœli eiuſdem Stellæ ad eundem vſum. Vt in hoc calculo.

Complementum Argumenti Declinationis	55 37 40		
Declinatio Stellæ commutata ex quarto ord.	6 30 18		
Differentia	49 7 22	6 5 4 4 4 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	62 7 58	4 6 7 4 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
		1 8 7 0 1 9	*Differentia Sinuum.*
Aequatio mediationis Cœli	20 45 20	9 3 5 1 0	*Dimidium, id eſt Sinus ſecundus.*

III. MODVS

Digitized by Google

III. MODVS Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

ACcipe in calce Declinationem Stellæ, & in area eiuſdem columnæ complementum Argumenti Declinationis, & à latere dextro habebis dictam Aequationem mediationis Cœli prædictę Stellæ. Aut ſi expedierit, ſume Declinationem à latere dextro, & arealiter complementum Argumenti, & in calce dabitur Aequatio mediationis Cœli ſupradicta.

Vt in eodem Exemplo conquirendo in Baſe dictæ Tabulæ grad. 28. 2′. Declinationis Stellæ; & arealiter grad. 55. 37′. 40″. patet à latere dextro Aequatio mediationis Cœli gr. 20. 45′. cuius vſus eſt idem, ſicut ſupra.

IV. MODVS Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

PRomptiſſimè autem excerpes dictam mediationis Cœli Aequationem ex ſecundæ Analogię Tabula intrando cum Declinatione Stellę in eius fronte, vbi inuenies gr. 28. 2′. & cum Argumento Declinationis à dextro latere grad. 34. 22′. & ex area depromes complementum dictę Aequationis medij Cœli grad. 69. 15′. vnde medij Cœli Aequatio eſt grad. 20. 45′.

II. RATIO definiendi Rectam Aſcenſionem ex iiſdemmet datis per Triangula Obliquangula.

ACcepto in præcedentibus figuris Triangulo Obliquangulo I H E data ſunt in eo duo latera ex hypoteſi, nimirum H E complementum Altitudinis Poli, & H I complementum Altitudinis Stellæ datę, atque datur inſuper angulus I H E, quem data latera compræhendunt; nam determinat ipſum arcus Horizontis G F, qui vel complementum eſt Azimuth dati ab ortu, vel occaſu, vt in tertia figura; vel componitur ex ipſa Azimuthali diſtantia G B ab ortu, vel occaſu, & Quadrante B F. Ex his itaque patefiet per Problema quartum libri Quarti angulus H E I Aſcenſionis rectę à ♋, vel ♑, idq; ſequendo quartum modum dicti Problematis.

Multiplicetur itaque Sinus ſecundus Eleuationis Poli in Secantem ſecundam Diſtantię Azimuthalis à Meridiano Stellę datę, & abiectis quinque figuris relinquetur primum Inuentum, deinde multiplicetur Tangens Eleuationis Poli in Sinum ſecundum Diſtantię Stellę Horizontalis à Meridiano, & abiectis rurſus quinque figuris remanebit Inuentum ſecundum; quod addes Tangenti Altitudinis Stellę, ſi Diſtantia Azimuthalis à Meridiano fuerit maior Quadrante; ſed ſi minor fuerit, conferes ipſum cum eadem Tangente, & ſubducto minore numero de maiore, relinquetur Inuentum tertium: hoc in primum multiplicatum, & reciſis à producto quinque notis, dabit Tangentem ſecundam differentiæ Aſcenſionis rectæ Stellæ, & Medij Cœli dati.

Exemplum.

R*Epetamus idem Exemplum quod à Tychone mutauimus, & ſupra Problemate nono huius attulimus, qui ait ſe Stellæ, quam dextrum genu Pegaſi dicimus, Azimuth colligiſſe graduum 8. 53′. ab Occidente Cœli plaga verſus Septentrionalem; dum eadem haberet Altitudinem graduum 28 24. ſupra Horizontem, cui Polus Boreus attollitur graduum 55 53. dum in medio Cœli inciderent gradus 55. 45′. Aequatoris. Vt autem ex his datis inquiramus Rectam datæ Stellæ Aſcenſionem, ſic inſtituo calculum.*

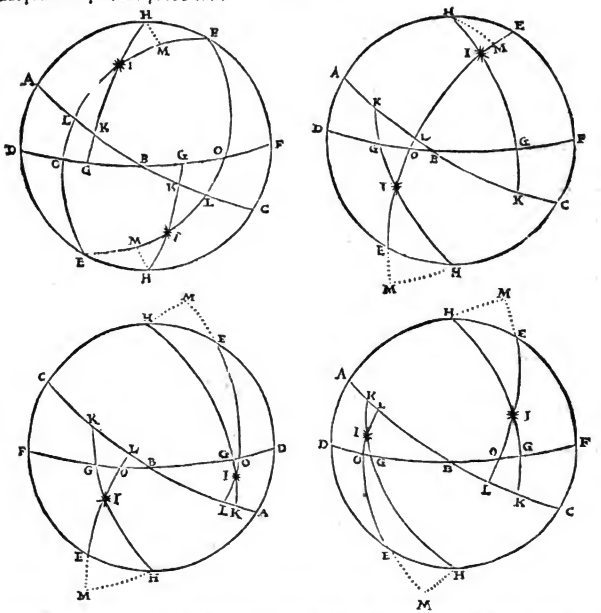
	G M S		
Eleuatio Poli	55 53 0	56088	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Azimuth à Meridiano	81 7 0	101214	*Secans eius ſecunda.*
		56769	*Inuentum primum.*
Eadem Eleuatio Poli	55 53 0	147607	*Tangens eius.*
Eadem Diſtantia	81 7 0	15442	*Sinus eius ſecundus.*
		22793	*Inuentum ſecundum.*
Altitudo Stellæ data	28 24 0	54070	*Tangens eiuſdem.*
		31277	*Diff vtriuſq; ſeu Inuen 3. ducendũ in primũ.*
Diff. inter Aſcen. rectã Stellę, & Med. Cœlũ	79 55 54	17756	*Tangens ſecunda prodiens.*

Digitized by Google

PROBLEMA XIII.

Data Stellæ Declinatione cum Aſcenſione eiuſdem recta, aut potiùs puncto Eclipticæ, cum quo Cœlum mediat, Latitudinem ipſius colligere.

PRoblema hoc vſum habet, quando Stella Latitudinem aliquam ab Ecliptica obtinet, quod cognoſces conferendo Declinationem Stellæ cum Declinatione puncti, cum quo Stella ipſa Cœlum mediat. Etenim ſi ambæ fuerint æquales eiuſdemq; affectionis, Stella nullam obtinebit Latitudinem, ſed coincidet cum illo puncto Eclipticæ mediationis Cœli. Quòd ſi Declinationes hæ fuerint aut inæquales, aut diuerſæ affectionis, Stella Latitudinem ab Ecliptica ſortietur; quo in caſu ſi cœlum mediauerit cum alterutro puncto Tropico, facilè inuenietur eius Latitudo. Enimuerò ſi Declinatio Stellæ, & Declinatio dati puncti Tropici, cum quo Cœlum mediat, fuerit diuerſæ affectionis, tunc ambæ in vnum coniunctæ dabunt Stellæ ipſius Latitudinem, Borealem quidem, vel Auſtralem, prout fuerit ipſius Stellæ Declinatio: Si eiuſdem ambæ denominationis fuerint, earum differentia erit quæſita Stellæ Latitudo Borealis vel Auſtrina, iuxta denominationem Declinationis maioris ſiue puncti Tropici, ſiue ipſius Stellæ.



Iam verò ſupponamus Stellam non pertranſire Medium Cœli cum puncto Tropico, & recurramus ad ſchemata primi Problematis huius; in quibus ſanè intelligimus, datam eſſe Declinationem Stellæ, nempe arcum I G, atque inſuper notam eſſe eiuſdem Rectam Aſcenſionem terminantem in puncto

Aequatoris

Digitized by Google

Aequatoris G. Vnde dabitur arcus B G à proximiore puncto ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia. Præterea debet etiam eſſe cognitum punctum Eclipticæ K, cum quo Stella Cœlum mediat, quod facilè dabitur per quintum Problema Quinti huius. Arcus autem, qui inquiritur, eſt I L, nempe Stellæ ipſius Latitudo; quæ triplici ratione indagari poteſt, aut quidem ope Triangulorum Rectangulorum, aut Triangulorum Obliquangulorum, aut etiam ex figura Analematis per Triangula rectilinea.

I. FORMA *Inuentionis Latitudinis Stellæ mediantibus Triangulis Rectangulis.*

CVm puncto mediationis Cœli K ipſius Stellæ collige per Problema nonum Quinti huius, vel per aliud quodlibet ex ſequentibus, & præcipuè per decimumquartum eiuſdem libri, angulum, quem efficit Ecliptica cum Meridiano, nempe I K L. Deinde conferas Declinationem Stellæ cum Declinatione puncti Eclipticæ, cum quo ipſa Cœlum mediat per Problema primum Quinti huius explorata, & ambas quidem coniunge, ſi fuerint diuerſæ denominationis; vel minorem de maiore detrahe, ſi eiuſdem, & producetur Baſis I K Trianguli Rectanguli I L K, ideſt Diſtantia Stellæ ab Ecliptica numerata in circulo Declinationis, quam non immeritò Argumentum Latitudinis appellare poſſumus, quod Argumentum Boreale, vel Auſtrale erit iuxta ſequentis tabellæ rationem.

Ex Argumento autem Latitudinis, & angulo Eclipticæ & Meridiani ſuperiùs memorato colligetur per primum Problema Tertij Latitudo Stellę, ideſt Latus I L, quæ eandem habebit denominationem, quam habet ipſum Argumentum.

Quando ambæ Declinationes, hoc eſt Stellę, ac puncti Eclipticę, cum quo ipſa Cœlum mediat, fuerint affectionis
- Eiuſdem, vt ambæ
  - Borеę; fit ex ſubductione minoris de maiore Argumentum Latitudinis; quod erit
    - Boreale, cùm Stellæ Declinatio ſuperat, vt in prima figura.
    - Auſtrale, cum Medij Cœli Declinatio ſuperat, vt in quarta figura.
  - Auſtrinæ; fit ex ſubtractione minoris de maiore Argumentum Latitudinis; quod erit
    - Auſtrale, cùm Stellę Declinatio ſuperat, vt in prima figura
    - Boreale, cùm Medij Cœli Declinatio præualet, vt in tertia figura.
- Diuerſæ; fit ex vtriuſque additione Argumentum Latitudinis, quod quidem erit eiuſdem affectionis cum Declinatione Stellæ.

I. MODVS *Per Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli Eclipticæ & Meridiani in puncto Eclipticę, cum quo Stella mediat cœlum facti; ita Sinus Argumenti Latitudinis ſeu Diſtantiæ Stellę ab Ecliptica in circulo Declinationis numeratę ad Sinum Latitudinis eiuſdem Stellæ.

Exemplum.

ESto Stella, quam Caput Meduſæ dicunt, cuius nota ſit Declinatio grad. 39. 21'. 40". Borea ad annum Domini 1600. cum recta eiuſdem Aſcenſione grad. 40. 38'. 15". cui congruunt in Ecliptica gradus. 13. 6'. 30". ♉. Vt igitur ex his poſſit indagari ipſius Stellæ Latitudo, exploro primùm per Problema nonum Quinti huius angulum Eclipticæ & Meridiani apud dictum gradum 13. 6'. 30". ♉, cum quo Stella culminat, nempe grad. 72. 22'. Datur præterea per Problema primum Quinti Declinatio puncti prædicti, cum quo Stella Cœlum mediat gr. 15. 49'. 50". Borea, quæ ſublata à Declinatione ipſius Stellæ, relinquit Argumentum Latitudinis grad. 23. 31'. 50". quod quidem Boreale eſt. Iam igitur deſumptis Sinibus tam cum hoc Argumento Latitudinis, quàm cum angulo Eclipticæ & Meridiani ſuperiùs deprahenſo, abſoluo calculum ſic.

Angelus

	G M S		
Angulus Ecliptica & Meridiani	72 22 0	9 5 3 0 1	*Sinus eius.*
Argumentum Latitudinis	23 31 50	3 9 9 2 6	*Sinus eius.*
Latitudo Stella quæſita	22 22 0	3 8 0 5 0	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Proſtaphæreſin Sinuum.*

ANgulus Eclipticæ & Meridiani cum Argumento Latitudinis ponantur in operatione per Proſtaphæreſin Sinuum primariam, iuxta priorem formam, & proueniet Sinus Latitudinis Stellę propoſitę; vt hic in eodem Exemplo cernere licet.

Angulus Ecliptica & Meridiani	72 22 0		
Argumentum Latitudinis	23 31 50		
Differentia	48 50 10	6 5 8 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	95 53 50	1 0 2 7 4	*Sinus exceſſus.*
		7 6 0 9 7	*Aggregatum è Sinibus.*
Latitudo Stellæ quæſita	22 22 0	3 8 0 4 9	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

FIat ingreſſus lateralis in dictam Tabulam cum angulo Eclipticæ & Meridiani apud punctum mediationis Cœli propoſitę Stellæ contingente, & cum Argumento Latitudinis eiuſdem Stellę, vt ſupra, accepto, ita vt vnum ex his numeris ſumas in fronte, & alium à latere ſiniſtro, & area offeret tibi Declinationem propoſitæ Stellæ.

Vt manente eodem Exemplo ſumo in fronte Generalis Tabula gradus 23.31'.50". & à latere ſiniſtro grad. 72. 22'. & area mihi oſtendit gradus 22.22'. pro Latitudine ipſius Stella Borea.

II. FORMA *Inuentionis Latitudinis Stella ex iiſdem datis per Triangula Obliquangula.*

COnfugiendum eſt ad Triangulum Obliquangulum E H I, in quo ſanè dantur duo latera, nimirum H E Diſtantia Polorum, quæ æqualis eſt Maximæ Zodiaci Obliquationi; & H I complementum ſcilicet Declinationis datę ipſius Stellæ propoſitę. Datur præterea angulus ab illis comprehenſus I H E, quem definit arcus Aequatoris G F, Stella exiſtente in parte Cœli Boreali, vel arcus G D exiſtente illa in parte Meridiana. Nam cùm detur cognita Diſtantia puncti G ab Aequinoctio verno; dabitur etiam nota Diſtantia eiuſdem puncti G à puncto F, quod reſpondet puncto Tropico C; vel à puncto D, quod reſpondet alteri puncto Tropico A. Ex his itaque per tertium Problema Quarti prodibit latus tertium I E, quod complementum eſt Latitudinis Stellæ I L.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum Maximæ Obliquitatis, ita Sinus ſecundus Declinationis Stellę ad primum Inuentum. Deinde fiat, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum, ita Sinus verſus Aſcenſionis Rectæ à ♑ in antecedentia, vel conſequentia numeratæ, ſi Stella fuerit à parte Septentrionali, vel à ♋, ſi fuerit in parte Meridiana, ad Sinum verſum ſecundum Latitudinis Stellæ, minus Sinu verſo differentiæ laterum: quare addito ad numerum prouenientem Sinu verſo differentiæ Maximæ Obliquitatis, atque Sinu verſo complementi Declinationis Stellæ, componetur Sinus verſus ſecundus latitudinis Stellæ.

Exemplum.

SIt cognita Declinatio Capitis Meduſæ gr. 39.21'.40". cum Recta Aſcenſione eiuſdem grad. 40.38'15". ab Aequinoctio Verno. Quoniam igitur hac Stella Borealis eſt, idcirco numero hanc Rectam Aſcenſionem à ♑; quod fit addendo ipſi Quadrantem, & prodeunt gr. 130.38 15". Quare his datis inquiro Stella Latitudinem tali calculo.

Complementum Declinationis Stella	50 38 20	7 7 3 1 6	*Sinus eius.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
		3 0 8 6 1	*Inuentum primum.*
Aſcenſio recta Stella à ♑	40 38 15	1 6 5 1 2 7	*Sinus eius verſus.*
		5 0 9 6 0	*Sinus verſus prodiens.*
Differentia	27 6 50	1 0 9 8 9	*Sinus verſus addendus.*
Latitudo Stella quæſita	22 22 0	6 1 9 4 9	*Sinus verſus ſecundus prodiens.*

III. FOR-

Digitized by Google

III. FORMA.

VTamur diagrammatibus octaui Problematis, in quibus ductus eſt circulus per Æquinoctialia puncta, & per locum Stellæ in I Primò igitur in Triangulo Rectangulo B G I data ſunt duo latera circa rectum, nempe B G Aſcenſionis rectæ Stellæ à proximiore puncto Aequinoctij B ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, & I G Declinationis. Quare per ſecundum Problem. Tertij huius dabitur Baſis B I pro primo Inuento. Secundò ex hoc primo Inuento B I, & latitud. Stellæ I G elicietur per quartum Probl. Tertij angulus I B G pro ſecundo Inuento, ex quo, & angulo Maximæ Obliquitatis innoteſcet per Proſtaphæreſin angulus I B L pro tertio Inuento, quem vocamus Argumentum Latitudinis iuxta cautiones ſubſequentis tabellæ.

Si Declinatio Stellæ fuerit
- Borealis, & fuerit ipſius recta Aſcenſio in Aequatoris medietate
  - Priore, fiat ſubtractio minoris de maiore, vel
    - Maximæ Obliquitatis à ſecundo Inuento, vt in prima figura, & tūc prodibit Boreale
    - ſecundi Inuenti à Max. Obliquitate, vt in 4. fig. & tūc prodibit Auſt.
  - poſteriore, fiat additio ſecundi Inuenti, & Maximæ Declinationis, & ſi aggregatum illud fuerit gr. 90.
    - minus, vt in quarta figura, erit illudmet Boreale
    - maius, vt in ſecūda figura, cōplem. eius ad ſemicirculum erit Boreale
- Auſtralis, & fuerit ipſius Recta Aſcenſio ſemicirculo
  - minor, fiat additio ſecundi Inuenti, & Maximæ Declinat. vt in 2. fig. & prodibit Auſtrale
  - maior, auferatur, vel
    - Maxima Declinatio à ſecundo Inuento, vt in prima figura, & remanebit tunc Auſtrale.
    - Secundum Inuentum à Maxima Declinatione, vt in tertia figura, & remanebit Boreale

} Argumentum Latitudinis, ideſt tertium Inuentum I B L.

Vltimò verò in Triangulo Rectangulo B L I ex primo Inuento I B, atq; tertio Inuento I B L colligemus per primum Problem. Tertij latus I L patefaciens Stellę Latitudinem, quę ad inſtar Argumenti Latitudinis ſeu tertij Inuenti Borealis, vel Auſtralis erit.

PRIMVS MODVS.

FIat primo, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Aſcenſionis rectæ ab Aequinoctio viciniore in antecedentia, vel conſequentia, ita Sinus ſecundus Declinationis eiuſdem ad Sinum ſecundum Inuenti primi. Poſtea fiat ſecundo, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam primi Inuenti, ita Sinus Declinationis Stellę ad Sinum Inuenti ſecundi, ex quo & Maxima Declinatione producatur tertium Inuentum, ſicut paulò ſupra diximus. Ad extremum verò fiat, vt Sinus totus ad Sinum primi Inuenti, ita Sinus tertij Inuenti ad Sinum Latitudinis Stellæ.

Exemplum. *Sumatur eadem Stella Capitis Meduſæ, cuius Declinatio data ſit gr. 39. 21′. 40″. Borea, & recta Aſcenſio gr. 40. 38′. 15″. Sic igitur colligetur eius Latitudo.*

	G M S		
Aſcenſio recta data	40 38 15	7 5 8 8 4	*Sinus eius ſecundus*
Declinatio Stellæ data	39 21 40	7 7 3 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum B I	54 4 38	5 8 6 7 0	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 2 3 4 8 6	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
Declinatio eadem Stellæ	39 21 40	6 3 4 2 1	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	51 33 0	7 8 3 1 6	*Sinus proueniens.*
Maxima Zodiaci Obliquitas Sub.	23 31 30		
Inuentum tertium Boreale	28 1 30	4 6 9 8 6	*Sinus eius.*
Inuentum primum	54 4 38	8 0 9 8 2	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ quaſita Bor.	22 22 0	3 8 0 5 1	*Sinus prodiens.*

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XVI.

Data Stellæ Declinatione, & Aſcenſione recta, vel puncto Eclipticæ, cum quo ipſa culminat, Longitudinem ipſius ab Aequinoctio verno determinare.

DVplici forma poteſt obtineri quæſitum ad inſtar præcedentis Problematis, vel ſcilicet ope Triangulorum Rectangulorum, vel Triangulorum Obliquangulorum,

I. FORMA *Per Triangula Rectangula.*

PRoponitur primò Triangulum Rectangulum I L K, in quo quidem ex datis per præcedens Problema præter angulum rectum tria innotuerunt; primum eſt angulus I K L Eclipticæ & Meridiani apud punctum K Eclipticæ, cum quo Stella Cœlum mediat: ſecundum Baſis I K, quam ſupra Argumentum Latitudinis placuit dicere; tertium deniq; eſt latus I L, hoc eſt ipſa Stellæ Latitudo. Poſſumus itaque triplici ratione indagare latus K L, quod appellamus Proſtaphæreſin Longitudinis Stellæ, ſiquidem ea addita, vel ſublata ab arcu Longitudinis puncti Eclipticæ, cum quo Stella Cœlum mediat à puncto Aequinoctij verni in conſequentia, manifeſtabit arcum Longitudinis Stellæ ab eodem puncto Aequinoctij, vt infra dicemus. Quarè primò ex Argumento Latitudinis I K, & angulo I K L Eclipticæ & Meridiani poterit per Decimum Problema Tertij huius colligi dictus arcus Aequationis Longitudinis B L; Vel ſecundò ex eodem angulo I K L cum Latitudine Stellæ I L, per decimumquintum Problema Tertij: Vel denique tertiò ex Argumento Latitudinis I K, & Declinatione I L per octauum eiuſdem Tertij: quam vltimam rationem, vt expeditiorem cæteris, potiùs ſequendam duximus.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes, iuxta tertium modum Octaui Problematis libri Tertij.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Latitudinis Stellæ; ita Sinus ſecundus Argumenti Latitudinis eiuſdem ad Sinum ſecundum Aequationis Longitudinis ipſius Stellæ, cuius arcus erit ipſa Aequatio adiectiua, vel ablatiua, vt infra.

Exemplum.

DAta ſit Declinatio Capitis Meduſæ ad annum Domini 1600. grad. 39. 21′. 40″. Borealis, cum eius Aſcenſione recta grad. 40. 38′. 15″. cui reſpondet Eclipticæ punctum grad. 13. 6′. 30″. ♉, & ex his oporteat colligere ipſius Stellæ Longitudinem. Cùm igitur ſit exploratum paulò ſupra ipſius Stellæ Argumentum Latitudinis graduum 23. 31′. 50″. Boreale; & Stellæ Latitudo graduum 22. 22′. itidem Borea, pro dignoſcenda Aequatione Longitudinis ipſius Stellæ ſic inſtituo calculum.

	G M S		
Latitudo Stellę	22 22 0	1 0 8 1 3 5	*Secans eius.*
Argumentum Latitudinis	23 31 50	9 1 6 8 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aequatio Longitudinis Stellæ	7 30 0	9 9 1 4 4	*Sinus ſecundus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

PErmutabis Latitudinem Stellæ datam in arcum arealem Quarti ordinis Magni Canonis, facto ſcilicet ingreſſu frontali, ita vt in area excipias numerum commutatum tuæ Latitudini Stellæ reſpondentem; cum quo numero ſic permutato, & cum complemento Argumenti Latitudinis operaberis ſecundum formam in Proſtaphæreſi Sinuum traditam; ex qua operatione prodibit Sinus ſecundus Aequationis Longitudinis. Vt hic in eodem Exemplo habes.

	G M S		
Complementum Argumenti Latitud. Stellæ	66 28 30		
Latitudo Stellę commutata ex quarto ordine	6 12 28		
Differentia	60 16 2	4 9 5 9 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	72 40 58	2 9 7 6 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
		1 9 8 2 9 9	*Relictum e ſubtractione.*
Longitudinis Stellę Aequatio.	7 30 0	9 9 1 4 9	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus quæſitus.*

III. MODVS

Digitized by Google

III. MODVS *Per Tabulam Generalem.*

QVære in calce Generalis Tabulæ Latitudinem Stellæ, & in area complementum Argumenti Latitudinis eiuſdem, & à latere dextro exprimetur Aequatio Longitudinis eiuſdem. Aut ſi expedierit, quęre Latitudinem ipſam Stellæ à latere dextro, & in area complementum Argumenti Declinationis, atque in calce dabitur dicta Longitudinis Aequatio.

Vt in dato Exemplo ſumo in calce dictæ Generalis Tabulæ Latitudinem graduum 22.22′. & in area grad. 66. 28′.30″. atq; à dextro latere conſpicio gradus 7.30′. pro Aequatione Longitudinis dictæ Stellæ.

IV. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

FAcillimè etiam, ſi Tabula ſecundæ Analogię vti volueris, Aequationem Longitudinis Stellæ ex ea deprom es, ingrediendo ſcilicet frontaliter cum Latitudine Stellæ, & à latere dextro cum Argumento Latitudinis, nam quicquid area exhibuerit, complementum erit Aequationis Longitudinis Stellæ.

Vt in dato Exemplo ſumo gradus 22.22′. frontaliter, & à latere dextro gr. 23.31′.30″. & in area reſpondent gr. 82.30′. complementum eſt gr. 7.30′. nempe quæſita Longitudinis Aequatio.

Inuenta quouis modo ipſa Longitudinis Stellæ Aequatione, fiat ipſius additio, vel ſubtractio à Longitudine puncti Eclipticæ, cum quo Stella Cœlum mediat, iuxta cautiones ſubiectæ tabellæ, vt prodeat Longitudo ipſiuſmet Stellæ ab Arietes initio numerata.

Æquatio Longitudinis Stellæ Longitudini puncti Eclipticæ, cum quo Stella Cœlum mediat, ab ♈ in cõſequentiam numeratæ

- Aufertur; cum Longitudo dicti puncti ab ♈ in conſequentiam fuerit in ſemicirculo Zodiaci
  - Deſcendete cum Latitudine Boreali, vt in prima figura, intelligendo B eſſe Aequinoctium Autumnale.
  - Aſcendente cum Latitudine Stellę Auſtrali, vt in ſecunda figura, ſupponendo Stellam locari extra Eclipticam in I verſus Auſtrinum Polum, & B eſſe initium Arietis.
- Additur; cum Longitudo dicti puncti, cum quo Stella cęlum mediat, fuerit in ſemicirculo Zodiaci
  - Deſcendente cum Latitudine Auſtrali, vt in tertia figura, ſupponendo B eſſe initium ♎.
  - Aſcendente cum Latitudine Boreali, vt in quarta figura, poſito B initio ♈.

Quare in dicto Exemplo, cùm ſit Longitudo puncti, cum quo Caput Algol mediat cœlum, in parte Eclipticæ Aſcendente, cum Latitudine Stellæ Boreali; eſt enim grad. 13.6′.31″. ♉, addo ipſi Aequationem Longitudinis, quæ ſupra dabatur graduum 7.30′. & prodit Longitudo prædictæ Stellę gr. 20. 36′.30″. ♉.

II. FORMA *Per Triangula Obliquangula.*

IDem Triangulum Obliquangulum EHI, quo in exploranda Latitudine in præcedente Problemate vſi fuimus, deſeruit etiam ad indagandam Stellæ eiuſdem Longitudinem, idq; per quartum Problema Quarti ex iiſdemmet datis, nempe Declinatione, ac mediatione Cœli ipſius Stellæ, ſiquidem in Obliquangulo Triangulo HIE notum eſt latus HE Diſtantiæ Polorum Mundi, & Zodiaci æqualis Maximæ Zodiaci Obliquitati, & notum eſt latus HI tanquam complementum Declinationis Stellę datę; deinde & angulus IHE, qui à dictis lateribus compræhenditur, quem angulum menſurat arcus Aequatoris GF, Stella cadente in parte Cœli Boreali, vel arcus GD, Stella obtinente plagam Auſtrinam; enimuerò cùm detur cognita Diſtantia puncti G ab Aequinoctio verno, dabitur etiam nota Diſtantia eiuſdem puncti G à puncto F, quod reſpondet puncto Tropico C, vel à puncto D, quod reſpondet alteri puncto Tropico A ſiue in præcedentia, ſiue in conſequentia. His itaq; datis per quartum Problema Quarti colligetur angulus HEI Longitudinis Stellæ à ♋, vel ♑. Quare iuxta quartum modum dicti Problematis ſic ſe habet calculus.

Multiplicetur Sinus Maximæ Obliquitatis in Secantem ſecundam Aſcenſionis rectæ Stellæ à ♑, ſi illa Latitudinem habuerit Borealem, vel à ♋, ſi Auſtrinam, & abiectis quinque figuris dextris prodibit Inuentum primum. Adhuc multiplicetur Tangens ſecunda Maximæ Obliquitatis in Sinum ſecundum eiuſdem Aſcenſionis rectę Stellæ à ♋, vel ♑, & reiectis denuò quinque notis dextris relinquetur Inuentum ſecundum: Hoc confer cum Tangente Declinationis Stellæ, & ex additione vtriuſq; (ſi dicta

Recta Aſcenſio Stellę à ♋, vel ♑ fuerit maior Quadrante) producetur Inuentum tertium: Verùm ſi illa Aſcenſio Quadrante minor fuerit, tunc minore illo numero de maiore ſublato, remanebit itidem Inuentum tertium; hoc deniq; in primum Inuentum ductum, & per totum Sinum diuiſum, relinquet Tangentem ſecundam Longitudinis Stellæ ab altero puncto Tropico, nempe ab oppoſito puncto alterius, à quo Aſcenſio recta fuit deducta.

Exemplum.

Stella in Capite Meduſæ habet Declinationem Borealem grad. 39. 21'. 40". & Rectam Aſcenſionem grad. 40. 38'. 15". ab ♈. Sed Recta eius Aſcenſio à ♑ cum Declinationem habeat Borealem, erit gr. 130. 38'. 15". ex quibus indagatur Longitudo Stellæ ſic.

	G M S		
Maxima Obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Aſcenſio recta Stellæ à ♑	130 38 15	1 3 1 7 7 9	*Secans eius ſecunda.*
		5 2 6 0 0	*Inuentum primum.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30	2 2 9 7 1 0	*Tangens eius ſecunda.*
Aſcenſio recta Stellæ à Capricorno	130 38 15	6 5 1 2 7	*Sinus eius ſecundus.*
		1 4 9 6 0 3	*Inuentum ſecundum.*
Declinatio Stellæ	39 21 40	8 2 0 2 7	*Tangens eius.*
		2 3 1 6 3 0	*Aggregatum, i. Inuentum 3. ducendum in 1.*
Arcus ei competens à ♑ numeratus	39 22 40	1 2 1 8 3 7	*Tangens ſecunda prodiens.*
Reliquũ de Quadrante, i. Long. Stellæ ab ♈	50 37 20		

Exemplum Secundum de Spica Virginis.

	G M S		
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Aſcenſio Recta Stellæ à ♑	106 4 10	1 0 4 0 6 6	*Secans eius ſecunda.*
		4 1 5 3 8	*Inuentum primum.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30	22 9 7 1 0	*Tangens eius ſecunda.*
Aſcenſio recta Stellæ à ♑	106 4 10	2 7 6 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
		0 3 5 8 4	*Inuentum ſecundum.*
Declinatio Stellæ	9 1 8	1 5 8 7 2	*Tangens eius.*
		7 9 4 5 6	*Aggregatum, i. Inuentum 3. ducendum in 1.*
Arcus ei congruens in præcedentia.	71 44 0	3 3 0 0 4	*Tangens ſecunda prodiens.*
Longitudo Spicæ Virginis ab Aequinoctio	198 16 0		

PROBLEMA XV.

Data Stellæ cuiuſpiam Latitudine vnà cum eiuſdem Aſcenſione recta, aut puncto Eclipticæ, cum quo Cœlum mediat, Declinationem ipſius ab Aequatore, & Longitudinem ab Aequinoctio Verno deprahendere.

SI fortè contigerit, cognitam eſſe alicuius Stellæ Latitudinem, atque etiam Rectam eius Aſcenſionem, aut punctum Eclipticæ, cumque ipſa Cœlum mediat, faciliimè illa, quæ inquirenda erunt, adinuenietur. Aſſumptis itaque diagrammatibus, quibus in præcedentibus Problematibus vſi fuimus, in quibus Stella ponitur in I, & Latitudo eius IL data præſupponitur; ſic quoque vel eius Recta Aſcenſio terminans in G debet eſſe cognita, vel punctum K Eclipticæ, cum quo Stella ipſa Cœlum mediat. Confugiemus primò ad Triangulum Rectangulum KGB, in quo vel ex noto latere GB Aſcenſionis rectæ ab Aequinoctij proximiore puncto B ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia, vnà cum angulo B Maximæ Obliquitatis colligemus per decimumquartum Problema Quinti huius angulum K Eclipticæ & Meridiani; vel ex Longitudine KB dati puncti Eclipticę K à proximiore Aequinoctij puncto B, vnà cum eodem angulo B Maximæ Obliquitatis ipſum angulum K per nonum Problema Quinti eliciemus. Poſtea ex hoc Inuento angulo K cum latere oppoſito IL, quod Stellæ Latitudinem repræſentat, inueſtigabimus in Triangulo ILK per quintum Problema Tertij Baſin IK, quam aliàs Argumentum Latitudinis vocauimus. Hoc autem Argumentum eandem obtinet affectionem, quam habet Latitudo Stellæ, & conferendum erit cum Declinatione puncti Eclipticę, cum quo Stella Cœlum mediat; nam ſi vtriuſque fuerit eadem affectio, addantur inuicem, & componetur Stellæ Declinatio eiuſdem denominationis, i. Auſtrina, vel Borea.

Si verò

Digitized by Google

Si verò fuerint diuerſæ affectionis, detrahatur minor numerus de maiore, & relinquetur Stellæ Declinatio retinens affectionem, quam ſortitur maior numerus. Prætereа ad Longitudinem ipſius Stellæ definiendam præcedens Problema commode deſeruit, poſtquam ſcilicet inuentus fuerit angulus K Eclipticæ & Meridiani cum Argumento Declinationis I K, vt alia repetitione hic non ſit opus. Argumentum autem Latitudinis his modis adinueniri poteſt.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli Eclipticæ, & Meridiani, qui fit in puncto, cum quo Stella Cœlum mediat, ita Sinus Latitudinis Stellæ ad Sinum Argumenti Latitudinis.

Exemplum.

Data ſit Capitis Meduſæ Latitudo graduum 22.22′. Borea, vnà cum eius Recta Aſcenſione grad 40.38′.15″. cuius mediationis Cœli punctum ſit graduum 13.6′.30″. ♉. Primò quidem exploro angulum Eclipticæ & Meridiani contingentem apud illud punctum, qui eſt grad.72.22′. ſicut etiam patuit ſupra Problemate ſeptimo. Deinde ex hoc angulo, & Latitudine Stellæ ſic inquiro Argumentum Latitudinis.

	G M		
Angulus Eclipticæ & Meridiani	72 22 0	1 0 4 9 3 0	*Secans eius ſecunda.*
Latitudo Stellæ	22 22 0	3 8 0 5 3	*Sinus eius.*
Argumentum Latitudinis	23 32 0	3 9 9 2 9	*Sinus proueniens.*
Decl. puncti cū quo Stella Cœlū mediat add.	15 49 50		
Declinatio Stellæ propoſitæ Borea	39 21 50		

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

Angulus Eclipticæ & Meridiani commutetur in arcum arealem Quarti Ordinis facto ingreſſu in calce, & à latere dextro, cum quo numero, & cum Latitudine Stellæ tractabis operationem Proſtaphæreticam, & exibit Sinus Argumenti Latitudinis addendus, vel auferendus à Declinatione puncti, cum quo Stella Cœlum mediat, vt prodeat Declinatio ipſiuſmet Stellæ.

Exemplum idem cum ſuperiore.

	G M S		
Latitudo Stellæ	22 22 0		
Angulus Eclipticæ & Meridiani commu-	6 1 23	*tatus ex quarto ordine.*	
Differentia	16 20 37	9 5 9 5 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	28 23 23	8 7 9 7 3 3	*Sinus eius ſecundus.*
		7 9 8 5 8	*Differentia Sinuum.*
Argumentum Latitudinis	23 32 0	3 9 9 2 9	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*
Declinatio puncti cum quo Stella cœlum me-	15 49 50		*diat addenda.*
Declinatio Stellæ propoſitæ Bor.	39 21 50		

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

Sume in fronte Generalis Tabulæ angulum Eclipticæ & Meridiani, & in area Latitudinem Stellæ, & à ſiniſtro latere habebis Argumentum Latitudinis; vel accepta in area Latitudine Stellæ, & à latere ſiniſtro angulo Eclipticæ & Meridiani, dabitur in fronte dictum Argumentum; ex quo ſicut ſupra, & cum Declinatione puncti, cum quo Stella Cœlum mediat, formabis Declinationem Stellæ.

Vt in dato Exemplo adinuenio à latere ſiniſtro angulum iam dictum graduum 72.22′. & in area Latitudinem Stellæ graduum 22.22′. & in fronte offeruntur gradus 23.32′. pro Argumento Latitudinis, quod additum Declinationi puncti, cum quo Stella Cœlum mediat, quæ eſt graduum 15.50′. componitur dicta Stellæ Declinatio grad.39.22′.

IV. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

Per Tabulam ſecundæ Analogiæ facilè obtinetur dictum Argumentum, comperiendo in eius calce Angulum Eclipticæ & Meridiani gr.72.22′. & à latere ſiniſtro Latitudinem Stellæ gr.22.22′. ſicq; reſpondet in area dictum Argumentum Latitudinis gr.23.32′. ſicut ſupra.

Digitized by Google

PROBLEMA XVI.

Data Latitudine Stellæ cum eiuſdem Declinatione Longitudinem ipſius ab Aequinoctio Verno exquirere.

VTitur huiuſmodi Problemate Copernicus Capite ſecundo Tertij libri de Reuolutionibus Orbium Cœleſtium, tractatq; ipſum per Triangula rectilinea Rectāgula; ſicq; etiam Tycho in primo Progymnaſmatum lib. idem repetit per Triangula Obliquangula Sphærica. Nos itaq; tranſlatis huc ſchematibus, quibus in præcedentibus vſi fuimus, intelligemus Stellam locatam eſſe in I, & Declinationem eius notam eſſe, quæ eſt arcus I G, necnon Latitudinem I L, atq; ex his inueſtigabimus eius Longitudinem, hoc eſt remotionem eius ab Aequinoctio vel Solſtitio proximiore ſiue in antecedentia, ſiue in conſequentia; hoc enim cognito facile erit deinceps ipſam Longitudinem ab Arietis initio dinumerare. In Triangulo igitur Obliquangulo I H E nota ſunt ſingula eius latera, nam latus I E complementum eſt Latitudinis Stellæ datæ, latus I H complementum eſt Declinationis eiuſdem, & latus H E eſt diſtantia Polorum Eclipticæ & Aequinoctialis æqualis Maximæ Zodiaci Declinationi; quibus datis per primum Problema Quarti prodibit angulus H E I menſurans diſtantiam Stellæ à coluro Solſtitiorum.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Maximæ Obliquitatis, ita Secans Latitudinis Stellæ ad primum Inuentum: deinde vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita differētia inter Sinum verſum ſecundum Declinationis Stellæ & Sinum verſum Differentiæ Maximæ Obliquitatis, & complementi Latitudinis Stellæ, quam dicimus Inuentum ſecundum, ad Sinum verſum Longitudinis quæſitæ à ♋ vel ♑ numeratæ.

Operatio: multiplica Secantem Latitudinis Stellæ in Secantem ſecundam Maximæ Obliquitatis, & abiectis quinq; notis dextris reliquum ſerua pro primo Inuento. Deinde conferas Maximam obliquitatem cum complemento Latitudinis Stellæ, & minore numero de maiore ſubtracto, cum reſiduo cape Sinum verſum; à quo ſubtrahe Sinum verſum ſecundum Declinationis Stellæ, & relinquetur ſecundum Inuentum. Ad extremum multiplica primum Inuentum in ſecundum, & à producto aufer quinque notas, & relinquetur tandem Sinus verſus Longitudinis propoſitæ Stellę à ♋ vel ♑ initio deductæ, nec difficilè erit ad Arietis initium ipſam referre.

Exemplum primum. *Sumamus Stellam Capitis Meduſæ, cuius Latitudo datur gr. 22. 22′. Borealis, & Declinatio gr. 39. 22′. iiſdem Boreæ: quibus datis inquiremus eius Longitudinem tali ſupputatione.*

	G M S		
Complementum Latitudinis Stellæ	67 38 0	1 0 8 1 3 5	*Secans eius ſecunda.*
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		2 7 0 9 1 4	*Inuentum primum.*
Differ. Max. obliq. & compl. Latit. Stellæ	44 6 30	3 6 5 7 2	*Sinus eius verſus.*
Complementum Declinationis Stellæ	50 38 0	2 8 1 9 7	*Sinus eius verſus.*
		8 3 7 5	*Differentia, ſeu Inuentum ſecundum.*
		2 7 0 9 1 4	*Inuentum primum.*
Arcus ei congruus à ♋ in præcedentia	39 22 0	2 2 6 8 9	*Sinus verſus vltimo prodiens.*
Reliquum de Quadr. ideſt long. Stellæ ab ♈	50 38 0		

Exemplum ſecundum. *Spica Virginis, cuius Latitudo eſt gr. 1. 59′. Auſtrina, & Declinatio gr. 9. 1′. Auſtrina, vnde ſic inuenitur longitudo.*

Complementum Latitudinis Stellæ	88 1 0	1 0 0 0 6 0	*Secans eius ſecunda.*
Maxima Zodiaci obliquitas	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		2 5 0 6 5 3	*Inuentum primum.*
Complementum Declinationis Stellæ	80 59 0	8 4 3 2 8	*Sinus eius verſus.*
Differ. Max. obliq. & compl. Latit. Stellæ	64 29 30	5 6 9 3 6	*Sinus eius verſus.*
		2 7 3 9 2	*Differentia, ideſt Inuentum ſecundum.*
		2 5 0 6 5 3	*Inuentum primum.*
Arcus eius, ideſt Diſtantia à ♑ in præced. auferendus à dodrante.	71 44 0	6 8 6 5 9	*Sinus verſus vltimo prodiens.*
	270		
Longitudo ſpicæ Virginis ab Aequinoctio ♈	198 16 0		

II. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

RECurramus ad octauum modum dicti Primi Problematis Quarti libri, & accipiamus complementa duorum laterum HE, & HI Obliquanguli Trianguli IHE, ideſt tollamus complementum Maximæ Obliquitatis, & Declinationem Stellæ, & maiorem horum numerorum quæremus in fronte Generalis Tabulæ, & minorem in area, vt habeamus à ſiniſtro latere poteſt debitam numerorum correctionem Inuentum primum. Verùm ſi hęc non ſucceſſerit, aliam ingrediemur viam, & tollemus numerum maiorem à latere ſiniſtro, & minorem in area, atque in fronte patebit dictum primum Inuentum. Poſtea aſſumpta Stellæ Latitudine addemus ipſi Quadrantem; tum obſeruabimus in fronte eiuſdem Generalis Tabulæ ipſum primum Inuentum, & decurrendo per illam columnam quęremus duos numeros, nempe arealem, & lateralem ſiniſtrum, qui ſimul coniuncti coæquentur dicto aggregato ex Latitudine, & Quadrante. Vel etiam obſeruabimus à latere ſiniſtro dictum primum Inuentum, & numerum arealem, ac frontalem coniungemus, qui adiuncti adæquabunt aggregatum ex latere, & Quadrante. Quòd ſi neutro horum modorum comperientur duo numeri, qui adæquent aggregatum ex Latitudine, & Quadrante, notabimus, vt duo ilimet numeri differant ſaltem adinuicem, quantum eſt complementum Latitudinis Stellæ. Sunt autem duo hi adinuenti numeri quouis modo ſegmentorum à perpendiculari factorum complementa; quorum vno tantum indigemus, illo ſcilicet, quod adhæret arcui HE Diſtantiæ inter Polos Aequinoctialis, & Zodiaci. Accipiemus itaque maiorem numerum illorum duorum, qui adæquant aggregatum ex Latitudine, & Quadrante, quando Maxima Zodiaci Obliquitas fuerit minor complemento Declinationis Stellæ; ſed ſi maior fuerit dicto complemento, accipiemus minorem. Ex duobus autem alijs numeris collectis, qui differunt ab inuicem pro quantitate complementi Latitudinis Stellæ, ſumemus ſemper maiorem. Præterea cum huius accepti numeri complemento, quod vocatur ſegmentum tertij lateris ſeu Inuentum ſecundum, & cum Maxima Obliquitate comperiemus Diſtantiam Stellæ à Capite Cancri, vel Capricorni in hunc modum. Per eandem Generalem Tabulam ſume à latere ſiniſtro ipſius Tabulæ Maximam Obliquitatem, & in area dictum complementum, ſeu Inuentum ſecundum, & in fronte elicies tertium Inuentum; quod idem reſpondet etiam à latete ſiniſtro Tabulæ, compertis nimirum in fronte Maxima Obliquitate, & in area ſecundò Inuento. Ad extremum verò obſeruabis in calce eiuſdem Tabulæ ſecundum Inuentum, & arealiter complementum tertij Inuenti, atq; à ſiniſtro latere exprimetur Longitudo Stellæ à Cancro, vel Capricorno. Seu etiam quære à dextro latere ſecundum Inuentum, & arealiter complementum tertij Inuenti, atq; in fronte dabitur ſimiliter Longitudo Stellæ à capite Cancri, vel Capricorni. Quòd ſi hos duplicatos areales ingreſſus in Generalem Tabulam effugere volueris, facillimè rem expedies vnico laterali introitu in Tabulam Quartæ Analogiæ, ſumendo in eius fronte Inuentum ſecundum, & à dextro latere Maximam Zodiaci Obliquitatem, atque in area dabitur complementum quæſitæ Longitudinis Stellæ à Cancro, vel Capricorno, ideſt Longitudo ipſa ab alterutro punctorum Aequinoctialium deducta.

Exemplum Primum.

DAta ſit Latitudo Capitis Meduſæ graduum 22.22'. & eiuſdem Declinatio grad. 39.22'. itidem Borea.

	G	M	S	
Complementum Maximæ Obliquitatis	66	28	30	*à ſiniſtro latere*
Declinatio Stellæ	39	22	0	*in area*
Primum Inuentum	43	46	9	*in fronte*
Aggregatum ex Latitudine, & Quadrante	112	0	0	
Numerus lateralis correctus	71	24	31	*complentes dictum aggregatum.*
Numerus arealis correctus	40	57	29	
Complementum lateralis numeri, ideſt Inuentum 2.	18	35	29	*in area.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23	31	30	*in fronte.*
Inuentum tertium à latere ſiniſtro	53	0	33	
Complementum tertij Inuenti	36	59	27	*in area.*
Inuentum ſecundum vt ſupra.	18	35	29	*à dextro latere.*
Diſtantia Stellæ à Cancro in præcedentia	39	24	22	*in fronte.*
Reliquum de Quadrante, ideſt Longitud. Stellæ ab ♈	50	35	38	

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Secundum de ſpica Virginis.

	G M S	
Complementum Maximæ Obliquitatis	66 28 30	*à latere ſiniſtro.*
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 0	*in area.*
Inuentum primum	9 50 31	*in fronte*
Aggregatum ex Latitudine, & Quadrante	91 19 0	
Numerus lateralis correctus	82 14 0	*conficientes ſimul dictum aggregatum.*
Numerus arealis correctus	9 46 0	
Complementum lateralis numeri, ideſt Inuentum 2.	7 46 0	*in fronte* } *Quartæ Tabulæ.*
Maxima Zodiaci Obliquitas	23 31 30	*à latere dextro.* }
Longitudo Stellæ ab Aequinoctio ♎	18 16 0	

II. FORMA *Per Triangula rectilinea ex figura Analematis.*

TRansferantur huc diagrammata, quibus in tertia forma Septimi Problematis huius vſi fuimus, & ſuppoſitis omnibus, quæ ibi explicauimus, confugiemus ad Triangula rectilinea ſimilia E Z I, Q S P, vel F Z I, R S P. Quoniam igitur proportio E Z ſeu F Z Sinus Maximæ Declinationis ad Sinum totum E I, vel F I eſt, vt rectæ Q S, vel R S (quæ differentia eſt inter Sinum remotionis paralleli Latitudinis à capite ♋, vel ♑, & Sinum Declinationis Stellæ, vel eſt aggregatum ex vtroq;) ad Q P Sinum verſum Longitudinis Stellæ à capite ♋, quando Stella habet Latitudinem Boream, vel ad R P Sinum verſum Longitudinis Stellæ à capite Capricorni, quando Stella Latitudinem habet Auſtralem. Sunt autem tres priores lineæ cognitæ, igitur & quarta non ignorabitur. At quoniam in hac operatione Sinus totus non occurrit in primo loco, deinde quia vltimus terminus ignotus, vtpote recta Q P, vel R P non eſt Sinus verſus quæſitæ Longitudinis Stellæ in ratione totius Sinus E I, idcirco duplici animaduerſione operatio ipſa indiget; & primò quidem pro Sinu Maximæ Declinationis accipiemus iuxta primum compendium tertij capitis Primi libri Secantem eiuſdem ſecundam, ita enim Sinus totus cadet in primo loco; & multiplicabitur quidem dicta Secans ſecunda Maximæ Declinationis in differentiam, vel aggregatum Sinus remotionis paralleli à ♋, & Sinus Declinationis, ſi Latitudo Stellæ fuerit Borealis, vel in differentiam, ſeu aggregatum Sinus remotionis paralleli à Capricorno, ſi Stella Latitudinem habuerit Auſtrinam, & reiectis quinq; figuris remanebit primum Inuentum, hoc eſt recta Q P, vel R P, iiſdem in partibus, qualium E I datur Sinus totus. Accipienda eſt autem differentia Sinus remotionis paralleli à capite Cancri, vel Capricorni, & Sinus Declinationis, quando ambo eandem obtinet affectionem, vt in prima, ſecunda, quinta, & ſexta figura; ſed ſumitur aggregatum ex vtroque Sinu, quando diuerſam ſortiuntur denominationem, vt in reliquis figuris. Cæterum pro obtinenda ipſa Q P, vel R P in partibus qualium ſemidiameter Q M paralleli Latitudinis eſt Sinus totus, ſic erit agendum. Fiat vt Q M Sinus ſecundus Latitudinis Stellæ ad eandem Q M Sinum totum, ideſt per primum compendium Magni Canonis, vt Sinus totus ad Secantem Latitudinis Stellæ, ita Q P, vel R P primum Inuentum ſuperiùs collectum reſpectu totius Sinus E I ad eandem rectam Q P, vel R P in ratione totius Sinus Q M; & prodibit Sinus verſus Longitudinis Stellæ à ♋, vel ♑. Multiplicandum eſt itaque primum Inuentum ſuperiùs elicitum in Secantem Latitudinis Stellæ, & reiectis quinq; notis prodibit Sinus verſus Longitudinis Stellæ à ♋, vel ♑.

Exemplum Primum de Capite Meduſæ.

Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30		
Latitudo Stellæ Borea	22 22 0		
Remotio paralleli Latitudinis à ♋	45 53 30	7 1 8 0 2	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ Borea	29 22 0	6 3 4 2 8	*Sinus eius ſubtrahendus.*
		8 3 7 4	*Differentia vtriuſque Sinus.*
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		2 0 9 8 0	*Productum primum.*
Latitudo Stellæ Borea	22 22 0	1 0 8 1 3 5	*Secans eius.*
Arcus Longitudinis ei congruus	39 22 0	2 2 6 8 7	*Sinus verſus prodiens.*
Reliquum de Quadrãte, i. Longit. Stellæ ab ♈	50 38 0		

Exemplum Secundum de Spica Virginis.

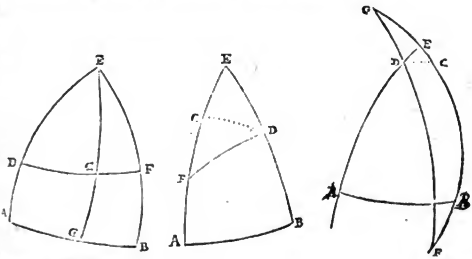
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30		
Latitudo Stellæ Auſtrina	1 59 0		

Remotio

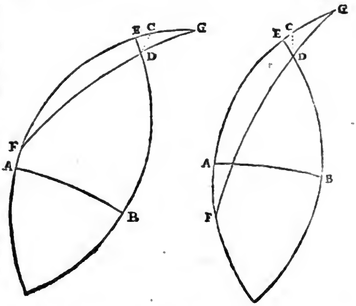
	G M S		
Remotio paralleli Latitudinis à ♑	25 30 30	4 3 0 6 4	*Sinus eius*
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 0	1 5 6 7 2	*Sinus eius ſubtrahendus.*
		2 7 3 9 2	*Differentia vtriuſq; Sinus.*
Maxima Zodiaci Declinatio	23 31 30	2 5 0 5 3 3	*Secans eius ſecunda.*
		6 8 6 2 6	*Productum primum.*
Latitudo Stellæ Auſtrina	1 59 0	1 0 0 0 0 0	*Secans eius.*
Arcus ſeu Diſt. Stellæ à ♑ i pc. auſ. à dodr.	71 44 23	6 8 6 6 7	*Sinus verſus vltimo prodiens.*
Longitudo Spicæ ♍ ab Ariete	198 15 37		

PROBLEMA XVII.

Data duarum Stellarum Longitudine & Latitudine, Diſtantiam inter ipſas definire.



DIſtantiã duarum Stellarum intelligo portionem magni circuli per centra vtriuſq; tranſeuntis concluſam. Vt ſit Eclipticæ portio A B, cuius Polus E; duæ autem Stellæ inter quas Diſtantia quæritur, ſint D & F, per quas à Polo Eclipticæ deſcendãt duo arcus Latitudinum E D B, E F A, qui Eclipticæ portionem A B concludant, quæ differentia erit Longitudinum ipſarum Stellarum, & quidem cognita; prodit enim ex ſubductione minoris Longitudinis à maiore, & ex conſequenti datus erit angulus E. Sed & duo latera E D, E F ipſum angulum concludentia nota euadunt ex ſuppoſitione; ſunt enim complementa datarum Latitudinum ipſarum Stellarum. Quare ex his datis cognoſcetur per tertium ProblemaQuarti huius latus DF in Obliquangulo Triangulo D E F, quod metitur vtriuſq; Stellæ Diſtantiam, quã tamen nunquam ſemicirculum excedere intelligimus, idq; duplici ratione, vel per Triangulorum Rectangulorum, vel per Triangulorum Obliquangulorum ratiocinia.



I. FORMA *Per Triangula Rectangula.*

QVando ambæ Stellæ ſola Latitudine inter ſe diſſident, eandem habentes Longitudinem, dum ſcilicet in eundem circulum Latitudinis incidunt, tunc minorem Latitudinem à maiore deme, ſi fuerint ambæ eiuſdem affectionis; vel vtramq; ſimul coniunge, ſi fuerint diuerſæ, & procreabitur intercapedo ipſarum Stellarum.

Quòd ſi ambæ Stellæ æqualium Latitudinum, & ad eandem plagam ſola Longitudine diſcrepauerint, detracta tunc Longitudine vnius ab altera alterius, patefiet Differentia Longitudinis vtriuſq;, quę manifeſtat angulum E. Quamobrem Iſoceles erit Triangulum E D F, ſicut apparet in prima figura,

cum

Digitized by Google

cum latera E D, E F, quæ ſunt complementa æqualium Latitudinum ipſarum Stellarum, ſint æqualia. Biſſecetur itaq; angulus E per arcum E C, qui perpendicularis erit ad arcum D F, eumq́ue per æqualia in puncto C diſpeſcet. Cùm igitur totus angulus E ſit notus propter Eclipticæ arcum A B, euadet quoq; notus angulus D E C. Quare in Triangulo D E C Rectangulo ex nota baſe D E, ideſt complemento Latitudinis vnius Stellæ cum angulo D E C iam dicto, cognoſcetur facilè per Primum Problema Tertij huius arcus D G; quo duplicato euadit nota Diſtantia D F inter dictas Stellas. Sed hic caſus rariſſimus eſt.

Verùm ſi Stellæ Longitudine ac Latitudine diſcrepauerint inter ſe, quod frequentiſſimè accidit, tũc à Stellæ loco D maiorem obtinentis Latitudinem decidat perpẽdicularis arcus D C in circulum Latitudinis alterius Stellæ F, vt dictum Triangulum D E F Obliquangulum ad duo Triangula Rectangula redigatur, quæ ſunt D E C, D C F. Qui profectò perpendicularis arcus occurret intra ipſum Triangulum D E F Obliquangulum, cùm angulus E differentiæ Longitudinis fuerit acutus, vt videre eſt in ſecunda & tertia figura. Sed ſi obtuſus fuerit, cadet extra, in oppoſitum ſcilicet ſemicirculum Longitudinis Stellæ alterius F, vt apparet in quarta & quinta figuris. Aſſumpto autem imprimis Triangulo Rectangulo D E C, cùm detur in eo Baſis D E, complementum videlicet Latitudinis A D ipſius Stellæ D, vnà cum angulo acuto E differentiæ Longitudinis ipſarum Stellarum (nam exiſtente eo obtuſo, reliquum ad ſemicirculum accipiemus) eliciemus per Problema primum Tertij perpendicularem arcum D C, quem primum Inuentum dicimus. Poſtea per octauum Problema eiuſdem Tertij ex hoc primo Inuento D C & eadem Baſe D E colligemus latus E C, cui ſecundi Inuenti nomen damus, ex quo & Latitudine alterius Stellæ F conficiemus Inuentum tertium, prout ſubſequens paulò poſt tabella edocet.

Poſtremò ex hoc primo Inuento D C, cum tertio Inuento F C Quadrante minore, vel cum eius complemento C G ad ſemicirculum, ſi Quadrantem exceſſerit, vt in tertia & quinta figuris, obtinebimus ex ſecundo Problemate Tertij Diſtantiam D F, vel complementum eius ad ſemicirculũ D G, quando ſcilicet Inuentum tertium excedit Quadrantem. Sed ſi fortè contingat ipſum Quadranti adunguem eſſe æquale, nullo vlterius calculo opus eſt, tunc enim quæſita Diſtantia Stellarum eſt præcisè Quadrans.

Si differentia longitudinis fuerit Quadrante
- minor; & Latitudines Stellarum fuerint affectionis
  - Eiuſdem; Inuentum ſecundum E C auferendum eſt à complem. Latitudinis F C Stellæ F, vt in fig. ſecunda.
  - Diuerſę, ideſt vna Borealis, altera Auſtralis, complementum ſecundi Inuenti, nempe C B addendum eſt Latitudini B F, vt in tertia figura.
- maior, & Stellarum Latitudines fuerint affectionis
  - Eiuſdem, Inuentum ſecundum E C addendum eſt complemento Latitudinis Stellæ F, vt in quarta figura.
  - Diuerſæ; Inuentum ſecundum E C addendum eſt aggregato ex Quadrãte AE, & Latitudine A F Stellæ F, vt in quinta figura.

& prodibit Inuentum tertium F C.

PRIMVS MODVS.

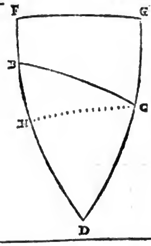
Fiat igitur, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Latitudinis Stellæ habentis maiorem Latitudinem; ita Sinus differentiæ Longitudinis ipſarum Stellarum datarum ad Sinum Inuenti primi. Secundò, vt Sinus totus ad Secantem Inuenti primi; ita Sinus eiuſdem Latitudinis Stellæ ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi; cum quo & cum alterius Stellæ Latitudine conficies tertium Inuentum, ſicut ſupra. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Inuenti tertij: ita Sinus ſecundus Inuenti primi ad Sinum ſecundum intercapedinis inter dictas Stellas datas.

Exemplum.

Sit exploranda diſtantia, quæ eſt inter Syrium & Procyonem. Datur ex obſeruationibus Tychonis Syrij Longitudo gr. 8. 35′. 30″. ♋. & Latitudo gr. 39. 30′. Meridiana; & Procyonis Longitudo gr. 20. 18′. 30″. ♋. ac

Latitudo

Latitudo grad. 15. 57'. itidem Meridiana. Quare in hac appoſita figura intelligemus eſſe Syrium in puncto C, & Procyonem in puncto B, ac Polum Eclipticæ Meridionalem eſſe D; & angulum CDF Differentia Longitudinis vtriuſque Stellæ eſſe graduum 11. 43'. Quæritur autem nunc arcus BC Diſtantiam inter dictas Stellas menſurans. Intelligimus itaque à Stella C maiorem obtinente Latitudinem cadere perpendicularem arcum CH in circulum FD Latitudinis alterius Stellæ, vnde efficientur duo Triangula Rectangula, & talis erit calculus.



	G M S		
Latitudo Syrij	39 30 0	7 7 1 6 2	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis	11 43 0	2 0 3 0 7	*Sinus eius.*
Inuentum primum CH	9 0 54	1 5 6 6 9	*Sinus primò proueniens.*
		1 0 1 2 5 0	*Secans primi Inuenti.*
Latitudo eadem Syrij vt ſupra	39 30 0	6 3 6 0 8	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum DH	49 54 23	6 4 4 0 3	*Sinus ſecundus ſecundò prodiens.*
Complementum Latitudinis Procyonis BD	74 3 0		
Inuentum ſecundum DH auferendum	49 54 23		
Inuentum tertium BH	24 8 37	9 1 2 5 8	*Sinus ſecundus.*
Inuentum primum CH	9 0 54	9 8 7 6 5	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia quæſita	25 40 0	9 0 1 3 1	*Sinus ſecundus proueniens vltimò*

Diſtantiam hanc Tycho per Inſtrumenta adinuenit graduum 25. 41'. 30''. vt annotauit in libr. Primo Epiſtolarum Aſtronomicarum ſuarum pagina quinquageſima.

Exemplum Secundum.

Sint nunc propoſitæ duæ aliæ Stellæ, nempe Spica ♍, cuius Longitudo datur ex Tychonis obſeruationibus ad annum Domini 1600. in gradib. 18. 16'. ♎ cum Latitudine Auſtrina grad. 1. 59'. & Lanx Borealis obtinens in Longitudine gra. 13. 48'. ♏. & in Latitudine gra. 8. 35'. Boreal. Differentia Longitudinis harum Stellarum eſt gra. 25. 32'. Ex his itaq; colligo vtriuſq; Stellæ intercapedinem DF, aſſumendo ſcilicet tertiam figuram, in qua à loco Stellæ D Lancis Boreæ in circulum Latitudinis Spicæ ♍ exiſtentis in F duco arcum perpendicularẽ DC.

Latitudo Lancis Boreæ	8 35 0	9 8 8 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis Stellarum	25 32 0	4 3 1 0 4	*Sinus eius.*
Inuentum primum	25 13 40	4 2 6 2 1	*Sinus primò prodiens.*
		1 1 0 5 4 4	*Secans inuenti primi.*
Latitudo Lancis Borealis.	8 35 0	1 4 9 2 5	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	80 30 13	1 6 4 9 9	*Sinus ſecundus ſecundò prodiens.*
Complementum Inuenti ſecundi	9 29 47		
Latitudo Spicæ ♍ addenda	1 59 0		
Inuentum tertium	11 28 47	9 8 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum, vt ſupra	25 13 40	9 0 4 6 2	*Sinus eius ſecundus*
Diſtantia inter duas dictas Stellas quæſita	27 33 34	8 8 6 5 3	*Sinus ſecundus prodiens vltimò.*

II. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

Ingredere primò lateraliter Generalem Tabulam cum Latitudine maiore vnius Stellæ, & cum differentia Longitudinis ambarum Stellarum, ſumendo ſcilicet in calce ipſam Latitudinem, & à latere ſiniſtro differentiam Longitudinis; vel ſi neceſſe fuerit, ſumendo in fronte differentiam Longitudinis, & à latere dextro dictam Longitudinem, & area dabit numerum, quem dicimus Inuentum primum: Secundò ingredere eandem Generalem Tabulam arealiter cum Inuento primo in calce ſumpto, & Latitudine Stellæ dictæ in area, & à latere dextro habebis Inuentum ſecundum. Vel etiam ſumes in area dictam Latitudinem, & à latere dextro primum Inuentum, ſicq; in calce patebit Inuentum ſecundum.

Aliter etiam & facilius hoc ſecundum Inuentum obtinere poteris, per lateralem ſcilicet ingreſſum

 in Tabulam

Digitized by Google

in Tabulam ſecundæ Analogiæ, tollendo è fronte primum Inuentum, & à latere ſiniſtro Latitudinem dictæ Stellæ, & complementum arealis numeri erit Inuentum ſecundum.

Tertiò hoc ſecundum Inuentum aufer ex complemento Latitudinis alterius Stellæ, ſi ambæ fuerint ad eandem Cœli plagam: vel complementum ſecundi Inuenti adde Latitudini alterius Stellæ, ſi diuerſam à priore ſortitur Latitudinem, & vtroq; modo conficies Inuentum tertium.

Poſtremò fac denuò ingreſſum in dictam Generalem Tabulam cum primo & tertio Inuento, accipiendo nempe vnum ex eis à latere dextro, & alterum in calce, & arealis numerus ipſis reſpondens erit complementum Diſtantiæ inter duas Stellas oblatas.

Exemplum Pimum.

	G	M	S	
♋	20	18	30	*Longitudo Procyonis.*
♋	8	35	30	*Longitudo Syrij.*
	11	43	0	*Differentia Longitudinum.*
	39	30		*Latitudo Syrij Auſtrina.*
	9	0	54	*Primum Inuentum.*
	49	54	23	*Secundum Inuentum.*
	15	57		*Latitudo Procyonis.*
	74	3		*Complementum eius, à quo aufero ſecundum Inuentum.*
	24	8	37	*Inuentum tertium.*
	64	20		*Complementum Diſtantiæ Syrij & Procyonis.*
	25	40		*Diſtantia inter Syrium & Procyonem.*

Exemplum Secundum.

	G	M	S	
♏	13	48		*Longitudo Lancis Boreæ.*
♎	18	16		*Longitudo Spicæ Virginis.*
	25	32		*Differentia Longitudinis dictarum Stellarum.*
	8	35		*Latitudo Borea Lancis Borealis.*
	25	13	43	*Inuentum primum.*
	80	30	13	*Inuentum ſecundum.*
	9	29	47	*Complementum eius.*
	1	59		*Latitudo Spicæ Virginis.*
	11	28	47	*Tertium inuentum.*
	62	26	26	*Complementum Diſtantiæ dictarum Stellarum.*
	27	33	34	*Diſtantia inter Spicam Virginis & Lancem Boream.*

II. FORMA *Per Triangula Obliquangula penes ſecundum modum Tertij Problematis Quarti libri.*

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Latitudinis vnius Stellæ, ita Sinus ſecundus Latitudinis alterius Stellæ ad Inuentum primum. Deinde vt Sinus totus ad Inuentum primum, ita Sinus verſus differentiæ Longitudinis dictarum Stellarum ad Sinum verſum Diſtantiæ inter dictas Stellas, minus Sinu verſo differentiæ ipſarum Latitudinum, quando fuerint ambæ eiuſdem affectionis, vel minus Sinu verſo aggregati vtriuſq; Latitudinis, quando fuerint diuerſæ.

Hoc eſt multiplicentur Sinus ſecundi Latitudinum dictarum Stellarum, & abiectis quinq; notis, reliquum erit Inuentum primum: hoc per Sinum verſum differentiæ Longitudinis multiplicetur, & reiectis denuò totidem notis à dextra, relinquetur Inuentum ſecundum; cui ſemper addatur vel Sinus verſus differentiæ dictarum Latitudinum, ſi fuerint ambæ eiuſdem affectionis, vel Sinus verſus aggregati vtriuſq; Latitudinis, quando ambæ fuerint diuerſæ denominationis, & componetur Sinus verſus Diſtantiæ inter dictas Stellas.

Exemplum Primum. ***Indaganda ſit denuo Diſtantia inter duas Stellas, Syrium videlicet & Procyonem; & detur ex Tychonis obſeruationibus vtriuſq; Longitudo, & Latitudo, ſicut ſupra in primo modo huius Problematis annotauimus, ſecundum igitur hanc calculi formam tali methodo rem proſequar.***

	G	M	S		
Latitudo Syrij Auſtralis	39	30	0	7 7 1 6 2	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo Procyonis Auſtralis	15	57	0	9 6 1 5 0	*Sinus eius ſecundus.*

Diffe-

Digitized by Google

	G M S		
		7 4 1 9 1	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis dictarum Stellarũ	11 43 0	2 0 8 4	*Sinus eius verſus.*
		1 5 4 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Latitudinis dictarum Stellarum	23 33 0	8 3 2 9	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia inter vtramq; Stellam quæſita	25 41 0	9 8 7 5	*Sinus verſus proueniens.*

Exemplum Secundum *Diſtantiam inter Spicam ♍ & Lancem Borealem inueſtigans.*

Latitudo Lancis Borealis	8 35 0	9 8 8 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo Spicæ Virginis Auſtralis	1 59 0	9 9 9 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
		9 8 8 2 1	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis harum Stellarum	25 32 0	9 7 6 6	*Sinus eius verſus.*
		9 6 5 1	*Inuentum ſecundum*
Aggregatum Latitudinum vtriuſq; Stellæ	10 34 0	1 6 9 0	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia inter vtramq; Stellam quæſita	27 33 34	1 1 3 4 1	*Sinus verſus quæſitus.*

PROBLEMA XVIII.

Amplitudinem ortiuam & occiduam Stellæ fixæ vel erraticæ ex data eius Declinatione, vel Aſcenſionali Differentia cum Poli eleuatione inquirere: ſeu etiam ex eius Declinatione & Aſcenſionali Differentia abſq; cognitione Eleuationis Polaris.

DE Latitudine ſeu Amplitudine ortus & occaſus tractauimus abundè ſatis in Sexto lib. huius Problem. 6. 7. & 8. vbi quæcunq; de punctis Eclipticæ diximus, applicari poſſunt ad Stellas fixas & erraticas Latitudinem ab Ecliptica obtinentes. Quocirca non differt inuentio huius ortiuæ vel occiduæ Amplitudinis Stellarum huiuſmodi ab illa, quæ reſpectu punctorum Eclipticę traditur in dicto libro Sexto. Quare ex Declinatione Stellæ ac Poli eleuatione per ſextum Problema Sexti indagatur eius Amplitudo ortiua vel occidua; ex Aſcenſionali verò Stellæ Differentia & Poli eleuatione per ſeptimum Probl. eiuſdem Sexti eadem exploratur Amplitudo: quæ etiam iuxta octauum eiuſdem ex data Stellæ Declinatione & Aſcenſionali eius Differentia innoteſcit.

Exemplum.

PRoponatur Caput Meduſæ, eiuſq; Amplitudo ortiua ad Horizontem grad. 45. ſit adinuenienda. Dabatur autem eius Declinatio ſupra Problemate decimotertio huius, grad. 39. 21′. 40″. Borea, quare per ſextum Problema Sexti huius pateſit eius Amplitudo ortiua grad. 23. 12′. 25″. Borea.

PROBLEMA XIX.

Aſcenſionalem differentiam Stellæ vel Planetæ Latitudinem habentis, necnon etiam arcum eiuſdem ſemidiurnum ex data eius Declinatione & Poli eleuatione, vel ex data eius Amplitudine ortiua & Poli eleuatione, ſeu etiam ex data eius Amplitudine ortiua & Declinatione explorare.

NOn differt operatio inuentionis Aſcenſionalis Differentiæ Stellarum fixarum, vel Planetarum Latitudinem habentium ab illa, quæ de punctis Eclipticæ à nobis in Sexto lib. Probl. vndecimo, duodecimo, & decimotertio tradita fuit. Quamobrem, qui Aſcenſionalem differentiam in Stellis definire voluerit, illuc ſe conferat; Namque per 11. Probl. ex Declinatione Stellæ & Poli eleuatione, vel per duodecimum ex Amplitudine ortiua vel occidua Stellæ ac Poli eleuatione, vel denique per decimumtertium Problema ex Amplitudine ortiua Stellæ & eiuſdem Declinatione, Differentiam ipſius Stellæ Aſcenſionalem addiſcet; vt ex hoc vnico Exemplo patebit.

Exemplum.

SIt indaganda Aſcenſionalis differentia Capitis Meduſæ ope Declinationis eiuſdem cum Poli eleuatione. Igitur ex vndecimo Problem. Sexti prodit eius Aſcenſionalis differentia grad. 55. 6′. 42″. ad Eleuationem Poli grad. 45. Præterea addo differentiam hanc Aſcenſionalem Quadranti, quia huius Stellæ Declinatio Borea eſt, & procreatur arcus ipſius ſemidiurnus grad. 145. 6′. 52″.

PROBLEMA XX.

Aſcenſionem, vel deſcenſionem obliquam Stellæ cuiuſcunque ad datam Poli Eleuationem dinumerare.

DE Aſcenſionibus,& Deſcenſionibus Obliquis, quæ ad puncta Eclipticæ ſpectant, tractauimus Problemate decimoquarto Sexti: quo quidem Problemate ritè intellecto, facilè etiam obliquam Stellæ cuiuſcunq; Aſcenſionem,vel deſcenſionem licebit cognoſcere,cùm ſit vna eademq; operatio. Differentiam namq; Aſcenſionalem per præcedens Problema adinuentam ad Eleuationem Polarem datam auferre oportet à Recta Stellæ eiuſdem Aſcenſione per Problema decimum huius elicita, ſi Stellę Declinatio fuerit Borea; vel ambæ ſimul coniungendæ ſunt,declinante Stella ad Auſtrum,ita enim obliqua Stellę Aſcenſio procreatur. Contrarium verò ad Obliquam deſcenſionem venandam obſeruandum eſt, id eſt Aſcenſionalis differentia auferenda, ſi Declinatio Stellæ fuerit Auſtralis, addenda, ſi Borealis.

Exemplum.

VT in eadem Exemplo Capitis Meduſæ, quo in ſuperiore Problemate vſi fuimus, vbi adinuenimus Aſcenſionalem differentiam ipſius grad.55.6'.42". ad Latitudinem Regionis grad.45. Sed quia Declinatio huius Stellæ Borea eſt,idcirco aufero hanc Aſcenſionalem differentiam ab Aſcenſione recta ipſius Stellæ,quæ per decimum Problema huius dabatur graduum 40.38'.15". & prodit obliqua Stellæ Aſcenſio grad.345.31'.33". Eandem Aſcenſionalem differentiam addo ipſi Aſcenſioni rectæ, & conſiatur obliqua deſcenſio eiuſdem Stellæ gr.95.44'.57".

PROBLEMA XXI.

Punctum Eclipticæ cum, quo Stella qualibet oritur, vel occidit, ſub quauis Eleuatione Poli deprahendere.

NEceſſe eſt ad punctum Eclipticæ venandum, cum quo Stella quælibet exoritur, vel occidit, vt per Problema præcedens in promptu habeas obliquam Stellæ Aſcenſionem, vel deſcenſionem; nam hac mediante & Poli eleuatione, per decimumquintum Problema Sexti huius adinuenies punctum Eclipticæ ei debitum; quod ſanè punctum erit illud idem, cum quo Stella exoritur, ſi data fuerit obliqua Aſcenſio, vel cum quo Stella occidit, ſi data erit obliqua deſcenſio.

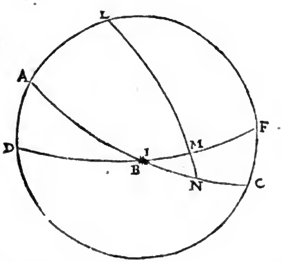
PROBLEMA XXII.

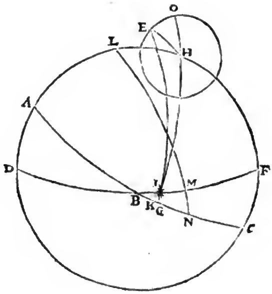
Interuallum Eclipticæ apparitionis, vel occultationis Stellæ cuiuslibet perſcrutari ſub quouis Horizonte.

INteruallum apparitionis Stellæ cuiuſuis aut occultationis dupliciter capi poteſt. Primò quidem interuallum apparitionis dicitur arcus Eclipticæ Soli, & Stellæ primùm apparenti interiacens. Interuallum verò occultationis eſt eiuſdem Eclipticæ arcus, qui compræhenditur inter Solem, & Stellam incipientem occultari. Secundò verò interuallum apparitionis ſeu occultationis capitur pro illo Eclipticæ arcu, qui inter Solem & Horizontem clauditur, dum Stella Horizontem contingens apparere, vel occultari incipit. Pertinet verò hoc Problema ad ortus, vel occaſus Planetarum,& Stellarum fixarum heliacos determinandos, qui reſpectu Solis & Horizontis fiunt, de quibus in primis Elementis Sphæricis diſſeritur. Enimuerò Planetæ omnes,ac Stellæ fixæ eandem Diſtantiam indifferenter à Solæ, vel ab Horizonte non expoſcunt, vt primùm apparere, vel occultari poſſint, ſed triplici ratione hæc Diſtantia variatur, nempe penes Stellarum magnitudinem & lumen, reſpectu varietatum Horizontum, atque etiam ratione inæqualium Aſcenſionum,& deſcenſionum ſingularum Zodiaci partium ſub quocunque Horizonte. Qua de re ſtudioſus conſulet Propoſitionem Vndecimam libri Octaui Epitomes in Almajeſtum Ptolemæi Ioannis Regiomontani, & ſequentes eiuſdem propoſitiones. Nos autem nunc trademus certum calculum ex doctrina Triangulorum Sphæricorum, quo huiuſmodi ortus, vel occaſus heliacos tutò ac promptè valeamus determinare. Exponemus itaque primo hęc diagrammata, quæ omnem apparitionum, & occultationum Stellarum varietatem exprimant, ſitque Meridianus circulus A L F C, medietas Eclipticæ A B C, Horizontis medietas D B F, in cuius puncto I locetur Stella primùm mane apparens aut veſperi, vel in ipſa Ecliptica, vel extra ipſam: Polus Mundi ſit H, à quo per centrum Stellæ deſcendat circulus Declinationis H I K, & Eclipticæ Po-

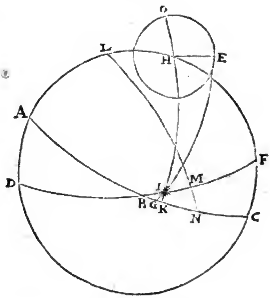
lus

Digitized by Google





lus intelligatur eſſe in E, vt arcus H E ſit Polorum Diſtantia, & E O circulus Arcticus: per Eclipticæ autem Polum, & dictam Stellam tranſeat circulus Latitudinis E I G. Præterea ſit Sol ſub Horizonte occultatus in puncto N, & à vertice Regionis L deſcendat circulus magnus Verticalis L M N per Solem ipſum, cuius portio M N, quæ inter Horizontem & Solem concluditur, dicitur arcus viſionis, qui pro ſingularum Stellarum Fixarum magnitudine ac pro ſingulis Planetis variabilis eſt. Depræhenſus autem fuit à Ptolemæo, ac limitatus, vt in hac tabella exprimitur.



Arcus viſionis						
Planetarum	*G*	*M*		*Stellarum Fixarum magnitudinis*	*G*	*M*
Saturni	11	0		*prima*	12	0
Iouis	10	0		*ſecunda*	13	0
Martis	11	30		*tertia*	14	0
Veneris	5	0		*quarta*	15	0
Mercurij	10	0		*quinta*	16	0
				ſexta	17	0
				minutiſſima	18	0

Propo-

Digitized by Google

Proponimus autem nunc ex dicto viſionis arcu M N dato, quippe qui ob magnitudinem Stellę datam prodit ex ſuperiore tabella, atque ex Longitudine, & Latitudine Stellæ explorare vel interuallum occultationis ſeu apparitionis G N (in arcu quidem Zodiaci cadente inter Solem, & verum locum Stellę) vel potiùs interuallum emerſionis ſeu occultationis B N numerandum in arcu eiuſdem Zodiaci inter Solem, & punctum Eclipticæ, cum quo Stella exoritur aut occidit. Nos autem vtrumq; adinuenire docebimus, & priuſquam ad vlteriora procedamus, monendum duximus, differentiam eſſe inter operandum cum Stella reperitur in Ecliptica, vel cùm Latitudinem ab Ecliptica poſſidet.

Primus Caſus.

Cum Stella reperitur in Ecliptica.

Congruit huic primo caſui primum ſchæma præcedens, in quo ſtatuitur Stella in puncto I Eclipticæ, quod tunc in Horizonte iacet. Oportet itaq; explorare per tertium Problema Sexti huius angulum M B N, quem cum Horizonte facit Ecliptica in centro Stellæ, quo mediante, & arcu viſionis M N conuenienti magnitudini Stellæ dabitur per quintum Problema Tertij huius Eclipticæ portio A D inter Solem, & Stellam in Oriente, vel Occidente inuentam concluſa. Hoc tamen diſcriminis obſeruandum eſt, quòd quando interuallum pro apparitione, vel occultatione matutina quæritur, oporteat adinuenire per tertium Problema Sexti angulum Eclipticæ & Horizontis à parte Orientis apud locum Stellæ exiſtentis in Ecliptica. Sed quando interuallum pro apparitione, vel occultatione veſpertina explorandum eſt, tunc angulus Eclipticæ & Horizontis, qui fit apud Stellam in Occidente, cognoſcendus eſt.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli Eclipticæ & Horizontis, qui in centro Stellæ fit, ita Sinus arcus viſionis Stellæ ad Sinum arcus Eclipticæ apparitionis aut occultationis eius.

Exemplum.

Ponamus Stellam Martis obtinere in Longitudine gradus 18.0′. ♉ abſque vlla Latitudine, & oporteat cognoſcere, quantus Zodiaci arcus inter ipſum Martem in Horizonte conſtitutum, & Solem nondum ortum intercedere debeat ad hoc, vt incipiat apparere. Ex tertio itaque Problemate Sexti huius adinuenio angulum Eclipticæ, & Horizontis à parte Orientis grad. 26.0′. & ex ſuperiore tabella patet, arcum viſionis Martis eſſe grad. 11.30′. Quare ſic ordino calculum.

	G M S		
Angulus Eclipticæ, & Horizontis:	26 0 0	2 2 8 1 1 7	*Secans eius ſecunda.*
Arcus viſionis.	11 30 0	1 9 9 3 7	*Sinus eius.*
Arcus Zodiaci quæſitus	27 3 0	4 5 4 8 0	*Sinus proueniens.*

Eſt itaque interuallum apparitionis matutinæ Martis graduum 27.3′. quod additum loco ipſius in grad. 18.0′. ♉ prouenit locus Solis graduum 15.3′. ♊. Quare Sole hunc Zodiaci locum occupante, incipiet Mars mane videri in grad. 18.0′. ♉.

Quòd ſi occultationem veſpertinam eiuſdem Martis adinuenire volueris, neceſſe eſt, vt adinuenias angulum Eclipticæ & Horizontis ad Occidentem, qui profectò ex tertio Problemate Sexti huius dabitur gr. 58.28′. cum quo, & cum eodem arcu viſionis definies dictum interuallum eodem modo, vt hic.

	G M S		
Angulus Eclipticæ, & Horizontis Occiden.	58 28 0	1 1 7 3 2 5	*Sinus eius ſecunda.*
Arcus viſionis.	11 30 0	1 9 9 3 7	*Sinus eius.*
Interuallum apparitionis veſpertinæ Martis	13 31 28	2 3 3 9 1	*Sinus proueniens.*

Interuallum hoc nunc inuentum graduum 13.31′.28″. auferatur à loco Martis grad. 18.0′. ♉ & pateſiet locus Solis, quem debet occupare, vt Mars efficiat hunc occaſum heliacum, nimirum in gr. 4.38′.32″. ♉.

II. MODVS *Per Proſtaphæreſin.*

Facta commutatione anguli Eclipticæ & Horizontis in arcum arealem quarti ordinis, ingrediendo in calce & à dextro latere, abſoluitur Proſtaphæreſis, vt hic in eodem Exemplo vides.

Arcus

Digitized by Google

	G M S		
Arcus viſionis	11 30 0		
Angulus Eclipticæ & Horizontis commu-	6 44 17	*tatus ex quarto ordine.*	
Differentia	4 45 43	9 9 6 5 4 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	18 14 17	9 4 9 7 6 5	*Sinus eius ſecundus.*
		4 6 7 8 3	*Differentia Sinuum.*
Interuallũ apparitionis veſpertinæ Martis	13 31 28	2 3 3 9 1	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per arealem introitum in Generalem Tabulam.*

CApe vel in fronte, vel à latere ſiniſtro angulum Eclipticæ & Horizontis, & arealiter arcum viſionis. & in vno ex dictis lateribus habebis Interuallum apparitionis, vel occultationis quæſitum.

Vt in dicto Exemplo compertis à ſiniſtro latere gradibus 58.28'. anguli Eclipticæ & Horizontis, & in area arcu viſionis graduum 11.30'. patet in fronte Interuallum quæſitum graduum 13.31'. vt priùs.

IV. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

ACcipe in calce Tabulæ ſecundæ Primi Mobilis angulum Eclipticę & Horizontis, & à latere ſiniſtro arcum viſionis, atq; in area obtinebis dictum Interuallum.

Vt in noſtro Exemplo capio in calce angulum 58.28'. & à latere ſiniſtro arcum viſionis graduum 11.30'. & ex area colligo gradus 13.31'. vt priùs, pro Interuallo apparitionis matutinæ Martis.

Secundus Caſus.

Cum Stella obtinet Latitudinem.

CVm Stella Latitudinem ab Ecliptica ſortitur, negotium adinueniendi Interuallum hoc apparitionis vel occultationis tam matutinæ, quàm veſpertinæ, ſuperiore multò intricatius eſt, & longiore labore indiget. Sub duplici igitur forma à nobis tradetur; primò enim adinuenire docebimus Interuallum apparitionis aut occultationis BN in arcu Zodiaci, qui inter Solem ſub terra latentem & punctum B, cum quo Stella exoritur vel occidit, includitur. Poſtea illum Zodiaci arcum GN, qui inter Solem ſubterraneum, & verum locum Stellæ clauditur, cognoſcere ſtudebimus. Subſeruiunt autem huic ſecundo caſui reliqua duo diagrammata poſt primum paulò ante data.

Prima Forma.

Si Interuallum apparitionis, vel occultationis matutinæ Stellæ cuiuſpiam habere optaueris, diſces primò ex Problemate vigeſimo huius Eclipticæ punctum, cum quo Stella propoſita exoritur ad Eleuationem Poli datam. Secundò cum hoc Eclipticæ puncto colliges per tertium Problema Sexti huius angulum, quem efficit Ecliptica cum Horizonte in illo puncto: atq; cum hoc angulo, & arcu viſionis addiſces, vt in primo caſu, arcum Zodiaci, qui inter Solem nondum ortum, & punctum, cum quo Stella oritur, debet intercedere; ad hoc, vt ipſa Stella mane videri primùm, vel occultari debeat.

Sed ſi Interuallum apparitionis, vel occultationis veſpertinæ libuerit cognoſcere, colliges ex eodem ſecundo Problemate huius Eclipticæ punctum, cum quo Stella occidit, & ex tertio Problemate Sexti angulum Eclipticæ & Horizontis ab occidente, qui fit apud ipſum punctum, cum quo Stella occidit, & eodem modo, ſicut ſupra, auxiliante arcu viſionis Stellæ inueſtigabis, quantus Zodiaci arcus claudatur inter Solem, & punctum Eclipticæ occaſus ipſius Stellæ: quæ omnia exemplis fient clariora.

Exemplum Primum.

LIbeat cognoſcere Interuallum apparitionis matutinæ Stellæ illius, quæ dicitur Caput Meduſæ; quam Stellam cognouimus ſupra Probelmate vigeſimo huius exoriri ſub Polo graduum 45. cum gradib. 2.54'. ♓, apud quod punctum adinuenio ex Problemate tertio Sexti huius fieri angulum Eclipticæ & Horizontis in Oriente graduum 22.50'. Præterea arcus viſionis huius Stellæ datur ex ſuperiore tabella grad. 13. cùm ſit è Stellis ſecundæ magnitudinis: ſic igitur prodit quæſitum Interuallum.

Angulus Eclipticæ & Horizontis	22 50 0	2 5 7 6 9 8	*Secans eius ſecunda.*
Arcus viſionis	13 0 0	2 2 4 9 5	*Sinus eius.*
Interuallum quæſitum	35 25 45	5 7 9 6 9	*Sinus proueniens.*

Hunc

Digitized by Google

Hunc itaq; inuentum arcum Zodiaci grad.35.25'.45". addo puncto exortus ipſius Stellæ gr.2.34'. ♓, & producitur verus locus Solis gr.8.19'.45". ♈ quem debet obtinere, vt hæc Stella primùm è radijs Solaribus libera mane incipiat apparere.

Exemplum Secundum.

NVnc autem de occultatione veſpertina eiuſdem Stellæ dicamus; Ex Problemate itaq; Vigeſimo huius patuit, occaſum huius Stellæ fieri cum gradibus 12.31'. ♊ apud quem gradum fit angulus Eclipticæ & Horizontis ad Occidentem graduum 47.25'. vt per tertium Problema Sexti huius patet: quare dabitur ex his, ſicut ſupra, Interuallum occultationis, vt hic vides.

	G	M	S		
Angulus Eclipticæ & Horizontis	47	24	0	135815	*Secans eius ſecunda.*
Arcus viſionis	13	0	0	22495	*Sinus eius.*
Interuallum quæſitum	17	47	21	30551	*Sinus prouenıens.*

Interuallum modo inuentum graduum 17.47'.21". aufero à puncto Eclipticæ, cùm quo Stella occidit, & prodit locus Solis, quem debet poſſidere, vt prædicta Stella huiuſmodi occaſum heliacum habeat, nempe grad.25.4'. ♉.

Per Proſtaphæreſin, & per Generalem Tabulam, necnon per Tabulam ſecundæ Analogiæ tractari poteſt hæc prima forma ſecundi caſus, ſicut ſupra tractauimus primum caſum: quare iudicamus non eſſe neceſſarium, eadem hic repetere.

Secunda Forma.

Alterum nunc Eclipticæ arcum GN inueſtigare volumus, qui erit vel apparitionis, vel occultationis, & addetur, vel auferetur à loco vero Stellæ, vt locus Solis prodeat efficientis talem heliacum ortum, vel occaſum.

Inueniatur itaq; per Sextum Problema huius angulus, quem efficit Ecliptica cum Horizonte, dum Stella ipſum Horizontem occupat, qualis eſt MBN in ſuperioribus diagrammatibus exiſtente Stellâ in I; qui ſanè angulus obtineri nequit, niſi prius explorentur alij anguli, vt inibi patet, & nunc ſummatim repetemus. Illo ipſo namq; angulo mediante, & arcu viſionis MN cognoſcetur, ſicut in præcedentibus diximus primò latus BN in Triangulo Rectangulo BMN reſpondens Interuallo Eclipticæ inter Solem ſub terra latentem, & punctum B ignotum, cum quo Stella exoritur aut occidit. Deinde ſecundò ex eodem angulo Eclipticæ & Horizontis, qui fit ad B, & cum Latitudine Stellæ IG elicietur per decimumquintum Problema Tertij Eclipticæ arcus BG Diſtantiæ puncti Eclipticæ, cum quo Stella exoritur vel occidit, & veri loci eiuſdem Stellæ. Qui profectò arcus conferendus eſt cum priore arcu Diſtantiæ Solis, & puncti orientis, vel occidentis, & facta minoris de maiore ſubtractione, ſi Stellæ Latitudo Borealis fuerit, vel vtriuſq; additione, ſi Auſtrina, vtroque modo prodit Eclipticæ arcus cadens inter verum locum Stellæ primum apparentis aut occultari incipientis, & verum locum Solis: qui poſtremò in matutinis apparitionibus, vel occultationibus addendus eſt vero Stellæ loco, vt prodeat verus locus Solis; ſed in veſpertinis apparitionibus, vel occultationibus auferendus eſt à vero Stellæ loco, vt itidem verus locus Solis innoteſcat, ſicut ſupra.

Cæterùm pro habendo angulo Eclipticæ & Horizontis, cùm Stella in ipſum incidit, tria Inuenta requiruntur; primum eſt angulus HIF circuli Declinationis cum Horizonte, ſecundum eſt angulus EIH à circulo Latitudinis cum circulo Declinationis Stellę; tertium eſt angulus EIF, vel BIG, quem facit circulus Latitudinis cum Horizonte; quę ſanè Inuenta obtinebũtur ope Problematis Tertij, Quarti, & Quinti huius. At ſecundum Inuentum promptiùs haberi poterit per ſeptimum Problema Tertij huius ex Declinatione Stellæ cum angulo circuli Latitudinis Stellæ, & Aequatoris, quem Problema Primum huius docet adinuenire.

Exemplum Primum de Matutino exortu Heliaco Capitis Meduſæ.

STella hæc ad Latitudinem graduum 45. vt ſupra à nobis annotatum fuit, habet Longitudinem grad.20.37'. ♉ & Latitudinem graduum 22.22'. Boream: Declinationem verò graduum 39.21'.40". itidem Boream.

Primò igitur per Problema Quartum huius adinuenio angulum, quem facit circulus Declinationis cum Horizonte ad Latitudinem grad.45. & hic eſt grad.66.8'.35". cui nomen datur Inuentum primum. Secundò inquiro ex Tertio Problemate huius angulum, quem in centro huius Stellæ faciunt circulus Declinationis, & circulus Latitudinis, nempe graduum 19.7'.8". eſtq; ſecundum Inuentum. Tertiò iuxta doctrinam Quinti Problematis huius ex his duobus Inuentis conficio Inuentum tertium ex vtriuſq; additione, hoc eſt ex angulo circuli Latitudinis Stellæ

& Hori-

Digitized by Google

& Horizonte, erit gr. 85.15'.43". Quartò per Sextum Problema huius ex hoc tertio Inuento. & Latitudine ipſius Stellæ, quæ eſt graduum 22.22'. exploro quartum Inuentum grad. 22.50'.16". nempe angulum Eclipticæ & Horizontis, dum Stella occupat Horizontem Orientalem. Quintò mediante hoc quarto Inuento, & arcu viſionis ipſiuſmet Stellæ, qui datur grad. 13. inueſtigo quintum Inuentum graduum 35.26'.45". ſicut etiam fecimus ſupra in priore forma, & hic eſt arcus Eclipticæ cadens inter Solem & Orientem. Sextò ex eodem angulo Eclipticæ & Horizontis graduum 22.50'. quem vocauimus Inuentum quartum. & ex Latitudine Stellæ colligo per decimumquintum Problema Tertij, arcum inter verum locum Stellæ, & Orientem concluſum, vt hic vides, quem quidem ſextum Inuentum neceſſariò dicimus.

PRIMO *Per Sinus, Tangentes, & Secantes.*

	G M S		
Angulus Eclipticæ & Horizontis	22 50 16	2 3 7 4 4 8	*Tangens eius ſecunda.*
Latitudo Stellæ	22 22 0	4 1 1 4 9	*Tangens eius.*
Arcus inter verum locum Stel. & Ori. concl.	77 43 0	9 7 7 0 7	*Tangens proueniens.*

SECVNDO *Per Tabulam quartæ Analogiæ.*

SVme Latitudinem Stellæ grad. 22.22'. in fronte Tabulę quartę Analogię, & a dextro latere angulum Eclipticę & Horizontis grad. 22.50'. & habebis in area arcum iam dictum graduum 77.46'.

Inquiſitio ſexti Inuenti ſupradicti aliter.

SEd, & eundem arcum faciliùs forſans obtinebimus ex eodem angulo Eclipticæ & Horizontis, & angulo circuli Latitudinis cum Horizonte, ideſt ex tertio, & quarto Inuentis, per Sextum Problema Tertij, altero horum modorum.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Inuenti quarti, ita Sinus ſecundus tertij Inuenti ad Sinum ſecundum arcus concluſi inter verum locum Stellæ & Orientem, vt hic cernis.

Inuentum 4. ſeu ang. Eclipticæ, & Horizon.	22 50 16	2 5 7 6 4 9	*Secans eius ſecunda.*
Inuent. 3. ſeu ang. circuli Lat. cum Horizon.	85 15 43	8 2 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus quæſitus	77 43 0	2 1 2 7 7	*Sinus ſecundus proueniens.*

II. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

SVme tertium Inuentum a latere dextro dictæ Tabulæ, & quartum Inuentum in calce, & area dabit tibi complementum arcus quæſiti.

Vt in dicto Exemplo comperiendo à latere dextro gradus 85.16'. & in calce gradus 22.50'. patent in area graduus 12.17'. cuius numeri complementum eſt graduum 77.43'. ſicut ſupra.

Poſtremò ab hoc ſexto Inuento aufero Inuentum quintum graduum 35.26'. eo quòd Stella obtinet Latitudinem Boream, & prouenit arcus graduum 42.20'. quem ab initio inuenire propoſuimus, qui ſcilicet clauditur inter verum locum Stellæ & Solis. Hic autem auferendus eſt à vero Stellæ loco, quod ipſa Stella magis recedat ab ortu, vt indicat ſextum Inuentum, & producitur verus locus Solis in grad. 8.20'. ♈. Vnde pronuncio hanc Stellam Capitis Meduſæ Heliacè exoriri, cùm ipſa attigerit Horizontem Orientalem, dum Sol gradus 8.20'. ♈ obtinuerit.

Exemplum Secundum de veſpertino occaſu Heliaco eiuſdem Capitis Meduſæ.

NOn differt hæc operatio de occaſu veſpertino Heliaco definiendo, quo ad priora duo Inuenta; ſed obſeruatur diſcrimen in tertio, & quarto Inuentis.

Primo enim, ſicut in quinto Problemate huius admonuimus, per ſubtractionem ſecundi Inuenti gr. 19.7'.8". à primo Inuento gr. 66.8'.35". producitur Inuentum tertium graduum 47.1'.27". ideſt angulus circuli Latitudinis, qui cum circulo Horizontis in centro Stellæ fit ab Occidente. Sed quartum Inuentum producitur à tertio hoc Inuento cum Latitudine Stellæ, vt in Sexto Problemate diximus, vbi notauimus ipſum pro hac Stella gr. 47.25'.17". eſtq́; angulus Eclipticæ & Horizontis ab Occidente. Similiter quintum, & ſextum Inuentum indagantur eadem forma, ſicut ſuperiùs in altero Exemplo diximus: nam ex ipſo quarto Inuento, & arcu viſionis Stellæ prodit Inuentum quintum graduum 17.47'.21". arcus ſcilicet Eclipticæ, qui comprehenditur inter Solem, & occaſum. Præterea ex quarto Inuento, & Latitudine Stellæ, ſeu potiùs ex tertio, & quarto Inuentis definio ſextum Inuentum, ſicut in præcedente Exemplo, vt hic.

Inuentum quartum	47 25 17	1 3 5 8 0 5	*Secans eius ſecunda.*
Tertium Inuentum	47 1 27	6 8 1 7 0	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus quæſitus	22 13 0	9 2 5 7 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

Digitized by Google

Ab hoc ſexto Inuento graduum 22.13'. aufero Inuentum quintum graduum 17.47'. & remanet arcus Eclipticæ concluſus inter verum Stellæ locum, & Solem graduum 4.26'. quem addo vero loco Stellæ graduum 20.37'. ♉ & producitur verus locus Solis graduum 24.3'. ♉. Quare pronuncio, fieri occaſum Heliacum huius Stellæ, dum ipſa fuerit in Occidente Sole occupante grad.24.3'. ♉.

PROBLEMA XXIII.

Altitudinem Stellæ cuiuſcunque ſupra Horizontem exiſtentis ad quoduis momentum ſub data Regionis Latitudine indagare.

AD eundem ferè modum, quo Altitudines Solis ſupra Horizontem ad horam datam ſupputantur, Stellarum quoq; Fixarum, ac reliquorum Planetarum Altitudines explorantur, nec aliud diſcrimen in his datur, niſi quod ad oblatum temporis momentum oportet cognoſcere ipſarum à Meridiano Diſtantiam penes arcum Aequatoris. Quod perquam facilè fiet, conferendo ſcilicet Aſcenſionem Rectam Stellæ cum Aſcenſione recta Medij Cœli inſtantis dati, & ſubducendo minorem de maiore, vt pateat Diſtantia à Meridiano ipſius Stellæ. Etenim ſi hæc Diſtantia à Medio Cœli accipiatur vice Diſtantiæ Solis à Meridiano, cùm eius Altitudo quærebatur, prodibit quidem ex calculo ipſius Stellæ ſupra Horizontem Altitudo.

Cæterùm inquirendum eſt diligenter priuſquam operatio hæc tractetur, ſitne Stella ipſa ſupra terram, an ſub terra, ne fruſtra laboremus; quòd vtique obtinebimus ope arcus ſemidiurni Stellæ, quem Problema decimunonum huius ſuppeditat, & ope Rectæ eiuſdem Aſcenſionis, ex qua patefit Diſtantia Stellæ à Meridiano citra, vel vltra Aequatorem. Intelligo autem Diſtantiam Stellæ à Meridiano citra, quoties Stella reperitur inter ortum & meridiem: ſed vltra, cùm fuerit intra Meridiem & occaſum. Si igitur Stellæ à Meridiano Diſtantia citra, vel vltra Meridianum, ideſt verſus ortum, vel occaſum fuerit minor arcu eius ſemidiurno, verſabitur quidem ſupra terram; ſi maior, infra.

Exemplum Primum. *Offeratur Caput Meduſæ ad diem 15. Martij anni 1600. hora octaua à Meridie, vt eius Altitudo ſupra terram tunc cognoſcatur ad Eleuationem Poli graduum 45. Huius Stellæ Declinatio dabatur Problemate Octauo huius graduum 39.21'.40". Borea, & Recta Aſcenſio ex Problemate Decimo grad.40.38'.15". Differentia quoque Aſcenſionalis eiuſdem ex Problemate Decimonono huius patuit graduum 55.6'.42". quæ Quadranti adiecta patefacit eius arcum ſemidiurnum graduum 145.6'.42". Præterea locus Solis ad idem momentum eſt graduum 25.0'.51". ♓, cui reſpondet Recta Aſcenſio graduum 355.25'. huic addo gradus 120. Aequatoris, qui congruunt horis 8. & fit Recta Medij Cœli Aſcenſio graduum 115.25'. quam confero cum Recta propoſita Stellæ Aſcenſione, & minore numero de maiore ſubtracto, reſtat Diſtantia Stellæ à Meridiano graduum 74.46'.45". verſus occaſum, ſeu vltra Medium Cœli: quæ quoniam minor eſt arcu Stellæ ſemidiurno, indicio eſt, Stellam propoſitam extare ſupra Horizontem. Quare ad eius Altitudinem indagandam ſic procedo ad inſtar eorum, quæ in Sole propoſuimus Problemate Octauo Tertij, ſequendo ſcilicet Primum modum prima forma illius.*

	G	M	S		
Verus locus Solis ad horam datam in ♓	25	0	11		
Recta eius Aſcenſio	355	25	0		
Arcus Aequatoris pro horis 8	120	0	0		
Aggregatum	475	25	0		
Integer circulus ſubtrahendus.	360	0	0		
Aſcenſio Recta Medij Cœli	115	25	0		
Aſcenſio Recta Stellæ	40	38	15		
Diff. vtriuſq; ideſt Diſt. Stellæ à Mer. citra	74	46	45	96492	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus, qui dicitur Inuentum primum	46	58	34	68230	*Sinus ſecundus prodiens.*
				136787	*Secans ſecunda primi Inuenti.*
				70711	*Sinus ſecundus Eleuationis Poli.*
Inuentum ſecundum, ideſt Radix Altitudin.	14	42	30	96723	*Sinus ſecundus prodiens.*
Declinatio Stellæ Borea addenda	39	21	40		
Diff. ſeu Inuentum 3, ideſt Argu. Altitudinis	54	4	10	80973	*Sinus eius.*
Inuentum primum, vt ſupra	46	58	34	73107	*Sinus eius.*
Altitudo Stellæ quæſita	36	17	50	59197	*Sinus proueniens.*

Exemplum Secundum. *Data ſit nunc Spica Virginis ad diem 26. Nouembris anni eiuſdem 1600. ad horam 18. P. M. quo momento Sol obtinet locum in Zodiaco in gradib. 4.54'. ♐ cui debetur Recta Aſcenſio grad. 242.56'. Huic addo Aequatoris arcum horis 18. congruum, nempe graduum 270. Quibus adiectis ad Rectam Solis Aſcen-*

lis Aſcenſionem, conſtatur poſt abiectionem integri circuli Recta Medij Cœli Aſcenſio graduum 152.56'. qua ſublata à Recta Stellæ Aſcenſione producit Diſtantiam dictæ Stellæ à Meridiano verſus Ortum. Qua patefacta ad Eleuationem Poli graduum 44. ſupputo huius Stellæ Altitudinem iuxta tertium modum Tertiæ formæ dicti Problematis octaui Tertij huius, vt in hoc calculo conſpicere licet.

	G M S		
Verus locus Solis ad horam 18	4 54 ♐		
Recta eiuſdem Aſcenſio	242 56 0		
Arcus Aequatoris pro horis 18	270 0 0		
Aggregatum	512 56 0		
Integer circulus demendus	360 0 0		
Aſcenſio Recta Medij Celi	152 56 0		
Aſcenſio Recta Stellæ	196 4 0		
Diff. ideſt Diſtantia à Meridiano citra	43 8 0		
Altitudo Poli	44 0 0		
Complementum eius	46 0 0		
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 8		
Altitudo Stellæ Meridiana	36 58 52	6 0 1 5 5	*Sinus eius.*
Depreſſio eiuſdem	55 1 8	8 1 9 3 4	*Sinus eius.*
		1 4 2 0 8 9	*Aggregatum Sinuum.*
		7 1 0 4 4	*Dimidium.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano	43 8 0	2 7 0 2 4	*Sinus eius verſus.*
		1 9 1 9 9	*Productum ſubtr. à Sinu Altitud. Meridia.*
Altitudo Stellæ ad horam datam	24 10 38	4 0 9 5 6	*Sinus proueniens.*

PROBLEMA XXIV.

Azimuth Stellæ, ideſt Diſtantiam Stellæ Horizontalem à circulo Verticali, vel à Meridiano omni temporis momento inueſtigare.

AD inſtar eorum quæ de Sole diximus Problemate Vigeſimoquarto Septimi libri inueſtigari poteſt Azimuth Stellæ, ideſt Diſtantia eius Horizontalis ab ortu vero, vel occaſu, & hoc ſanè per datam ipſius Stellæ Declinationem, Altitudinem ſupra Horizontem, atque à Meridiano Diſtantiam, quæ duo poſteriora dantur ex præcedente Problemate. Non eſt igitur neceſſe, vt multum hic immoremur, ſed potiùs Exemplorum adducta ſupputatione, & primum modum dicti Vigeſimiquarti Problematis ſequentes, obiter tranſeamus.

Exemplum Primum. *Lubeat exquirere Azimuth Capitis Meduſæ ad diem 15. Martij anni 1600. & ad horam octauam à Meridie in Latitudine loci graduum 45. Ad quod temporis momentum ex præcedente Problemate innotuit Diſtantia à Meridiano huius Stellæ grad. 74.46'.45''. verſus occaſum; & Altitudo ſupra Horizontem graduum 36.17'.50''.*

Diſtantia Stellæ à Meridiano	74 46 45	9 6 4 9 2	*Sinus eius.*
Declinatio eiuſdem Borealis	39 21 40	7 7 3 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
		7 4 6 0 4	*Inuentum primum.*
Altitudo Stellæ ſupra Horizontem	36 17 50	1 2 4 0 7 6	*Secans eius.*
Azimuth Stellæ verſus occaſum	22 14 0	9 2 5 6 6	*Sinus ſecundus proueniens.*

Exemplum Secundum. *Accipiamus nunc Spicam Virginis, cuius Diſtantiam à Meridiano explorauimus Problemate præcedente graduum 43.8'. & Altitudinem ſupra Horizontem graduum 24.10'.38''. & hoc ad diem 26. Nouembris anni 1600. ad horam 18. poſt Meridiem.*

Diſtantia Spicæ Virginis à Meridiano	43 8 0	6 8 3 7 0	*Sinus eius.*
Declinatio eiuſdem Meridiana	0 1 8	9 8 7 6 4	*Sinus eius ſecundus.*
		6 7 5 2 5	*Inuentum primum.*
Altitudo Stellæ ſupra Horizontem	24 10 38	1 0 9 6 1 5	*Secans eius.*
Azimuth Spicæ Virginis	42 15 12	7 4 0 1 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI, MATHEMATICARVM In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris,

PRIMI MOBILIS LIBER NONVS,

QVI AGIT DE RADIORVM PROIECTIONIBVS, ET DE DIRECTIONIBVS.

Præfatio.

ERIT hic liber verum fundamentum Tabularum Directionum tam Regiomontani, quàm noſtrarum, ideoq; hic ſeparatim à ſuperioribus libris Problemata illa adferemus, per quæ Directiones omnes cuiuſcunque cœleſtis ſchematis ſine Tabulis etiam, licet laborioſè, poſſint abſolui. Erit autem vſus horum Problematum in Aſtrologia, quam dicunt; Iudiciaria, cuius profectò nulla foret vtilitas, niſi tempora euentum determinarentur. Quare Directio nihil eſt aliud, quàm determinatio temporis, quo Significator aliquis fertur ad Promiſſorem, hoc eſt, reſpectu arcus Aequinoctialis motu diurno labentis, dùm Promiſſor aſſequitur proprium Significatoris ſitum: qui ſitus definitur vel horis temporalibus, ſeu temporibus horarijs, vel arcubus poſitionum per communes Horizontis & Meridiani interſecationes tranſeuntibus. Duplex igitur Directionum eſt forma, prima quidem, quam Ptolemæi eſſe aiunt, per horaria tempora; altera verò ab Abrahamo Auenare tradita, & à Regiomontano renouata, qui illam Rationalem dixit, & verè quidem Rationalem, hoc eſt firmis fundatam rationibus, alijsq; omnibus modis magis Geometricam: atque hæc quidem, mediante Magno Canone, per Triangula Sphærica commodè abſoluitur, ſitumq; poſitionis ipſius Significatoris imprimis inquirit, hoc eſt quot graduum ſit Poli ſupra illum poſitionis circulum Eleuatio, ſiue quantus ſit arcus Aequinoctialis inter circulum poſitionis, & Meridianum comprahenſus, vt inde arcus Aequatoris aſcendens, vel deſcenden innoteſcat, interea dum Promiſſor fertur ad dictū circulum poſitionis ipſius ſignificatoris. Qui circulus cùm diuerſa ratione poſſit inquiri, non ab re duximus omnes illum inueſtigandi modos proponere; imò ex hac noſtra ſpeculatione, & caſuum varietate in fundamentum Geometricum, quo Tabulam poſitionum Generalem ad omnes Eleuationes Polares conſtruximus, ſumma cum animi voluptate incidimus. Quæ res ſi Regiomontano fuiſſet cognita, fruſtra particulares poſitionum Tabulas conſcripſiſſet. Hucq; etiam adiecimus, ad alterius Tabulæ imitationem, aliam quandam pro Ptolemæi opi-

nione

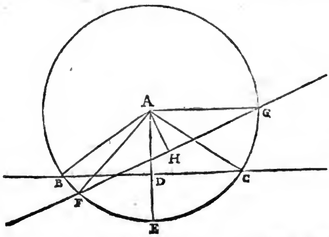
Digitized by Google

nione, quæ temporibus horarijs Planetarum, ac Stellarum inſeruiret; vt illis etiam, qui hunc dirigendi modum ex Ptolemæi mente veriorem eſſe ſuſpicantur; aliqua ratione ſatisfieret; atque ambæ hæ Tabulæ in noſtro Directionum volumine reperiuntur. Cæterùm potuiſſem huic Nono Primi Mobilis libro inſerere nonnulla etiam Problemata pro cœleſti figura conſtruenda, ſola Triangulorum Sphæricorum ope, ſed adeò laborioſa talis extitiſſet conſtructio, vt nullius fuiſſet vſus; tum verò maximè, quod non ita pridem (præter Tabulas cœleſtium domorum tam in noſtris quàm in aliorum Ephemeridibus vbiuis obuias) prodierunt in lucem dictæ noſtræ Directionum Tabulæ, in quibus omnes figuras cœleſtes facillimè erigendi modos, dilucidè explicantur.

PROBLEMA I.

Radiorum proiectionem rationabiliter tam in Ecliptica, quàm in Aequatore determinare.

DE radiorum proiectionibus ſermonem habuimus prolixum ſatis in noſtro Tabularum Directionum volumine; vbi duo radiationum genera vtilia ad Aſtronomiam recenſuimus, nimirum in Ecliptica vnum, & illud ex communi omnium opinione, & in Aequatore alterum, & hoc quidem ſecundum mentem noſtram. In hoc autem Problemate nunc docere volumus, quomodo ex doctrina Triangulorum indagari poſſint puncta tum Eclipticæ tum Aequatoris, vbi deſinant Sextiles radiationes Planetæ aut Stellæ Fixæ, necnon & Trigonæ. Nam in Quadratis radiationibus determinandis nullus eſt labor, cùm eæ ſemper ad Eclipticæ puncta pertingant, quæ à Longitudine Stellæ radiantis 90. gradib. tum antè tum poſt diſtant; tametſi Stella Maximam ſortita fuerit tum ab Ecliptica, tum ab Aequatore euariationem. Præterea nec de oppoſita radiatione dubium relinquitur, cùm ea incidat ſemper in oppoſitam Zodiaci Longitudinem cum Latitudine contraria ad totidem partes. Eſto itaq; Stella quæpiàm in puncto A, ſuper quo deſcriptus intelligatur tanquam ſub Polo ſeu centro circulus B E C ad interuallum radiationis Hexagonæ, nimirum gr. 60. vel Trigonæ grad. 120. Secundum hunc igitur circulum determinatur vniuerſa Hexagona, vel Trigona radiatio ipſius Stellæ, quoniam in ſingulis punctis circumferentiæ ipſius terminatur ipſe radius. Ex omnibus autem hiſce punctis præſtatiora, & maximæ efficaciæ ſunt ea, in quibus circulus radialis ſecat tum Eclipticam, tum Aequinoctialem, ſi modo ſecat. Etenim ſi Stella obtinuerit Latitudinem ab Ecliptica maiorem gra. 60. radius ipſius Hexagonus ipſam Eclipticam non continget: ſic & ſi Stellæ Declinatio exceſſerit gr. 60. nulla eius fiet in Aequatore Hexagona radiatio. At ſi Stella obtinuerit præciſè Latitudinem grad. 60. vel Declinationem, tunc quidem aſpectus eius Hexagonus directè Eclipticam, vel Aequatorem in puncto Longitudinis ſuæ tangit. Si autem Diſtantia Stellæ ab Ecliptica, vel Aequatore minor fuerit grad. 60. circulus eius radialis Eclipticam, vel Aequatorem in duobus punctis ſecabit. Secet igitur hic dictus circulus Hexagoni radij Eclipticam in duobus punctis B, & C, atque etiam Aequatorem in duobus punctis F, & G. Tum à loco Stellæ A, ideſt centro dicti circuli cadant duo perpendiculares arcus, vnus quidem ad Eclipticam, qui ſit A D; & hic Eclipticæ portionem B C intra circulum radialem concluſam ſecabit per æqualia in puncto D, quod dicitur verus locus Stellæ in Longitudinem, & A D vera erit eiuſdem Latitudo, cùm ille arcus A D portio exiſtat circuli Latitudinis Stellæ. Alter autem arcus perpendicularis à loco Stellæ ad Aequatorem ſit A H, biſſecans Aequatoris portionem F G dicto circulo concluſam, vnde punctum H erit Recta ipſius Stellæ Aſcenſio, & A H erit eiuſdem Declinatio; dictus enim arcus A H portio eſt circuli Declinationis Stellæ. Cadant præterea ab eodem puncto A portiones magnorum circulorum A B, A F, A C, A G, quarum vnaquæq; gradus 60. complectetur, ſi dictus circulus fuerit pro Hexagona radiatione; vel grad. 120. ſi pro Trigona. Itaq; ſi ſucceſſio



ſignorum

ſignorum in Ecliptica fuerit à B verſus C, erunt quidem puncta B & F radiationes Stellæ dextræ, vna quidem in Ecliptica, altera verò in Aequatore: ſic & puncta C & G alterum in Ecliptica, alterum in Aequatore radiationes erunt ſiniſtræ eiuſdem Stellæ. Propoſuimus autem nunc primò ex Triangulorum doctrina adinuenire arcum Eclipticæ D C, qui additus vero loco Stellæ D, in Ecliptica manifeſtat punctum eius C, vbi definit dicta ſiniſtra radiatio: ex quo etiam patebit arcus ei æqualis D B, qui ſublatus à vero Stellæ loco D, relinquit terminum B alterius radiationis dextræ in Ecliptica. Deinde oportet etiam explorare arcum Aequatoris H G, qui additus rectæ Aſcenſioni Stellæ terminanti in H, manifeſtat terminum G Aequatoris, vbi definit ſiniſtra radiatio; ſicut & arcus F H ab eadem recta Aſcenſione demptus, relinquit arcum Aequatoris terminantem in F pro radiatione dextra.

In Triangulo itaq; Rectangulo Sphærico A D C, cùm ſit nota Baſis A C, quæ rectum ſubtendit angulum (eſt enim radius Hexagonus Stellæ, hoc eſt partium 60) & cùm detur latus A D, Latitudo ſcilicet Stellæ, dabitur ex octauo Problem. Tertij huius latus D C, quod eſt Eclipticæ portio numerata à vero loco Stellæ in D, vt prodeat Eclipticæ punctum C, vbi incidit Hexagonus radius.

Vel in Triangulo A H G ex Baſe A G nota graduum ſcilicet 60. & ex Declinatione A H Stellæ data, patebit per idem octauum Probl. arcus Aequatoris A G addendus Aſcenſioni rectæ Stellæ, quę terminat in H, vt prodeat arcus Aequatoris terminans in G, vbi eſt Sextilis radius. Cæterùm inuenta radiatione Sextili, tam in Ecliptica, quàm in Aequatore habetur etiam Trigona; incidunt enim in puncta oppoſita ſemper Sextilis radius ſiniſter, & Trigonus dexter, & contrà. Quinetiam ſi detraxeris à ſemicirculo radiationis Hexagonæ arcum, tam in Ecliptica quàm in Aequatore cōficies arcum Trigone.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes.*

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Secantem Latitudinis Stellæ, ita Sinus ſecundus arcus Hexagoni Sinum ſecundum arcus Eclipticæ inter verum locum Stellæ, & terminum radiationis Hexagonę in Ecliptica.

Vel fiat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Stellæ, ita Sinus ſecundus arcus Hexagoni ad Sinum ſecundum arcus Aequatoris inter rectam Aſcenſionem Stellæ, & terminum radiationis Hexagonæ in Aequatore.

Exemplum. *Sint indagāda radiationes Hexagonæ Sirij ſeu Canis Maioris tam in Ecliptica, quàm in Aequatore. Huius Stellæ datur Longitudo ad annum 1600 ſecundum Tychonem gra. 8. 35.′ ♋, cum Latitudine grad. 39. 30′. Auſtrina; eſtq; eius Declinatio gr. 16. 11′. Auſtrina, & recta Aſcenſio gr. 96. 53′. Vnde prodit talis ſupputatio.*

	G M S		
Latitudo Stellæ	39 30 0	1 2 9 5 9 7	*Secans eius*
Radiatio Hexagona	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus Eclipticæ	49 36 40	6 4 7 9 8	*Sinus ſecundus prodiens.*
Declinatio Stellæ	16 11 0	1 0 4 1 2 6	*Secans eius.*
Latitudo Stellæ eadem	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus Aequatoris	58 37 30	5 2 0 6 3	*Sinus ſecundus vltimò prodiens.*

Eclipticæ arcus grad. 49. 37′. primo Inuentus ſi fuerit additus Longitudini Stellæ grad. 8. 35′. ♋. emerget locus Hexagoni ſiniſtri eiuſdem Stellæ gra. 28. 12′. ♌. Contrà vero idem ſublatus à Longitudine manifeſtat Hexagonum dextrum in gr. 18. 58′. ♉. Deinde arcus Aequatoris vltimò Inuentus grad. 58. 37′. additus Aſcenſioni rectæ grad. 96. 53′. oſtendit Radiationem Hexagonam huius Stellæ ſiniſtram terminare in gr. 155. 30′. Aequatoris: idem verò ab eadem recta Aſcenſione ſublatus, relinquit grad. 36. 16′. Aequatoris, vbi incidit Hexagonus dexter radius. Quibus exploratis patent facilè radiationes Trigonæ tam in Aequatore, quàm in Ecliptica, atq; etiam quadrata, vt infrà.

	in Ecliptica			in Aequatore.	
Sirij aſpectus	*Sextilis*	28 12 ♌	*Siniſtri*	*Sextilis* 155 30	*Siniſtri*
	Quadratus	8 35 ♎		*Quadratus* 186 53	
	Trinus	18 58 ♍		*Trinus* 218 16	
	Trinus	28 12 ♒	*dextri*	*Trinus* 335 30	*dextri*
	Quadratus	8 35 ♈		*Sextilis* 6 53	
	Sextilis	18 58 ♌		*Quadratus* 38 16	

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

Commutetur Latitudo Stellæ vel Declinatio in arealem arcum Quarti ordinis Magni Canonis; cum quo numero commutato, & cum grad. 30. qui ſunt complementum radiationis Hexagonæ,

traſtabis

Digitized by Google

tractabis Proſtaphæreſin, vt aliàs præcipimus, & prodibit ex ea Sinus ſecundus arcus Eclipticæ numerandi à vero Stellæ loco ad terminum Hexagoni in Ecliptica, ſi Latitudo Stellæ fuerit in hoc calculo aſſumpta. Quòd ſi fuerit accepta Declinatio, Inuentus arcus ad Aequatorem pertinebit, eritq; numerandus à recta Stellæ Aſcenſione, vt emergat terminus Sextilis radiationis in Aequatore.

Exemplum. *Vt in ſuperiore Exemplo pro habendo tam arcu Eclipticæ, qui intercedit inter verum locum Stellæ, & Sextilis radij terminum, quàm arcu Zodiaci, qui cadit inter rectam Stellæ Aſcenſionem, & dictum radium in Aequatore, commuto datam Latitudinem & Declinationem in ſuos congruos numeros areales quarti ordinis: & calculum ſic expedio.*

	G M S		
Complementum arcus Sextilis	30 0 0		
Latitudo Stellæ commutata ex quarto ord.	7 26 46		
Differentia	23 33 14	9 2 3 5 2 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	37 26 46	7 9 3 9 2 5	*Sinus eius ſecundus.*
		1 2 9 5 9 5	*Relictum è ſubtractione*
Arcus Eclipticæ	49 37 0	6 4 7 9 8	*Dimiaium, id eſt Sinus.*
Complementum arcus Sextilis	30 0 0		
Declinatio Stellæ commutata ex 4. ordine	5 58 37		
Differentia	24 1 23	9 1 3 3 7 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	35 58 37	9 0 9 2 5 3	*Sinus eius ſecundus.*
		1 0 4 1 2 5	*Relictum è ſubtractione.*
Arcus Eclipticæ	58 37 0	5 2 0 6 3	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

SI ad Generalem Tabulam confugies, ſumẽdo in eius calce Latitudinem Stellæ, vel Declinationem, & arealiter in dicta columna gr. 30. habebis à dextro latere arcum quæſitum. Aut etiam ſumendo dictam Latitudinem vel Declinationẽ à latere dextro, & dictos gr. 30. in area, & in calce dabitur quæſitus arcus; qui ſanè ad Eclipticam pertinebit, ſi Latitudine: ad Aequatorem ſi Declinatione vſus fuiſti.

Vt in dato ſuperiore Exemplo, comperiendo à latere dextro Latitudinem gr. 39. 30'. & arealiter gra. 30. patent in calce Tabulæ gr. 49. 37'. qui arcus pertinet ad Eclipticam. Sed ingrediendo cum Declinatione gr. 16. 11'. ab eodem latere dextro, & arealiter cum gr. 60. conſpiciuntur in calce gr. 58. 37'. & hic eſt arcus ad Aequatorem pertinens, vt & in ſuperioribus modis.

IV. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

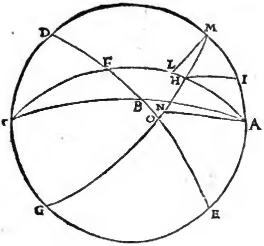
SEd promptiſſimè ex Tabula ſecundæ Analogiæ vterq; arcus elici poteſt, nam comperiẽdo in fronte Latitudinem gr. 39. 30'. & à latere dextro gra. 60. patet in area arcus Eclipticæ gr. 40. 23'. & hic eſt complementum quæſiti arcus. Deinde ingrediendo ſimiliter in fronte cum Declinatione gr. 16. 11'. & à dextro latere cum iiſdem gra. 60. patet in area complementum arcus ad Aequatorem pertinens graduum 31. 23'. Vnde Eclipticæ arcus eſt grad. 49. 37'. & Aequatoris arcus eſt grad. 58. 37'. cum quibus definiuntur in vtroq; circulo aſpectus, vt ſupra.

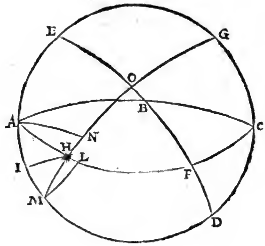
PROBLEMA II.

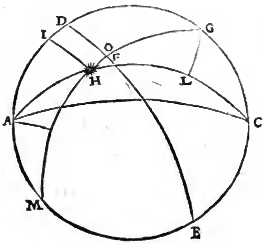
Data Poli eleuatione cum Declinatione Stellæ vel puncti Eclipticæ, ac eius à Meridiano Diſtantia angulum inclinationis circuli poſitionis per dictum punctum vel Stellam tranſeuntis ad Meridianum pateſacere; ſiue etiam arcum circuli Verticalis, inter Verticem & dictum poſitionis circulum concluſum inueſtigare.

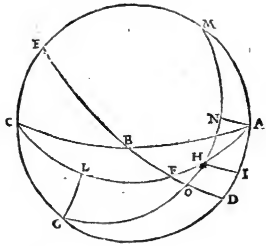
ESto Meridianus A G C E, dimidius Horizon Regionis A B C, dimidius Aequator D B E. Semicirculus verò poſitionis ſupraterraneus ſiue ſubterraneus intelligatur eſſe A H C tráſiens per communes ſectiones Horizontis & Meridiani, quæ ſunt A & C. Statuamus autem punctum Eclipticæ vel Stellam quampiam locari in puncto H, per quod & mundi Polos incedat magnus circulus G H M, qui dicti puncti Eclipticæ vel Stellæ H indicabit à Meridiano Diſtantiam penes angulum D G H vel D M H, ſeu penes Aequatoris arcum D O inter dictum circulum poſitionis & Meridianum concluſum, atq; in eodem etiam diſcernetur Stellæ vel puncti Declinatio, iuxta eius arcum H O. Nunc autem quæritur angulus G A H, ſiue M E H inclinationis huius circuli poſitionis ad Meridianum, quem metitur arcus circuli verticalis primarij inter meridianum & dictum circulum concluſi, quò fit vt vno reperto & alter innoteſcat. M A H

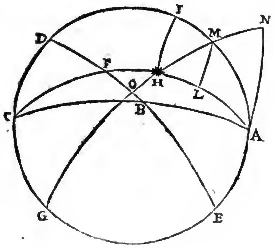
I. FORMA

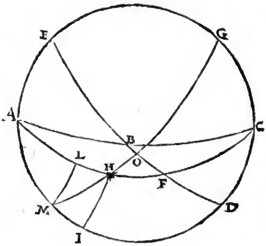












I. FORMA

Digitized by Google

I. FORMA *Per Triangula Rectangula.*

A Puncto Eclipticę, vel Stellæ H cadat perpendicularis arcus H I ad Meridianum, vt ad ſolutionem, & quæſiti inuentionem ope Rectangulorum Triangulorum poſſit perueniri iuxta trinam caſus varietatem, quæ contingit ob Diſtantiam Stellæ a Meridiano, prout fuerit vel Quadrante minor, vel æqualis, vel maior, quam tamen diuerſitatem ſub vna conſideratione compræhendemus. Aſſumpto itaq; primùm Triangulo M H I Rectangulo, quoniam in illo nota eſt Baſis M H (eſt enim complementum Declinationis Stellæ) atq; etiam cognitus eſt angulus H M I vel Diſtantiæ dati puncti, vel Stellæ à Meridiano, vt apparet in poſterioribus quatuor figuris; vel etiam cõplementi Diſtantiæ a Meridiano ad ſemicirculum, vt in prima, & ſecũda figuris: in quibus præſupponimus datam eſſe Diſtãtiam Stellæ à Meridiano maiorem Quadrante circuli penes angulum D G H, vel Aequatoris arcum D O maiorem Quadrante. Ex his itaque dabitur per primum Problema Tertij huius latus H I, quod dicimus primum Inuentum; ſecundò verò ex hoc primo Inuento, & ex eadem Baſe M H data per octauum Problema eiuſdem Tertij prodibit latus M I, cui nomen ſecundi Inuenti damus. Tum ex hoc ſecundo Inuento M I, & Eleuatione, vel depreſſione Poli M A conſice iuxta rationem ſequentis tabellæ Inuentum tertium.

Si Diſtantia Stellæ à Meridiano fuerit grad. 90.
- minor, & Declinatio Stellę fuerit, vel
  - Septentrionalis ſupra terram, vt in quinta figura
  - Meridiana, infra terram, vt in ſexta figura
    - fiat Additio ſecundi Inuenti M I, & Eleuationis, vel depreſſionis Poli M A
  - Meridiana ſupra terram, vt in tertia figura
  - Septẽtrionalis ſub terra, vt in quarta figura
    - fiat Subtractio Eleuationis ſeu depreſſionis Poli M A à ſecundo Inuento M I
- maior; tũ Declinatio Stellæ poteſt eſſe tantùm, vel
  - Septentrionali ſupra terram, vt in prima figura
  - Meridiana ſub terra, vt in ſecunda figura
    - fiat Subtractio ſecundi Inuenti M I ab Eleuatione vel depreſſione Poli M A
- (all three cases:) vt prodeat Inuentum tertiũ I A.
- Aequalis, tunc quidem ſuperflua eſt inquiſitio primi, ſecundi, & tertij Inuenti, ſiquidem Eleuatio, vel depreſſio Poli tunc aſſumitur tanquam tertium Inuentum.

Poſtremò cum hoc tertio Inuento I A quouis modo cognito, & cum primo Inuento H I cognoſces per nonum Problema Tertij huius angulum quæſitum M A H, vel G A H inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum. Quòd ſi Diſtantia Stellę à Meridiano fuerit præcisè Quadrans, tunc per idem Tertium Problema ex Altitudine Poli A M, & ex Declinationis complemento H M colligetur abſque tribus illis Inuentis angulus quæſitus M A H.

PRIMVS MODVS.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum Diſtantiæ puncti dati, vel Stellæ à Meridiano, ita Sinus ſecundus Declinationis eiuſdem ad Sinum, cuius arcus dicitur primum Inuentum. Deinde fiat ſecundò, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti; ita Sinus Declinationis dati puncti, vel Stellæ ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi: Cum quo & Poli Eleuatione, ſicut ſuperiùs præcepimus, conficies Inuentum tertium. Demùm fiat, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij; ita Tangens ſecunda primi Inuenti ad Tangentem ſecundam anguli inclinationis circuli poſitionis ad Aequatorem.

Exemplum. *Eſto Stella quapiam, cuius Declinatio ſit grad. 20. Septentrionalis ſupra terram, & Diſtantia à Meridiano detur gr. 34. Ex his prodit talis ſupputatio.*

	G M S		
Diſtantia Stellæ à Meridiano	34 0 0	5 5 9 1 9	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ	20 0 0	9 3 9 6 9	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	31 42 0	5 2 5 4 7	*Sinus eius.*
		1 1 7 5 3 5	*Secans primi inuenti.*
Declinatio Stellæ eadem	20 0 0	3 4 2 0 2	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	66 17 58	4 0 1 9 9	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli	45 0 0		
Aggregatum ex vtroq; auferendum a ſemi.	111 17 58		
Inuentum tertium	68 42 2	9 3 1 7 0	*Sinus eius.*
Inuentum primum.	31 42 0	1 6 1 9 1 4	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	33 32 24	1 5 0 8 5 5	*Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum Secundum. *Eſto nunc Stella aliqua obtinens Declinationem grad.31. Septentrionalem ſupra terram, vel Meridianam ſub terra, cuius Diſtantia à Meridiano ſit grad.97. Quibus datis inſtituo calculum in hunc modum, ſumpto ſcilicet complemento Diſtantiæ à Meridiano ad ſemicirculum.*

	G M S		
Diſtantiæ Stellæ à Meridiano complemen.	83 0 0	9 9 2 5 5	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ	31 0 0	8 5 7 1 7	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	58 17 48	8 5 0 7 8	*Sinus eius.*
		1 9 0 2 8 7	*Secans primi Inuenti.*
Declinatio Stellæ eadem	31 0 0	5 1 5 0 4	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	11 27 50	9 8 0 0 5	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli	45 0 0		
Inuentum tertium	33 32 10	5 5 2 4 5	*Sinus eius.*
Primum inuentum	57 17 48	6 1 7 6 9	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	71 9 30	3 4 1 2 4	*Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum Tertium. *Manente eadem Declinatione Stellæ Septentrionali graduum 20. ponamus ipſius Diſtantiam eſſe à Meridiano gr.20. ſub Eleuatione Poli gr.45. tunc quidem ex lateribus A M Eleuationis Poli, & H M complementi Declinationis, quæ ſunt circa angulum rectum M, addiſcemus per nonum Problema Tertij dictum angulum M A H inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum in hunc Modum, qui congruit quidem cum vltima operatione præcedentium Exemplorum ſuppoſita ſcilicet Polari Eleuatione loco tertij Inuenti.*

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ	20 0 0	3 6 3 9 7	*Tangens eius.*
Angulus quæſitus	75 34 0	2 5 7 3 7	*Tangens ſecunda prodiens.*

II. MODVS *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

TRipliciter reiterare oportet Proſtaphęreſin Sinuum, cùm data Diſtantia à Meridiano fuerit maior, vel minor Quadrante; ſed cùm præciſè adæquauerit Quadrantem vna ſola operatio ſufficiet. Primò quidem operandum eſt cum Diſtantia Stellæ à Meridiano, ſi fuerit minor Quadrante, vel cum complemento eius ad ſemicirculum, ſi maior, & cum complemento Declinationis Stellæ; nam exibit Sinus, cuius arcus dicitur Inuentum primum. Secundò facta commutatione huius primi Inuenti in numerum arealem quarti ordinis Magni Canonis, cum numero illo commutato, & Declinatione Stellæ abſolues iterum Proſtaphæreſin, & colliges Sinum ſecũdum, cuius arcus dicitur Inuentum ſecundum; cum quo, & cum Eleuatione Poli, vt in primo modo pręcepimus, conficies Inuentum tertium. Tandem cum hoc tertio, & primo Inuento in arealem arcum tertij Ordinis, facto ingreſſu in calce, commutato operaberis per Proſtaphæreſin, vt colligas Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Verùm ſi Diſtantia Stellæ à Meridiano fuerit præciſè grad.90. abſolues Proſtaphæreſin cum Declinatione Stellæ in arcum arealem tertij Ordinis commutata (facto ingreſſu in calce, & à latere dextro) & cum Eleuatione Poli, & colliges itidem Tangentem ſecundam anguli quæſiti. Ecce autem ſuperiora tria Exempla ſecundum Proſtaphæreſin repetita.

Exemplum Primum *De Stella, cuius Declinatio eſt grad.20. Septentrionalis ſupra terram, & Diſtantia à Meridiano graduum 34.*

Comple-

Digitized by Google

	G	M	S		
Complementum Declinationis Stellæ	70	0	0		
Diſtantia Stellæ à Meridiano	34	0	0		
Differentia	36	0	0	8 0 9 0 2	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	104	0	0	2 4 1 9 2	*Sinus exceſſus.*
				1 0 5 0 9 4	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	31	42	0	5 2 5 4 7	*Dimidium, ideſt Sinus proueniens*
Declinatio Stellæ	20	0	0		
Inuentum primum commutatum ex 4. ordin.	6	44	56		
Differentia	13	15	4	9 7 3 3 7 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	26	44	56	8 9 2 9 8 8	*Sinus eius ſecundus.*
				8 0 3 8 7	*Relictum è ſubtractione.*
Inuentum ſecundum	66	17	58	4 0 1 9 4	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Eleuatio Poli addenda	45	0	0		
Aggregatum ex Inuento 2, & Eleuat. Poli	111	17	58		
Complementum ad ſemicirc. hoc eſt Inuen. 3.	68	42	2		
Inuentum primum commutatum ex 3. ordine	9	19	5		
Differentia	59	22	57	5 0 9 3 0 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	78	1	7	2 0 7 5 9 4	*Sinus eius ſecundus.*
				3 0 1 7 1 0	*Relictum è ſubtractione.*
Ang. quęſitus incl. circuli poſitionis ad Mer.	33	32	24	1 5 0 8 5 5	*Dimidium, ideſt Tangens quæſita ſecunda.*

Exemplum Secundum *De Stella habente Declinationem grad. 31. ſupra terram, & Diſtantiam à Meridiano graduum 97. Borealem.*

	G	M	S		
Complementum Declinationis Stellæ	59	0	0		
Complem. diſtantiæ à Meridiano ad ſemicir.	83	0	0		
Differentia	24	0	0	9 1 3 5 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	142	0	0	7 8 8 0 1	*Sinus exceſſus.*
				1 7 0 1 5 6	*Aggregatum Sinuum.*
Inuentum primum	58	17	48	8 5 0 7 8	*Dimidium, ideſt Sinus proueniens.*
Declinatio Stellæ	31	0	0		
Primum Inuentum commutatum ex 4. ord.	10	58	11		
Differentia	20	1	49	9 3 9 5 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	41	58	11	7 4 3 4 9 8	*Sinus eius ſecundus.*
				1 9 6 0 1 3	*Relictum è ſubtractione.*
Inuentum ſecundum.	11	27	50	9 8 0 0 6	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Eleuatio Poli.	45	0	0		
Inuentum tertium	33	32	10		
Primum Inuentum commutatum ex 3. ord.	38	8	51		
Differentia	4	36	41	9 9 6 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	71	41	1	3 1 4 2 6	*Sinus eius ſecundus.*
				6 8 2 5 0	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus	71	9	30	3 4 1 2 5	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum Tertium. *Sit Stella propoſita Declinatio gr. 20. Borealis ſupra terram: Diſtantia verò à Meridiano graduum 90.*

Eleuatio Poli	45	0	0		
Declinatio Stellæ commutata ex 3. ordine	21	10	39		
Differentia	23	39	21	9 1 5 9 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	66	20	39	4 0 1 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
				5 1 4 7 4	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus	75	34	0	2 5 7 3 7	*Dimidium, ideſt Tangens ſecunda prodiens.*

III. MODUS Per Tabulas Analogiarum.

FAc primò Lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam cum Declinatiòne Stellæ propoſitæ, vel dati puncti, & cum diſtantia à Meridiano ſi minor fuerit Quadrante, vel cum eiuſdem complemento ad ſemicirculum, ſi fuerit Quadrante maiur: ſumendo ſcilicet diſtantiam iam dictam in fronte, & à latere dextro Declinationem: vel ſi expedierit, ſumendo Diſtantiam à latere ſiniſtro, & Declinationem

 in calce,

Digitized by Google

in calce, & quod in area colligetur, dicetur Inuentum primum. Deinde hoc primum Inuentum conquire rurſus in calce dictæ Tabulæ, & areatim quære Declinationem Stellæ, atq; à latere dextro patebit Inuentum ſecundum. Sed & idem ſecundum Inuentum aliter, ſi neceſſe ſit, adinuenies, ſumendo ſcilicet a latere dextro primum Inuentum, & in area Declinationem Stellæ, ſicq; in calce manifeſtabitur dictum Inuentum ſecundum. Cum quo Inuento ſecundo, & cum eleuatione Poli conficias Inuentum tertium, iuxta doctrinam tabellæ ſupra allatæ; tum demum quære hoc tertium Inuentum in fronte Tabulæ tertiæ Analogiæ, & à latere dextro primum Inuentum, & ex area obtinebis complementum anguli quæſiti. Quòd ſi Diſtantia Stellæ à Meridiano fuerit Quadranti æqualis, intrabis Tabulam tertiæ Analogiæ, tollendo in fronte Eleuationem Poli, & à latere ſiniſtro Declinationem Stellæ, atque in area conſpicies quæſiti anguli magnitudinem. Sed ecce tria illa exempla ſecundum hunc modum repetita.

Exemplum Pimum.

G	M	S	
20	0	0	*Declinatio Stellæ.*
34	0	0	*Diſtantia eius à Meridiano.*
31	42	0	*Inuentum primum ex Generali Tabula per lateralem ingreſſum.*
66	18	0	*Inuentum ſecundum per arealem ingreſſum cum primo Inuento & cum Declinatione.*
45	0	0	*Eleuatio Poli addenda.*
111	18	0	*Aggregatum ex vtroq;, hoc eſt Inuento ſecundo & eleuatione Poli.*
68	42	0	*Reliquum de ſemicirculo, ideſt Inuentum tertium.*
56	28	0	*Numerus arealis ex Tabula tertiæ Analogiæ cum tertio & primo Inuento deſumptus.*
33	32	0	*Complementum eius, nempe angulus quæſitus.*

Exemplum Secundum.

G	M	S	
31	0	0	*Declinatio Stellæ.*
97	0	0	*Diſtantia eiuſdem à Meridiano.*
83	0	0	*Complementum dictæ Diſtantiæ ad ſemicirculum.*
58	17	0	*Inuentum primum ex Generali Tabula per lateralem ingreſſum.*
11	32	30	*Inuentum ſecundum per arealem ingreſſum.*
45	0	0	*Eleuatio Poli.*
33	27	30	*Differentia vtriuſq;, ideſt Inuentum tertium.*
18	49	0	*Numerus arealis ex Tabula tertiæ Analogiæ deſumptus cum primo & tertio Inuento.*
71	11	0	*Complementum eius, ideſt angulus quæſitus.*

Exemplum Tertium.

G	M	S	
20	0	0	*Declinatio Stellæ Borealis ſupra terram.*
45	0	0	*Eleuatio Poli.*
14	26	0	*Numerus arealis ex Tabula tertiæ Analogiæ deſumptus.*
75	34	0	*Complementum eius, ideſt angulus quæſitus.*

II. FORMA Per Triangula Obliquangula, iuxta Quartum modum Quarti Problemati Quarti libri.

MVltiplica Secantem ſecundam Diſtantiæ Stellæ à Meridiano in Sinum Altitudinis Poli, & reiectis quinq; notis relinquetur Inuentum primum. Multiplica deinde Sinum ſecundum eiuſdem Diſtantiæ à Meridiano in Tangentem ſecundam eiuſdemmet Polaris Altitudinis, & abiectis quinque notis reſiduum dabit Inuentum ſecundum. Hoc autem adde Tangenti Declinationis Stellæ, ſi Diſtantia eius à Meridiano fuerit minor Quadrante; vel idem ab eadem aufer, cùm Stella diſtiterit à Meridiano plus Quadrante, & procreabitur vtroq; modo Inuentum tertium; quod per primum multiplicatum dabit poſt abiectionem quinque notarum à dextra Tangentem ſecundam anguli quæſiti inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum.

Exemplum Primum. Cùm Stella diſtat à Meridiano minus Quadrante circuli.

ESto, ſicut ſupra, Stella aliqua obtinens Declinationem grad. 20. Septentrionalem ſupra terram; diſtans à Meridiano grad. 34. ſub Eleuatione Polari grad. 45. ex his obtinebitur inclinatio circuli poſitionis per dictam Stellam tranſeuntis ad Meridianum hoc pacto.

Eleuatio

Digitized by Google

	G	M	S		
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano	34	0	0	178829	*Secans eius ſecunda.*
				126452	*Inuentum primum.*
Eleuatio Poli	45	0	0	100000	*Tangens eius ſecunda.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano	34	0	0	82904	*Sinus eius ſecundus.*
				82904	*Inuentum ſecundum.*
Declinatio Stellæ	20	0	0	36397	*Tangens eius.*
				119301	*Aggregatum.i.Inuen 3.ducẽdum in primũ.*
Angulus circuli poſitionis cum Meridiano	33	32	24	150858	*Tangens ſecunda prouenięns.*

Exemplum Secundum. Cùm Stella abſuerit à Meridiano plus Quadrante.

S*It nunc Stella habens Declinationem ab Aequatore grad.31. Septentrionalem ſupra terram, & à Meridiano elongationem gr.97. ad eandem Eleuationem Polarem graduum 45. Quibus poſitis ſubijcio talem calculum.*

	G	M	S		
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano	97	0	0	100751	*Secans eius ſecunda.*
				71242	*Inuentum primum.*
Eleuatio Poli	45	0	0	100000	*Tangens eius ſecunda.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano.	97	0	0	12187	*Sinus eius ſecundus.*
				1218·7	*Inuentum ſecundum.*
Declinatio Stellæ	31	0	0	60086	*Tangens eius.*
				47899	*Diff ideſt Inuentum 3. ducendum in primu.*
Angulus quæſitus	71	9	28	34125	*Tangens prouenięns.*

PROBLEMA III.

Data Eleuatione Poli Regionis, & Eleuatione Poli ſupra circulum poſitionis quempiam, quantus ſit inclinationis dicti circuli ad Meridianum angulus, ſeu quantus ſit arcus Verticalis circuli inter Meridianum, & poſitionis circulum interiectus.

MAneant eadem ſuperioris Problematis diagrammata, & ſit aliter idem angulus M A L, ſiue G C L inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum indagandus. In Triangulo itaque Rectangulo M A L, ſiue G L C ſuperiorum diagrãmatum ex duobus, quæ cognita præſupponantur, videlicet ex Eleuatione Polari Regionis, quam repræſentat Baſis M A, ſiue G C dicti Trianguli; atq; ex latere M L, ſiue G L, quod metitur Eleuationem Poli ſupra circulum poſitionis A H C, elicietur dictus angulus M A L, ſiue G C L per Quartum Problema Tertij huius hiſcè modis.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Eleuationis Poli Regionis, ita Sinus Eleuationis Poli ſupra circulum poſitionis ad Sinum inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum.

Exemplum. *Eſto Poli Eleuatio ſupra circulum quempiam poſitionis grad.36. in regione, cui Polus Boreus Attollitur grad.45. ex quibus libeat explorare angulum à dicto circulo poſitionis cum Meridiano factum, vt in hoc calculo videre eſt.*

	G	M	S		
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0	141421	*Secans eius ſecunda.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	36	0	0	58779	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus	56	13	41	83126	*Sinus prouenięns.*

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

COmmutabis Eleuationem Polarem in arcum arealem quarti ordinis Magni Canonis, facto ingreſſu in calce, & à latere dextro, & cum hoc numero commutato, ac cum Eleuatione Poli inſtitue Proſtaphæreſin, vt ex ea innoteſcat Sinus inclinationis circuli poſitionis, & Meridiani. Vt in eodem Exemplo.

Eleuatio

Digitized by Google

	G M S		
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	36 0 0		
Eleuatio Poli Regionis commutata ex 4.ord.	8 7 48		
Differentia	27 52 12	8 8 4 0 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	44 7 48	7 1 7 7 6 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 6 6 2 5 0	*Differentia Sinuum.*
Angulus circuli poſitionis, & Meridiani	56 13 41	8 3 1 2 5	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per Tabulam Generalem.*

Accipe à latere ſiniſtro Tabulæ Generalis Eleuationem Poli Regionis, & in area obſerua Eleuationem Poli ſupra circulum poſitionis, & in fronte dabitur angulus quæſitus. Vel ſi opus fuerit ſume in fronte Eleuationem Poli Regionis, & arealiter Eleuationem Poli circuli poſitionis, & à latere ſiniſtro patebit angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo animaduerto in fronte grad.45. Eleuationis Poli Regionis, & in area eiuſdem columna grad.36. Eleuationis Poli ſupra circulum poſitionis, & in latere ſiniſtro reſpondent grad.56.13'.41". pro anguli quæſiti magnitudine.

IV. MODVS *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

Expeditior cæteris eſt operatio per Tabulam ſecundæ Analogiæ, ingrediendo lateraliter in calce eius cum Eleuatione Poli Regionis, & à latere ſiniſtro cum Eleuatione Poli ſupra circulum poſitionis, atq; area dabit angulum conquiſitum.

Vt in eodem Exemplo acceptis in calce gradibus 45. Eleuationis Poli Regionis, & à latere ſiniſtro gr.36. Eleuationis Poli ſupra circulum poſitionis, patent in area gradus 56.14'. & tantus eſt angulus quæſitus.

PROBLEMA IV.

Data Eleuatione Poli ſupra circulum poſitionis Stellæ cum Declinatione puncti Eclipticæ ſeu Stellæ cum ipſo exiſtentis, angulum acutum, quem efficit circulus Declinationis cum dicto poſitionis circulo, indagare.

Retentis ſuperioribus diagrammatibus, quibus hactenus vſi fuimus, intelligamus in Triangulo Rectangulo H M L, vel H G L dari notam Eleuationem Poli G L ſeu M L ſupra dictum poſitionis circulum A H C, atq; etiam cognitam eſſe Declinationem Stellæ, vel puncti H, & proinde nota erit Baſis H M, vel H G tanquam illius complementum. Igitur per quartum Problema Tertij non ignorabitur angulus M H L ſeu G H L, quem prædicti circuli compræhendunt.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Stellæ, vel dati puncti, ita Sinus Eleuationis Poli ſupra circulum poſitionis ad Sinum anguli inclinationis dicti circuli poſitionis cum circulo Declinationis.

Exemplum. *Eſto Declinatio Stellæ grad.20. Borealis ſupra terram exiſtentis in circulo poſitionis grad.23. Quibus datis inueſtigo angulum ſuperius propoſitum ſic.*

	G M S		
Declinatio Stellæ	20 0 0	1 0 6 4 1 8	*Secans eius.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	23 0 0	3 9 0 7 3	*Sinus eius.*
Angulus quæſitus	24 34 20	4 1 5 8 1	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſthaphæreſin.*

Commutabis Stellæ Declinationem in arcum arealem quarti ordinis, & hunc numerum ſic commutatum, & Eleuationem Poli circuli poſitionis pone ad Proſthaphæreſin, vt habeas Sinum anguli quæſiti. Vt hic in eodem Exemplo cernes.

Eleuatio

Digitized by Google

	G M S		
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	23 0 0		
Declinatio Stellæ commutata in 4. ordinem	6 6 32		
Differentia	16 53 28	9 5 6 8 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	29 6 32	8 7 3 6 9 7	*Sinus eius ſecundus.*
		8 3 1 6 2	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quæſitus	24 34 20	4 1 5 8 2	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus*

III. MODVS Per arealem introitum in Tabulam Generalem.

SVme in latere dextro Tabulæ Declinationem Stellæ, & in area Eleuationem Poli ſupra poſitionis circulum, & in fronte conſpicitur angulus quæſitus. Siue etiam accipe in calce dictam Stellæ Declinationem, & in area Poli Eleuationem iam dictam; atq; à latere dextro offeretur angulus quæſitus.

Vt in dicto Exemplo comperiendo grad. 20. à latere dextro, & in area gr. 23. reſpondet in fronte angulus quæſitus graduum 24. 34.

IV. MODVS Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

QVòd ſi ingreſſus fueris lateraliter Tabulam ſecundæ Analogiæ, ſumendo in fronte Declinationem Stellæ grad. 20. & à latere ſiniſtro Eleuationem Poli ſupra circulum poſitionis grad. 23. colliges cum angulo communi grad. 24. 34'. pro angulo quæſito.

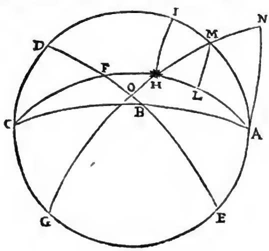
PROBLEMA V.

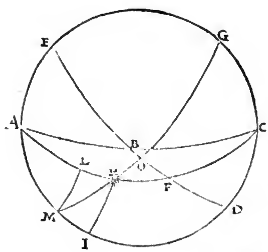
Data Poli Regionis Eleuatione cum Declinatione Stellæ, vel puncti Eclipticæ vnà cum eiuſdem à Meridiano Diſtantia, angulum acutum, quem efficiunt circulus Declinationis, & poſitionis Stellæ, vel puncti, indagare.

REſumptis hic iiſdem diagrammatibus, quibus in præcedentibus Problematibus vſi fuimus, oporteat nunc alia ratione exquirere angulum acutum A H M, quem efformat circulus Declinationis G H M cum circulo poſitionis A H C, qui mutuò ſeſe in centro Stellæ H interſecant. Ad huius autem quæſiti enodationem perueniemus mediante Triangulo Obliquangulo A H M per Quartum Problema Quarti libri ſecundum duplicem formam.

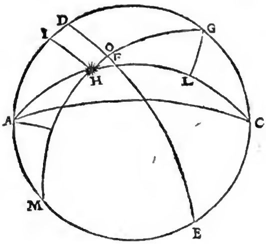
I. FORMA Per Triangula Rectangula.

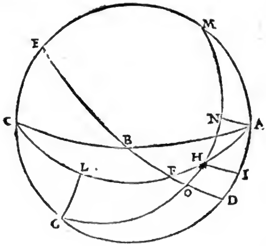
CAdat à puncto A in latus oppoſitum H M (quod complementum eſt Declinationis datæ Stellæ, vel puncti) perpendicularis arcus A N, & ſi neceſſe fuerit intelligatur etiam dictum latus H M continuatum. Sumatur autem Triangulum primò Rectangulum A M N, in quo ſanè cum detur Baſis A M, quę eſt Eleuatio, vel depreſſio Poli. cum angulo A M N Diſtantiæ Stellæ à Meridiano, quando non excellerit Quadrantem; nam tunc complementum eius ad ſemicirculum oportet accipere pro angulo A M N. Ex his addiſcetur per primum Problema Tertij haius latus A N pro primo Inuento, ex quo & eadem Baſi A M, ideſt eleuatione Poli prius data cognoſcetur per octauum Problem. Tertij latus M N, quod dicimus Inuentum ſecundum. Cum quo Inuento ſecundo & cum complemento Declinationis Stellæ, per additionem vel ſubtractionem, prout paulò poſt ſubſequens Tabella admonet, conficies tandem Inuentum tertium N H.

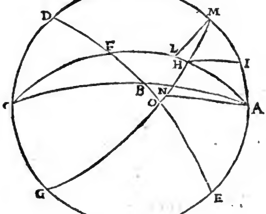


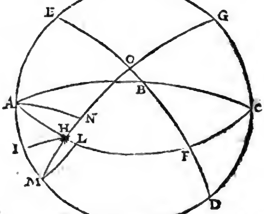


Tum









Tum verò poſtremò cum hoc tertio Inuento N H iamiam explorato, necnon cum ſuperiori primo Inuento A N inueſtigabitur per nonũ Problema Tertij huius angulus quæſitus A H M, quem efficit circulus Declinationis cum circulo poſitionis per Stellam tranſeuntis.

Si diſtantia Stellę a Meridiano fuerit gra. 90.

- maior; & declinatio Stellæ fuerit vel
  - Septentrionalis ſupra terram, vt in prima figura
  - Meridionalis infra terram, vt in ſecunda figura
    - fit Additio ſecundi Inuenti M N, & complementi Declinat.[is] H M.
  - Meridiana ſupra terram, vt in tertia figura
  - Septentrionalis ſub terra, vt in quarta figura
    - fit Subtractio ſecũdi Inuẽti M N à cõplem. Declinat.[is] Stellę H M
- minor; & tũc declin.° Stellæ erit vel
  - Septentrionalis ſupra terram, vt in quinta figura
  - Meridiana ſub terra, vt in ſexta figura
    - fit Subtractio cõplem. Decl. Stellæ vel pũcti H M à 2° Inuen. M N

  (all three:) vt prodeat Inuentum tertium N H
- Aequalis; tunc quidem non eſt neceſſe colligere tria illa Inuenta; eſt enim in tali occaſione Declinationis Stellæ complementum veluti ipſum tertium Inuentum.

I. MODVS

PRIMVS MODVS.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum Diſtātiæ dati puncti vel Stellæ à Meridiano, ita Sinus Eleuationis Poli ad Sinum, cuius arcus dicitur Inuentum primum. Poſtea fiat ſecundò, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti; ita Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Sinum ſecūdum Inuenti ſecundi; cum quo & cum complemento Declinationis puncti vel Stellæ confice, pro ratione ſuperioris Tabellæ, Inuentum tertium.

Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad Sinum Inuenti tertij, ita Tāgens ſecunda primi Inuenti ad Tangentem ſecundam anguli inclinationis circuli Declinationis cum circulo poſitionis.

Verùm ſi Stellæ Diſtantia fuerit à Meridiano exactè grad. 90. tunc fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Declinationis Stellæ, ita Tangens ſecunda Eleuationis Poli ad Tangentem ſecundam anguli quæſiti: ſic vt non ſit opus inquiſitione trium ſuperiorum Inuentorum pro dicto angulo inquirendo.

Exemplum Primum. *Sit Stella obtinens Declinationem Septentrionalem ſupra terram grad. 20. cum Diſtantia à Meridiano gra. 34. Vt in hoc calculo.*

	G	M	S		
Diſtantia Stellæ à Meridiano	34	0	0	55919	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Inuentum primum	23	17	30	39541	*Sinus proueniens.*
				108873	*Secans Inuenti primi.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum	39	39	35	76985	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Declinationis Stellæ	70	0	0		
Aggregatum ex vtroque	109	39	35		
Inuentum tertium	70	20	25	94171	*Sinus eius.*
Inuentum primum	23	17	30	232290	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	24	34	20	218750	*Tangens ſecunda proueniens.*

Exemplum Secundum. *Sit verò nunc Stella cuiuſpiam Declinatio grad. 31. Septentrionalis ſupra terram, & Diſtantia à Meridiano grad. 97. pro qua ſumendum eſt complementum eius ad ſemicirculum grad. 83. Vt in hac ſupputatione.*

	G	M	S		
Diſtantia Stellæ à Meridiano	83	0	0	99255	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Inuentum primum	44	34	30	70184	*Sinus proueniens.*
				140384	*Secans primi Inuenti.*
Eleuatio Poli	45	0	0	70711	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum	6	56	30	99267	*Sinus eius ſecundus.*
Complementum Declinationis Stellæ	59	0	0		
Idem Inuentum ſecundum ſubtrahendum	6	56	30		
Inuentum tertium	52	3	30	7886,4	*Sinus eius.*
Inuentum primum vt ſupra	44	34	30	101494	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	51	19	21	80042	*Tangens ſecunda proueniens.*

Exemplum Tertium. *Sit Stella habens Declinationem gr. 20. Boream ſupra terram, cuius Diſtantia à Meridiano ſit adunguem gr. 90. In hoc caſu prodit talis operatio relinquens angulum quæſitum gr. 46. 46. 30.*

	G	M	S		
Declinatio Stellæ	20	0	0	93969	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli	45	0	0	100000	*Tangens eius ſecunda.*
Angulus quæſitus	46	46	30	93969	*Tangens ſecunda proueniens,*

II. MODVS *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

Primo adhibe operationem Proſtaphæreticam operando cum Diſtātia Stellæ à Meridiano, & cum Eleuatione Poli, vt habeas ex ea Sinum primi Inuenti; ſecundò commutabis Inuentum primum in numerum arealem quarti Ordinis Magni Canonis, cum quo numero ſic commutato & cum complemento Eleuationis Poli operare iterum per Proſtaphæreſin, & prodibit Sinus ſecundus, cuius arcus dicitur Inuentum ſecundum, cum quo & cum complemento Declinationis Stellæ formabis Inuentum tertium, prout in præcedentibus monuimus. Poſtremò cum hoc tertio Inuento, & cum primo commutato in arealem arcum tertij ordinis Magni Canonis, facto ingreſſu in calce & à latere dextro, abſolues rurſus Proſtaphæreſin, & habebis Tangentem ſecundam anguli quæſiti.

Digitized by Google

Cæterùm ſi Diſtantia Stellæ à Meridiano æquauerit Quadrantem, vteris Proſtaphæreſi cum Eleuatione Poli commutata in arcum arealem tertij ordinis, facto ingreſſu in calce & à latere dextro, vnà cum complemento Declinationis Stellæ, & prodibit vt ſupra Tangens ſecunda anguli quæſiti. Vt ex repetitis primi modi Exemplis nunc patebit.

	G	*M*	*S*		
Eleuatio Poli	45	0	0		
Diſtantia Stellæ à Meridiano	34	0	0		
Differentia	11	0	0	98163	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	79	0	0	19081	*Sinus eius ſecundus.*
				79082	*Relictum è ſubtractione.*
Inuentum primum	23	17	30	39541	*Dimidium idest Sinus eius.*
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0		
Inuentum primum commut. ex quarto ord.	6	15	1		
Differentia	38	44	59	779886	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	51	15	1	625922	*Sinus eius ſecundus.*
				153964	*Relictum è ſubtractione.*
Inuentum ſecundum	39	39	35	76982	*Dimidium, idest Sinus ſecundus.*
Complementum Declinationis Stellæ	70	0	0		
Aggregatum ex vtroque	109	39	35		
Inuentum tertium	70	20	25		
Inuentum primum ex tertio ordine	13	25	56		
Differentia	56	54	29	545984	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	83	46	21	108477	*Sinus eius ſecundus.*
				437507	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quaſitus.	24	34	0	218753	*Dimidium, idest Tangens proueniens.*

Exemplum Secundum. ***Sit Stella obtinens Declinationem grad. 31. Borealem ſupra terram, cuius Diſtantia à Meridiano ſit graduum 97.***

Complem. Diſtantiæ à Merid. ad ſemicirc.	83	0	0		
Eleuatio Poli	45	0	0		
Differentia	38	0	0	78801	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	128	0	0	61566	*Sinus exceſſus.*
				140367	*Aggregatum e Sinibus.*
Inuentum primum	44	24	30	70184	*Dimidium, idest Sinus prodiens.*
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0		
Inuentum primum commut. ex quarto ord.	8	4	12		
Differentia	36	55	48	799370	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	53	4	12	600839	*Sinus eius ſecundus.*
				198531	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum	6	56	30	99266	*Dimidium, idest Sinus ſecundus.*
Complementum Declinationis Stellæ	59	0	0		
Differentia, idest Inuentum tertium	52	3	30		
Inuentum primum commut. ex tertio ord.	5	49	31		
Differentia	46	13	59	691726	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	57	53	1	631642	*Sinus eius ſecundus.*
				160084	*Relictum e ſubtractione.*
Angulus quaſitus	51	19	21	80042	*Dimidium, idest Tangens ſecunda prouen.*

Exemplum Tertium. ***De Stella habente Declinationem grad. 20. Borealem: & Diſtantiam à Meridiano grad. 90. Vnde talis erit calculus.***

Complementum Declinationis Stellæ	70	0	0		
Eleuatio Poli commutata ex tertio ordine	5	44	21		
Differentia	64	15	39	434265	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	75	44	21	246336	*Sinus eius ſecundus.*
				187929	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus quaſitus	46	46	30	93965	*Dimidium, idest Tangens ſecunda prouen.*

III. MODVS

Digitized by Google

III. MODVS *Per Tabulas Analogiarum.*

INgredere primò Generalem Tabulam lateraliter cum Eleuatione Poli, & cũ Diſtãtia Stellæ à Meridiano, ſumendo vnum ex his numeris in fronte, & alium à latere ſiniſtro, & ex area excipies numerum, quem vocamus primum Inuentum. Deinde ſume hoc primum Inuentum in calce eiuſdem Tabulæ, & areatim complementum Eleuationis Poli, & à latere dextro dabitur Inuentum ſecundum: vel etiam accipe Inuentum primum à latere dextro, & in area complementum Eleuationis Poli, atque in calce conſpicies Inuentum ſecundum. Cum quo & cum complemento Declinationis Stellæ per additionem vel ſubtractionem conficies Inuentum tertium. Poſtremo hoc Inuentum tertium cum primo Inuento immitte in Tabulam Tertiæ Analogiæ, inquirendo frontaliter Inuentum tertium, & à dextro latere Inuentum primum; ſicq; in area patebit complementum anguli quæſiti. Si autem Diſtantia Stellæ à Meridiano obtinuerit præciſè grad. 90. tunc quidem intrabis Tabulam Tertiæ Analogiæ cum Declinatione Stellæ in calce, & à latere ſiniſtro cum Polari Eleuatione, & area dabit complementum anguli quæſiti.

Exemplum Primum.

G	M	S	
45	0	0	*Eleuatio Poli Regionis.*
34	0	0	*Diſtantia Stellæ à Meridiano.*
73	17	30	*Inuentum primum ex Generali Tabula per lateralem ingreſſum.*
39	39	35	*Inuentum ſecundum per arealem ingreſſum in Generalem Tabulam cum primo Inuento & complemento Eleuationis Poli.*
70	0	0	*Complementum Declinationis Stellæ addendum.*
109	39	35	*Aggregatum ex vtroque.*
70	20	25	*Reliquum de ſemicirculo, ideſt Inuentum tertium.*
65	26	0	*Numerus arealis ex Tabula tertiæ Analogiæ cum tertio & primo deſumptus Inuento.*
24	34	0	*Complementum eius, ideſt angulus quæſitus.*

Exemplum Secundum.

45	0	0	*Eleuatio Poli Regionis.*
97	0	0	*Diſtantia Stellæ à Meridiano.*
83	0	0	*Complementum eius ad ſemicirculum.*
44	34	30	*Inuentum primum ex Generali Tabula per lateralem ingreſſum.*
6	56	30	*Inuentum ſecundum per arealem ingreſſum in eandem Tabulam cum primo Inuento, & cum complemento Polaris Altitudinis.*
59	0	0	*Complementum Declinationis Stellæ.*
52	3	30	*Differentia vtriuſq;, ideſt Inuentum tertium.*
38	41	0	*Numerus ex area tertiæ Tabulæ Primi Mobilis deſumptus cum primo & tertio Inuentis.*
51	19	0	*Complementum eius, ideſt angulus quæſitus.*

Exemplum Tertium.

20	0	0	*Declinatio Stellæ Borea.*
45	0	0	*Eleuatio Poli.*
43	13	0	*Numerus ex Tabula tertiæ Analogiæ deſumptus.*
46	47	0	*Complementum eius, ideſt angulus quæſitus.*

II. FORMA *Per Triangula Obliquangula.*

MVltiplica primò Secantem ſecundam Diſtantiæ Stellæ à Meridiano in Sinum ſecundum Declinationis Stellæ, & poſt abiectionem quinq; notarum prodibit Inuentum primum. Poſtmodum multiplica Sinum ſecundum eiuſdem Diſtantiæ à Meridiano in Tangentem Declinationis Stellæ, & abijce quinq; notas, vt relinquatur Inuentum ſecundum. Hoc vel adde Tangenti ſecundæ Eleuationis Poli, ſi Stella minus Quadrante à Meridiano diſtiterit; vel idem ab illa ſubtrahe, ſi plus Quadrante Stella à Meridiano receſſerit, & procreabitur Inuentum tertium; quo in primum Inuentum multiplicato, & reiectis à producto quinq; notis, remanebit Tangens ſecunda anguli quæſiti.

Exemplum Primum ex hac forma repetitum.

Declinatio Stellæ	20	0	0	93969	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano...	34	0	0	178829	*Secans eius ſecunda.*

	G	M	S		
				168044	*Jnuentum primum.*
Declinatio Stellæ eadem	20	0	0	36397	*Tangens eius.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano, & vt prius	34	0	0	82904	*Sinus eius ſecundus.*
				30175	*Jnuentum ſecundum.*
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0	100000	*Tangens eius addenda.*
				130175	*Inuentum tertium ducendum in primum.*
Angulus quæſitus.	24	34	20	218750	*Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum Secundum, idem cum ſecundo ſuperiori.

Declinatio Stellæ	31	0	0	85717	*Sinus eius ſecundus.*
Compl. Diſtantiæ Stellæ à Merid. ad ſemicir.	83	0	0	100751	*Secans eius ſecunda.*
				86361	*Inuentum primum.*
Declinatio Stellæ eadem	31	0	0	60086	*Tangens eius.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano, vt prius.	83	0	0	12187	*Sinus eius ſecundus.*
				7323	*Inuentum ſecundum,*
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0	100000	*Tangens eius.*
				92677	*Differ. i. Inuētum tertium ducendū in primū.*
Angulus quæſitus.	51	19	20	80037	*Tangens ſecunda proueniens.*

PROBLEMA VI.

Data Poli Eleuatione cum angulo inclinationis circuli poſitionis Stellæ, vel puncti Eclipticæ ad Meridianum, ſeu cum arcu Verticalis circuli cadente inter Verticem & circulum poſitionis, Eleuationem Poli ſupra dictum poſitionis circulum cognoſcere.

Reſumptis hic diagrammatibus præcedentium Problematum, intelligamus à puncto G, vel M cadere perpendicularem arcum G L ad ipſum poſitionis circulum A H C: is enim arcus G L, vel M L vicem geret portionis Meridiani cadentis inter Polum Mundi & dictum poſitionis circulum pro Horizonte acceptum, atque æqualis erit Latitudini Regionis habentis circulum Horizontis A H C, cùm, vt diximus, rectus ad eum circulum poſitionis ſit, ac per Mundi Polos tranſeat. Vt autem manifeſtetur ille arcus, ſic procedendum eſt. In Triangulo Rectangulo G L C, vel M L A nota eſt Baſis G C, vel M A, Eleuatio ſcilicet Poli Regionis, cum angulo G C L, vel M A C inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum per ſecundum Problema huius adinuento. Ex his igitur innoteſcet per primum Problema Tertij latus oppoſitum G L, vel M L, Eleuatio ſcilicet Poli ſupra dictum circulum poſitionis.

I. MODVS Per ſolos Sinus.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum anguli inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum, ita Sinus Eleuationis Poli Regionis ad Sinum Eleuationis Poli ſupra dictum circulum poſitionis.

Exemplum Primum. *Afferatur huc Exemplum primum, quo in ſuperiore Problemate vſi fuimus: in quo ex Declinatione Septentrionali graduum 20. Stellæ ſupra terram: ac ex eius Diſtantia à Meridiano graduum 34. collegimus angulum gr. 33. 32′. 24″. quem efficit circulus poſitionis per Stellam propoſitam incedens. Vt autem Eleuatio Poli ſupra dictum poſitionis circulum ex his datis innoteſcat, hic ordo ſeruetur.*

Inclinatio circuli poſitionis ad Meridianum	33	32	24	55252	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	23	0	0	39069	*Sinus proueniens.*

Exemplum Secundum. *Repetatur ſecundum præcedentis Problematis Exemplum, vbi ſcilicet poſuimus Stellam obtinere Declinationem Borealem graduum 31. ſupra terram, ac à Meridiano diſtare gr. 97. ex quibus cognitus fuit angulus inclinationis circuli poſitionis per Stellam incedentis ad Meridianum grad. 71. 9′. 30″. Vnde ex iiſdem hic exquiritur Eleuatio Poli ſupra dictum poſitionis circulum tali calculo.*

Ang. inclinationis circuli poſitionis ad Mer.	71	9	30	94642	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0	70711	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	42	0	0	66922	*Sinus proueniens.*

II. MO-

Digitized by Google

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.

PErficitur facillimè calculus per Proſtaphæreſin Sinuum, operando cum angulo dato, & Eleuatione Poli Regionis in hunc modum.

Exemplum Primum.

	G	M	S		
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0		
Ang. inclin. circuli poſitionis ad Meridian.	33	32	24		
Differentia	11	27	36	9 8 0 0 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	78	32	24	1 9 8 6 8	*Sinus eius ſecundus.*
				7 8 1 3 9	*Relictum è ſubtractione.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	23	0	0	3 9 0 6 9	*Dimidium, idest Sinus proueniens.*

Exemplum Secundum.

	G	M	S		
Ang. inclin. circuli poſitionis ad Meridianũ	71	9	30		
Eleuatio Poli Regionis	45	0	0		
Differentia	26	9	30	8 9 7 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	116	9	30	4 4 0 8 5	*Sinus exceſſus.*
				1 3 3 8 4 3	*Aggregatum Sinuum.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	42	0	0	6 6 9 2 2	*Dimidium, idest Sinus quæſitus.*

III. MODVS Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem Primi Mobilis.

SEd omnium facillima eſt operatio per Tabulam Generalem, facto ingreſſu laterali, & comperiendo vnum ex datis terminis in fronte, alium à latere ſiniſtro, nam communis angulus exibet optatam Polarem Eleuationem ſupra dictum circulum poſitionis.

Vt in dicto primo Exemplo comperiendo in fronte grad. 33. 32'. 24". anguli ſæpedicti, & à latere ſiniſtro gr. 45. Eleuationis Poli, respondent in area gr. 23. præcisè: & tanta eſt Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis, vt ſupra.

Sic & in ſecundo Exemplo obſeruando grad. 45. Eleuationis Poli in fronte & à latere gr. 71. 9'. 30". anguli inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum, area exibet gr. 42. adunguem, vt & in alijs modis.

PROBLEMA VII.

Data Declinatione Stellæ, vel puncti Eclipticæ, vnà cum angulo, quem efficit circulus Declinationis cum circulo poſitionis in centro ipſius Stellæ, vel puncti Eclipticæ ſeſe interſecantibus, Eleuationem Poli ſupra illum poſitionis circulum venari.

IDem arcus GL, vel ML ad circulum poſitionis rectus, qui metitur Eleuationem Poli ſupra dictum poſitionis circulum, in iiſdem ſuperiorum Problematum figuris, adinueniri poteſt per Triangulum Rectangulum GLH, vel MLH; in quo ſanè nota eſt Baſis GH, vel MH tanquam complementum Declinationis Stellæ, vel dati puncti in H, atque etiam præſupponitur notus angulus GHL, vel MHL factus à circulo Declinationis cum ipſo poſitionis circulo, quem quinto Problemate huius inueſtigare docuimus. Per primum itaq; Problema Tertij huius notum reddetur latus GL, vel ML menſurans Eleuationem Poli ſupra dictum poſitionis circulum.

I. MODVS Per ſolos Sinus.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli circuli Declinationis per punctum Eclipticæ, vel Stellam incedentis cum circulo poſitionis ipſius Stellæ, ita Sinus ſecundus Declinationis Stellæ ad Sinum Eleuationis Poli ſupra dictum circulum poſitionis.

Exemplum Primum. *Supra Problemate Tertio huius cum Declinatione Stellæ gr. 20. Boreali, & Diſtantia eiuſdem à Meridiano gr. 34. ſub Regionis Latitudine gr. 45. adinuenimus angulum circuli Declinationis ipſius Stellæ cum circulo poſitionis eius gr. 24. 34'. Nunc verò hoc angulo mediante explorabimus Eleuationem Poli ſupra dictum circulum poſitionis per hanc ſupputationem Triangularem.*

Angulus

Digitized by Google

	G M S		
Angul. circuli Decl. Stellæ & circuli poſit.	74 34 20	4 1 5 8 1	*Sinus eius.*
Declinatio Stellæ	10 0 0	9 3 9 6 9	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli ſupra dictum circulum poſit.	23 0 0	3 9 0 7 3	*Sinus proueniens.*

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.

ABſoluitur calculus nullo fere negocio per Sinuum Proſtaphæreſin cum Declinatione Stellæ vel puncti propoſiti, ac eo angulo, quem faciunt circulus Declinationis & circulus poſitionis in centro dicti puncti vel Stellæ ſeſe interſecantes. Vt hic in hoc repetito Exemplo cernitur.

Complementum Declinationis Stellæ	70 0 0		
Angulus circuli Declinationis & poſition.	24 34 20		
Differentia	45 25 40	7 0 1 8 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	94 34 20	7 9 6 8	*Sinus exceſſus.*
		7 8 1 4 9	*Aggregatum Sinuum.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	23 0 0	3 9 0 7 4	*Dimidium, id eſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS Per ingreſſum lateralem in Tabulam Generalem.

QVòd ſi per Tabulam Generalem calculum expedire volueris; cum his terminis datis, nimirum Stellæ Declinatione & angulo circuli Declinationis & poſitionis ſume vnum angulum in fronte, & Declinationem Stellæ à latere dextro. Vel ſume angulum à latere ſiniſtro, & Declinationem in calce, & arealis numerus qui patet in vtriuſque concurſu congruet Eleuationi Poli ſupra circulum poſitionis.

Vt in dato ſuperiore Exemplo, capio in fronte gra. 24. 34'. 20". & à latere dextro grad. 20. & area oſtendet gr. 23. pro Eleuatione Poli ſupra illum poſitionis circulum.

PROBLEMA VIII.

Data Eleuatione Poli Regionis cum arcu Aequatoris inter Meridianum & circulum poſitionis interiecto, Eleuationem Poli ſupra dictum poſitionis circulum promptè inueſtigare.

SI fortè cognitus erit arcus Aequatoris, quem circulus poſitionis & Meridianus intercipiunt, vnà cum Polari Eleuatione Regionis, poterit ex eis colligi Eleuatio Poli ſupra illum poſitionis circulum. Aſſumpto enim ad hanc cōſiderationem Triangulo Rectāgulo A D F ſiue C D F ſuperiorum diagrammatum, latus quidem D F conſtat ex Aequatoris portione intra dictos circulos, & latus A D ſiue C D complementum eſt Eleuationis Poli Regionis, ſiquidem Eleuationem Aequatoris repræſentat. Ex his itaq; percipietur per nonum Problema tertij angulus D F A vel D F C, qui Eleuationem Aequatoris ſupra ipſum circulum poſitionis refert, cuius ſanè complementum menſuratur ab arcu Meridiani inter Polum mundi & dictum poſitionis circulum.

I. MODVS Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum arcus Aequatoris Meridiano & circulo poſitionis concluſi, ita Tāgens Eleuationis Poli Regionis ad Tangentem Eleuationis Poli ſupra illum poſitionis circulum.

Exemplum. *Eſto arcus Aequatoris, quem intercipiunt circulus poſitionis & Meridianus grad. 26. 40'. ſub Latitudine Regionis gr. 42. His datis inquiro Eleuationem Poli ſupra ipſum poſitionis circulum tali operatione.*

Arcus Aequatoris	26 40 0	4 4 8 8 0	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli Regionis	42 0 0	9 0 0 4 0	*Tangens eius.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis.	22 0 0	4 0 4 1 0	*Tangens proueniens.*

Eſt itaq; Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis graduum 22. ferè, ſicut prodit Tabula poſitionum Generalis: nam è regione Eleuationis Poli grad. 22. ſupra circulum poſitionis ſub latitudine Regionis grad. 42. locantur grad. 26. 40'. Aequatoris.

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.

COmmutabis Eleuationem Poli in arcum arealem alterutrum tertij Ordinis Magni Canonis, & hunc numerum, & arcum Aequatoris oblatum expone ad Proſtaphæreſin, atque obtinebis Tangentem Eleuationis Poli ſupra circulum poſitionis. Vt in hoc Exemplo.

Eleuatio

Digitized by Google

	G M S		
Eleuatio Poli cõmutata in arcũ area.3.ordi.	64 12 40		
Arcus Aequatoris oblatus	26 40 0		
Differentia	37 32 40	7 9 2 8 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	90 52 40	1 5 3 3	*Sinus exceſſus.*
		8 0 8 2 1	*Aggregatum Sinuum.*
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis	22 0 0	4 0 4 1 0	*Dimidium, ideſt Tangens proueniens.*

III. MODVS *Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.*

INquirere in fronte Tabulæ arcum Aequatoris oblatum, & à latere ſiniſtro Eleuationem Poli Regionis, & area dabit numerum Eleuationis Polaris ſupra circulum poſitionis.

Vt in dicto Exemplo comperio arcum Aequatoris gr.26.40'. in Tabulæ fronte, & à latere gr.42. Latitudinis Regionis, & ex area colligo gr.22.0'. pro Eleuatione Poli ſupra ipſum poſitionis circulum.

Quòd ſi per Tabulam Primæ Analogiæ, quam Generalem vocamus, tractare hanc ſupputationem volueris, opus erit duobus ingreſſibus, vt diximus in quinto modo Noni Problematis Tertij.

PROBLEMA IX.

Dato Verticali arcu inter Meridianum & circulum poſitionis, ſeu data inclinatione ad Meridianum circuli poſitionis cum Latitudine Regionis, Aequatoris arcum inter dictum poſitionis circulum & Meridianum interceptum explorare.

IN ſuperiorum Problematum ſchematibus ſit nota Verticalis circuli portio cadens inter Meridianum & circulum poſitionis, ideſt ſit notus angulus acutus DAH, vel MAH, quem efficit circulus poſitionis cum Meridiano per Secundum Problema huius, mediante ſcilicet Poli Eleuatione, Declinatione Stellæ, & eiuſdem à Meridiano Diſtantia; vel per Tertium Problema huius ope Eleuationis Poli Regionis, & Eleuationis eiuſdem ſupra ipſum circulum poſitionis. Dico igitur ope huius anguli, & arcus AD, ſeu CD Eleuationis Aequatoris, ideſt complementi Eleuationis Poli Regionis, cognitum iri per Triangularem ſupputationem arcum FD Aequatoris cadentẽ inter dictum poſitionis circulum & Meridianum, idq; per Decimumtertium Problema Tertij his præſertim modis.

I. MODVS *Per Sinus, & Tangentes.*

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem anguli circuli poſitionis & Meridiani, ita Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Tangentem arcus Aequatoris inter dictum poſitionis circulum & Meridianum concluſi.

Exemplum. *Datus ſit ex Tertio Problemate angulus grad.56.13'.41". inclinationis circuli poſitionis, cui Polus Boreus attollatur gr.36. ſub Latitudine Regionis gr.45. vt addiſcamus arcum inter dictum circulum & Meridianum interiectum, tali vtemur calculo.*

	G M S		
Angulus inclinationis circuli poſitionis	56 13 41	1 4 9 5 3 7	*Tangens eius.*
Eleuatio Poli Regionis	45 0 0	7 0 7 1 1	*Sinus eius.*
Arcus Aequatoris quæſitus	46 36 0	1 0 5 7 3 9	*Tangens proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

COmmutabis angulum datum inclinationis circuli poſitionis ad Meridianum in arcum arealem primum, vel ſecundum Tertij ordinis Magni Canonis; & hunc numerum commutatum, atq; Eleuationem Poli Regionis ſubijce operationi per Proſtaphæreſin; nam elicies Tangentem, quæ manifeſtabit Aequatoris arcum quæſitum, quod hoc repetito Exemplo animaduertes.

Eleuatio Poli Regionis	45 0 0		
Angulus datus commutatus ex tertio ordine	8 36 1		
Differentia	36 23 59	8 0 4 8 9 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	53 36 1	5 9 3 4 1 5	*Sinus eius ſecundus.*
		2 1 1 4 8 2	*Differentia Sinuum.*
Arcus Aequatoris quæſitus	46 36 0	1 0 5 7 4 1	*Dimidium, ideſt Tangens quæſita.*

III. MO-

Digitized by Google

III. MODVS *Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.*

SI operoſam duplicis ingreſſus operationem ex Generali Tabula effugere volueris, ſicut docuimus in quinto modo decimitertij Problematis Tertij, confugies ad Tabulam tertiæ Analogiæ, ex qua promptiſsimè quæſitum aſſequeris, obſeruando in eius fronte Eleuationem Poli, & à latere ſiniſtro angulum datum; ſicq; in area patebit arcus Aequatoris quæſitus.

Vt in dato Exemplo ſub numero frontali gr.45. dicta tertia Tabula, è regione gr.56.13'.41". à latere (obſeruata ſcilicet parte proportionali) reſpondent in area gr.46.36'. pro arcu Aequatoris optato.

PROBLEMA X.

Data Latitudine Regionis & Poli Eleuatione ſupra circulum poſitionis alicuius Stellæ, vel puncti Eclipticæ, portionem Aequatoris iam dictam inter ipſos circulos interceptam, quam arcum poſitionis appellamus adinuenire.

REſumptis hic iiſdem ſuperiorum Problematum figurationibus, aſſumamus pro illo quæſito expediendo Triangulum Rectangulum A D F, vel C D F. Quoniam igitur datur Latitudo Regionis nota, ideo & cognitum erit latus A D, vel C D Eleuationis Aquinoctialis ſeu complementi Eleuationis Poli: atqui cùm detur Eleuatio Poli ſupra dictum circulū poſitionis A H C, ideſt arcus G L, vel M L, ideo dabitur eius complementum menſurans angulum D F A, vel D F C Eleuationis Aequatoris ſupra dictum circulum poſitionis. Quare ex decimoquinto Problemate Tertij non ignorabitur latus D F indicans portionem Aequatoris cadentis inter Meridianum, & dictum poſitionis circulum.

I. MODVS *Per Sinus, & Tangentes.*

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem Eleuationis Poli ſupra circulum poſitionis, ita Tangens ſecunda Eleuationis Poli Regionis ad Sinum arcus Aequatoris inter Meridianum, & circulum poſitionis cadentis.

Exemplum. *Eſto Latitudo Regionis grad.42. & poſitionis circulus obtinens Polum ſupra ſe exaltatum gr.22. Ex his cognoſcetur arcus Aequatoris inter ipſum circulum poſitionis, & Meridianum concluſus, vt hic.*

	G M S		
Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis.	22 0 0	4 0 4 0 3	*Tangens eius.*
Eleuatio Poli Regionis	42 0 0	1 1 1 0 6 1	*Tangens eius ſecunda.*
Arcus Aequatoris quæſitus	26 40 0	4 4 8 7 1	*Sinus prodiens.*

II. MODVS *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

COmmutabis Eleuationem Poli circuli poſitionis, & Eleuationem Poli Regionis in arcus areales tertij ordinis Magni Canonis, hoc eſt, vel ambos terminos in arcus primos, vel vtroſq; in ſecundos; vel alterum in arcum primum, alterum in ſecundum, ita tamen, vt Eleuatio Poli Regionis ſumatur in calce, & à latere dextro Magni Canonis. Cum quibus numeris commutatis abſolues Proſtaphæreſin ſecundum regulas alibi traditas, & exibit Sinus arcus Aequatoris quæſitus. Ecce Exemplum.

Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis commutata in arcum primum tertij ordinis.	23 49 48		
Eleuatio Poli Regionis commutata in arcum ſecundum tertij ordinis.	6 22 35		
Differentia	17 27 13	9 5 3 9 6 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	30 12 23	8 6 4 2 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
		8 9 7 4 2	*Relictum è ſubtractione.*
Arcus Aequatoris.	26 40 0	4 4 8 7 1	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per Tabulam quartæ Analogiæ.*

EXpeditiſſimè dictum Aequatoris arcum, quem intercipiunt circulus poſitionis, & Meridianus, conſequeris, vbi acceperis in fronte Tabulæ Quartæ Analogiæ Eleuationem Poli ſupra circulum poſitionis, & à latere dextro Eleuationem Poli Regionis, nam in vtriuſque concurſu habebis numerum arealem quæſitum. Quin & idem arealis numerus proueniet ſumpta Eleuatione Poli Regionis in calce, & Eleuatione Poli ſupra circulum poſitionis à ſiniſtro latere. Quod ex ſuperioris Exempli ſecundum

Digitized by Google

dum vtrumq; modum tractatione videre eſt, in quo ſemper dabit area gradus 26.40'. pro arcu Aequatoris quæſito. Vnde patet, Tabulam poſitionum Generalem non differre à Tabula quartæ Analogiæ, quoad numeros areales, & laterales ſiniſtros, niſi quòd numeri frontales vnius ſunt complementa numerorum frontalium alterius.

PROBLEMA XI.

Eundem poſitionis arcum, quem circulus poſitionis, & Meridianus intercipiunt, ex data Eleuatione Poli ſupra circulum poſitionis, & Declinatione dati puncti, vel Stellæ in dicto circulo poſitionis adinuenta, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantia colligere.

DEmus nunc puncti H in circulo poſitionis A H C incedentis notam eſſe Declinationem, quam repræſentat arcus H O, necnon notam eſſe Eleuationem Poli ſupra circulum poſitionis, ex qua mox dabitur cognitus angulus ad F Eleuationis Aequatoris ſupra circulum poſitionis. His itaq; ſic datis in Triangulo H O F notum euadet per Vndecimum Problema Sexti huius latus O F, oſtendens Aſcenſionalem differentiam dicti puncti, vel Stellæ H; ſi tamen punctum illud fuerit in Ecliptica; ſed ſi fuerit cum aliqua Latitudine, tunc petenda eſt eius Aſcenſionalis differentia ex Decimonono Problemate Octaui huius. Quæ differentia Aſcenſionalis quouis modo deprehenſa, ſi fuerit addita, vel ſublata ab arcu D O Diſtantiæ Stellæ, vel puncti H à Meridiano, quæ etiam cognita præſupponitur, innoteſcet arcus D F inter dictos circulos concluſus. Cæterùm prædicta Aſcenſionalis differentia O F adiectiua eſt, cùm Declinatio Stellæ fuerit ſupra terram Meridiana, vel ſub terra Septentrionalis, vt patet in tertia, & quarta figuris: ſed ablatiua, quando Stellæ Declinatio fuerit Septentrionalis ſupra terram, vel Meridiana ſub terra, vt in prima, & ſecunda figuris.

Exemplum primum. *Sit Stellæ Declinatio graduum 20. Septentrionalis ſupra terram ſub poſitionis circulo grad.23. in Latitudine Regionis grad.45. & ipſius Stellæ Diſtantia à Meridiano data ſit grad.34.0'. Cum Declinatione igitur ipſa inquiro ad Eleuationem Poli grad.23. per vndecimum Problema Sexti huius Differentiam Aſcenſionalem gr.8.53'. eſtq; arcus O F, qua ſublata à Diſtantia Stellæ ab ipſo Medio Cæli grad.34.0'. relinquit arcum Aequatoris graduum grad.25.7'. inter circulum poſitionis, & Meridianum concluſum.*

Exemplum ſecundum. *Sed eſto nunc Declinatio Stellæ grad.31. Meridiana ſupra terram, & Diſtantia à Meridiano gr.12.48'. ſub circulo poſitionis, cui Polus attollitur grad.27. Cum Declinatione itaque Stellæ ſumo per Problema Vndecimum Sexti huius Differẽtiam Aſcenſionalem gr.17.50'. ad Eleuationem Poli gr.27. hanc addo dictæ Diſtantiæ à Meridiano, & conficitur Aequatoris arcus gr.30.38'. quantus ſcilicet inter dictos circulos cadit.*

Ex hoc Problemate luce clarius patet, facillimam eſſe conſtructionem Tabularum poſitionum particularium ad quamlibet Eleuationem Polarem ex ſola Tabula quartæ Analogiæ, ſeu Differentiarum Aſcenſionalium, quæ vicem etiam fungitur Tabulæ poſitionum Generalis, dum ſcilicet numeri laterales ſiniſtri accipiantur pro Eleuationibus Polaribus ſupra circulos poſitionum, & numeri in calce diſpoſiti pro Latitudinibus Regionum, ſiquidem tunc areales numeri ſunt portiones Aequatoris à Meridiano, & circulis ipſis poſitionum à latere deſcriptis interceptæ. At areales numeri particularium Tabularum poſitionum ſub quolibet circulo poſitionis differunt ab arcu Aequatoris cadente inter Meridianum, & dictum circulum poſitionis ad Latitudinem illius loci, ad quam condita eſt dicta Tabula, pro quantitate differentiæ Aſcenſionalis, quæ Declinationi à latere deſcriptæ ſub Eleuatione Poli ipſiuſmet circuli poſitionis congruit. Harum autem Tabularum ſtructuram luculenter tradit Regiomontanus Vigeſimonono Problemate Tabularum Directionum.

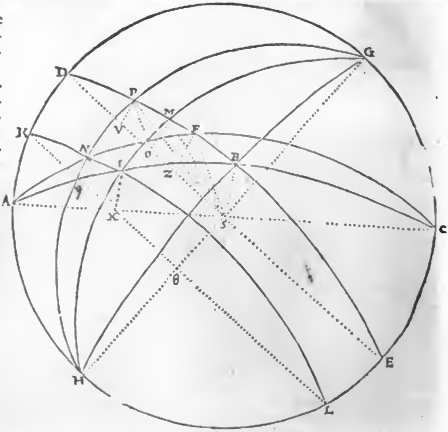
PROBLEMA XII.

Dato arcu ſemidiurno, & arcu poſitionis inter Meridianum, & circulum poſitionis interiecto, Diſtantiam à Meridiano determinare.

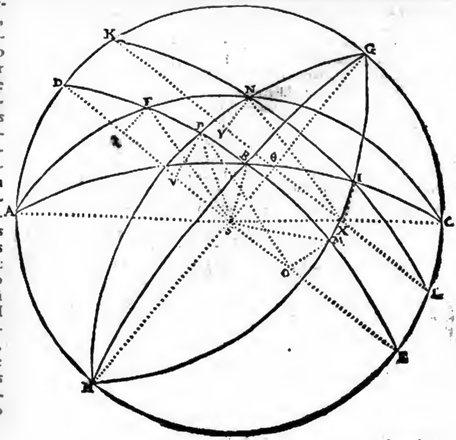
PRobl. hoc deſeruit nobis pro conſtructione Tabulę poſitionum Generalis, non quidem illius, quã Regiomontanus edidit, ſed alterius, quam alio nomine, & cõgruentiùs fortaſsè Generalem vocamus, ſiquidem per eam ſolam Directiones tractantùr egregiè, relictis innumeris particularibus poſitionum Tabulis ab eodem Regiomontano, alijſq; conſtructis, & elaboratis. Extat autem illa in noſtro Tabularum Directionum volumine accuratè per nos ſupputata, in qua quidem frontaliter ſunt diſpoſiti arcus poſitionum à gradu nullo vſque ad nonageſimum, hique nihil aliud ſunt, quàm portiones Aequatoris concluſæ inter quemuis circulum poſitionis, & Meridianum. A lateribus verò continetur arcus ſemidiurnus, vel ſeminocturnus Stellæ; & in area dantur Diſtantię Stellarum à Meridiano, tam ſemidiurno, vel ſeminocturno arcui, cui ſingulæ adiacent, quàm poſitionis arcui, quibus ſubiectæ

LII ſunt,

ſunt congruentes. Nec eſt neceſſe, vt ſciamus Eleuationem Poli ſupra poſitionum circulos, cùm idem arcus ſemidiurnus poſſit deſeruire pluribus Eleuationibus Polaribus. Licet enim Eleuatio Poli Regionis, & Stellæ Declinatio ſubinde euarient, manente tamen eodem arcu ſemidiurno, vel ſeminocturno, pro pluribus locis Diſtantię Stellę à Meridiano erit ſemper eadem ſub vnoquoq; poſitionis arcu.



Sed nunc ad Problema ſoluendum nos conferamus, pro cuius enodatione exponamus figuram, in qua ſit Meridianus A D G C, dimidius Horizon A B C, cuius diameter ſit recta A C, dimidius Aequator ſit D B E ſuper D E diametro deſcriptus: parallelus Stellę cuiuſpiam ſit K N L, & eius diameter K L. Interſectio huiuſmodi paralleli cum Horizōte ſit in puncto I, per quod tranſeat ſemicirculus Declinationis G I H. Erit itaque K N I ſemidiurnus arcus Stellæ in dicto parallelo, cui Analogus eſt arcus Aequatoris D M. Ponamus verò Stellam locari in N, & eius à Meridiano Diſtantiam in ſuo parallelo eſſe K N, cui ſimilem arcum D P de Aequatore abſcindit circulus magnus G N H per Poles Mundi, & dictum punctum N incedens. Ducatur tum circulus poſitionis A F C per dictum locum Stellæ in N; cuius quidem circuli portio erit Aequatoris arcus D F. Præſupponamus autem dari notum hunc arcum D F poſitionis ipſius circuli A N C, vnà cū arcu ſemidiurno KNI ſiue D M, extante quacunq; Poli Eleuatione, & oporteat cognoſcere Diſtantiam D P ipſius Stellæ à Meridiano in aream Tabulę iam memoratæ reponendam.



Quoniam

Quoniam igitur tam ſuperficies Horizontis A B C, quàm ſuperficies Aequinoctialis D B E, & paralleli K N L perpendicularis eſt ad Planum Meridiani, erit ex Decimanona Vndecimi Elementorum linea S B communis ſectio ſuperficiei Horizontis, & Aequinoctialis: ſic & recta I X erit communis ſectio eiuſdem ſuperficiei Horizontis, & ſuperficiei dicti paralleli; quæ ambæ rectæ S B, I X perpendiculares erunt eidem Plano Meridiani. Præterea à puncto X ad punctum N ducatur recta X N, quæ communis erit ſectio circuli poſitionis, & paralleli iam dicti; atque etiam ducatur recta S F, quæ itidem communis erit ſectio eiuſdemmet circuli poſitionis, & Aequatoris. Cadant verò a punctis N, F, & P perpendiculares rectæ, nempe N Y ad diametrum paralleli, & F Z, P V ad diametrum Aequatoris, & ducantur tandem rectæ O P, & S P.

Eſt itaque recta N Y Sinus rectus primus arcus K N Diſtantiæ Stellæ à Meridie, & K Y eſt eiuſdem Sinus verſus; ſic & K X eſt Sinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdem Stellæ, ac Y X eſt differentia dictorum Sinuum verſorum, qui omnes Sinus ſunt, prout ſemidiameter O K dicti paralleli eſt Sinus totus. OX Sic quoque in Aequatore recta P V Sinus eſt rectus arcus D P Diſtantiæ à Meridie, & D V Sinus eiuſdem verſus, D O verò eſt Sinus verſus arcus ſemidiurni, & V O differentia eſt Sinuum verſorum iam dictorum; omneſq; ſumuntur, prout ſemidiameter Aequatoris S D eſt Sinus totus, ſuntq; omnes hi Sinus reſpectu Aequatoris analogi dictis Sinibus reſpectu paralleli ſuperiùs memorati: quare Triangula Rectangula N Y X, P V O ſimilia inter ſe erunt, ſeu homologorum laterum atque æquiangula, eritq; angulus N X Y æqualis angulo P O V; ſed angulus N X Y æqualis eſt etiam angulo F S Z, cùm ſint ambo eiuſdem inclinationis, quam efficit Planum circuli poſitionis ad Planum Meridiani. Planum enim Aequatoris, & Planum circuli poſitionis ſeſe mutuò interſecant, & eorum communis ſectio eſt linea S F. Sic & idem Planum circuli poſitionis ſecat paralleli Planum, & vtriuſque communis ſectio eſt linea X N, ambæq; lineæ S F, & X N terminant in diametro Horizontis A C, quæ diameter eſt etiam dicti circuli poſitionis. Angulus itaq; P O D æqualis erit angulo F S D, ac proinde parallelæ erunt rectæ O P, S F ex vigeſimanona primi Elem. Cùm verò arcus D F Aequatoris poſitionem circuli poſitionis indicans, menſuret angulum in centro F S D, erit etiam angulus P O D poſitionem dicti circuli referens. Præterea angulus F S P debetur arcui Aequatoris F P differentiæ Aſcenſionalis puncti N, reſpectu circuli poſitionis, qui æqualis eſt angulo S P O, ex eadem Vigeſimanona primi Elem. Quare dictum angulum S P O adinuenire proponimus, vt habeamus arcum Aequatoris F P addendum, vel auferendum ab arcu poſitionis D F, vt proueniat arcus Aequatoris D P conueniens Diſtantiæ Stellæ aſſumptæ in N à Meridiano.

In Triangulo igitur rectilineo Obliquangulo P S O nota ſunt duo latera, nimirum S P Sinus totus (eſt enim ſemidiameter Aequatoris) & S O Sinus differentiæ Aſcenſionalis B M puncti N reſpectu Regionis, ideſt differentiæ arcus ſemidiurni dati D M à Quadrante D B: & datur præterea angulus P O D. Igitur per famoſam Propoſitionem, quòd latera Trianguli ſunt in eadem proportione cum Sinibus angulorum oppoſitorum, quæ decima eſt in noſtro volumine de Planis Triangulis, non latebit angulus S P O differentiæ Aſcenſionalis penes aſſumptum circulum poſitionis, ideſt angulus F S P, quem menſurat arcus F P, & hic addendus eſt arcui D F poſitionis, quando arcus ſemidiurnus fuerit maior Quadrante in parte Cœli Orientali, vel minuendus eſt ab ipſo, quando in eadem parte Cœli Orientali fuerit arcus ſemidiurnus minor Quadrante. Contrarium verò obſeruandum eſt penitus in medietate Cœli Occidentali, dum tamen exiſtente Stella infra terram cum arcu ſeminocturno operaberis.

I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

Fiat, vt Sinus totus S P ad Sinum S O differentiæ Aſcenſionalis, ita Sinus anguli P O S poſitionis ad Sinum anguli S P O differentiæ Aſcenſionalis in ipſo circulo poſitionis.

Exemplum Primum. *Detur arcus poſitionis gr. 26. & arcus ſemidiurnus gr. 120. & quæratur Diſtantia à medio Cœli puncti exiſtentis in hoc circulo poſitionis, ad quod ſpectat talis arcus ſemidiurnus. Aufero itaq; Quadrantem ab arcu ſemidiurno, vt relinquatur differentia Aſcenſionalis grad. 30. & calculum ſic expedio.*

	G M S		
Arcus ſemidiurnus oblatus	120 0 0		
Quadrans auferendus	90 0 0		
Differentia Aſcenſionalis Regionis	30 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus eius.*
Arcus poſitionis	26 0 0	4 3 8 3 7	*Sinus eius.*
Diff. Aſcenſionalis reſpectu circuli poſitionis	12 39 40	2 1 9 1 8	*Sinus proueniens.*
Arcus poſitionis addendus	26 0 0		
Diſtantia a Meridiano quæſita	38 39 40		

Digitized by Google

Exemplum Secundum. *Sed eſto nunc ſemidiurnus arcus gr.70. manente eodem poſitionis arcu graduum 26. Sic igitur venabitur Diſtantia à Meridiano.*

	G	M	S		
Arcus ſemidiurnus datus	70	0	0		
Compl. eius ad Quadr. ideſt differ. Aſcenſio.	20	0	0	34202	*Sinus eius.*
Arcus poſitionis	26	0	0	43837	*Sinus eius.*
Diff. Aſcen. ſub dicto circulo poſitionis ſubtr.	8	37	22	14993	*Sinus proueniens.*
Diſtantia à Meridiano quæſita	17	22	38		

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.

FAcillimè quoque indagatur quæſitum, operando per Proſtapheſin, vt hic in primo illo Exemplo repetito videre licet.

Arcus ſemidiurnus datus	120	0	0		
Quadrans auferendus	90	0	0		
Differentia Aſcenſionalis Regionis	30	0	0		
Arcus poſitionis	26	0	0		
Differentia	4	0	0	99756	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	56	0	0	55919	*Sinus eius ſecundus.*
				43837	*Differentia Sinuum*
Differentia Aſcenſionalis ſub circulo poſitio.	12	39	40	21918	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*
Diſtantia à Meridano	38	39	40		

III. MODVS Per Tabulam Generalem, ſeu primæ Analogiæ.

EXpeditior multò eſt operatio per Tabulam primæ Analogiæ, ingrediendo lateraliter cum differentia Aſcenſionali Regionis, & cum arcu poſitionis; nam elicietur in eius area differentia Aſcenſionalis ſub circulo poſitionis, quæ addita, vel ſublata, vt ſuperiùs diximus, à dicto arcu poſitionis, manifeſtat quæſitam à Medio Cœli Diſtantiam.

Vt in primo Exemplo, in quo dabatur arcus ſemidiurnus gr.120. elicio Differentiam Aſcenſionalem grad.30. cum qua, & cum gr.26. arcus poſitionis colligo ex Generali Tabula gr.12.39′.41″. & quia arcus ſemidiurnus eſt puncti Borealis, addo hanc inuentam Aſcenſionalem differentiam arcui poſitionis, & conflatur Diſtantia prædicti puncti à Meridiano gr.38.39.41″. vt prius.

Sic & in ſecundo Exemplo, in quo ſumebatur arcus ſemidiurnus gr.70. manente eodem arcu poſitionis gr.26. accipio complementum dicti arcus ſemidiurni à Quadrante pro Differentia Aſcenſionali Regionis graduum 20. & facto ingreſſu laterali cum hac Aſcenſionali differentia, & cum arcu poſitionis, excipio ex area Generalis Tabulæ Differentiam Aſcenſionalem ſub tali circulo poſitionis grad.8.37′.22″. quam aufero ab arcu poſitionis, & remanet Diſtantia à Meridiano grad.17.22′.38″.

Secundum hunc tertium modum ex Generali Tabula abſq; vllo labore tridui, vel quatridui ſpatio condidimus Generalem noſtram poſitionum Tabulam, quam in Directionum volumine tradidimus. Hanc ſi ſtudioſus quiſpiam collimatiorem, prolixioremuè deſideret; hoc eſt ad ſecunda minuta, & penes vtrumque latus ad ſingula decem minuta extenſam; is recurrat ad noſtram Generalem ſeu primæ Analogiæ Tabulam ad ſingula decem minuta per vtrunque verſum ſupputatam, quam hoc opere damus; nam illius ope ad hunc, quem expoſuimus, modum Tabulam ipſam poſitionum Generalem condere poterit. Sed vt ab hoc labore quemuis ſubleuaremus, tradidimus tribus proximè ſequentibus Problematibus Generalis Primi Mobilis Tabulæ ad ſingula decem minuta expanſæ vſum pro Directionibus.

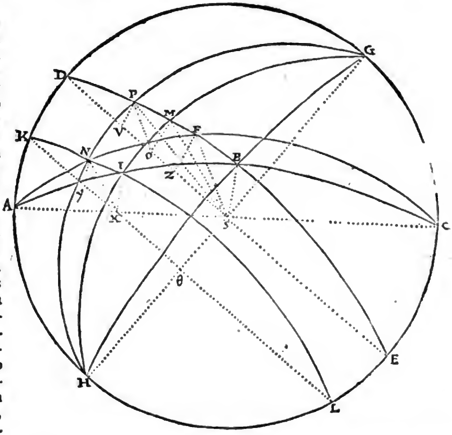
PROBLEMA XIII.

Dato arcu ſemidiurno, & Diſtantia puncti Eclipticæ, vel Stellæ à Meridiano, arcum poſitionis explorare.

OCcurret pro Directionibus per Triangula Sphærica abſoluendis neceſſitas cognoſcendi arcum poſitionis, ideſt arcum Aequatoris inter Meridianum, & circulum poſitionis, vbi iacet Stella, vel datum Eclipticæ punctum. Itaque ſi hunc arcum ope arcus ſemidiurni volumus inquirere; & ope Diſtantiæ Stellæ, vel puncti à Meridiano, confugiemus ad figuras ſuperioris Problematis, vt per Rectilineorum Triangulorum leges quæſitum poſſit obtineri. In Triangulo enim Obliquangulo P S O, datur latus S P Sinus totus, & latus S O Sinus Differentiæ Aſcenſionalis B M, quæ patet ex dato arcu ſemidiurno, vel ſeminocturno: ac datur præterea angulus ab

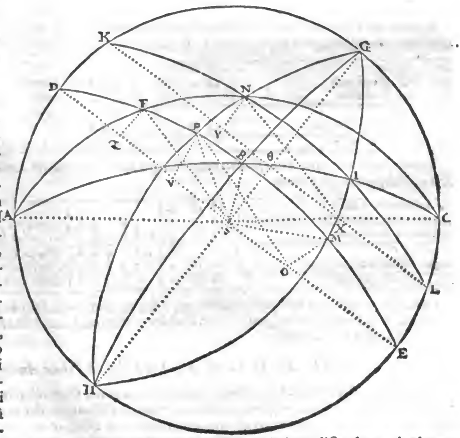
his

Digitized by Google



his lateribus compræ-henſus P S O, menſurãs Diſtantiã dati puncti vel Stellæ à Meridiano, vel eius complementum ad ſemicirculum; vnde ex Decimaſexta Propoſitione noſtri Libri de planis Triangulis colligetur angulus P O D dicti Trianguli; qui æqualis eſt, vt in ſuperiore Problemate diximus, angulo FSD, quẽ menſurat arcus D F Aequatoris, qui dicitur poſitionis. Sed quoniam in toto hoc volumine conati ſumus effugere odioſas partitiones, igitur relicta illa Decimaſexta Propoſitione, vtemur nũc Theoremate, quod à Doctiſſimo Vieta, è ſuo octauo variorum de Rebus Mathematicis reſponſorum Lib. mutuò ſumpſimus, idque pro neceſſitate noſtra hic ita accomodam⁹.

I. MODVS Per Sinus, Tangentes, & Secantes.



Fiat, vt Sinus totus ad Sinũ Differentiæ Aſcenſionalis, ita Secãs ſecunda Diſtantiæ à Meridiano ad quartum numerum, qui erit Proſtaphæreſis, ſeu Aequatio addenda Tangenti ſecũdæ eiuſdem Diſtãtiæ à Meridiano; ſi arcus ſemidiurnus, vel ſeminocturnus, ac dicta Diſtantia à Meridiano fuerint affectionis diuerſæ, ideſt arcus ſemidiurnus maior Quadrante, & Diſtantia à Meridiano minor Quadrante. Sed ſi ambo numeri, nempe arcus ſemidiurnus vel ſeminocturnus, & Diſtantia à Meridiano fuerint affectionis eiuſdem, ideſt maiores vel minores Quadrãtibus, tunc facta collatione dictæ Aequationis cum Tangente ſecunda iam memorata, debet fieri minoris à maiore ſubtractio; ſicq; quod ex additione conflatur, vel ex ſubtractione relinquitur, erit Tangens ſecunda arcus poſitionis quæſiti. Cæterũ.n obſer-

uatione

Digitized by Google

uatione dignum eſt in hoc Problemate, nec Poli Regionis Eleuationem, nec Stellæ vel puncti Declinationem requiri; cùm neglectis illis quæſitum ex ſolo, vt diximus, arcu ſemidiurno vel ſeminocturno, & Diſtantia à Meridiano poſſit obtineri. Et arcus ille ſemidiurnus poteſt eſſe communis pluribus Eleuationibus Polaribus, manente etiam eadem à Meridiano Diſtantia; dum tamen intelligamus, arcum hunc ſemidiurnum vel ſeminocturnum in vna Polari Eleuatione vni Eclipticæ puncto, in alia verò, alteri puncto conuenire.

Exemplum Primum. *Offeratur arcus ſemidiurnus grad. 120. & Diſtantia à Meridiano grad. 38. 40′. ideſt ambo diuerſæ affectionis, poſita qualcunq; Poli Eleuatione & puncto Ecliptica, ad quod arcus ille ſemidiurnus tam datus pertinet, pro habendo arcu poſitionis ſic procedo.*

	G	M	S		
Arcus ſemidiurnus datus.	120	0	0		
Quadrans auferendus.	90	0	0		
Differentia Aſcenſionalis	30	0	0	5 0 0 0 0	*Sinus eius.*
Diſtantia à Meridiano	38	40	0	1 6 0 0 5 4	*Secans eius ſecunda.*
				8 0 0 2 7	*Numerus quartus prodiens.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano, vt ſupra	38	40	0	1 2 4 9 6 9	*Tangens eius ſecunda addenda.*
Arcus poſitionis quæſitus.	26	0	14	2 0 4 9 9 6	*Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum Secundum. *Dati ſint nunc ambo numeri, hoc eſt arcus ſemidiurnus & Diſtantia à Meridiano eiuſdem affectionis, vtpotè ſint ambo Quadrantibus minores; ſitq; Diſtantia Stellæ à Meridiano gra. 17. 22′. 38″. & arcus ſemidiurnus grad. 70. ignorata ſimiliter Polari Eleuatione & puncto Ecliptica; tum vt habeatur arcus poſitionis, talis inſtituendus erit calculus.*

Arcus ſemidiurnus datus	70	0	0		
Compl. eius ad Quadr. ideſt Differ. Aſcenſ.	20	0	0	3 4 2 0 2	*Sinus eius.*
Diſtantia à Meridiano	17	22	38	3 3 4 8 2 7	*Secans eius ſecunda.*
				1 1 4 5 1 8	*Quartus numerus proueniens.*
Eadem Diſtantia à Meridiano	17	22	38	3 1 9 5 4 6	*Tangens eius ſecunda.*
Arcus poſitionis quæſitus	26	0	0	2 0 5 0 2 8	*Differ. vtriuſq; numeri, ideſt Tangens 2.*

Exemplum Tertium. *Sed eſto ſemidiurnus arcus nunc gr. 118. 20′. & Diſtantia à Meridiano gra. 102. 12′. ideſt ambo numeri ſint Quadrantibus maiores. Sic igitur prodit calculus pro inquiſitione arcus poſitionis.*

Arcus ſemidiurnus	118	20	0		
Differentia Aſcenſionalis	28	20	0	4 7 4 6 0	*Sinus eius.*
Diſtantia à Meridiano	102	12	0	1 0 2 3 1 1	*Secans eius ſecunda.*
				4 8 5 5 7	*Numerus quartus prodiens.*
Eadem Diſtantia à Meridiano	102	12	0	2 1 6 2 1	*Tangens ſecunda ſubtrahenda.*
Arcus poſitionis quæſitus.	74	55	30	2 6 9 3 6	*Tangens ſecunda prodiens.*

Exemplum Quartum. *Arcus ſemidiurnus detur gra. 62. 15′. & Diſtantia à Meridiano gra. 20. 16′. Vt habeatur arcus poſitionis, ſic procedo.*

Arcus ſemidiurnus datus	62	15	0		
Complem. eius, ideſt Differ. Aſcenſionalis	27	45	0	4 6 5 6 1	*Sinus eius.*
Diſtantia à Meridiano	20	16	0	2 8 8 6 9 2	*Secans eius ſecunda.*
				1 3 4 4 1 8	*Quartus numerus prodiens.*
Eadem Diſtantia à Meridiano	20	16	0	2 7 0 8 1 9	*Tangens eius ſecunda.*
Arcus poſitionis quæſitus	36	14	48	1 3 6 4 0 1	*Differ. vtriuſq; numeri, ideſt Tãgens ſecũda.*

Cæterùm ſi poſt Inuentum poſitionis arcum, Eleuationem quoq; Poli mundi ſupra ipſum poſitionis circulum habere deſideras, confugies ad Problema octauum huius Noni libri, ex quo auxiliante loci Latitudine fies voti compos.

II. MODVS. *Per Tabulam Primæ Analogiæ.*

PRo ſoluendo Problemate hoc mirum, quàm conducit noſtra Generalis ſeu Primæ Analogiæ Tabula; oblato enim arcu ſemidiurno vel ſeminocturno, & Diſtantia à Meridiano debes primò addiſcere Aſcenſionalem Differentiam Regionis, quæ quidem eſt Differentia arcus ſemidiurni vel ſeminocturni & Quadrantis: deinde hanc Differentiam Aſcenſionalem quæres à latere ſiniſtro Tabulæ, indeq; in eius directum procedendo adinuenies numerum arealem & frontalem ſimul coniunctos, qui adæquent Diſtantiam Stellæ à Meridiano, ſi arcus ſemidiurnus vel ſeminocturnus fuerit Quadrante maior.

Digitized by Google

maior. Sed ſi minor fuerit adinueniendi erunt duo numeri, frontalis ſcilicet, & arealis, quorum differentia ſit æqualis Diſtantiæ à Meridiano, & vtroque modo numerus frontalis dicetur arcus poſitionis; numerus verò arealis dicetur Differentia Aſcenſionalis ſub illo arcu poſitionis. Quòd ſi per illum ingreſſum in hanc Generalem Tabulam quæſitum non inueneris, recurres ad aliud eiuſdem Tabulæ latus, ſumendo ſcilicet in fronte Differentiam Aſcenſionalem, & ſub illa columna deſcendendo quouſque comperiantur duo numeri arealis, & lateralis ſiniſter, qui vel ſimul coniuncti adæquent Diſtantiam à Meridiano, ſi fuerit arcus ſemidiurnus, vel ſeminocturnus Quadrante maior; vel quorum Differentia ſit æqualis Diſtantiæ à Meridiano, quando arcus ſemidiurnus, vel ſeminocturnus fuerit Quadrante minor; & tunc arealis numerus erit Differentia Aſcenſionalis, & lateralis erit arcus poſitionis.

Cæterùm in hac operatione quando numeri non omninò exactè comperiuntur, inſtituenda eſt correctio per partem proportionalem hoc modo. Sumatur numerus arealis è regione numeri lateralis obtinentis minuta, qui corrigatur, vt ipſis gradibus, & minutis lateralis numeri congruat; ita ſcilicet, vt hic arealis numerus additus frontali conficiat numerum proximè minorem, quàm ſit oblata Diſtantia à Meridiano; Deinde ſumatur arealis numerus proximè ſequens, qui coniunctus cum frontali conficiat numerum proximè maiorem, quã ſit oblata Diſtantia à Meridiano: tum verò collatis duobus his numeris elicies eorum Differentiam, atq; etiam elicies Differentiam inter minorem ex illis, & Diſtantiam à Meridiano, ac per regulam auream obtinebis minuta quæ ſunt vltra gradus integros numeri frontalis, & proinde habebis etiam arealem numerum correctum, tanquam complementum frontalis numeri ad Diſtantiam Stellæ à Meridiano. Eadem ratio obſeruanda eſt, quando dicti duo numeri arealis, & frontalis, vel arealis, & lateralis differunt inter ſe quantum eſt Diſtantia à Meridiano. Sed melius per Exempla rem ipſam percipies.

Exemplum Primum.

Datus ſit arcus ſemidiurnus grad.120. & Diſtantia à Meridiano gr.38.40'. Eſt igitur Aſcenſionalis Differentia grad.30. cum qua ingreſſus Tabulam Generalem frontaliter, & in eadem columna deſcendendo adinuenio numerum arealem grad.12.39'.41". qui additus laterali grad.26. conficit prædictam Diſtantiam à Meridiano: vnde aio arcum poſitionis eſſe graduum 20.

Exemplum Secundum.

Offeratur Diſtantia à Meridiano grad.17.22'.38". & arcus ſemidiurnus grad 70. qui ſublatus à Quadrante relinquit Differentiam Aſcenſionalem grad.20. quam adinuenio à ſiniſtro latere Generalis Tabulæ, & percurrendo per illam lineam adinuenio duos numeros, nempe arealem grad.8.37'.22". & frontalem grad.26. qui differunt inter ſe gradibus 17.22'.38". quanto ſcilicet eſt Diſtantia Stellæ à Meridiano, eò quia arcus ſemidiurnus eſt minor Quadrante.

Exemplum Tertium.

Sit nunc ſemidiurnus arcus grad.118.20'. vnde Differentia Aſcenſionalis prodit grad.28.20'. Diſtantia autem à Meridiano ſit grad.102.12'. Accipio igitur in fronte Generalis Tabulæ hanc Differentiam Aſcenſionalem, & deſcendendo per illam columnam, adinuenio arealem numerum gr.27.15'.46". qui additus laterali gr.74.50'. conficit grad.102.5'.46". & hic numerus minor eſt Diſtantia data à Meridiano, ac Differentia eſt minut.6'.14". Deinde accipio ſubſequentem arealem numerum grad.27.17'.9". qui additus laterali grad.75. conficit grad.102.17'.9". & hic eſt numerus proximè maior, quàm oblata Diſtantia à Meridiano: ab hoc autem aufero priorem numerum grad.102.5'.46". & prodit Differentia grad.11.23'. Iam ſic dico, ſi minuta 11'.23". dant Differentiam minutorum 10. in laterali numero, quantam portionem dabunt min.6'.14"? Sed effugiendo laborioſam numerorum tractationem dimidio vtrumq; differentiam, & colligo partem proportionalem ex Tabula deſtinata ad vſum Generalis Tabulæ, ac dimidium minut.11'.23". nempe 5.42'. quæro in fronte, & dimidium minut.6'.14". quæro in area, nempe min.3'.7". & à latere reſpondent min.5'.29". vnde conſtat eſſe lateralem numerum correctum gr.74.55'.29". & tantus eſt arcus poſitionis quæſitus.

Exemplum Quartum.

Data ſit à Meridiano Diſtantia grad.10.16'. & ſemidiurnus arcus grad.62.15. Ex hoc patet Aſcenſionalis Differentia grad.27.45'. quam quidem adinuenio in fronte Generalis Tabulæ, & deſcendo ſub illa columna quouſque inueniantur duo numeri arealis, & lateralis differentes grad.20.16. quanta eſt Diſtantia à Meridiano. Inuenio itaque primum arealem numerum correctum grad.15.56'.55". qui ſublatus à laterali grad 36.10'. conficit gr.20.13'.5". & deficit ab oblata Diſtantia hic numerus min.2.55'. Inuenio poſtea ſequentem numerum arealem grad.16.0'.49". qui ſublatus à laterali grad.36.20. procreat numerum grad.20.19'.11". proximè mino-

rem

Digitized by Google

rem quàm Diſtantia oblata à Meridiano; ab hoc autem aufero priorem numerum grad.20.13′.5″. & remanet differentia minutorum 6′.6″. quæ obſeruata in fronte Tabulæ Proportionalis ad vſum Generalis Tabulæ quæro differentiam priorem in area, quæ fuit graduum 0′. min.2′.55′. & à latere reſpondent minuta 4′.48″. & hæc addita gradibus 36.10′. faciunt gradus 36.14′.48″. pro arcu poſitionis quæſito, cadente nimirum inter Meridianum, & circulum poſitionis dati puncti.

PROBLEMA XIV.

Aſcenſionalem Differentiam, ſimulq́; Aſcenſionem, vel Deſcenſionem Obliquam Stellæ, vel puncti Eclipticæ ſub circulo quopiam poſitionis explorare, cuius arcus poſitionis datus ſit, etiamſi Poli Mundi ſupra ipſum Eleuatio ignoretur.

SI rectè præcedens Problema percepiſti, prolixiore non indigebis ſermone ad colligendam Aſcenſionalem Differentiam Stellæ ſub poſitionis circulo dato. Enimuerò Differentia hæc Aſcenſionalis eſt etiam Differentia inter arcum poſitionis Stellæ, vel puncti, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantia. Quare explorato, ex primo Modo præcedentis, arcu Aequatoris inter Meridianum, & circulum poſitionis, quem arcum poſitionis dicimus, conferes ipſum cum Diſtantia à Meridiano data, & facta minoris de maiore ſubductione, relinquetur Aſcenſionalis Differentia propoſiti puncti, vel Stellæ ad illum poſitionis arcum, etiamſi ſupra ipſum circulum Eleuatio Poli ignoretur. Quòd ſi per ſecundum modum poſitionis arcum explorasti, ope ſcilicet Generalis Tabulæ Primi Mobilis, arealis quidem numerus, qui ex ea colligitur, erit Differentia Aſcenſionalis quæſita, vt in dicto modo diximus.

Vt habeatur autem Aſcenſio, vel deſcenſio obliqua, obſeruetur illud prorſus, quod monuimus Problem.14. Sexti libri, videlicet Aſcenſionalem hanc Differentiam auferendam eſſe à recta Stellæ, vel puncti Aſcenſione, ſi eius Declinatio fuerit Borealis, ideſt ſi arcus ſemidiurnus fuerit ſex horis, ſeu gradibus 90 maior, aut ſeminocturnus minor; ſed addenda erit, ſi Declinatio Stellæ, vel puncti fuerit Meridiana, ideſt ſi arcus eius ſemidiurnus fuerit minor Quadrante, vel ſeminocturnus maior, & vtroque modo prodibit obliqua Stellæ, vel puncti Aſcenſio in medietate Cœli aſcendente. Verùm ſi obliqua Deſceſione etiam indigebimus, vt in Medietate Cœli deſcendente requiritur, contrarium omninò obſeruandum eſt; tunc enim Aſcenſionalis Differentia additur Rectæ Aſcenſioni, cùm arcus ſemidiurnus fuerit ſex horis, ſeu grad.90. maior, vel ſeminocturnus minor; & aufertur, cùm arcus ſemidiurnus fuerit gradibus 90. minor, & ſeminocturnus maior, & vtroque modo prodibit obliqua Stellæ, vel puncti Eclipticæ Deſcenſio ſecundum datum poſitionis circulum, tametſi Eleuatio Poli Mundi ſupra eundem circulum fuerit incognita.

Exemplum Primum.

DAtus ſit arcus ſemidiurnus grad.120. (qui congruit gr.27. ♊ ad Latitudinem Regionis grad.49.) & Diſtantia à Meridiano ſit grad.38.40′. & poſitionis arcus grad.26.0′.14″. Aufero hunc poſitionis arcum tanquam minorem à dicta Diſtantia à Meridiano, & remanet Aſcenſionalis Differentia grad.11.39′.46″. qua ſublata à Rectæ Aſcenſionſione dicti grad.27. ♊ quæ eſt 86.43′.43″. remanet Obliqua dicti puncti Aſcenſio ſecundum hunc poſitionis circulum grad.74.3.57″.

Exemplum Secundum.

SEd eſto nunc ſemidiurnus arcus grad.70. pertinens ad grad.19. ♑ ſub Latitudine Regionis grad.40. ac data præterea ſit Diſtantia à Meridiano grad.17.22′.38″. ac poſitionis arcus grad.26. à quo aufero prædictam Diſtantiam à Meridiano, & relinquitur Aſcenſionalis Differentia ſub dicto circulo grad.8.37′.22″. quam addo Aſcenſioni Rectæ dicti puncti, quæ eſt grad.290.35′. & conſtatur obliqua eiuſdem Aſcenſio ſub dicto poſitionis circulo grad.299.12′.22″.

PROBLEMA XV.

Differentiam Aſcenſionalem, atque etiam Aſcenſionem aut deſcenſionem obliquam puncti Eclipticæ, vel Stellæ in alieno ſitu, vel arcu poſitionis dato determinare.

NOn pœnitendum habet vnum Problem. hoc pro Directionibus tractandis. Cognito enim poſitionis arcu alicuius Significatoris, & dato Promiſſoris arcu ſemidiurno, vel ſeminocturno, cognoſces proinde Differentiā ipſius Aſcenſionalem ad Latit. Regionis: cum qua & cum dicto poſitionis arcu elicies Differentiam Aſcenſionalem ipſius Promiſſoris penes ipſum circulum poſitionis, ad eundem modum, prout præcepimus Probl. duodecimo huius. Cum hac autem Aſcenſionali Differentia, ſicut in præcedente Probl. efformabis obliquā Aſcenſionem, vel deſcenſionē ipſius Promiſſoris.

Exemplum.

Digitized by Google

Exemplum.

Poſito tanquam Significatore gradu 19. ♑ ſub circulo poſitionis grad.26. demus Promiſſorem eſſe gr.10. ♒, cuius quidem arcus ſemidiurnus ad Eleuationem Poli grad.40. datur grad.74.22′. ex quo patet Aſcenſionalis Differentia grad.15.38′. ſub eadem Regionis Latitudine. Cum hac autem, & cum arcu poſitionis graduum 26. colligo, ſicut docet Problema Duodecimum huius, Aſcenſionalem Differentiam grad.6.47′. ferè; quam addo Rectæ Aſcenſioni ipſiuſmet Promiſſoris, quæ eſt 312.28′. & prodit Aſcenſio Obliqua ipſius Promiſſoris graduum 319.15′. in ſitu ipſius Significatoris.

Aliter ex Tabula Generali.

INgredere Generalem Tabulam cum arcu poſitionis in fronte, & cum Differentia Aſcenſionali Regionis à latere ſiniſtro; ſiue contrà cum arcu poſitionis à latere ſiniſtro, & cum dicta Differentia in fronte, atque in area habebis Differentiam Aſcenſionalem ipſius Promiſſoris ſub tali poſitionis circulo, cum qua, ſicut ſupra, formatur obliqua ipſius, vel Aſcenſio, vel Deſcenſio.

Exemplum.

VT in eodem Exemplo quæro, Aſcenſionalem Differentiam Promiſſoris grad.15.38′. in fronte Generalis Tabulæ, & à latere ſiniſtro circulum poſitionis grad.26. & in area colligo grad.6.47′. pro Differentia Aſcenſionalis ipſius Promiſſoris ſub poſitionis circulo: quæ addita Rectæ ipſius Aſcensioni manifeſtat Obliquam Aſcenſionem gr.319.15′. vt prius.

PROBLEMA XVI.

Vtrum Stella aliqua ſit in eodem circulo poſitionis cum Planeta, aut Significatore quopiam, cognoſcere.

NEceſſitas, ac vſus huius Problematis habetur apud Aſtrologos, quos vocant, Iudiciarios. Diſce itaque primò ex Problemate decimotertio huius arcum poſitionis Planetæ, aut Significatoris, ope arcus vel ſemidiurni vel ſeminocturni ipſius, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantiæ. Deinde cum ſemidiurno vel ſeminocturno arcu, ac cum dicta Diſtantia à Meridiano ipſius Stellę cum dicto Significatore conferendæ, adinuenies arcum poſitionis ipſius; quem ſi cum arcu poſitionis Significatoris congruere videris, dices Stellam hanc reperiri in eodem poſitionis circulo cum ipſo Significatore.

PROBLEMA XVII.

Significatorem in aliquo angulorum conſtitutum ad Promiſſorem quemcunque ſecundum Signorum conſequentiam dirigere, ſeu deducere.

SIgnificatorem hic cum Aſtrologis illum voco, qui primum locum obtinet in Zodiaco, & Promiſſorem locum ſequentem ſecundum ordinem Signorum. Dirigere autem intelligo hic; inquirere Aequinoctialis arcum, qui motu Primi Mobilis pertranſit, donec Promiſſor ſeu locus ſecundus transferatur ad ſitum primi, idest ad ipſum Significatorem, ſecundum ſcilicet Meridianum, vel Horizontem, ſi fuerit in altero ipſorum circulorum; vel ſecundum circulum poſitionis ipſius Significatoris, quando declinauerit ab angulis: quod ſane intelligendum eſt, tanquam ſi Promiſſor ſecundum Aſcenſiones, vel Deſcenſiones ipſius Significatoris traduceretur ad ſitum eiuſdem Significatoris. Hoc autem directionis arcu cognito, qui intercedit inter Significatorem & promiſſorem, patet tempus quo effectus aliquis ſubſequuturus eſt, iuxta Significatoris & Promiſſoris decreta, dando ſcilicet pro quolibet Aequatoris gradu vnum annum, ſecundum communem Aſtrologorum ſcholam; vel accipiendo quantitatem motus ſolis diurnam, ſiue ſecundum eius medium curſum, ſiue ſecundum verum, qui tunc eſt pro temporis menſura, vt eruditiſſimi quidam artifices cenſent. Qua de re copioſiùs à nobis dictum fuit in noſtro Tabularum Directionum vſu, atq; etiam in libello de legitimo Aſtrologię in Medicina vſu.

Duplicem præterea artifices Directionem faciunt: aliam, quam directam vocant, hoc eſt iuxta Signorum conſequentiam, ſecundum quam Promiſſor ad ſitum Significatoris transferatur per motum Primi Mobilis: & hęc ſanè Generalior eſt, ac omnibus Significatoribus competit: alteram verò, quam conuerſam dicunt; & hæc quidem ſecundum Ptolemæum, ac eruditos Aſtrologos Generalis non eſt, ſed tantùm conuenit Significatori in parte Cœli Occidentali conſtituto (licet Arabes partibus ſuis ſuperſtitioſis, & Planetis retrogradis competere credant) quaſi è conuerſo Significator ipſe in locum Promiſſoris transferatur, qui tamen Promiſſor, Ptolemæo teſte, eſt ſolus Occidentalis gradus.

Digitized by Google

Directionem porrò directam adhuc ſub varia forma concipiendam eſſe omnes fatentur, & hoc ſanè pro vario ſitu ipſius Significatoris, qui aliter dirigitur, dum exiſtit in Meridiano vel ſupra, vel infra terram, tunc enim per Rectas Aſcenſiones negotium abſoluitur; aliter verò, cùm fuerit in Horizonte, vel Orientali vel Occidentali, tunc enim tractantur eius directiones per Aſcenſiones, vel deſcenſiones Obliquas Regionis: ſecus autem ſi fuerit in locis intermedijs, ſcilicet extra angulos, nam tunc dirigendus eſt, ex aliquorum ſententia, penes horariam Diſtantiam temporalem, cuius opinionis ſunt moderni quidam præſtantes viri, Ptolemæum in hoc, quin & totam ferè antiquitatem ſecuti, vel dirigendus eſt ſecundum ſitum ſuum penes circulum poſitionis, qui per communes Horizontis & Meridiani ſectiones, ac per Significatorem ducitur; quam viam tenent permulti cum Regiomontano celeberrimo Mathematico, qui modum hunc ab Abrahamo Auenezre didicit. Nunc autem doceamus directiones omnes ex Triangularibus ſupputationibus abſoluere, & primò quidem quando Significator verſabitur in aliquo angulorum, ſiue quando ipſe fuerit aliquis ex angulis.

Significatore igitur in angulo Medij, vel imi Cœli conſtituto accipe Rectam eius Aſcenſionem per tertium Problema Quinti, ſi carebit Latitudine: vel per decimum Problema Octaui, ſi Latitudinem ab Ecliptica ſortitus fuerit. Pariter quoque ipſius Promiſſoris accipe Rectam Aſcenſionem vel per tertium Problema Quinti, vel per decimum Octaui huius, prout fuerit vel cum Latitudine, vel ſine, & ab illa detrahere Rectam Significatoris Aſcenſionem (addito etiam integro circulo, ſi neceſſe fuerit pro ſubtractione facienda) ſicque relinquetur arcus Aequatoris quæſitæ directioni congruus in tempus conuertendum.

Quòd ſi Sgnificator fuerit in angulo Aſcendentis vel fuerit ipſemet Aſcendentis gradus dirigendus, accipe Aſcenſionem Obliquam tam ipſius Significatoris, quàm Promiſſoris ſub Eleuatione Poli tuæ Regionis, idque per decimumquartum Problema Sexti huius, ſi Latitudine caruerit, vel per Vigeſimum Problema Octaui, quando Latitudinem ab Eclipticam obtinet, & detracta Aſcenſione Obliqua Significatoris ab illa Promiſſoris, prodibit arcus Aequatoris Directionis quæſitæ.

Poſtremò ſi Significator verſabitur in Occidentis angulo, ſumendæ erunt vtriuſque Obliquæ Deſcenſiones ad illam Polarem Eleuationem, Significatoriſq; Obliqua Deſcenſione ab illa Promiſſoris reiecta, relinquetur arcus directionis. Aut etiam quærantur Obliquæ Aſcenſiones oppoſiti loci tam Significatoris quàm Promiſſoris, & illa ab hac detracta prodibit idem arcus directionis. Cæterùm oppoſitus locus ille dicitur, qui ſecundum Longitudinem diſtiterit ab alio gradibus 180. ſeu per ſemicirculum cum eiuſdem quantitatis Latitudine, ſed contrariæ denominationis. Vt verbigratia ſi Stella quæpiam eſſet in grad.20. ♉ cum Latitudine Borea grad.4.30′. eius locus oppoſitus eſſet in grad.20. ♏ cum Latitudine grad.4.30′. Auſtrina. Ab Exemplis in re tam facili ſuperſedeo, illud in primis admonens, directionem conuerſam poſſe abſolui per Deſcenſiones Occidentis, perpendendo ſcilicet arcum Aequatoris, qui interea deſcendit, dum Significator ſeu apheta ad ipſum peruenit, tanquam ſi eſſet Promiſſor. Sed de hac directionis forma, in qua Planetæ, & radij ipſorum inter Aphetam, & Occidentem intercepti conſiderantur, fuſiùs in noſtris Directionum Tabulis egimus.

PROBLEMA XVIII.

Significatorem vbicunque extra angulos conſtitutum ad Promiſſorem quemlibet, ſecundum Signorum ordinem, iuxta viam rationalem dirigere.

OPeroſa admodum eſt directionis forma, cùm Significator fuerit extra angulos; vnde pro illa abſoluenda hæc requiruntur, nempe Aſcenſio Recta, Diſtantia à Meridiano tam ipſius Significatoris quàm Promiſſoris, atque etiam Declinatio, vel arcus ſemidiurnus, ſi Significator fuerit ſupra terram, vel ſeminocturnus, ſi infra. Quibus depræhenſis quadruplici via directiones tractare poſſumus, & abſoluere, in quibus tamen omnibus neceſſe eſt, vt per ſextum vel ſeptimum Problema huius exploremus Eleuationem Poli ſupra poſitionis circulum ipſius Significatoris, vel potiùs exploremus arcum poſitionis per decimumtertium Problema: quo adinuento ſic pro reliquo negocio abſoluendo procedemus.

PRIMVS

Digitized by Google

PRIMVS MODVS.

SI explorata fuerit Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis Significatoris per Sextum, vel Septimum Problema huius, ope ſcilicet Declinationis, ac Diſtantiæ à Meridiano ipſius Significatoris, accipiantur obliquæ Aſcenſiones tam ſignificatoris quàm Promiſſoris ad illam Polarem Eleuationem, vel per 14. Problema Sexti huius, vel per 20. Octaui, prout fuerit cum Latitudine, vel ſine; & hoc ſanè quando ſignificator verſabitur in medietate Cęli Aſcendente, atque detracta obliqua Aſcenſione Significatoris ab illa Promiſſoris, reliquum erit arcus Aequatoris competens directioni quæſitæ. Quòd ſi Significator fuerit in plaga Cœli Deſcendente, tunc per deſcenſiones obliquas operandum eſt tam ipſius Significatoris quàm Promiſſoris; vel etiam per Aſcenſiones obliquas oppoſitorum locorum vtriuſque, ſicut etiam diximus de Significatore in angulo Occidentis conſtituto in Problemate ſuperiore. Et hanc dirigendi formam tradidit Regiomontanus, quam omnes, qui ipſius opinioni addicti ſunt, plerumque ſequuntur: pro qua aliquot Exempla nunc ſubiungemus.

Exemplum Primum.

POnamus dari Significatorem grad. 8. ♌ ſupra terram in medietate Cœli Aſcendente, cuius Recta Aſcenſio eſt grad. 130. 26′. & Diſtantia à Medio Cœli grad. 57. 52′. ſub Latitudine Regionis grad. 45. Itaq; ex Quinto, & Sexto Problemate huius colligitur circulus poſitionis ipſius gr. 35. 0′. Sub hoc autem accipiantur Aſcenſiones obliquæ Significatoris ipſius, & Promiſſoris, quem ſtatuimus eſſe gr. 20. ♑. ex quibus prodit arcus directionis, vt hic.

	G	M	
Promiſſor grad. 20. ♍ cuius obliqua Aſcenſio	168	2	
Significator gr. 8. ♌ cuius obliqua Aſcenſio	117	0	
Arcus directionis quæſita	51	2	

Exemplum Secundum.

DEtur nunc Significator gr. 19. ♑ ad Latitudinem Regionis gr. 40. cuius ſit à Meridiano Diſtantia grad. 17. 22′. 38″. & Declinatio gr. 22. 10′. cum quibus exploratur circulus poſitionis gr. 20. 11′. ſit autem Promiſſor grad. 10. ♒, acceptis igitur vtriuſque obliquis Aſcenſionibus, per ſubtractionem conficitur directionis arcus, vt hic vides.

Promiſſor gr. 10. ♒ cuius obliqua Aſcenſio	319	14	
Significator gr. 19. ♑ cuius obliqua Aſcenſio	299	12	
Arcus directionis quæſita	20	2	

Quòd ſi cum arcu ſemidiurno, vel ſeminocturno Significatoris, ac cum eiuſdem à Meridiano Diſtantia fuerit adinuentus arcus poſitionis eius per Problema 13. accipiatur per 14. huius Aſcenſio eius, vel deſcenſio obliqua; & per 15. obliqua Aſcenſio, vel deſcenſio promiſſoris ſub arcu poſitionis ipſius Significatoris; nam ex ſubtractione obliquæ Aſcenſionis, vel deſcenſionis Significatoris ab illa Promiſſoris, ſicut diximus ſupra, prodibit directionis arcus, qui inueſtigatur.

Exemplum.

ESto Significator grad. 19. ♑, cuius arcus ſemidiurnus ad Latitudinem Regionis grad. 40. eſt grad. 70. cuius quidem à Meridiano Diſtantia ſit gr. 17. 22′. 38″. ex quibus innotuit Probl. 13. arcus poſitionis gr. 26. atque ex 14. Probl. Aſcenſio obliqua gr. 299. 12′. 22″. ad illum ſitum. Sit autem Promiſſor grad. 10. ♒, cuius arcus ſemidiurnus datur grad. 74. 22′. cum quo collecta fuit Aſcenſio obliqua ad eundemmet circulum poſitionis gr. 319. 15′. per 15. Problema: à qua quidem aufero obliquam Aſcenſionem Significatoris, & remanet directio quæſita graduum 20. 2′. 38″.

SECVNDVS MODVS.

CVm Declinatione Significatoris, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantia inueniendus eſt circulus poſitionis, ſicut ſuperiùs diximus, ipſius Significatoris per Sextum, vel Septimum Problema huius. Deinde quærenda eſt Aſcenſionalis Differentia tam Significatoris, quàm Promiſſoris ad Eleuationem Poli ipſius circuli poſitionis; & hæc quidem habebitur vel per Probl. 11. Sexti huius, quando fuerit punctum Eclipticæ, vel Stella nullam habens Latitudinem, vel per 19. Probl. Octaui, quando Stella Latitudinem ab Ecliptica obtinuerit. Siue etiam cum arcu ſemidiurno, vel ſeminocturno ipſius Significatoris, ac cum eiuſdem à Meridiano Diſtantia capiendus eſt potiùs per 13. Problema huius arcus poſitionis ipſius; atque mox ſub ipſo Differentiam Aſcenſionalem ipſiuſmet Significatoris

Digitized by Google

accipe per x i v. & Differentiam Aſcenſionalem Promiſſoris per x v. huius. Ex his autem Differentijs Aſcenſionalibus Promiſſoris & Significatoris, quoquo modo compertis conficitur Proſtaphæreſis ſeu Aequatio directionis per additionem, vel ſubtractionem, vt indicat ſequens tabella; ex qua etiam habetur eius affectio, ideſt quando addenda, vel auferenda ſit à Differentia Recta Significatoris & Promiſſoris, vt prodeat arcus directionis quæſitus.

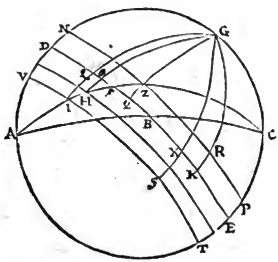
Si ambæ differentiæ Aſcẽſionales, Significatoris, & Promiſſoris fuerint affectionis

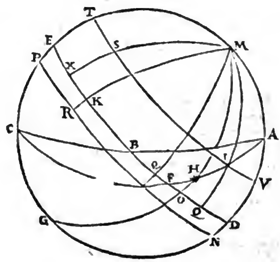
- Eiuſdem; earum Differentia erit Proſtaphæreſis, ſeu Aequatio directionis, quæ erit in parte Cœli
  - Aſcendente
    - Adiectiua, cùm Promiſſoris
    - Ablatiua, cùm Significatoris
  - Deſcẽdente
    - Adiectiua, cùm Significatoris
    - Ablatiua, cùm Promiſſoris

  Aſcenſionalis Differẽtia fuerit, vel
  - Septentionalis minor
  - Meridionalis maior
- Diuerſę, aggregatum ipſarum erit Proſtaphæreſis, ſeu Aequatio directionis, & hæc quidem in parte Cœli
  - Aſcendente, erit
    - Adiectiua, ſi Meridiana
    - Ablatiua, ſi Septentrionalis
  - Deſcendẽte, erit
    - Adiectiua, ſi Septẽtrionalis
    - Ablatiua ſi Meridiana

  fuerit Promiſſoris Differentia Aſcenſionalis.

Ad maiorem huius operationis dilucidationem intelligamus in prima adiectarum figurarum primò Significatorem reperiri in puncto H circuli poſitionis A H C, diſtantem à Meridiano penes arcum Æquatoris D O, & demus Promiſſorem vnum in R, cuius Declinatio eſt K R Septentrionalis, & Diſtantia à Meridiano D O K. Supponamus autem hanc figuram repræſentare partem Cœli Aſcen-





dentem, vnde vtriuſq; Differentia Recta erit arcus Aequatoris O K. Vt autem indagari poſſit arcus Aequatoris, qui motu Primi Mobilis tranſibit, donec ipſe Promiſſor R traducatur ad ſitum Significatoris, ideſt ſuper circulum poſitionis ipſius A H C; ducemus parallelum N R P ipſi Aequatori per locum R Promiſſoris, qui circulum poſitionis ſecabit in puncto Z. Quare quando Promiſſor perueniet

ad

Digitized by Google

ad punctum Z, diſtabit à medio Cœli per arcum Aequatoris D F Q, qui dicitur Diſtantia Promiſſoris a Meridiano in ſitu Significatoris: ſiquidem circulus Declinationis G R K ipſius Promiſſoris permutabitur in circulum G Z Q, atque portio Aequatoris Q K erit arcus directionis quæſitæ. Qui planè innoteſcet, auferendo ab arcu O K Differentiæ Rectæ vtriuſque arcum O F Q Aequationis directionis. Conſtat autem dicta Aequatio O F Q ex Differentia Aſcenſionali Meridiana O F Significatoris, & ex Differentia Aſcenſionali F Q Septentrionali Promiſſoris inuicem additis, cuius denominationem, & affectionem retinet ipſa Aequatio, nempe Septentrionalem.

Sit ſecundò aliùs Promiſſor in puncto S eiuſdem primæ figuræ obtinens Declinationem Meridianam S X, per quem tranſeat parallelus Aequatoris ſecans circulum poſitionis in I. Manifeſtum eſt, ipſius Promiſſoris Diſtantiam à Meridiano computari in arcu Aequatoris D X; & eſſe Differentiam Rectam, inter ipſum, & Promiſſorem exiſtentem in H, Aequatoris arcum O X; & tunc quidem O F Differentia Aſcenſionalis Meridiana Significatoris auferenda eſt à Differentia Aſcenſionali Q F itidem Meridiana ipſius Significatoris, vt prodeat earum Differentia Q O Meridiana, quæ dicitur Proſtaphæreſis, ſeu Aequatio directionis; & hæc ob contrariam cauſam addenda eſt Differentię Rectę O X Significatoris, & Promiſſoris, vt proueniat notus arcus directionis Q X motu diurno prouoluendus, donec Promiſſor traducatur ad ſitum Significatoris, nempe ad punctum I, qui Promiſſor diſtat à Meridiano per arcum D Q, qui dicitur Diſtantia Promiſſoris à Meridiano in ſitu Significatoris.

Sit tertiò in ſecunda figura, medietatē Cœli deſcendentē referente, Significator in H in circulo poſitionis A H C, diſtans à Meridiano iuxta Aequatoris arcum D O. Sit deinde Promiſſor aliquis in S cum Declinatione Boreali S X, recedens à Meridiano iuxta Aequatoris arcum D X, vt Differentia Recta inter Significatorem & Promiſſorem exprimatur per portionem Aequatoris X O. Intelligatur parallelus T V dicti Promiſſoris ſecans circulum poſitionis in I. Quod punctum vbi Promiſſor motu Primi Mobilis attigerit, erit deuolutus arcus Aequatoris X Q, qui eſt arcus directionis excedens Differentiam Rectam X O arcu Aequatoris O Q qui conſtat ſubducendo Aſcenſionalem Differentiam Borealem F O Significatoris, ab Aſcenſionali Differentia F Q Boreali Promiſſoris; ſicq; patet, Aequationem directionis, ideſt arcum O Q Borealem in parte deſcendente eſſe addendum Differentiæ Rectæ.

Sit poſtremò in eadem ſecunda figura alius Promiſſor in R obtinens Declinationem Meridiamam R K, & Diſtantiam à Meridiano penes arcum Aequatoris D K, manente eodem ſignificatore H. Patet igitur vtriuſq; Differentiam Rectam referre arcum Aequatoris O K, & arcum directionis eſſe K Q, intelligendo quidem duci prius circulum Declinationis à Polo M per punctum Z, in quo parallelus Promiſſoris ſecat circulum poſitionis: Aequatio autem directionis exprimitur per arcum Aequatoris O F Q, quæ conſtat ex Differentia Aſcenſionali F O Septentrionali ipſius Significatoris, & ex Differentia Aſcenſionali Q F Meridiana ipſius Promiſſoris ſimul additis; & hæc Aequatio retinet titulum, & affectionem Meridianam ipſius Promiſſoris: quò fit, vt in hac parte Cœli deſcendente ſubtrahenda veniat à Differentia Recta O K, vt remaneat arcus directionis Q B K. Verum nunc per numeros Exempla aliquot in medium proferamus.

Exemplum Primum.

ESto Significator quiſpiam grad.8. ♌ ſupra terram in medietate Cœli Aſcendente, cuius Declinatio gr.18.20'. Septentrionalis, & Recta Aſcenſio grad.130.26'. per ſua Problemata ſint adinuenta. Sit præterea ipſius Diſtantia à Medio Cœli data, vtpotè grad.57.52'. ſub Latitudine Regionis grad.45. unde ex Problemate quinto, & ſexto huius innoteſcet circulus poſitionis ipſius grad.35.0'. ſub quo Differentia Aſcenſionalis per Probl.16. Sexti huius prodit grad.13.25'. Septentrionalis. Accipiamus autem Promiſſorem vnum in grad.20. ♍, cuius Declinatio eſt grad.3.58'. Borea; & Recta Aſcenſio gr.170.49'. à qua ſublata Recta Significatoris Aſcenſione relinquitur Differentia Recta vtriuſque grad.40.23'. Cum Declinatione autem ipſius colligitur Aſcenſionalis Differentia gr.2.46'. Septentrionalis ad Eleuationem Poli grad.35. ipſius Significatoris, qua ſublata ab illa Significatoris relinquit Aequationem directionis gr.10.39'. & hæc quidem addenda eſt in parte Cœli Aſcendente Differentia recta, vt proueniat arcus directionis quæſita grad.51.2'.

Quòd ſi cùm ipſius Significatoris arcu ſemidiurno grad.109.20'. & cum eadem à Meridiano Diſtantia grad. 57.52'. depromes arcum poſitionis gr.44.26'. per Probl.13. huius, & per Probl.14. ſimiliter huius Aſcenſionalem eiuſdem Differentiam gr.13.26'. ad illum circulum poſitionis acceperis, atque per Probl.14. huius cum arcu ſemidiurno Promiſſoris gr.93.59'. Aſcenſionalem Differentiam ipſius Promiſſoris, quæ erit grad.2.46'. poteris quidem eodem penitus modo conficere Aequationem directionis, & calculum, ſicut ſupra, abſoluere, nam eundem planè directionis arcum cum ſuperiore formabis.

Exemplum

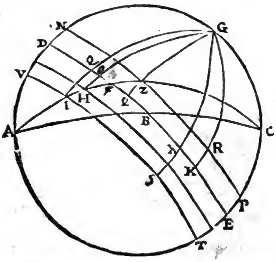
Exemplum Secundum.

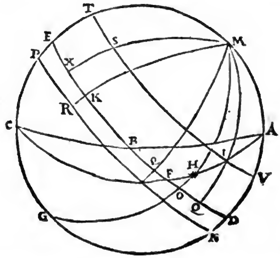
OBlatus ſit Significator gr.19.♑ ad Latitudinem Regionis grad.40. cuius quidem datus ſit ſemidiurnus arcus gr.70. Recta Aſcenſio gr.290.35′. & Diſtantia à Meridiano gr.17.22′.38″. cum quibus ex 13. Problem. innotuit poſitionis arcus gr.26. & Aſcenſionalis Differentia grad.8.37′.22″. Sit autem Promiſſor grad.10. ♒ cuius quidem ſemidiurnus arcus eſt grad.74.22′. ad eandem Polarem Eleuationem grad.40. cum qua ex 15. Problemate huius adinuenitur Differentia Aſcenſionalis gr.6.47′. ſub illo arcu poſitionis grad.26. eſt autem ipſius Recta Aſcenſio graduum 312.28′. à qua reiecta Recta Significatoris Aſcenſione grad.290.35′. relinquitur vtriuſq; Differentia Recta grad.21.53′. Vnde arcus directionis ſic colligitur.

	G	M
Differentia Recta Significatoris, & Promiſſoris	21	53
Differentia Aſcenſionalis Significatoris Meridiana	8	37
Differentia Aſcenſionalis Promiſſoris Meridiana	6	47
Differentia vtriuſque ſubtrahenda.	1	50
Directionis arcus quaſitus	10	3

TERTIVS MODVS.

INuento poſitionis circulo Significatoris, vt in alijs modis præcepimus, atque etiam explorata diſtantia Promiſſoris à Meridiano in proprio ſuo ſitu, colligatur cum Polari Eleuatione, & poſitionis circulo Aequatoris arcus inter Meridianum, & dictum circulum concluſus per Decimum Problema huius; atque etiam cum Declinatione Promiſſoris accipiatur eius Aſcenſionalis Differentia ſub Eleuatione Poli ipſius circuli poſitionis. Cæterùm expeditius eſt per Probl. 13. ex arcu ſemidiurno, vel seminocturno Promiſſoris, ac eiuſdem à Meridiano Diſtantia elicere arcum poſitionis ipſius; necnon per Problema 14. Aſcenſionalem differentiam Promiſſoris ſub dicto poſitionis circulo depromere. Quæ quidem Differentia Aſcenſionalis addatur in parte Cœli Aſcendente dicto arcui Aequatoris, quem poſitionis dicimus, nuper collecto, ſi fuerit Septentrionalis, vel ab eodem minuatur, ſi Meridiana. Sed in parte Cœli Deſcendente fiat contrarium, nempe Differentia Aſcenſionalis Meridiana addatur Aequatoris arcui, & Septentrionalis auferatur, ſicq; producetur Diſtantia, quam debet obtinere à Meridiano Promiſſor, vt ſitum Significatoris poſſideat, cuæ cum Diſtantia, quam dictus promiſſor habet à Meridiano in proprio ſitu, conferatur, auferendo ſcilicet minorem de maiore, quando ſunt in eadem Cœli medietate reſpectu Meridiani, vel ambas congiungendo, quando ſunt in diuerſis medietatibus Cęli, nam ſic patefiet arcus directionis quæſitus.





Reaſſumamus hic ſuperiorem Secundi modi figurationem, in qua Significator ſtatuitur in H, cuius Diſtantia à Medio Cœli ſit cognita per arcum Aequatoris D O, vnà cum Declinatione ipſius H O, ex quibus per Problema Quintum, & Sextum huius patefit Eleuatio Poli ſupra circulum poſitionis A H C, dum tamen nota præſupponatur Latitudo Regionis. Ex his tum per decimum Problema cognoſcitur arcus Aequatoris D F cadens inter circulum ipſum poſitionis, & Meridianum; nam hic arcus deſeruiet pro omnibus directionibus abſoluendis reſpectu circuli poſitionis. Vel quidem dictus

Aequato-

Digitized by Google

Æquatoris arcus D F inueſtigetur per decimumtertium Problema huius, ope ſcilicet arcus ſemidiurni, & Diſtantiæ à Meridiano. Sit præterea Promiſſor vnus in R, cuius Diſtantia à Meridiano ſit explorata penes Aequatoris arcum D K; & alius etiam Promiſſor intelligatur in S, cuius Diſtantia à Meridiano pateat in arcu Aequatoris D X. Iam igitur Promiſſoris R, cuius parallelus ſecat poſitionis circulum in Z, colligatur Differentia Aſcenſionalis F Q, cum Declinatione ipſius Z Q, quę eadem eſt, quæ K R; cumq; ea ipſa ſit Septentrionalis, addenda erit arcui Aequatoris D F nuperrimè inuento, vt pateat arcus Aequatoris D Q, quo Promiſſor remouetur à Meridiano, dum tenet ſitum Significatoris, & hic tandem reiectus ab arcu D K, quo idemmet Promiſſor in proprio ſuo ſitu elongatur à Meridiano, reſtabit arcus Aequatoris Q K directionis quæſitæ. Præterea alterius Promiſſoris S colligatur Aſcenſionalis Differentia Q D F mediante Declinatione ipſius S X, ideſt I Q; nam hęc quidem, quia Meridiana eſt in hac parte Cœli Aſcendente, auferenda eſt à dicto Aequatoris arcu D F ſuperiùs explorato, & relinquetur arcus D F Diſtantiæ Promiſſoris à Meridiano, dum ſitum ipſius Significatoris obtinet, qui tandem detractus ab eiuſdem Promiſſoris Diſtantia à Meridiano D X, relinquit arcum directionis Q F X. Sed Exempla per numeros adferamus.

Exemplum Primum.

Sit, vt in primo Exemplo ſecundi modi Significator gr.8. ♌ ſub circulo poſitionis grad.35. in Latitudine Regionis grad.45. Promiſſor autem ſit grad.20. ♍, cuius Declinatio grad.3.58'. Borea, & à Meridiano Diſtantia grad.98.15'. cum circulo poſitionis, & Latitudine Regionis excipio per Problema.10. huius arcum Aequatoris concluſum inter Meridianum, & dictum circulum, nempe 44.27. & cum Declinatione Promiſſoris ad Eleuationem grad.35. accipio per Problema decimumſextum Sexti Differentiam Aſcenſionalem grad.2.46'. Boream, addendam in parte Cœli Aſcendente dicto Aequatoris arcui, vt prodeat Diſtantia Promiſſoris à Meridiano in ſitu Significatoris grad.47.13'. quæ ſublata ab illa, quam idem in proprio ſitu obtinet, remanet arcus directionis grad.51.2'. ſicut in præcedente modo.

Exemplum Secundum.

Reaſſumpto hic ſecundo Exemplo ſuperioris Modi, in quo dabatur Significator gra.19. ♑, & eius arcus ſemidiurnus grad.70. ad Latitudinem Regionis grad.40. & Diſtantia à Meridiano grad.17.22.38'. ex quibus collectus fuit poſitionis arcus grad.26. Promiſſor autem fuit grad.10. ♒, cuius arcus ſemidiurnus grad.74.22'. & Aſcenſionalis Differentia ad illum circulum poſitionis fuit explorata gr.6.47. quæ ſublata à dicto arcu poſitionis, relinquit Diſtantiam Promiſſoris à Meridiano in ſitu Significatoris. Hac autem ſi auferatur ab eiuſdem Promiſſoris Diſtantia à Meridiano in ſuo proprio ſitu grad.39.16'. relinquet arcum directionis gr.20.3'. vt priùs.

QVARTVS MODVS.

EXplorandus eſt circulus poſitionis Significatoris, vt in reliquis modis, atque etiam colligenda eſt Aequatio directionis, ſicut in ſecundo modo præcepimus. Hanc verò è conuerſo dicti ſecundi modi adde, vel aufer à Diſtantia Significatoris à Meridiano, vt fiat Diſtantia Promiſſoris à Meridiano in ſitu Significatoris. Quæ collata tandem cum ipſiuſmet Promiſſoris Diſtantia à Meridiano, quam habet in proprio ſitu, vt minor à maiore ſubducatur, quando ſunt in eadem Cœli medietate reſpectu Meridiani; vel ambæ addantur inuicem, quando in diuerſis Cœli medietatibus ſunt, producet arcum directionis quæſitæ: & hæc directionis forma ſatis facilè percipitur ex ſuperioribus ſchematibus. Poſito namq; Significatore H in circulo poſitionis A H C diſtante à Meridiano per arcum D K, erit, vt in ſecundo modo diximus, directionis Aequatio arcus O F Q, quæ ſicut ibi à Differentia Recta O K auferebatur, ita hic contraria ratione additur arcui D O Diſtantiæ Significatoris à Meridiano, vt pateat arcus D O Q Diſtantiæ Promiſſoris à Meridiano in ſitu Significatoris, qui poſtremò reiectus à Diſtantia D K quam ſortitur idem Promiſſor in proprio ſitu, relinquit arcum directionis Q K, ſicut in dicto ſecundò modo.

Exemplum.

Subiungemus primum Exemplum ſuperioris modi, in quo præſupponitur Significator grad.8. ♌ ſub circulo poſitionis gr.35. & Promiſſor gr.20. ♍. Diſtantia Significatoris à Meridiano datur ibi gr.57.52'. atq; Promiſſoris Diſtantia à Meridiano eſt gr.98.15'. Fuit etiam ibidem explorata Aequatio directionis gr.10.39'. quam hic auferemus à Diſtantia Aequatoris à Meridiano, & reliquum erit Diſtantia, quam debet habere Promiſſor in ſitu ipſius Significatoris, nempe gr.47.13'. quæ ſi fuerit ſublata ab altera ipſius Promiſſoris Diſtantia in proprio ſitu, producetur arcus directionis quæſita graduum 51.2'. ſicut etiam in ſecundo modo patuit.

PROBLE-

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI, MATHEMATICARVM

In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris,

PRIMI MOBILIS LIBER DECIMVS,

CONTINENS PROBLEMATA AD TEMPVS INVESTIGANDVM FACIENTIA.

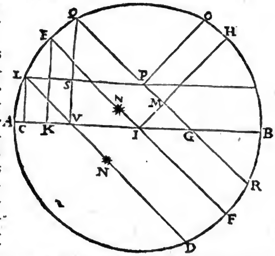
Præfatio.

DAMVS in hoc Decimo libro Problemata, ex quibus tempus aliquod inquirendum eſt, quæ videlicet verſantur in inquiſitione arcus ſemidiurni vel ſeminocturni Solis, & Stellarum ſingularum, ex quo pateſcat quantitas diei, & noctis artificialis, deinde tempus exortus vel occaſus Stellarum, atque emerſionis vel occultationis earundem reſpectu Solis præbent. Tradimus præterea, quomodo ex Solis vel Stellæ Altitudine poſſit cognoſci temporis momentum; ſic & qua ratione idem cognoſcatur, dum Sol Verticalem circulum pertranſit. Adijcimus huc varios modos deprehendendi magnitudines crepuſculorum tam matutinorum quàm veſpertinorum, aliaq; quàm plurima. Verùm cùm in hiſce Problematibus neceſſariò ſemper colligatur arcus Aequatoris, vt qui tempus quæſitum menſurat, non ab re eſſe duximus, Tabellam conuerſionis ſingulorum graduum Aequinoctialis in tempus vſuale Libro huic præfigere; cuius vſus eſt, vt ingrediaris in eam cum gradibus Aequatoris primò, deinde cum minutis ſecundò, & quicquid ex vtroque laterali ingreſſu in area collegeris, erit tempus quæſitum.

PROBLEMA I.

Arcum ſemidiurnum Solis, vel Stellæ cuiuſcunque, & conſequenter quantitatem diei, & noctis artificialis definire.

PRoblemate vndecimo Sexti huius docuimus adinuenire arcum ſemidiurnum in gradibus Aequatoris cuiuſlibet puncti Eclipticæ ope Differentiæ Aſcenſionalis, qui ad Solem refertur. Deinde Problemate decimonono Octaui ad eundem modum ſemidiurnum arcum Stellę cuiuſcunq; exorientis explorauimus. Nunc autem eundem arcum adhuc alia ratione,& magis quidem Generali inueſtigabimus; ſimulq; docebimus, quomodo ipſo auxiliante quantitas diei, & noctis artificialis cognoſcitur. Proponatur itaque figura Analematis, in qua Meridiano A E H B aptetur ſemidiameter Horizontis A I B, & Aequatoris ſemidiameter E I F. Sumantur deinde duo paralleli vnus Borealis, cuius diameter Q R ſecet Horizontem in G, & alter Auſtralis, cuius diameter L D Horizontem ſecet in V. Patet itaq; arcum ſemidiurnum Paralleli Borealis obtinere Sinum verſum in portione Q G diametri ſui paralleli,ſicut portio L V diametri paralleli Auſtralis Sinus eſt verſus ſui arcus ſemidiurni. Iam igitur vtrumq; ſemidiurnum arcum tam in Sole, quàm in Stellis Fixis exorientibus proponimus determinare ex Declinatione vel Solis, vel Stellæ, ac Poli Eleuatione. Ducantur rectæ Q V, E K, L C perpendiculares ad diametrum Horizontis: vt E K euadat Sinus Altitudinis Aequatoris, ideſt complementi Eleuationis Poli, Q V Sinus Altitudinis Meridianæ paralleli Borealis, & L C Sinus Altitudinis Meridianæ paralleli Auſtralis; qui Sinus facilè poſſunt obtineri: arcus enim A Q Altitudinis Meridianæ paralleli Borealis conſtat ex additione arcus E Q Declinationis Solis vel Stellæ Borealis ad arcum A E Eleuationis Aequatoris; & arcus A L Altitudinis Meridianæ paralleli Auſtralis patefit ſubducendo ab arcu A E Eleuationis Aequatoris arcum E L Declinationis Auſtrinæ Solis, vel Stellæ propoſitæ.



Quoniam igitur Triangula E K I, Q V T, vel E K I, L C V ſunt ſimilia, quia æquiangula, vt aliàs diximus, erit recta E Q Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad E I Sinum totum, ſicut Sinus Altitudinis Meridianæ Q V paralleli Borealis ad Q G ſemidiurni eiuſdem arcus Sinum verſum; Vel ſicut L C Sinus Altitudinis Meridianæ Auſtralis paralleli ad L V eiuſdem ſemidiurni arcus Sinum verſum Sed, vt eſt Sinus ſecundus Altitudinis Poli ad Sinum totum, ita Sinus totus ad Secantem eiuſdem Altitudinis Poli, per primum compendium Magni Canonis; igitur, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli, ita Sinus Altitudinis Meridianæ paralleli ad Sinum verſum ſui arcus ſemidiurni. Verùm cùm in hac Analogia tres priores lineæ datæ ſint in ratione totius Sinus E I, prodibit vtiq; quarta Q G, vel L V in eandem ratione, quam oportet ad illas partes reducere, qualium ſemidiameter Q L paralleli Borealis, vel ſemidiameter L N paralleli Auſtralis exiſtit Sinus totus; quod profectò ex regula proportionum facilè obtinebimus, ſi fiat, vt Q M Sinus ſecundus Declinationis Polis, vel Stellæ, ad Q G rectam ex priore Analogia cognitam in eadem ratione totius Sinus E I; ita eadem Q M Sinus totus reſpectu ſui paralleli ad Q G Sinum verſum in eodem parallelo; ideſt per idem primum compendium Magni Canonis Sinus totus ad Secantem Declinationis Polis vel Stellæ, ita recta Q G, quam primum Inuentum dicimus, ad ſemidiurnum arcum Polis vel Stellæ.

Q V G
E K
Q M

Operatio ſic ſe habet. Multiplica primò Secantem Altitudinis Poli in Sinum Altitudinis Meridianæ Polis, vel Stellæ, & productum diuide per Sinum totum, & abiectis quinque poſtremis figuris remanebit Inuentum primum: Hoc rurſus multiplica in Secantem Declinationis Polis vel ſtellæ, & à producto tolle quinque notas, & producetur Sinus verſus arcus ſemidiurni; Polis vel Stellæ.

Primum Exemplum.

E*Sto Sol in grad.6. ♊ obtinens Declinationem Borealem grad.21.23′.8″.cuius Aſcenſionalis Differentia ad Eleuationem Poli grad.45. ſit exquirenda.*

Digitized by Google

	G M S		
Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Declinatio Solis Borealis	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 6	*Sinus eius.*
Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
		1 2 9 5 7 8	*Primum Inuentum.*
Declinatio Solis.	21 23 8	1 0 7 3 9 4	*Secans eius.*
Arcus ſemidiurnus quæſitus	113 3 15	1 3 9 1 5 9	*Sinus verſus prodiens.*

Exemplum Secundum.

Eandem Differentiam Aſcenſionalem comperio in Stella Capitis Meduſæ, vt ſequitur, cuius Declinatio data eſt grad.39.21'.38". & Altitudo Poli grad.45.

	G M S		
Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Declinatio Stellæ Borea.	39 21 38		
Altitudo Meridiana ipſius	84 21 38	9 9 5 1 6	*Sinus eius.*
Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
		1 4 0 7 3 7	*Primum Inuentum.*
Declinatio Stellæ	39 21 38	1 2 9 3 3 7	*Secans eius.*
Arcus ſemidiurnus quæſitus	145 6 35	1 8 2 0 2 5	*Sinus verſus prodiens.*

Inuento autem ſemidiurno arcu in gradibus Aequatoris facilè tempus ipſum ſemidiurnum, ideſt mora Solis ſupra terram definitur, partitione ſcilicet ipſius per quindecim, eo quòd ſingulis horis de Aequatore, ac parallelis exoriuntur & occidunt quindecim gradus, & quilibet gradus quatuor minuta temporis expoſcit, quodlibet autem minutum Aequatoris quatuor ſecunda temporis requirit. Vnde ſemidiurnum tempus ipſius Solis erit tunc horarum 7.32'.13". ex cuius duplicatione prodit diei artificialis quantitas horarum 15.4'.26". Quòd ſi diem hunc artificialem ſubduxeris ab horis 24. remanebit quantitas noctis artificialis horarum 8.55'.34". Sicut etiam ſi ſemidiurnus arcus auferatur ab horis 12, relinquetur ſeminocturnus horarum 4.27'.47". Et hæc quidem ratione Sphæræ ſic ſe habent. Verùm cùm Sol in Horizonte tam Orientali quàm Occidentali fiat tum parallaxi tum refractioni obnoxius, paulò aliter hæc ad apparentiam ſeſe habebunt. Enimuerò refractionis inſinuatio in Sole facit, vt dum eſt dimidio ferè gradu infra Horizontem ante ortum, iam videatur in ipſo ferè Horizonte, & cum dimidio ferè gradu demerſus eſt infra Horizontem, iam appareat in linea Horizontis, quo fit, vt hac ratione arcus diurnus ad apparentiam aliquantò augeatur atq; tantundem arcus nocturnus minuatur, quæ inæqualitas non tam ratione Obliquitatis Zodiaci, quàm ob variam Sphæræ obliquitatem prouenit. Quòd ſi quis ſcrupuloſè hæc rimari volet, ad definiendum arcum diurnum non ad centrum Solis in Horizonte, ſed ad extremum eius limbum primò apparentem vel diſparentem attendat. Quibus omnibus adinuicem collatis, accipiemus Solem propè ortum dodrante gradus ſeu min.46. infra terram latentem, & totidem ſub Horizonte occiduo profundatum. Quamobrem addemus Sinui Altitudinis Solis Meridianæ Sinum horum minutorum 46, & abſoluemus calculum, ſicut ſupra, vnde proueniet arcus ſemidiurnus apparens, & tanto quidem maior arcu ſemidiurno vero, quantum fert profunditas ipſius ſub Horizonte min.46. cuius rei demonſtratio patet ducendo Horizonti parallelam, quæ abſcindat minuta 46. de Meridiano; ſed repetamus ſuperius primum Exemplum pro inquirendo apparenti arcu ſemidiurno Solis.

Exemplum.

	G M S		
Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Declinatio Solis Borea	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 6	*Sinus eius.*
Depreſsio Solis addenda	46 0	1 3 3 8	*Sinus eius.*
		9 2 9 6 4	*Aggregatum ex vtroque Sinu.*
Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
		1 3 1 4 7 1	*Primum Inuentum.*
Declinatio Solis.	21 23 8	1 0 7 3 9 4	*Secans eius.*
Arcus ſemidiurnus quæſitus apparens	114 19 34	1 4 1 1 9 2	*Sinus verſus prodiens.*
Arcus ſemidiurnus verus ſupra elicitus	113 3 15		
Differentia vtriuſq; in gradibus Aequatoris	1 16 19		

Arcus

	G M S	
	X ' "	
Arcus ſemidiurnus apparens in tempore	7 37 18	•
Arcus ſemidiurnus verus in tempore	7 32 13	
Differentia vtriuſque in tempore	5 55	

Eſt autem arcus integer diurnus apparens horarum 15.14'.36". excedens verum arcum ſexta horæ parte, & ſeminocturnus apparens eſt horarum 8.45'.24", deficiens à vero ſexta ſimiliter horæ parte. Sed & percipi poteſt Differentia, quę eſt inter arcum ſemidiurnum verum & apparentem, ea quoque ratione, qua arcus Longitudinis crepuſculi exploratur, ſicut infra ſuo loco memorabimus.

PROBLEMA II.

Momentum temporis, quo Stella quædam exoritur vel occidit, ſub dato Horizonte inquirere.

PRoblema hoc eſt idem cum Canone decimoſeptimo noſtrarum Directionum Tabularum, vnde ne tempus videamus perdere, leui bracchio hic de illo tractabimus. Primò igitur tempus exortus Solis, vel occaſus facilè obtinetur ex notitia arcus ſemidiurni, quem Problemate pręcedente, & Vndecimo Sexti huius adinuenire docuimus. Enimuerò arcus ipſe ſemidiurnus in tempus conuerſus patefacit momentum temporis, quo Sol occidit in horis à Meridie numeratis. Idem verò ſublatus ab integro die naturali ſeu horis vigintiquatuor manifeſtat temporis momentum à meridie diei præcedentis, quo Sol ipſe exoritur.

Præterea tempus exortus vel occaſus Stellæ cuiuſpiam ſic indagatur. Ad diem propoſitum collige cum loco Solis ſub data Regionis Latitudine tum arcum ſemidiurnum & ſeminocturnum; vel ex præcedente, vel vndecimo Problemate Sexti huius; tum etiam eiuſdem Aſcenſionem Obliquam, ac Deſcenſionem per Probl. Decimumquartum Sexti; Deinde per Probl. 20. Octaui huius addiſces etiam Obliquam Stellæ propoſitæ Aſcenſionem, & Deſcenſionem. Subtrahe tum Obliquam Solis Aſcenſionem ab Obliqua Stellæ Aſcenſione, & Differentiam confer cum arcu Solis diurno, & ſi illo minor erit, orietur Stella interdiu, ſi maior, orietur noctu. Vt autem horam exortus colligere valeas, ſubtrahe arcum Solis diurnum à dicta Differentia Obliquarum Aſcenſionum ſuperius collecta, & productum in tempus conuerſum dabit horas & minuta à Meridie exortus ipſius Stellæ. Quòd ſi pro Obliquis Aſcenſionibus Solis, & Stellę acceperis Obliquas Deſcenſiones, & vice arcus diurni Solis arcum eiuſdem nocturnum, ad eundem modum operando cognoſces tempus occaſus ipſius Stellæ. Exempla prætermitto, quæ peti poſſunt à dicto Canone Decimoſeptimo noſtrarum Tabularum Directionum.

PROBLEMA III.

Diem determinare, quo Stella quæpiam à radijs Solis emergat, aut intra ipſos deliteſcat.

DEdimus ſimiliter Canonem Vigeſimum ſecundum noſtrarum Tabularum pro hoc quæſito, vnde hic illi non imorabimur. Inuenies itaq; ad datum tempus arcum Zodiaci emerſionis, & occultationis propoſitæ Stellæ ſub data aliqua Polari Eleuatione, & hoc quidem per Problema Vigeſimumſecundum Octaui huius; poſtea ſi cognoſcere libuerit diem emerſionis matutinæ, collige per Problema Vigeſimumprimum Octaui huius punctum Eclipticæ, cum quo ipſamet Stella exoritur, cui prædictum arcum Eclipticæ emerſionis adde, & prodibit locus Zodiaci, quem debet obtinere Sol, vt Stella ſit in prima matutina emerſione, quare facillimè ex Ephemeridibus diem habebis ingreſſus Solis in illud punctum.

Occultationis veſpertinæ dies ſic exploratur. Subtrahe arcum Eclipticæ occultationis veſpertinæ ipſius Stellæ, per dictum vigeſimumſecundum Problema Octaui elicitum, à puncto Eclipticę cum quo Stella occidit, quod Problema 21. eiuſdem Octaui docet adinuenire, & relinquetur Eclipticæ punctum, in quo Sol debet inueniri, vt poſt eius occaſum Stella quàmprimùm è Solaribus radijs egreſſa conſpiciatur, vnde & dies non ignorabitur.

Emerſionis autem Veſpertinæ dies ſic obtinebitur. Accipe punctum oppoſitum ei puncto, cum quo Stella exoritur, & ab ipſo ſubtrahe arcum Zodiaci apparitionis matutinæ, & relinquetur locus Zodiaci, quem Sol perluſtrans poſt eius occaſum, Stellam quàmprimùm in Horizonte Orientali conſpiciendam præbet; vnde & talis dies notus fiet.

Poſtremò

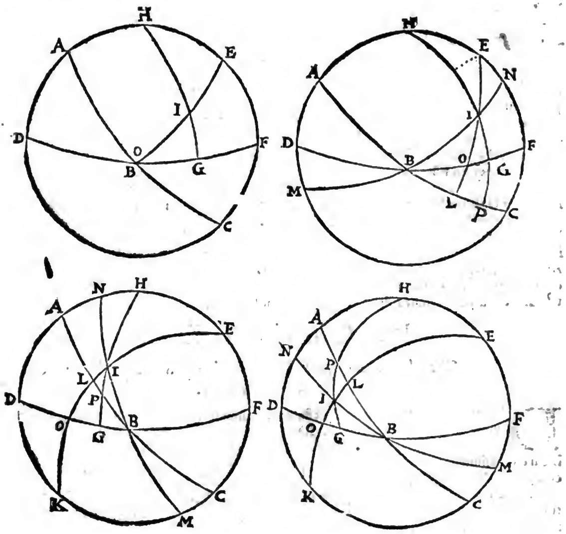
Digitized by Google

Poſtremò verò occultationis matutinæ dies indagatur, addendo puncto oppoſito illi, cum quo Stella occidit, arcum Zodiaci occultationis Stellæ à parte Occidentis, & naſcetur Zodiaci locus, quem debet obtinere, vt Stella talem occultationem ſubeat. Exempla peti poſſunt à dicto Canonæ vigeſimoſecundo noſtrarum Tabularum Directionum, vbi etiam vberiùs de Planetis inferioribus egimus.

PROBLEMA IV.

Data Solis ſupra Horizontem Altitudine ac Poli Eleuatione, horam, ſeu temporis momentum colligere.

PRoblema hoc conuerſum eſt decimi, & vndecimi Problematis Septimi libri, vbi ad horam datam ſub Polari qualibet Eleuatione Altitudinem Solis ſupra Horizontem adinuenimus; hic autem e conuerſo ex data Solis Altitudine indagare volumus Diſtantiam Solis à Meridiano, & ex conſequenti horam datam.



I. FORMA Per Triangula Sphærica Obliquangula.

TRansferantur huc ſchemata dictorum Problematum Septimi ad vſum huius; in quibus hæc data eſſe volumus, nimirum Altitudinem Solis ſupra Horizontem, quam refert arcus I G, Declinationem eiuſdem, nempe I L, & Eleuationem Poli E F. Oportet autem, vt Declinatio ex Solis loco ad illud tempus ſaltem prope verum cognito innoteſcat: parùm enim erroris in Declinatione euariatio loci Solis ad quatuor, vel quinque minuta inducit, quæ conficit Sol ſpatio temporis duarum horarum, quibus per æſtimationem à tempore obſeruationis abeſſe poſſumus; cùm Declinatio Solis ad ſingulas

gulas horas vnius minuti Differentiam poſſit ingerere. Præterea Altitudo Solis ſuper Horizontem ex obſeruatione per Inſtrumenta dabitur, quam deinde corrigemus ob diuerſitatem aſpectus, & refractionis hallucinationem, de quibus egimus Problemate primo Vndecimi, & alibi. His ita cognitis ad Triangulum Obliquangulum H E I diuertemur, in quibus ſingula latera nota ſunt, nimirum H I complementum datæ Altitudinis I G ex obſeruatione; H E complementum Eleuationis Poli E F; & deinde I E complementum Declinationis Solis I L; quæ poſtrema duo latera angulum H E I Diſtantiæ Solis à Meridiano ambiunt, cuius menſura eſt Aequatoris arcus A L, quem ope Primi Problematis Quarti libri adinuenire ſtatuimus; pro quibus nunc diuerſos modos & Exempla ad maiorem rei explicationem adducemus.

I. MODVS *Per Sinus rectos, ac verſos, & Secantes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli, ita Secans Declinationis Solis ad Inuentum primum: deinde fiat, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum, ita Differentia inter Sinum verſum ſecundum Altitudinis Solis, & Sinum verſum Differentiæ Altitudinis Poli, & Declinationis Solis, quā dicimus Inuentum ſecundum ad Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridiano. Hoc eſt multiplica Secantem Altitudinis Poli in Secantem Declinationis Solis, & reciſis quinque figuris relinquetur primum Inuentum. Conferas poſtea Altitudinem Poli cum Declinatione Solis, & minorem de maiore aufer, vt relinquatur earum Differentia, cuius Sinum verſum ſubtrahe ſemper à Sinu verſo ſecundo Altitudinis Solis, ideſt à Sinu verſo complementi Altitudinis Solis, ſicq; produces ſecundum Inuentum; quod multiplicatum in primum, & per totum diuiſum dabit in quotiente Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridiano.

Exemplum Primum. *Sit ad Latitudinem Regionis grad. 45. obſeruata Solis Altitudo graduum 5.12'.20". Sole verſante in gradu circiter 6. ♊, cuius Declinatio datur ex primo Problemate Quinti huius grad. 21.23'.8". Sic igitur ad inquiſitionem horæ procedo, ad quam illa data ſint.*

	G M S		
Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Declinatio Solis	21 23 8	1 0 7 3 9 5	*Secans eius.*
		1 5 1 8 7 9	*Inuentum primum.*
Altitudo Solis data	5.12.20		
Parallaxis addenda	2.55		
Refractio ſubtrahenda	14.15		
Altitudo Solis correcta	5 1 0	9 1 2 5 4	*Sinus eius verſus ſecundus.*
Differ. inter Declination. & Eleuation. Poli	23 36.52	8 3 7 4	*Sinus eius verſus.*
		8 2 8 8 0	*Inuentum ſecundum multiplicandū in primū.*
Diſtantia Solis à Meridiano.	105 0 0	1 2 5 8 8 3	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Hora quæſita	7 0 0		

Exemplum Secundum. *Data ſit ad ſupradictam Regionis Latitudinem graduum 45. Altitudo Solis ex obſeruatione graduum 35.55'. Sole adhuc exiſtente in gradu eodem 6. ♊, cuius Declinatio detur eadem, quæ ſupra ex primo Problemate Quinti gr. 21.23'.8". vnde pro inquirenda hora ſic efformo calculum.*

Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Declinatio Solis	21 23 8	1 0 7 3 9 5	*Secans eius.*
		1 5 1 8 7 9	*Inuentum primum.*
Altitudo Solis data	35 55 0		
Parallaxis addenda	2 25		
Refractio ſubtrahenda	0 30		
Altitudo Solis correcta	35 56 55	4 1 2 9 5	*Sinus eius verſus ſecundus.*
Differ. inter Declinationem, & Eleuat. Poli	23 36 52	8 3 7 4	*Sinus eius verſus.*
		3 2 9 2 1	*Inuentum ſecūdum multiplicandū in primū.*
Diſtantia Solis à Meridie	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Hora quæſita	4 0 0		

Exem-

Exemplum Tertium. *Manente eadem Polari obſeruatione, & loco Solis, fingamus fuiſſe obſeruatam Solis Altitudinem ſupra Horizontem graduum 15.1'.10": vnde colligitur hora ſexta à Meridie, vt hic, manente eodem primo Inuento, vt ſupra.*

	G M S		
Altitudo Solis data	15 1 10		
Parallaxis addenda	2 50		
Refractio ſubtrahenda	7 30		
Altitudo Solis correcta	14 56 30	7 4 2 1 6	
Diff. inter Declinationem & Eleuationẽ Poli	23 36 52	8 3 7 4	
		6 5 8 4 2	
Diſtantia Solis à Meridie	90 0 0	1 0 0 0 0 0	
	H ' "		
Hora quæſita	6 0 0		

II. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

SEquemur octauum modum Primi Problematis Quarti libri, & accipiemus complementa duorum laterum HE, HI Trianguli Obliquanguli HEI; eſt autem complementum lateris HE ipſa Polaris Eleuatio, & complementum lateris HI eſt ipſius Solis Altitudo ſupra Horizontem. Maiorem itaque ex his numeris quæremus vel in fronte Generalis Tabulæ, vel à latere ſiniſtro, & minorem in area, & excipiemus à latere ſiniſtro vel in fronte, facta prius conuenienti numerorum correctione, primum Inuentum. Deinde addenda eſt Solis Declinatio Quadranti, & obſeruandum eſt in fronte dictę Generalis Tabulæ primum Inuentum ſuperiùs exquiſitum, & percurrendo per illam columnam tantum procedemus, donec obtineamus duos numeros nempe arealem & lateralem ſiniſtrum, qui ſimul additi conficiant dictum aggregatum. Aut ſi expedierit, obſeruabimus à ſiniſtro latere dictum primum Inuentum, ac quæremus duos numeros arealem & frontalem, qui itidem coniuncti reſtituant aggregatum ex Declinatione & Quadrante. Quòd ſi hoc ex voto non ſucceſſerit, quærendi erunt ex aliquo dictorum modorum duo numeri differentes inter ſe, quantum eſt complementũ Declinationis Stellę. His autẽ duobus numeris adinuentis, qui vel ſimul coniuncti adęquẽt aggregatum ex Declinatione & Quadrante, vel differant ab inuicem complemento Declinationis Solis, accipiemus maiorem ex ipſis coæquantibus aggregatum ex Declinatione, & Quadrante, quãdo Eleuatio Poli fuerit maior Altitud. Solis ſupra Horizontem: at ſi fuerit minor ipſa Eleuatio Poli Altitudine Solis, accipiemus minorem numerum ex iam dictis. Verum ex duobus numeris ſimul differentibus pro quantitate complementi Declinationis Stellæ, ſumemus ſemper maiorem numerum, cuius quidem numeri complementum vocetur Inuentum ſecundum. Deinceps verò cùm hoc ſecundo Inuento & cum Altitudine Poli accedemus ad arealem Tabulam, adinueniendo à latere eius dextro vel in calce Eleuationem Poli, & in area dictum Inuentum ſecundum, atq; in calce vel à latere dextro obtinebis Inuentum tertium. Ad extremum verò accipies in calce vel à dextro latere eiuſdem Generalis Tabulæ Inuentum ſecundum, & in area Inuentum tertium, atq; à latere ſiniſtro vel in fronte elicies arcum Aequatoris menſurantem tempus à Meridie quæſitum, ſi duo adinuenti numeri æquauerint aggregatum ex Declinatione, & Quadrante: ſed ſi dicti numeri differentes fuerint abinuicem complemento Declinationis, Aequatoris arcus vltimò adinuentus erit complementum ad ſemicirculum quæſitæ Diſtantiæ Solis à Meridiano. Quòd ſi duos vltimos ingreſſus areales in Generalem Tabulam effugere placuerit, vtemur Tabula quartæ Analogiæ, ex qua vno tantum ingreſſu laterali, accipiendo videlicet frontaliter ſecundum Inuentum, & à latere ſiniſtro Altitudinem Poli, excipiemus ex area complementum arcus Aequatoris menſurãtem tempus quæſitum, vel exceſſus ipſius ſupra Quadrantem. Cæterum ſi euenerit, vnum ex duobus numeris complentibus aggregatum ex Declinatione, & Quadrante eſſe æqualem Declinationi, & alterum Quadranti, tunc quæſita Diſtantia erit præcisè gr. 90. ſeu ſex horarum.

Primum Exemplum. *In Latitudine Regionis gr. 45. ſit Solis oblata Altitudo gr. 5.12'.20". correcta ob refractionem & parallaxin, dum verſatur in gr. 6. ♊, cuius Declinatio patet grad. 21.23'.8'. Sic igitur horam Diſtantiæ ipſius à Meridie exquiro.*

	G M S		
Eleuatio Poli	45 0 0	*à latere ſiniſtro*	*Prima Tabulæ.*
Altitudo Solis ſupra horizontem	5 1 0 0	*in area*	
Inuentum primum in fronte acceptum	7 6 14		
Complementum Declinationis Solis	68 36 52		

Numerus

Digitized by Google

	G	M	S	
Numerus lateralis	75	29	36	*Horum Differentia æqualis eſt dicto complem.*
Numerus arealis	6	52	44	
Complementum maioris, ideſt Inuentum ſecundum	14	30	24	*in fronte* — *Quarta Tabulæ.*
Altitudo Poli	45	0	0	*à latere ſiniſtro*
Numerus in area repertus	15	0	0	
Quadrans addendus	90	0	0	
Diſtantia Solis à Meridiano	105	0	0	
	H	′	″	
Tempus ipſi congruens	7	0	0	

Exemplum Secundum.

E*ſto nunc Solis Altitudo data, & ob refractionem & parallaxin correcta grad.35.56′.55″. ad eandem Poli ſublimitatem manente ſimiliter Sole in grad.6.* ♊.

	G	M	S	
Eleuatio Poli	45	0	0	*in fronte* — *Prima Tabulæ.*
Altitudo Solis ſupra Horizontem	35	56	55	*in area*
Inuentum primum à latere ſiniſtro	56	7	23	
Aggregatum ex Quadrante, & Declinatione Solis	111	23	8	
Numerus lateralis	63	26	3	
Numerus arealis	47	57	5	
Complementum numeri maioris	26	33	57	*in fronte* — *Quarta Tabulæ.*
Altitudo Poli	45	0	0	*à latere ſiniſtro*
Numerus in area compertus.	30	0	0	
Complem. eius, ideſt arcus Aequat. diſtan. Solis à Mer.	60	0	0	
	H	′	″	
Tempus correſpondens	4	0	0	

Exemplum Tertium.

A*ccipiemus Tertium Exemplum ſuperiùs allatum, in quo dedimus Altitudinem Solis correctam gr.14.56′.30″. ſub eadem Poli Eleuatione, & retento eodem Solis loco.*

	G	M	S
Eleuatio Poli	45	0	0
Altitudo Solis	14	56	30
Inuentum primum	21	23	12
Numerus lateralis	90	0	0
Numerus arealis	21	23	12
Diſtantia à Meridie	90	0	0
	H	′	″
Tempus reſpondens	6	0	0

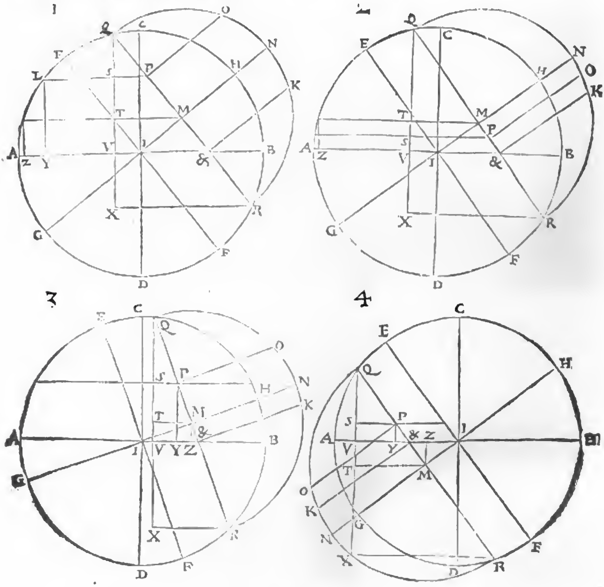
II. FORMA *Per Triangula Rectilinea.*

RECurramus ad figuras Analematis, quibus vſi fuimus eodem decimo Problemate Septimi, & quadruplici modo Diſtantiam Solis à Meridiano, ex qua horæ momentum deducitur, indagabimus.

PRIMVS MODVS.

QVoniam, vt eſt QV Sinus Altitudinis Solis Meridianæ ad QS Differentiam inter Sinum dictæ Altitudinis Meridianæ, & Sinum SV Altitudinis datæ ad horam quæſitam, ita Q& Sinus verſus arcus ſemidiurni Solis ad QP Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridie: ſi igitur loco Sinus Altitudinis Solis Meridianæ accipiatur Secans eius ſecunda, per opus duplicis multiplicationis

dictum Sinum verſum obtinebimus, iuxta ſecundum compendium Capitis tertij Primi libri, hoc eſt multiplicando ſimul Sinum verſum arcus ſemidiurni in Differentiam inter ſe Sinum Altitudinis datæ & Sinum Altitudinis Meridianæ, & prouenientem, poſt abiectionem quinque cifrarum, numerum denuò multiplicando per Secantem ſecundam Altitudinis Meridianæ, & reciſis quinque cifris remanet tandem dictus Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridie, ex quo patebit Diſtantia in gradibus Aequatoris, quæ in tempus viſuale conuertitur.



Exemplum Primum:

Data ſit Altitudo Solis grad.5.1'. ad Latitudinem Regionis grad.45. Sole verſante in gradibus 6. ♊, ſicut diximus in Primo Exemplo primi modi, cuius Declinatio dabatur ibidem graduum 21.23'.8". & arcus ſemidiurnus grad.113.3'.7". vnde ſic efformo calculum.

	G	M	S		
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0		
Declinatio Solis Borea	21	23	8		
Altitudo Solis Meridiana	66	23	8	91627	*Sinus eius.*
Altitudo Solis data	5	1	0	8746	*Sinus eius.*
				82881	*Differentia Sinuum.*
Arcus ſemidiurnus Solis	113	3	7	139156	*Sinus eius verſus.*

Primum

Digitized by Google

	G M S		
		1 1 5 3 3 4	*Primum productum.*
Altitudo Meridiana Solis	66 23 8	1 0 9 1 4 0	*Secans eius ſecunda.*
Diſtantia Solis à Meridie	105 0 0	1 2 5 8 7 6	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Tempus correſpondens	7 0 0		

Exemplum Secundum conueniens cum ſecundo primi modi.

Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Declinatio Solis Borea	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius.*
Altitudo Solis data correcta.	35 56 55	5 8 7 0 6	*Sinus eius.*
		3 2 9 2 1	*Differentia Sinuum.*
Arcus ſemidiurnus Solis	113 3 7	1 3 9 1 5 6	*Sinus eius verſus.*
		4 5 8 1 2	*Primum productum.*
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	1 0 9 1 4 0	*Secans eius ſecunda.*
Diſtantia Solis à Meridie	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Tempus correſpondens	6 0 0		

Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Declinatio Solis Meridiana	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius.*
Altitudo Solis data correcta	14 56 30	2 5 7 8 4	*Sinus eius.*
		6 5 8 4 3	*Differentia Sinuum.*
Arcus ſemidiurnus Solis	113 3 7	1 3 9 1 5 6	*Sinus eius verſus.*
		9 1 6 2 4	*Productum primum.*
Altitudo Solis Meridiana.	66 23 8	1 0 9 1 4 0	*Secans eius ſecunda.*
Diſtantia Solis a Meridie	90 0 0	1 0 0 0 0 0	*Sinus verſus collectus.*
	H ' "		
Tempus ei congruens	6 0 0		

SECVNDVS MODVS.

POſſumus & hac Analogia parùm à ſuperiore diuerſa vti; vt ſcilicet eſt QV Sinus Altitudinis Meridianæ Solis ad SV Sinum Altitudinis eiuſdem datæ, ita Q & Sinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdem ad P & differentiam inter dictum Sinum verſum arcus ſemidiurni,& Sinum verſum QP Diſtantiæ Soli à Meridie. Quamobrem ex duplici multiplicatione, ad inſtar ſuperioris modi, obtinebimus dictam Differentiam P &, qua detracta à Sinu verſo arcus ſemidiurni dati relinquetur QP Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridie. Multiplicetur itaque primò Sinus verſus arcus ſemidiurni in Sinum Altitudinis datæ, & reijciantur quinque notæ à dextra, & productum iterum multiplicetur in Secantem ſecundam Altitudinis Meridianę, nam reciſis quinq; notis habebitur numerus ſubducendus ſemper à Sinu verſo arcus ſemidiurni, vt prodeat Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridie in tempus vſuale conuertendæ.

Exemplum Primum, vt ſupra.

Arcus ſemidiurnus Solis	113 3 7	1 3 9 1 5 6	*Sinus eius verſus.*
Altitudo eiuſdem data	5 1 0	8 7 4 6	*Sinus eius.*
		1 2 1 7 1	*Productum primum.*
Altitudo Meridiana Solis	66 23 8	1 0 9 1 4 0	*Secans eius ſecunda.*
		1 3 2 8 3	*Productum 2. ſubtr. à Sinu verſo arcus ſemi.*
Diſtantia Solis à Meridie	105 0 0	1 2 5 8 7 3	*Sinus verſus relictus.*
Tempus conueniens	7 0 0		

Exemplum Secundum, ſicut ſupra.

	G M S		
Arcus ſemidiurnus Solis	113 3 7	139156	*Sinus eius verſus.*
Altitudo eiuſdem data correcta	35 56 55	58706	*Sinus eius.*
		81693	*Productum primum.*
Altitudo Meridiana Solis	66 23 8	109140	*Secans eius ſecunda.*
		89156	*Productum 2. ſubtr. à Sinu verſo arcus ſemid.*
Diſtantia Solis à Meridie	60 0 0	50000	*Sinus verſus relictus.*
	H ′ ″		
Tempus conueniens	4 0 0		

Exemplum Tertium, ſicut ſupra.

Arcus ſemidiurnus Solis	113 3 7	139156	*Sinus eius verſus.*
Altitudo Solis data correcta	14 56 30	25784	*Sinus eius.*
		35880	*Productum primum.*
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	109140	*Secans eius ſecunda.*
		39157	*Productū 2. ſubtr. à Sinu verſo arcus ſemid.*
Diſtantia Solis à Meridie	90 0 0	100000	*Sinus verſus relictus.*
	H ′ ″		
Tempus ei competens	6 0 0		

TERTIVS MODVS.

PRoblemate decimo Septimi huius diximus, rectam QT eſſe ſemiſſem aggregati ex Sinu QV Altitudinis Meridianæ, & Sinu VX depreſſionis eiuſdem. Eſt itaq; vt ſemiſſis QT ad QS Differentiam inter Sinum Meridianæ Altitudinis, & Sinum SV Altitudinis datæ, ita QM Sinus totus ad QP Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridie. Quare multiplicetur dicta Differentia in Sinum totum, & ſemiſſis aggregati ex Sinibus duarum Altitudinum dictarum ſtatuatur pro diuiſore, & colligetur in quotiente Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridie. Quòd ſi ſemiſſem dicti aggregati permutaueris in Secantem ſecundam (accipiendo videlicet eius arcum tanquam ſi eſſet Sinus, & cum illo arcu Secantem ſecundam) vnica multiplicatione calculum expedies, ducendo ſcilicet dictam Secantem in Differentiam Sinuum dictarum Altitudinum, & à producto reijciendo quinque notas, vt relinquatur dictus Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridie.

Exemplum Primum congruens cum primo ſuperioris modi.

Complementum Eleuationis Poli	45 0 0		
Declinatio Solis Borea	21 23 8		
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	91627	*Sinus eius QV.*
Depreſsio Solis Meridiana	23 36 52	40055	*Sinus eius VX.*
		131642	*Aggregatum, & eſt recta QX*
Arcus ei congruus in Sinibus	41 10 48	65641	*Semiſsis eius QT*
Idem arcus, vt ſupra	41 10 48	151877	*Secans eius ſecunda.*
		82881	*Diff. Sinuum duarum Altit. ſupra collecta.*
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0	125877	*Sinus verſus prodiens.*
	H ′ ″		
Tempus ei congruens	7 0 0		

Exemplum Secundum idem cum ſuperiore ſecundo.

		151877	*Secans ſecunda, vt in primo Exemplo.*
		32921	*Differentia Sinuum duarum Altitudinem, ſicut in 2. Exemplo primi modi collecta.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	50000	*Sinus verſus prodiens.*
	H ′ ″		
Tempus ei competens	4 0 0		

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Tertium idem cum tertio ſuperioris modi.

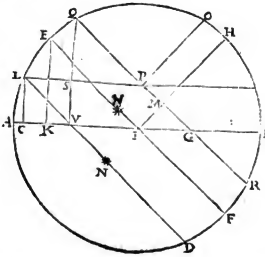
	G M S		
		1 5 1 8 7 7	*Secans ſecunda, v. ſupra.*
		6 5 8 4 3	*Diff. Sinuũ collecta, vt in 3. Exẽp. pⁱ modi.*
Diſtantia Solis à Meridie	90 0 0	1 0 0 0 0 0	*Sinus verſus proueniens.*
	H ′ ″		
Tempus collectum	6 0 0		

QVARTVS MODVS.

Fiat primò, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Solis, ita Secans Altitudinis Poli ad Inuentũ primum: poſtea fiat, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum, ita Differentia inter Sinum Altitudinis Solis datæ & Sinum Altitudinis Meridianæ ad Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridiano.

Operatio. Multiplicentur primò adinuicẽ Secantes Declinationis Solis & Altitudinis Poli,& quod poſt abiectionem quinq; notarum producitur, multiplicetur denuò in Differentiam inter Sinum Altitudinis Solis datæ, & Sinum Altitudinis eiuſdem Meridianæ, & reciſis quinq; notis relinquetur Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridiano, ex qua tempus patebit.

Demonſtratio.



Intelligatur eadem figuratio, ſicut ſupra in Primo Problemate huius,& Sinui QP verſo Diſtantiæ Solis à Meridie in ſuo parallelo, accipiatur proportionalis in Aequatore Sinus verſus EN, vt ſcilicet quam proportionem habet recta QM, quæ eſt Sinus totus in ipſo parallelo, ad QP Sinum verſum, eandem habeat EI Sinus totus, ſemidiameter nempe Aequatoris,ad EN Sinũ verſum in ipſo Aequatoris diametro. Iam igitur quoniam ob ſimilitudinem Triangulum QSP, EKI, vt eſt Sinus EK Eleuationis Aequatoris, ideſt complementi Eleuationis Poli ad EI Sinum totum; ita eſt QS Differentia inter Sinum Altitudinis Solis SV datæ, & Sinum QV Altitudinis Meridianæ,ad Sinum verſum QP Diſtantiæ Solis à meridiano in ſuo parallelo. Præterea vt eſt QM ſemidiameter paralleli Solis, ideſt Sinus ſecundus Declinationis Solis ad EI ſemidiametrum Aequatoris,ideſt Sinum totum, ita eſt QP Sinus verſus Diſtantiæ Solis à Meridie in dicto parallelo ad EN Sinum verſum eiuſdem Diſtantiæ in Aequatore. Igitur per compoſitionem rationis ad inſtar demonſtrationis 37. Theorematis Primi libri, erit rectangulum ſub EK Sinu ſecundo Altitudinis Poli & QM Sinu ſecundo Declinationis Solis ad Quadratum totius Sinus,vt eſt QS differentia vtriuſq; Altitudinis, ſicut diximus, ad EN Sinũ verſum Diſtãtiæ Solis à Meridiano.

Vt	ita
EK ad EI	QS ad QP
QM ad EI	QP ad EN

Igitur Rectangulum ſub EK & QM ad Quadratum EI, ſicut QS ad EM. EN

Sed vt eſt Rectangulum ſub Sinibus ſecundis duorum arcuum ad Quadratum totius Sinus, ita eſt idem Quadratum ad Rectangulum contentum ſub Secantibus eorundemmet arcuum per Theorema quadrageſimum Primi huius;ideſt ita eſt Sinus totus ad quartum numerum proportionalem reſpectu duarum illarum Secantiũ per Theorema 41. eiuſdem. Quamobrem erit,vt Sinus totus ad numerum ex multiplicatione Secantium Declinationis Solis & Eleuationis Poli, ac per totum Sinum diuiſione ortum; ita Differentia ſeu exceſſus, quo Sinus Altitudinis Meridianæ ſuperat Sinum Altitudinis Solis datæ ad Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridiano.

Exemplum Primum. *Data ſit Altitudo Solis graduum 5.1′.0″. ad Latitudinem Regionis graduum 45.0′. dum Sol verſatur in gradibus 6. ♊, ſicut diximus ſupra in primo modo ſecunda huius forma: vbi etiam dabatur eiuſdem Declinatio 21.25′.8″. vnde calculum ita proſequor.*

Declinatio

	G M S		
Declinatio Solis	21 23 8	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Altitudo Poli	45 0 0	1 0 7 3 9 5	*Secans eius.*
		1 5 1 8 7 9	*Productum primum.*
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius.*
Altitudo Solis correcta	5 1 0	8 7 4 6	*Sinus eius.*
		8 2 8 8 1	*Diff. Sinuum multipl. in primum productum.*
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0	1 2 5 8 7 7	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Tempus ei congruens	7 0 0		

Exemplum Secundum.

		1 5 1 8 7 9	*Primum productum, vt ſupra.*
Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius.*
Altitudo Solis data correcta	35 56 55	5 8 7 0 6	*Sinus eius.*
		3 2 9 2 1	*Diff. Sinuum multiplicãdam in 1. productũ.*
Diſtantia Solis à Meridiano	60 0 0	5 0 0 0 0	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Tempus ei congruens	4 0 0		

Exemplum Tertium.

Altitudo Solis Meridiana	66 23 8	9 1 6 2 7	*Sinus eius.*
Altitudo Solis data correcta	14 56 30	2 5 7 8 4	*Sinus eius.*
		6 5 8 4 3	*Diff. Sinuum multipl. in primum Productum.*
		1 5 1 8 7 9	*Productum primum.*
Diſtantia Solis à Meridie	90 0 0	1 0 0 0 0 0	*Sinus verſus prodiens.*
	H ' "		
Tempus ei competens	6 0 0		

Appendix.

SEd & hanc operationem ſic abſolues. Multiplica primò Secantem Altitudinis Poli in Differentiam Sinus vtriuſq; Altitudinis, & productum poſt abiectionem quinque notarum rurſus multiplica in Secantem Declinationis Solis, qui numerus hinc proueniens reiectis quinque notis erit Sinus verſus quæſitę Diſtantiæ Solis à Meridiano, vt hic vides in hoc Exemplo repetito.

Altitudo Poli	45 0 0	1 0 7 3 9 5	*Secans eius.*
		8 2 8 8 1	*Diff. Sinuum vtriuſq; Altitudinis, vt ſupra.*
		8 9 0 1 0	*Productum primum.*
Declinatio Solis	21 23 8	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano	105 0 0	1 2 5 8 7 8	*Sinus verſus prouenìens.*
	H ' "		
Tempus ei conueniens	7 0 0		

Fundamentum huius operationis facilè ex ſuperiore diagrammate intelligitur. Nam cùm ſit Sinus EK ſecundus Altitudinis Poli ad Sinum totum EI, vt eſt QS Differentia Sinuum vtriuſque Altitudinis ad QP Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Meridiano; ſi loco Sinus ſecundi EK Altitudinis Poli accipiatur eiuſdem Altitudinis Secans, adinuenietur primò per ſimplicem multiplicationem Sinus verſus QP. Sed cùm tres priores lineæ ſint in ratione totius Sinus EI, quarta linea QP prodibit in ijſdemmet partibus, quamuis debeat eſſe cognita in ratione totius Sinus QM, quod ſanè in hunc modum fiet. Cùm recta QM, quæ eſt Sinus totus reſpectu rectæ QP, ſit Sinus ſecundus Declinationis Solis in ratione totius Sinus EI, ſi fiat, vt QM Sinus ſecundus Declinationis Solis ad eandem QM Sinum totum, ideſt per compendium primum Magni Canonis, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis, ita QP recta modò inuenta reſpectu totius Sinus EI, ad eandem rectam QP in partibus ijſdem totius Sinus QM, habebitur quidem ipſa QP, vt ſupra exemplis patefecimus.

PROBLE-

PROBLEMA V.

Per datam Stellæ cuiuſcunque Altitudinem ſupra Horizontem cognitæ Regionis, horam noctis inueſtigare.

OPeratio hæc procedit prorſus ad imitationem præcedentis Problematis, nec alia datur differentia, niſi quod Diſtantia Stellæ à Meridiano, quæ ex calculo colligitur, addenda eſt Rectæ Stellæ Aſcenſioni, ſi Stella fuerit obſeruata inter medium Cœli & occaſum; vel contrà auferenda ab eadem, ſi fuerit citra meridianum, ideſt inter ortum,& ipſum Meridianum,atq; vtroq; modo conſurget Aſcenſio Recta Medij Cœli ad illud momentum; à quà ſi fuerit detracta Recta Solis Aſcenſio, accommodato integro circulo, ſi opus erit, proſiliet elongatio Solis à Meridiano in tempus vſuale conuertenda. Vel etiam hac ratione procede. Si Diſtantia Stellæ à Meridiano, quam calculus prodit, fuerit antemeridiana, aufer ipſam ab integro circulo, vt habeas elongationem Stellæ à Meridiano in gradibus Aequatoris penes motum Primi Mobilis: ſed ſi fuerit poſtmeridiana, ipſa quidem Diſtantia dicetur elongatio à Meridiano, iuxta motum Primi Mobilis. Deinde aufer Rectam Stellæ Aſcenſionem à Recta Solis Aſcenſione, ſi Stella fuerit antemeridiana; vel contrà aufer Rectam Solis Aſcenſionem à Recta Stellæ Aſcenſione, ſi fuerit ipſa Meridiana; & habebis Differentiam Aequatoriam Solis, & dictæ Stellæ; quàm quidem adde elongationi Stellæ à Meridiano, ſi fuerit Stella vltra Meridianum, ſed aufer ſi contrà, & prodibit tandem Diſtantia Solis à Meridiano in tempus conuertenda. Sed ſuperior ratio planior eſt, ac expeditior. Tum cum hac Stellæ à Meridiano Diſtantia, & cum data eiuſdem Altitudine, ratione refractionis correcta, ſupputatur Diſtantia ipſius Stellæ à Meridiano, vt ſupra de Sole fecimus.

Exemplum Primum. *Data ſit ad diem 15. Martij 1600. ſub Latitudine Regionis grad. 45. Altitudo poſtmeridiana Capitis Meduſæ gr. 36. 17'. 50". vt per eam momentum temporis inueſtigari poſſit ex Diſtantia Solis à Meridiano, vnde ſequendo primum modum Problematis ſuperioris talis prodit operatio.*

	G M S		
Altitudo Poli	45 0 0	1 4 1 4 2 1	*Secans eius.*
Declinatio Stellæ	39 21 40	1 2 9 3 3 9	*Secans eius.*
		1 8 2 9 1 3	*Inuentum primum.*
Altitudo Stellæ data	36 17 50	4 0 8 0 2	*Sinus eius verſus ſecundus.*
Diff. inter Declination. & Eleuaitonem Poli	5 38 20	4 8 4	*Sinus eius verſus.*
		4 0 3 1 8	*Diff. ſeu Inuentum 2. ducendum in primum.*
Diſtantia Stellæ à Meridiano	74 46 45	7 3 7 4 6	*Sinus verſus prodiens.*
Aſcenſio recta Stellæ addenda	40 38 15		
Aſcenſio Recta Medij Cœli	115 25 0		
Integer circulus addendus	360 0 0		
Aggregatum	475 25 0		
Aſcenſio Recta Solis	355 25 0		
Diſtantia Solis à Meridiano	110 0 0		
	H ' "		
Tempus ei competens	8 0 0		

Exemplum Secundum. *Demus nunc obſeruatam fuiſſe Spicæ Virginis Altitudinem antemeridianam gr. 24. 10'. 38". ſupra Horizontem, cui Polus Boreus attollitur graduum 44. 0'. & hoc ſanè ad diem vigeſimum ſextum Nouembris eiuſdem anni 1600, quo datur Solis locus gr. 4. 54'. Sagittarij; cuius Recta Aſcenſio grad. 242. 56'. Stellæ autem ſupra memoratæ datur Declinatio graduum 9. 1'. 8". Meridiana, & Recta eiuſdem Aſcenſio grad. 196. 4'. Quibus auxiliantibus, ſequendo quartum modum ſecundæ formæ præcedentis Problematis prodit per calculum Diſtantia Solis à Meridiano gr. 270. 0'. cui reſpondent horæ 18. P. M.*

Altitudo Poli	44 0 0	1 3 9 0 1 6	*Secans eius.*
Declinatio Stellæ	9 1 8	1 0 1 2 5 2	*Secans eius.*
		1 4 0 7 5 6	*Productum primum.*
Complementum Eleuationis Poli	46 0 0		
Declinatio Stellæ Auſtrina	9 1 8		
Altitudo ipſius Meridiana	36 58 52	6 0 1 5 5	*Sinus eius.*
Altitudo eiuſdem data	24 10 38	4 0 9 5 6	*Sinus eius.*
		1 9 1 9 9	*Diff. Sinuum multipl. in primum productum*

Diſtantia

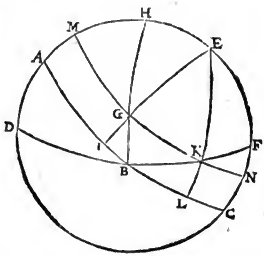
	G M S		
Diſtantia Stellæ à Meridiano	43 8 0	2 7 0 2 4	*Sinus verſus prodiens.*
Aſcenſio Recta Stellæ	196 4 0		
Aſcenſio Recta Medij Cæli	152 56 0		
Integer circulus addendus	360 0 0		
Aggregatum	512 56 0		
Aſcenſio Recta Solis	242 56 0		
Diſtantia Solis à Meridiano	270 0 0		
	H ′ ″		
Tempus ei congruens	18 0 0		

Non eſt tamen diſſimulandum, nos hac ratione non ita ad vnguem exactiſſimum tempus aſſequi poſſe, quin ſuboriatur aliqua differentia, vtpotè trium vel quatuor circiter minutorum; quod ideò euenit, quia tardiùs Altitudines Stellæ mutantur, quàm Aequatoris reuolutio; ac præterea oportet in hac operatione vti Inſtrumentis exactiſſimis, & conuenientis magnitudinis, adeò vt ſingula minuta poſſint oſtendere, ſicq; dummodo Solis ac Stellarum loca adamuſſim ſint cognita, prope verum tempus exactum addiſcemus.

PROBLEMA VI.

Eleuatione Poli, ac Solis Declinatione cognita, quo temporis momento Sol Verticalem circulum attingat, percipere.

Accipiamus ex Problemate Decimoquarto Septimi huius figuram, in qua diximus eſſe Meridianum A D C F, medietatem Horizontis D B F, & Aequatoris A B C. Statuatur autem Sol in G puncto circuli Verticalis H B. Tum ex data Eleuatione Poli, cuius complementum eſt H E, & ex data Declinatione Solis, cuius complementum eſt G E, quæritur angulus H E G Diſtantiæ Solis à Meridie, quem menſurat arcus Aequatoris A I. Per Problema igitur Decimumquartum Tertij huius innoteſcet dictus angulus, his modis.



I. MODVS Per Sinus, & Tangentes.

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Eleuationis Poli, ita Tangens Declinationis Solis ad Sinum ſecundum Diſtantiæ Solis à Meridie in tempus commutandæ.

Exemplum. *Eſto Sol in initio Cancri, & data ſit Eleuatio Poli gr. 44. vt habeatur horæ momentum, quo attingit Verticalem circulum, ſic procedo.*

Eleuatio Poli	44 0 0	1 0 3 5 5 3	*Tangens eius ſecunda.*
Declinatio Solis	23 21 30	4 3 5 3 3	*Tangens eius.*
Diſtantia Solis à Meridiano	63 12 30	4 5 0 8 0	*Sinus ſecundus prodiens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

Fiat commutatio tam Eleuationis Poli, quàm Declinationis Solis in arcum arealem tertij ordinis, ingrediendo videlicet cum Declinatione Solis in fronte, & à latere ſiniſtro, ac cum Eleuatione Poli in calce atque à latere dextro. Cum ambobus autem his commutatis numeris abſoluendo operationem Proſtaphæreticam colliges Sinum ſecundum Diſtantiæ Solis à Meridiano. Vt in eodem Exemplo.

Declinatio Solis commutata in arcum arealem tertij ordinis	25 48 23		*Magni Canonis*
Eleuatio Poli commutata in arcum arealem tertij ordinis	5 56 38		
Differentia	19 51 45	9 4 0 5 1 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	31 45 1	8 5 0 3 5 0	*Sinus eius ſecundus.*

Differentia

Digitized by Google

	G M S		
		9 0 1 6 0	*Differentia Sinuum.*
Diſtantia Solis à Meridiano	63 12 20	4 5 0 8 0	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus prodiens.*

III. MODVS *Per Tabulam quartæ Analogiæ.*

CVm Declinatione Solis, & cum Eleuatione Poli abſolue lateralem ingreſſum in dictam quartam Tabulam, acipiendo ſcilicet Eleuationem Poli ſiue in calce, ſiue à latere dextro, & Declinationem in fronte ſiue à latere ſiniſtro: & quod ex area colliges, erit complementum Diſtantiæ Solis à Meridiano in tempus conuertendæ.

Vt in dicto Exemplo comperiendo Eleuationem Poli grad. 44. in calce, & Declinationem Solis grad. 23. 31'. à ſiniſtro latere, respondet in area complementum Diſtantia Solis à Meridiano grad. 26. 48'. vnde Diſtantia Solis à Meridiano eſt graduum 63. 12'. quæ conuertitur in horas 4. & min. 13'.

PROBLEMA VII.

Idem temporis momentum, quo Sol per Verticalem circulum pertranſit, ex data Solis Altitudine ſupra dictum Verticalem circulum, & Declinatione eiuſdem, elicere.

REſumpta ſuperiore figura, ponamus notam eſſe Altitudinem Solis in circulo Verticali vel per obſeruationem, vel per Problema decimumquartum Septimi huius, atque ſimul etiam datam eſſe ipſius Solis Declinationem. Confugiemus itaque ad Triangulum Rectangulum G H E, in quo data Baſe G E, complemento ſcilicet Declinationis Solis, & dato latere G H complemento Altitudinis Solis in circulo Verticali, cognoſcetur per quartum Problema Tertij ang. H E G, quem determinat arcus Aequatoris A I menſurans tempus, quo Sol circulum Verticalem attingit.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Solis, ita Sinus ſecundus Altitudinis eiuſdem in circulo Verticali ad Sinum Diſtantiæ eius à Meridie.

Exemplum. *Eſto ſicut in ſuperiore Problemate locus Solis in initio Cancri, & Altitudo eius in circulo Verticali ſit obſeruata graduum 35. 4'. 20". vt habeatur tempus, quo attingit Verticalem circulum, ſic profero calculum.*

Declinatio Solis	23 31 30	1 0 9 0 6 5	*Secans eius.*
Altitudo Solis in Verticali	35 4 20	8 1 8 4 3	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Solis à Meridiano	63 12 20	8 9 2 6 2	*Sinus proueniens.*
	H ' "		
Tempus ei congruens	4 12 49		

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

FIat commutatio Decclinationis Solis in arealem arcum quarti ordinis, & hic numerus commutatus exponatur ad operationem Proſtaphæreticam vnà cum complento Altitudinis Solis in Verticali, & colligetur Sinus Diſtantiæ Solis à Meridiano in tempus conuertendæ. Vt hic.

Complementum Altitudin. Solis in Verticali	54 55 40		
Declinatio eiuſdem commutata ex quarto	6 15 41	*ordine.*	
Differentia	48 39 59	6 6 0 4 4 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	61 11 21	4 8 1 9 2 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 8 5 2 3	*Differentia Sinuum.*
Diſtantia Solis à Meridiano	63 12 20	8 9 2 6 2	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS. *Per arealem ingreſſum in Generalem Tabulam.*

DEclinatio Solis obſeruanda eſt à latere dextro, vel in calce dictæ Tabulæ, & in area complementum Altitudinis ipſius Solis in circulo Verticali, & à ſiniſtro latere vel in fronte patebit Diſtantia Solis à Meridiano in tempus conuertenda.

Vt in dicto Exemplo accipio in calce Declinationem Solis grad.23.31'.30". & in area complementum Altitudinis Solis in circulo Verticali, nempe grad.54.55'.40". atque à ſiniſtro latere dabitur Diſtantia Solis à Meridiano grad.63.12'.20", vt priùs.

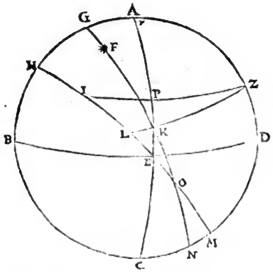
IV. MODVS Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

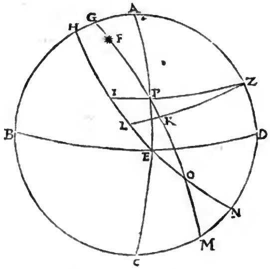
CApe in fronte ſecundæ Tabulæ Declinationem Solis grad.23.31'. & à latere dextro Altitudinem eius in circulo Verticali grad.35.4'. & in area habebis grad.63.12'. pro Diſtantia Solis à Meridiano, quæ dat horas 4.13'. ferè.

PROBLEMA VIII.

Regionis Latitudine & Ecliptica arcu Boreali cognitis, quanto tempore dictus arcus Verticalem circulum pertranſeat, exquirere.

PRoblema hoc nullum habet locum, quando propoſitus arcus habuerit vnum, vel ambos terminos in parte Zodiaci Auſtrali, quæ per Verticalem circulum nunquam pertranſit, ſed Borealis tantùm medietas talem ſubit circulum. Quare huic negotio inſeruiens arcus vel erit integer ſemicirculus Borealis ab Arietis initio incipiens, & in Virginis fine deſinens, qui cum medietate Aequatoris ſibi cõtermina obliquè exoritur, ac ipſum Verticalem circulum duodecim horarum æqualium ſpatio pertranſit; vel erit minor ſemicirculo: atq; tunc aut diuidetur per medium à Tropico Cancri, aut non diuidetur: quòd ſi ſecabitur, vt verbi gratia ſit arcus à gradib.20. ♉ vſque ad gradus 10. ♌, tunc quoniam vterq; eius terminus eandem obtinet Declinationem ab Aequatore, neceſſe eſt, vt in idem Verticalis circuli punctum incidant, quale in ſequentibus figuris ſtatuamus eſſe P, ad quod à Mundi





Polo Z demittatur arcus Z P, qui vice Horizontis fungitur, vnde Aequatoris arcus Aſcenſioni eiuſdem Rectæ cogruens erit idem, qui cum propoſito arcu circulum Verticalem pertranſit. At quando propoſitus arcus minor exiſtens ſemicirculo non ſecatur per æqualia à Tropico ♋, tunc habet ambos terminos inæqualiter à Tropico Cancri recedentes, amboq; variabunt tranſitum per Verticalem circulum obtinentes diuerſas Altitudines, videlicet ſeu maiorem in principio & minorem in fine, ſeu contrà maiorem in fine, minorem in principio. Hoc autem in caſu oportet habere in promptu tum Rectam vtriuſq; termini Aſcenſionem, tum vtriuſq; Declinationem; deinde per Problema decimumquartum Septimi huius inquirenda eſt Altitudo amborum terminorum in circulo Verticali.

In duobus itaq; ſuperioribus ſchematibus, intelligamus Meridiano circulo A B C D accommodatum eſſe circulum Verticalem primarium A E C ad rectos angulos, tum ipſi Meridiano tum etiam Horizonti per Verticem A ductum, cuius Horizontis medietatem referat arcus B E D. Sit præterea Æquatoris medietas H E M, eius Polus Z, & Eclipticæ medietas G O N, in cuius Boreali portione G O accipiatur arcus F K, cuius initium F habeat maiorem Declinationem ab Aequatore, quàm finis K, vt in prima figura, in qua quidem dictum initium F tranſit per punctum P altiùs in Verticali circulo, & finis K per punctum humilius in eodem circulo. vel cuius initium F minorem obtineat

Declina-

Digitized by Google

Declinationem, ac proinde etiam minorem Altitudinem in Verticali circulo, quæ eſt EK, finis H maiorem ſortiatur & Declinationem & Altitudinem, qualis eſt EH, vt patet in ſecunda figura.

Primò igitur in Triangulo Rectangulo APZ ad A datur latus AP tanquam complementum Altitudinis EP in circulo Verticali illius termini propoſiti arcus, qui maiorem ſortiatur Declinationem, & datur præterea latus PZ complementum Declinationis eiuſdem termini. Ex his igitur prodibit angulus AZP per quartum Problema Tertij, quem dicimus primum Inuentum. Simili ratione in altero Triangulo Rectangulo AKZ ex arcu AK, complemento ſcilicet Altitudinis minoris in circulo Verticali (vtpotè illius termini propoſiti arcus, qui minorem obtinet Declinationem) & ex arcu KZ complemento Declinationis eiuſdemmet puncti per idem Problema quartum prodibit angulus AZK, qui dicitur ſecundum Inuentum, quod collatum cum primo, & ſumpta per ſubductionem vtriuſque differentia, dabit notum angulum PZK, ex quo habebitur arcus Aequatoris IL, qui erit Proſtaphæreſis ſeu Aequatio auferenda ab Aſcenſione Recta arcus propoſiti, ſi initium illius arcus fuerit Borealius, quàm finis, ideſt ſi maiorem obtinuerit Declinationem & Altitudinem in circulo Verticali. Sed contrà addenda erit idem Rectæ Aſcenſioni, quotieſcunque initium præfati arcus habuerit minorem Declinationem, & Altitudinem in circulo Verticali, quàm finis, atq; ſic vtroque modo producetur arcus Aequatoris menſurans tranſitum temporis, quo propoſitus arcus diſcurrit per Verticalem circulum, & hic in tempus diſtribuitur, facta partitione eius per 15. vt aliàs diximus.

I. MODVS *Per Sinus & Secantes.*

Fiat primò, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis vniuſcuiuſq; termini propoſiti arcus, ita Sinus ſecundus Altitudinis eiuſdemmet termini in Verticali circulo ad Sinum Inuenti primi, ſi erit primus terminus, & Inuenti ſecundi, ſi ſecundus. Quibus duobus Inuentis cognitis capiatur eorum differentia pro Proſtaphæreſi addenda, vel minuenda ab Aſcenſione Recta dicti propoſiti arcus eo modo, quo paulò ſupra innuimus, vt prodeat tandem arcus Aequatoris quæſitus, qui in tempus commutandus eſt, vt ſupra diximus.

Exemplum Primum. *Proponatur arcus Ecliptica in grad. 10. ♉ vſque ad initium ♋ ſub Latitudine Regionis grad. 44. Eſt autem gr. 10. ♉ Declinatio gr. 14. 50'. Septentrionalis, & Recta Aſcenſio gr. 37. 34. & Altitudo in circulo Verticali per 15. Probl. Septimi adinuenitur gr. 21. 38'. Initij autem ♋ Declinatio eſt gr. 23. 31'. 30''. & Recta Aſcenſio gr. 90. & Altitudo in circulo Verticali gr. 35. 4'. 20''. quibus cognitis calculum ſic abſoluo.*

	G M S		
		1 0 3 4 4 7 9 2 9 5 6	*Secans eius.* *Sinus eius ſecundus.*
Primum Inuentum AZK	74 4 15	9 6 1 6 0	*Sinus prodiens.*
Declinatio finis arcus propoſiti *Altitudo eius in circulo Verticali*	23 31 30 35 4 20	1 0 9 0 6 5 8 1 8 4 3	*Secans eius.* *Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum AZH	63 12 20	8 9 2 6 2	*Sinus prodiens.*
Diff. vtriuſq; inuenti HZK, i. Aequatio A *Aſcenſio Recta dicti arcus propoſiti*	10 51 55 52 26 0		
Arcus Aequatoris quæſitus	63 17 55		
	H ' ''		
Tempus ei correſpondens	4 13 12		

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

Fiat commutatio Declinationum vtriuſque termini propoſiti arcus in arcus areales quarti ordinis; cum quibus numeris commutatis, & cum complementis Altitudinum in Verticali circulo amborum terminorum operando, vt aliàs diximus, prodibunt Sinus tam primi quàm ſecundi Inuenti, & reliquum calculi abſoluendum eſt, ſicut in primo modo. Vt patebit ex eodem Exemplo.

Complement. Altitud. dicti initij in Verticali *Declin. initij arcus dati commu. ex 4. ordine*	68 22 0 5 56 15		
Differentia *Aggregatum*	62 25 45 74 18 15	4 6 2 8 4 5 2 7 0 5 3 0	*Sinus eius ſecundus.* *Sinus eius ſecundus.*
 Primum Inuentum	 74 4 0	1 9 2 3 1 5 9 6 1 5 8	*Differentia Sinuum* *Dimidium, ideſt Sinus proueniens.*
Compl. Altitud. finis arcus propoſiti in Verti. *Declinatio eiuſdem commutata*	54 55 40 6 15 41		

Digitized by Google

	G M S		
Differentia	48 39 59	6 6 0 4 4 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	61 11 21	4 8 1 9 2 0	*Sinus eius ſecundus.*
		1 7 8 5 3 3	*Differentia Sinuum.*
Secundum Inuentum	63 12 20	8 9 2 6 2	*Dimidium, ideſt Sinus prodiens.*
Aequatio A, ideſt differẽtia vtriuſq; Inuenti	10 51 55		
Aſcenſio recta arcus propoſiti	52 26 0		
Arcus Aequatoris quæſitus	63 17 55		
	H ′ ″		
Tempus ei correſpondens	4 13 13		

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

Cape vel in latere dextro, vel in calce dictæ Tabulæ Declinationem vniuſcuiuſq; termini propoſiti arcus, & in area complementum Altitudinis eiuſdem termini in circulo Verticali, & in fronte, vel à latere ſiniſtro dabitur primum Inuentum pro primo termino, & ſecundum pro ſecundo. Quibus cognitis calculum proſequere, ſicut in reliquis modis: vt in hoc Exemplo.

Declinatio initij arcus propoſiti	14 50 0	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Complementum Altitudinis eius in Verticali	68 22 0	*in area*	
Primum inuentum a latere ſiniſtro	74 4 15		
Declinatio finis arcus propoſiti	23 31 30	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Complementum Altitudinis eius in Verticali	54 55 40	*in area*	
Secundum inuentum a latere ſiniſtro	63 12 20		
Differentia vtriuſq; inuenti, ideſt Aequatio Add.	10 51 55		
Aſcenſio Recta dicti arcus propoſiti	52 26 0		
Arcus Aequatoris quæſitus	63 17 55		
	H ′ ″		
Tempus ei correſpondens.	4 13 22		

IV. MODVS *Per lateralem ingreſſum in Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

Accipe in fronte huius Tabulæ ſecundæ Analogiæ Declinationem vniuſcuiuſq; termini, & à dextro latere Altitudinem vtriuſque dicti termini in circulo Verticali, & in area habebis Inuentum primum pro primo, & ſecundum pro ſecundo termino; quibus cognitis ſumatur eorum differentia, vt ſuperius diximus, minuenda ab Aſcenſione Recta propoſiti arcus, vt prodeat arcus Aequatoris quæſitus: vt ex ſuperiore Exemplo nunc patebit.

Declinatio initij propoſiti arcus	14	50	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ*
Altitudo eiuſdem in Verticali circulo	21	28	*à latere dextro*	
Inuentum primum	74	4		
Declinatio finis propoſiti arcus	23	31	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Altitudo eiuſdem in circulo Verticali	35	4	*à latere dextro*	
Inuentum ſecundum	63	12		
Differentia vtriuſque inuenti	10	52		
Aſcenſio Recta arcus propoſiti	52	26		
Arcus Aequatoris quæſitus	63	18		
	H	M		
Tempus ei congruens	4	13		

PROBLEMA IX.

Idem tempus, quo Sol ſub Verticali circulo pertranſit, per vtriuſque termini propoſiti arcus Declinationem & Altitudinem Poli perquirere.

In Triangulo primùm Rectangulo A P Z datur latus P Z, complementum ſcilicet Declinationis vnius termini propoſiti arcus, & latus A Z complementum Eleuationis Poli, ex quibus per decimumquartum Problema Tertij huius non latebit angulus ab ijſdem lateribus compræhenſus A Z P, qui vocatur primum Inuentum.

Secundò

Digitized by Google

Secundò in Triangulo altero Rectangulo A K Z ex duobus lateribus datis, nempe K Z, quod eſt complementum Declinationis alterius termini propoſiti arcus, & A Z complementum Eleuationis Poli, per idem Problema 14. Tertij cognoſcetur angulus A Z K pro ſecundo Inuento, deinde elicita ex vtroque inuento per ſubtractionem minoris de maiore differentia, remanebit Aequatio addenda, vel minuenda ab Aſcenſione Recta propoſiti arcus, vt in prima forma diximus.

I. MODVS *Per Sinus, & Tangentes.*

Fiat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Eleuationis Poli; ita Tangens Declinationis cuiuſuis termini propoſiti arcus ad Sinum ſecundum Inuenti primi, ſi fuerit primus terminus, vel Inuenti ſecundi, ſi fuerit ſecundus.

Exemplum. *Datus ſit Ecliptica arcus à grad.10. ♉ vſque ad Tropicum ♋, cuius arcus initium obtinet Declinationem gr.14.50'. & finis gr.23.31'30". Sic igitur calculum proſequor.*

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	1 0 3 5 5 3	*Tangens eius ſecunda.*
Declinatio initij propoſiti arcus	14 50 0	2 6 4 8 3	*Tangens eius.*
Inuentum primum	74 5 0	2 7 4 2 4	*Sinus ſecundus proueniens.*
Eadem Eleuatio Poli	44 0 0	1 0 3 5 5 3	*Tangens ſecunda.*
Declinatio finis propoſiti arcus	23 31 30	4 3 5 3 3	*Tangens eius.*
Inuentum ſecundum	63 12 20	4 5 0 8 0	*Sinus ſecundus proueniens.*
Differentia vtriuſque inuenti	10 52 40		
Aſcenſio Recta arcus propoſiti	52 26 0		
Aequatoris arcus prodiens.	63 18 40		
	H ' "		
Tempus ei correſpondens	4 13 14		

II. MODVS *Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.*

Fiat commutatio tam Eleuationis Poli, quàm Declinationis vtriuſq; initij propoſiti in arcum arealem tertij ordinis; ita tamen, vt facias cum Eleuatione Poli ingreſſum in calce & à dextro latere, & cum Declinatione in fronte atque à ſiniſtro latere, ſicq; obtentis duobus numeris abſolues operationem Proſtaphæreticam, ex qua prodit Sinus ſecundus vtriuſq; inuenti, ſicut ſupra.

Exemplum.

Declinatio initij propoſiti arcus commutata	15 21 26		
Eleuatio Poli commutata ex tertio ordine	5 56 38		
Differentia	9 24 48	9 8 6 5 3 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	21 18 4	9 3 1 6 8 4	*Sinus eius ſecundus.*
		5 4 8 5 1	*Differentia Sinuum.*
Inuentum primum	74 5 0	2 7 4 2 5	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus prodiens*
Declin. finis propoſiti arcus comm. ex 3. ord.	25 48 23		
Eleuatio Poli commutata ex tertio ordine	5 56 38		
Differentia	19 51 45	9 4 0 5 1 0	*Sinus eius ſecundus*
Aggregatum	31 45 1	8 5 0 3 5 0	*Sinus eius ſecundus.*
		9 0 1 6 0	*Differentia Sinuum.*
Inuentum ſecundum	63 12 20	4 5 0 8 0	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus prodiens*
Diff. vtriuſq; inuenti, ideſt Aequatio Add	10 52 40		
Aſcenſio Recta dicti arcus propoſiti	52 26 0		
Arcus Aequatoris proueniens	63 18 40		
	H ' "		
Tempus ei debitum	4 12 15		

III. MODVS *Per Tabulam Quartæ Analogiæ.*

Cvm Eleuatione Poli, & cum Declinatione cuiuſcunque termini propoſiti arcus fac lateralem ingreſſum in dictam quartam Tabulam, accipiendo videlicet Eleuationem Poli in calce, vel à dextro latere, & Declinationem in fronte vel à latere ſiniſtro, ſicque excipies complementum & primi, & ſe-

& ſecundi Inuenti ſigillatim; ex quibus per ſubtractionem minoris de maiore prodit Aequatio ad eundem vſum, ſicut ſupra.

Exemplum.

	G	M	S
Eleuatio Poli	44		0
Declinatio initij propoſiti arcus	14		50
Numerus ex arca repertus	15		56
Complementum eius, ideſt Inuentum primum	74		4
Eadem Eleuatio Poli	44		0
Declinatio finis propoſiti arcus	23		31
Numerus ex arca repertus	26		48
Complementum eius, ideſt ſecundum Inuentum	63		12
Differentia vtriuſque inuenti, ideſt Aequatio Add.	10		53
Aſcenſio Recta dicti arcus propoſiti	52		26
Arcus Aequatoris prodiens	63		19
	H	M	S
Tempus ei conueniens	4	13	12

PROBLEMA X.

Idem temporis ſpatium, quo arcus quilibet Borealis per Verticalem circulum pertranſit, alia ratione cognoſcere.

SVme per Problema decimumquartum Sexti huius, tam Obliquam Deſcenſionem initij propoſiti arcus quam finis, vt ſubtracta minore de maiore relinquatur Deſcenſio Obliqua dicti arcus, & hoc quidem ad Eleuationem Polarem complementi datæ Eleuationis; hæc enim Obliqua Deſcenſio eadem eſt cum Aſcenſione eiuſdem arcus ſub Verticali circulo. Quòd profectò clarè patet ex ſuperioribus figuris, intelligendo circulum Verticalem A E C eſſe Horizontem Obliquum Occidentalem, ſupra quem attollitur Polus Boreus Z penes arcum A Z, reliqua verò facilè patent.

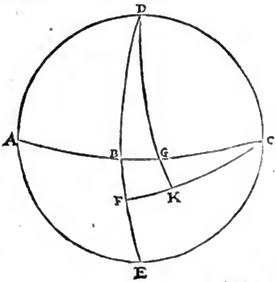
Exemplum idem ſicut ſupra.

ACcepta ſit Obliqua Deſcenſio initij dicti arcus grad. 10. ♉, ad Eleuationem Poli grad. 46. nimirum gr. 53. 30′. atque etiam finis eiuſdem arcus, qui eſt initium Cancri, nimirum grad. 116. 48′. atque earum differentia erit grad. 63. 18′. pro arcu Aequinoctialis quæſito, qui congruit tempori, quo dictus arcus pertranſit Verticalem circulum.

PROBLEMA XI.

In locis ſub tractu Aequinoctiali poſitis crepuſculi Longitudinem dato Solis loco dimetiri.

CIrculus A D C E Meridianum repræſentet, qui à duobus ſemicirculis ſeſe ad rectos angulos interſecantibus mutuò ad rectos ſecetur angulos. Horum vnus Aequatorem referat, nimirum D B E per Verticem D incedens, alter verò ſit A B C Horizon, in quo Poli Mundi C & A iaceant, talis enim eſt Sphæræ Rectæ poſitio, ſicut in primis Sphæræ Elementis patet.



Primò igitur Sole in Aequinoctiorum punctis cõſtituto arcus profunditatis ipſius ſub Horizonte, qui eſt grad. 18. eſt ipſe arcus Longitudinis crepuſculi; tunc enim coincidit Aequator circulus cum circulo Verticali per Solem incedente. Vt Exempli gratia Sole demerſo infra Horizontem in F, dum verſabitur in alterutro Aequinoctij puncto, arcus profunditatis eſt BF ſub Horizonte ad initium crepuſculi matutini, vel ad finem veſpertini; quo in caſu nul-

lo opus

Digitized by Google

lo opus eſt labore, ſiquidem dictus arcus profunditatis eſt etiam arcus Aequatoris metiens crepuſculum, & cum Verticali circulo coincidens.

Sed eſto iam Sol extra Aequatorem, vt in K profundatus ſub Horizonte penes arcum G K Verticalis circuli grad. 18. tunc à Polo C, qui in Horizonte ab illa parte verſatur, ducatur arcus magni circuli C K F per Solem ipſum ſecans Aequatorem in puncto F. Erit igitur arcus B F Longitudo crepuſculi, quem auxiliante Problemate quarto Tertij huius ſic adinueniemus.

In Triangulo Rectangulo C G K angulum ad G rectum habente, datur Baſis C K complementum ſcilicet Declinationis loci Solis dati, cum latere G K, qui eſt arcus profunditatis Solis grad. 18. dabitur igitur angulus G C K ei oppoſitus, quem metitur arcus Aequatoris B F Longitudinis crepuſculi quæſitus.

PRIMVS MODVS.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Declinationis Solis; ita Sinus profunditatis Solis ſub Horizonte ad Sinum Longitudinis crepuſculi.

Exemplum. *Sit propoſitum exquirere crepuſculi veſpertini quantitatem ſub Aequatore, dum Sol erit in initio Cancri.*

	G M S		
Declinatio Solis	23 31 30	1 0 9 0 6 5	*Secans eius.*
Arcus profunditatis Solis	18 0 0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
Longitudo crepuſculi	19 41 46	3 3 7 0 3	*Sinus proueniens.*

II. MODVS Per Sinuum ſeundariam Proſtaphæreſin.

Commutetur Declinatio Solis in arcum arealem quarti ordinis, quem numerum vnà cum arcu profunditatis Solis grad. 18. colloca ad operationem Proſtaphæreticam, & emanabit ex ea Sinus Longitudinis crepuſculi; vt in eodem Exemplo reiterato vides.

Arcus profunditatis Solis	18 0 0		
Declinatio Solis commutata ex quarto ordine	6 15 41		
Differentia	11 44 19	9 7 9 0 8 7	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	24 15 41	9 1 1 6 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
		6 7 4 0 7	*Differentia Sinuum.*
Longitudo crepuſculi	19 41 46	3 3 7 0 3	*Dimidium, ideſt Sinus proueniens.*

III. MODVS Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.

Sumenda eſt in calce, vel latere dextro Solis Declinatio, & in area arcus profunditatis, atque in fronte, vel latere ſiniſtro dabitur Longitudo crepuſculi quæſiti.

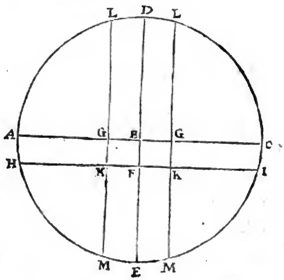
Vt in dicto Exemplo accipio à dextro latere Declinationem Solis grad. 23. 31'. 30". & in area gr. 18. profunditatis Solis, atq; in fronte patent gr. 19. 41'. 46". pro ipſius crepuſculi magnitudine.

IV. MODVS Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

Sic accipiēdo in fronte ſecundæ Tabulę gr. 23. 31'. Declinatonis Solis, & à latere ſiniſtro gr. 18. arcus profunditatis ſub Horizonte; dantur in area gradus 19. 42'. pro magnitudine dicti crepuſculi.

Appendix.

Ex figura etiam Analematis deducitur ſatis aptè hæc eadem Analogia. Meridiano itaq; ADCE aptetur diameter Aequatoris D B E, qui & diametri quoq; Verticalis primarij vicem fungitur; ſic & eidem applicetur ad rectos angulos diameter Horizontis A B C, qui tunc coincidit cum axe Mundi, & Poli Mundi ſunt A & C. Agatur deinde diameter L G M paralleli cuiuſcunq; ſiue Auſtralis ſiue Borealis, ac eidem quoq; Horizontis diametro parallelus



Digitized by Google

rallelus addatur HI pro diametro Almicantarat Solis ad interuallū gr. 18, qui profectò ſecabit Aequatoris diametrum in F, & paralleli diametrum in K. Cùm igitur Sol Aequinoctiale punctum alterutrum ingreſſus fuerit, motu diurno Æquinoctialem circulum deſcribet, qui tunc coincidit cum Verticali circulo primario, vnde arcus profunditatis Solis ſub Horizonte, erit ipſemet Aequatoris arcus, qui Longitudinem crepuſculi definit, quem claudunt Horizon & Almicantarat HI, vnde Sinus ipſius erit BF, atque ſic nullo negocio patet Longitudo crepuſculi, cùm ſit grad. 18, vtpotè vnius horæ cum quinta horæ parte.

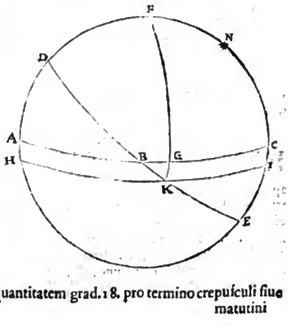
Sed eſto Sol nunc in parallelo LM, hoc eſt in K ad initium creſpuſculi matutini, vel ad finem verſpertini; erit igitur portio GK diametri dicti paralleli Sinus Longitudinis crepuſculi, ratione totius Sinus LG ſemidiametri ipſius paralleli, qui cognoſcendus eſt. Quæ igitur eſt ratio GM, vel LG Sinus ſecundi Declinationis paralleli Solis ad GK Sinum arcus profunditatis grad. 18. quæ duæ lineæ dantur in ratione totius Sinus BD, eadem eſt totius Sinus GM ad GK Sinum Longitudinis crepuſculi, & ratione permutata, ratio LG (quæ eſt Sinus ſecundus Declinationis paralleli Solis) ad eandem LG Sinum totum eſt, ſicut GK Sinus arcus profunditatis ad eundem GK Sinum Longitudinis crepuſculi. Vt eſt autem Sinus ſecundus Declinationis ad Sinum totum, ita totus Sinus ad Secantem eiuſdem Declinationis per primum compendium Magni Canonis; igitur vt Sinus totus ad Secantem Declinationis paralleli Solis, ita Sinus arcus profunditatis Solis ſub Horizonte in initio crepuſculi veſpertini, vel in fine matutini ad Sinum Longitudinis ipſius crepuſculi. Quod erat demonſtrandum.

PROBLEMA XII.

Data Altitudine alicuius Stellæ ad initium crepuſculi matutini, vel ad finem veſpertini, Longitudinem illius crepuſculi indagare.

EX Altitudine Stellæ data ſupra Horizontem colligatur, per Problema Quintum huius, momentum temporis ante, vel poſt Meridiem; deinde ex Problemate primo huius, vel ex vndecimo Sexti addiſcatur arcus Solis ſemidiurnus ad illam diem, in qua obſeruata fuit Stellæ Altitudo; nam differentia huius arcus Solis ſemidiurni à tempore iam dicto, quo Stella obſeruata fuit, erit tempus magnitudinis talis crepuſculi.

Exemplum *mutuabimus à Petro Nonio, qui in vrbe Olyſſipponenſium anno ſalutis 1541. prima Menſis Octobris veſperi ſereno Cœlo ex ſumma vrbis arce, cùm nihil ſplendoris eſſet iam in parte occidua, obſeruauit Stellam, quam Cor Scorpÿ dicunt, tendentem ad occaſum, eamq; quinque gradibus ſupra Horizontem eleuatam deprahendit; & ex eius Longitudine in fine quarti gradus Sagittarÿ, computauit primò eius Declinationem gr. 24. 56'. & Rectam Aſcenſionem grad. 241. 10'. vnde patuit Altitudo eius Meridiana grad. 26. 24. & Diſtantia à Meridiano grad. 60. 19'. Quoniam verò Sol occupabat tunc grad. 18. ♎, cuius Recta Aſcenſio eſt grad. 196. 35'. & Differentia ipſarum Rectarum Aſcenſionum eſt grad. 44. 35'; igitur Diſtantia Solis à Meridie fuit ſecundum motum diurnum grad. 104. 54'. à qua ſublato arcu Solis ſemidiurno grad. 84. 18. remanent grad. 20. 36', pro arcu Aequatoris magnitudinem crepuſculi metiente, cui in tempore reſpondent Hora 1. 22'. ferè. Cæterum cùm crepuſculum veſpertinum non incipiat priuſquam centrum Solis minutis 15. ſub Horizonte occultetur, atque cum Sol & parallaxi, & refractioni ſit obnoxius, oportebit arcum ſemidiurnum eius apparentem corrigere, ſicut duximus primo Problemate Decimi huius.*

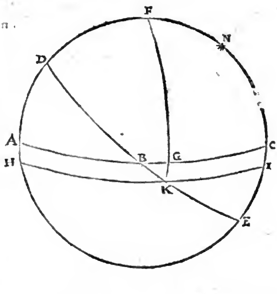


PROBLEMA XIII.

Sole in alterutro Aequinoctio verſante ſub Horizonte quolibet obliquo crepuſculi magnitudinem inueſtigare.

ESto in ſubiecta figura Meridianus AFC, cui aptetur dimidius Aequator DBE, cuius Polus conſpicuus N: Horizontis medietas ſit ABC, cuius Polus ſeu Vertex Regionis F, à quo deſcendat magnus circulus FGK Verticalis occurrens Soli in K ſub terra latenti, per quem tranſeat circulus HI Horizonti parallelus, diſtans ab ipſo ad quantitatem grad. 18. pro termino crepuſculi ſiue matutini

matutini ſiue veſpertini: quare arcus G K notus euadet graduum ſcilicet 18. cumq; etiam angulus B ſit cognitus, inclinationis ſcilicet Aequatoris ad Horizontem, vtpote complementum Eleuationis Poli; igitur per quintum Problema Tertij dabitur baſis B K, arcus ſcilicet Aequatoris inter Solem, & Horizontem comprehenſus ad initium crepuſculi matutini, aut finem veſpertini.



I. MODVS Per Sinus, & Secantes.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem Eleuationis Poli, ita Sinus arcus profunditatis ſub Horizonte. qui perpetuò datur graduum 18. ad Sinum Diſtantię Solis ab Horizonte, ſeu Longitudinis crepuſculi.

Exemplum. *Propoſitum ſit cognoſcere crepuſculi magnitudinem, dum Sol verſabitur in alterutro Aequinoctio, ad Eleuationem Poli grad. 44.*

	G	M	S		
Eleuatio Poli	44	0	0	1 3 9 0 1 6	*Secans eius.*
Arcus profunditatis Solis	18	0	0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
Longitudo Crepuſculi Aequinoctialis	25	26	30	4 2 9 5 9	*Sinus proueniens.*

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin ſecundariam.

Commutanda eſt Eleuatio Poli Regionis in arcum arealem Quarti Ordinis, facto ingreſſu in fronte & à latere ſiniſtro, cum quo numero ex area comperto, & cum arcu profunditatis Solis abſolues Proſtaphæreſin, vt hic, & exibit Sinus Longitudinis Crepuſculi quæſiti. Vt in eodem Exemplo.

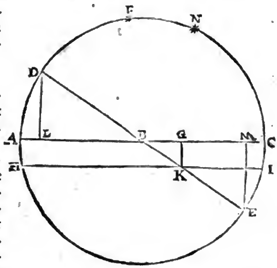
Arcus profunditatis Solis	18	0	0		
Eleuatio Poli commutata ex Quarto ordine	7	59	27		
Differentia	10	0	33	9 8 4 7 8 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	25	59	27	8 9 8 8 6 3	*Sinus eius ſecundus.*
				8 5 9 1 7	*Relictum è ſubtractione.*
Longitudo Aequinoctialis Crepuſculi	25	26	30	4 2 9 5 9	*Dimidium, ideſt Sinus relictus.*

III. MODVS Per Generalem Tabulam.

Accipienda eſt Eleuatio Poli gr. 44. in calce Generalis Tabulæ, & in area arcus profunditatis, qui ſemper datur gr. 18. & in latere ſiniſtro Tabulæ patebit arcus Longitudinis Crepuſculi gr. 25. 27′. ferè. Siue etiam ſumenda eſt à latere dextro Eleuatio Poli, & in area dictus arcus profunditatis, atque tunc in fronte manifeſtabitur idem arcus Longitudinis Crepuſculi.

IV. MODVS Per Tabulam Secundæ Analogiæ.

Expeditior eſt operatio per Tabulam Secundæ Analogiæ, ſi fiat ingreſſus in eam frontalis cum Eleuatione Polari grad. 44. & à latere ſiniſtro cum arcu profunditatis, gr. 18. quoniam area prodit arcum magnitudinis quæſiti Crepuſculi gr. 25. 27′.



Appendix.

Hæc Analogia deducitur quoq; facilè ex figura Analematis; nam ſit Meridianus A F C, in quo ſit figuratus diameter Aequatoris per rectam D E, cuius Polus N. Horizontis autem diameter ſit A B C, cui agatur parallelus H I profunditatis Solis, ſub Horizonte, ad interuallum gr. 18. pro termino crepuſculi ſiue matutini ſiue veſpertini, qui profectò Aequatoris diametrum ſecabit in K, à quo puncto decidat perpendicularis K G ad Horizontis diametrum, quæ Sinus erit arcus profunditatis Solis ſub Horizonte ad interuallum gr. 18. Poſtremò quoq; à puncto E in eandē diametr. A C occurrat perpendicularis E M, quæ Sinus erit inclinationis Aequatoris, i. Sinus ſecundus Eleuations Poli. Recurremus itaq; ad duo Triangula

Digitized by Google

Rectilinea BME, BGK, quæ æquiangula ſunt, vt patet, & proinde ex quarta Sexti Elem. lateribus erunt proportionalia. Quarè vt EM Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad EB Sinum totum, ita GK Sinus profunditatis Solis ad BK Sinum Longitudinis crepuſculi ſeu Diſtantiæ Solis ab Horizonte in arcu Aequatoris. Sed vt eſt Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Sinum totum, ita Sinus totus ad Secantem ſecundam eiuſdem Eleuationis Poli: igitur vt Sinus totus ad Secantem Eleuationis Poli, ita Sinus arcus profunditatis Solis ad Sinum arcus Aequatoris Diſtantiæ Solis ab Horizonte ſeu Longitudinis Crepuſculi.

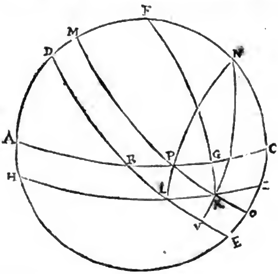
PROBLEMA XIV.

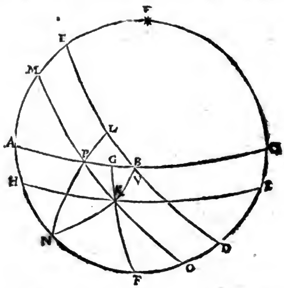
Eleuatione Poli, ac loco Solis extra Aequinoctia cognito, Crepuſculi magnitudinem determinare.

SI Quartum Problema huius rectè percepiſti, quo ex data Solis ſupra Horizontem Altitudine, horam diei venati ſumus, facilè Crepuſculi tam Matutini quàm Veſpertini interuallum addiſces. Nam cùm ex hypoteſi ſit terminus vtriuſque Crepuſculi demerſio Solis infra Horizontem ad interuallum graduum 18. magni circuli ſeu Verticalis illius, qui per centrum Solis tranſit, ſi pro Veſpertino Crepuſculo indagando accipies Altitudinem puncti Eclipticæ oppoſiti loco Solis grad. 18. à parte Orientis ſupra Horizontem, atque per idem Problema Quartum tempus huic Altitudini correſpondens elicies, erit hoc idem tempus, quod Crepuſculum Veſpertinum ſibi vendicat. Pariter quoque ſi inquires tempus, quod debetur Altitudini gr. 18. puncti Eclipticæ oppoſiti loco Solis ſupra Horizontem occiduum per idem Problema quartum Matutini illius Crepuſculi magnitudinem obtinebis. Nihilominus particularem hic varijs modis pro vtroq; indagando Crepuſculo ſupputationem, tam per Sphærica, quàm per Triangula Plana, proponemus.

I. FORMA. Per Triangula Obliquangula Sphærica.

IN figura hac repræſentet Meridianum circulus ADFC, Horizontem ABC, cuius Polus F, & Aequatorem DBE, cuius Polus N. Statuatur autem Sol in puncto K adeò infra Horizontem demerſus, vt arcus profunditatis GK ſit graduum 18. qui debet eſſet portio circuli magni à Vertice per Solem ducti in parallelis Borealibus, vt in prima figura, ſeu à Nadir per Solem ducti, in pa-





rallelis Auſtralibus, vt in ſecunda figura. Incidat autem Sol in parallelo MO, qui ſecet Horizontem in P, & à Polo Mundi N deriuentur duo Quadrantes per punctum K & P incedentes, qui profectò arcum BK paralleli Solis includent, & hic interuallo Crepuſculi debetur, cui analogus eſt in Ae-
PK quatore arcus LV, quem adinuenire proponimus, mediante angulo LNV, cuius dictus arcus eſt menſura. In Triangulo itaq; Obliquangulo FKN dantur ſingula latera nota, nam FN eſt Diſtantia Poli Mundi à Vertice, ideſt complementum Eleuationis Poli Mundi, & NK eſt complementum Declinationis loci Solis; FK verò eſt arcus compoſitus ex Quadrante FG & arcu profunditatis GK, quando Sol eſt in Signis Boreis, ideſt Diſtantia Solis à Vertice numerata in circulo Altitudinis, vt in prima figura, vel eſt complementum arcus profunditatis ad Quadrantem, vt in ſecunda figura. Igitur ex Primo

primo Problemate Quarti obtinebitur angulus FNK, quem menſurat arcus Aequatoris DV, à quo ſi fuerit ſubtractus arcus ſemidiurnus DL, cùm Sol eſt in parallelo Boreali, vt in prima figura, reſtabit arcus LV pro interuallo crepuſculi quæſiti ſiue matutini ſiue veſpertini, qui verti poteſt in horas vſuales more ſolito. Sed exiſtente Sole in figuris Auſtralibus, angulus FNK modò inuentus, ideſt arcus DV Aequatoris ſubducendus eſt ab arcu ſeminocturno LD ipſius Solis, vt in ſecunda figura, & prodibit arcus LV Longitudinis crepuſculi.

Fiat itaq; primò, vt Sinus totus ad Secantem Altitudinis Poli, ita Secans Declinationis Solis ad primum Inuentum; ſecundò, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum, ita differentia inter Sinum verſum Diſtantiæ Solis à Vertice vel nadir ſecundum circulum Altitudinis acceptæ, & Sinum verſum Differentiæ Altitudinis Poli, & Declinationis Solis, ad Sinum verſum arcus Aequatoris compoſiti ex arcu ſemidiurno Solis, & arcu Longitudinis crepuſculi, cùm Sol eſt in Signis Borealibus, vel ad Sinum verſum arcus auferendi ab arcu Solis ſeminocturno, dum eſt in Signis Auſtralibus, vt prodeat arcus crepuſculi quæſitus.

Operatio. Multiplica primò Secantem Altitudinis Poli in Secantem Declinationis Solis, & procreatum numerum per totum Sinum diuide, atq; emerget Inuentum primum. Deinceps conferendo Altitudinem Poli cum Declinatione Solis, minorem de maiore auferes, vt relinquatur earum differentia, cuius Sinum verſum ſemper auferes à Sinu verſo Diſtantiæ Solis à Vertice, ideſt à Sinu verſo aggregati ex Quadrante, & arcu profunditatis Solis, qui ſemper datur graduum 108. quando Sol eſt in Signis Boreis, vel à Sinu verſo complementi arcus profunditatis, qui ſemper eſt graduum 72, quando Sol eſt in Signis Auſtralibus, & procreabitur Inuentum ſecundum; quod poſtremò in primum multiplicatum, & per totum Sinum diuiſum, dabit Sinum verſum arcus compoſiti ex arcu ſemidiurno Solis, & arcu crepuſculi in Signis Borealibus; à quo detracto tandem arcu ſemidiurno remanet Longitudo ipſius crepuſculi quæſita; vel dabit Sinum verſum arcus auferendi ab arcu ſeminocturno Solis in Signis Auſtralibus, vt relinquatur arcus crepuſculi in tempus conuertendi.

Exemplum Primum.

Sit propoſitum exquirere crepuſculi Longitudinem, dum Sol occupat principium Cancri ad Altitudinem Poli grad. 44. tunc ſic abſolue calculum.

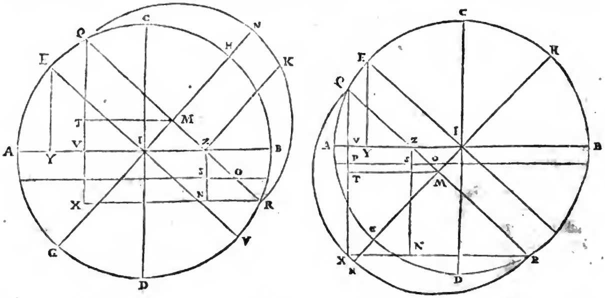
	G M S		
Altitudo Poli	44 0 0	1 3 9 0 1 6	*Secans eius.*
Declinatio Solis in initio ♋	23 31 30	1 0 9 0 6 5	*Secans eius.*
		1 5 1 6 1 8	*Inuentum primum.*
Aggregatum ex Quad. & arcu profundit.	108 0 0	1 3 0 8 0 2	*Sinus eius verſus.*
Diff. inter Declin. Solis, & Altitudin. Poli	20 28 30	6 3 1 7	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
		1 2 4 5 8 5	*Inuentum ſecundum ducendum in primum.*
Arcus compoſitus ex ſemidiurno, & crepuſ.	152 44 20	1 8 8 8 9 3	*Sinus verſus prodiens.*
Arcus ſemidiurnus ſubtrahendus	114 51 34		
Longitudo crepuſculi	37 52 46		
	H ′ ″		
	2 31 30		

Exemplum Secundum, de Sole in ♑.

Altitudo Poli	44 0 0	1 3 9 0 1 6	*Secans eius.*
Declinatio Solis in principio ♑	23 31 30	1 0 9 0 6 5	*Secans eius.*
		1 5 1 6 1 8	*Inuentum primum.*
Complem. arcus profunditatis ad Quadran.	72 0 0	6 9 0 9 8	*Sinus eius verſus.*
Diff. inter Declinatio. & Altitudinem Poli	20 28 30	6 3 1 7	*Sinus eius verſus ſubtrahendus.*
		6 2 7 8 1	*Inuentum ſecundum ducendum in primum.*
Arcus ei cōgruus, auferendus à ſemino. Solis	87 14 28	9 5 1 8 7	*Sinus verſus prodiens.*
Arcus ſeminocturnus Solis	114 51 34		
Longitudo crepuſculi	27 37 6		
	H M S		
	1 50 29		

II. FORMA Per Triangula Rectilinea Plana.

PRoponatur figura Analematica, cuius circulus A C B Meridianum referat, in quo duæ diametri ſeſe ad rectos ſecent angulos, nempe A B, qui vicem præſtet diametri Horizontis, & C D eius axis. Præterea ſemidiameter Aequatoris ſit E F, quam ad rectos ſecet angulos diameter H I G pro axe Mundi, in cuius extremitatibus H, & G intelligantur Poli ipſius Mundi. Accipiatur poſtea parallelus Solis ſiue Borealis ſiue Auſtralis Q N R deſcriptus ſuper diametro Q R, facto centro in M; & hæc diameter ſecabit diametrum Horizontis in Z; tum & alia diameter huic figuræ ſuperinducatur



P O infra Horizontem, ita vt ſit ipſi parallela, vt quidem dum Sol circulum diametri P O parallelum occupauerit, hoc eſt quando ab Horizonte gr. 18. circuli Verticalis per ipſum ducti diſtiterit, crepuſculum exordiatur matutinum, vel definat veſpertinum. Intelligantur poſtremò reliquæ rectilineæ ad has diametros perpendiculares, vel parallelæ, ſicut expoſuimus alibi. Quibus ita praſtructis multifariam ad inquiſitionem Longitudinis crepuſculi inuitabimur, cuius quidem Sinum refert portio Z O diametri Paralleli Solis, in ea nimirum ratione, prout ſemidiameter Q M dicti paralleli refert Sinum totum, ſicut recta Z S, vel V P Sinus eſt arcus profunditatis Solis graduum 18. in ratione totius Sinus E I.

PRIMVS MODVS.

QVoniam ob ſimilitudinem Triangulorum Q V Z, Z S O, proportio Sinus Q V Altitudinis Meridianæ paralleli Solis ad Q Z Sinum verſum arcus ſemidiurni eſt, ſicut Z S Sinus arcus profunditatis Solis ad Z O differentiam inter Q Z Sinum verſum arcus ſemidiurni, & Sinum verſum Q O arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi; igitur ſi loco Sinus Altitudinis Meridianæ acceperimus Secantem eiuſdem ſecundam, ſicut admonet compendium ſecundum Magni Canonis, per opus duplicis multiplicationis obtinebimus dictam Differentiam Sinuum verſorum quæſitam in hunc modum.

Multiplica Sinum verſum arcus ſemidiurni Solis in Sinum arcus profunditatis Solis ſub Horizonte, & productum diuide per Sinum totum, abiectis quinque poſtremis notis, & relinquetur numerus pro primo Inuento: hunc in Secantem Altitudinis Meridianæ duces, & reiectis à producto iterum quinque figuris, prodibit à dextra in quotiente differentia inter Sinum verſum arcus ſemidiurni, & Sinum verſum arcus compoſiti ex ſemidiurno arcu & crepuſculi; quæ differentia addenda eſt Sinui verſo arcus ſemidiurni, & ſumpto in Sinibus verſis hoc aggregato, ab eius arcu reijciemus arcum ſemidiurnum, vt relinquatur tandem Longitudo crepuſculi quæſita in gradibus Aequatoris; quæ in tempus viſuale eſt conuertenda.

Exemplum Primum:

S*It inquirenda crepuſculi magnitudo: dum Sol occupat initium ♋ ad Latitudinem graduum 44.*

Comple-

	G M S		
Complementum Altitudinis Poli	46 0 0		
Declinatio initij ♋	23 31 30		
Altitudo Solis Meridiana	69 31 30	1 0 6 7 5 5	*Secans eius ſecunda.*
Arcus profunditatis	18 0 0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
Arcus ſemidiurnus Solis	114 51 34	1 4 2 0 3 9	*Sinus eius verſus.*
		4 3 8 9 3	*Primum Inuen. multipl in Secan. 2 superio.*
		4 6 8 5 8	*Diff Sin. verſoru add. Sinui verſo arcus ſemi.*
Arcus ei debitus	152 44 36	1 8 8 8 9 7	*Sinus verſus aggregati ex arcu ſemidiurno,*
Arcus ſemidiurnus auferendus	114 51 34		*& crepuſculi.*
Longitudo crepuſculi	37 53 2		
	H M S		
Tempus ei reſpondens	2 31 32		

Exemplum Secundum pro initio ♑.

Complementum Elenationis Poli	46 0 0		
Declinatio initij ♑	23 31 30		
Altitudo eius Meridiana	22 28 30	2 6 1 5 8 8	*Secans eius ſecunda*
Arcus profunditatis	18 0 0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
Arcus ſemidiurnus Solis	65 8 26	5 7 9 6 1	*Sinus eius verſus.*
		1 7 9 1 1	*Primum Inuent. multipl. in dictam Secatem.*
		4 6 8 5 3	*Differentia Sinuum verſorum add. Sinui verſo ſemidiurni arcus.*
Arcus ei debitus	92 45 33	1 0 4 8 1 4	*Sinus verſus aggregati ex arcu ſemidiurno,*
Arcus ſemidiurnus ſubtrahendus	65 8 26		*& crepuſculino.*
Longitudo crepuſculi	27 37 7		
	H M S		
Tempus congruens	1 50 29		

SECVNDVS MODVS.

PErpendamus nunc Triangula QTM, ZSO, quæ cùm ſint ſimilia, erit ratio lateris QT ad ZS Sinum profunditatis Solis, ſicut eſt QS Sinus totus in parallelo aſſumpto ad ZO differentiam inter Sinum verſum arcus ſemidiurni, & arcus compoſiti ex ſemidiurno, & arcu crepuſculi in eodem parallelo. Eſt autem recta QT ſemiſſis ex QV Altitudinis Meridianæ paralleli Solis, & ex Sinu VX depreſſionis eiuſdem Meridianæ.

Quamobrem ſi multiplicetur in Sinum totum Sinus profunditatis Solis ſub Horizonte, qui ſemper datur idem, & productum partiatur per ſemiſſem aggregati Sinus Altitudinis Solis Meridianæ, & depreſſionis eiuſdem, colligetur in quotiente differentia iam dicta. Quòd ſi fortè ſemiſſem dicti aggregati commutare voles in Secantem ſecundam (quod vtique fiet quærendo ſemiſſem in area Sinuum & accipiendo arcum ei correſpondentem, atque cum illo arcu Secantem ſecundam) minùs operoſam experieris ſupputationem; tunc enim ſufficiet multiplicare Sinum profunditatis Solis in dictam Secantem ſecundam, & à producto tollere quinque figuras, vt remaneat dicta differentia: quæ ſi fuerit addita Sinui verſo arcus ſemidiurni, prodibit Sinus verſus aggregati ex arcu ſemidiurno & arcu crepuſculi; huius tum aggregati arcum accipe, ab eoque arcum ſemidiurnum auſer, vt remaneat tandem arcus crepuſculi quæſiti.

Exemplum Primum pro initio Cancri.

Complementum Elenationis Poli	46 0 0		
Declinatio Maxima addenda	23 31 30		
Altitudo Meridiana	69 31 30	9 3 6 8 3	*Sinus eius*
Depreſsio Meridiana	22 28 30	3 8 2 2 8	*Sinus eius.*
		1 3 1 9 1 1	*Aggregatum ex vtroque.*
Arcus ei congruus in Sinibus.	41 16 0	6 5 9 5 6	*Semiſsis.*
Idem arcus	41 16 0	1 5 1 6 1 5	*Secans eius ſecunda.*
Arcus profunditatis Solis	18 0 0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
		4 6 8 5 2	*Differentia Sinuum verſorum prodiens.*

Eadem

	G M S		
		4 6 8 5 2	*Eadem differentia.*
Arcus ſemidiurnus Solis	114 51 34	1 4 2 0 3 9	*Sinus eius verſus addendus.*
Arcus debitus	152 44 12	1 8 8 8 9 1	*Sinus verſus aggregati iam dicti*
Arcus ſemidiurnus ſubtrahendus	114 51 34		
Longitudo crepuſculi	37 52 48		
	H M S		
Tempus ei competens	2 31 31		

Exemplum Secundum pro initio ♑.

Complementum Eleuationis Poli	46 0 0		
Declinatio Maxima ſubtrahenda	23 31 30		
Altitudo Meridiana	22 28 30	9 3 6 8 3	*Sinus eius.*
Depreſsio Meridiana	69 31 30	3 8 2 2 8	*Sinus eius.*
		1 3 1 9 1 1	*Aggregatum ex vtroque.*
Arcus ei congruus in Sinibus	41 16 0	6 5 9 5 6	*Semiſsis.*
Idem arcus	41 16 0	1 5 1 6 1 5	*Secans eius.*
Arcus profunditatis Solis	18 0 0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
		4 6 8 5 2	*Differentia Sinuum verſorum prodiens.*
Arcus ſemidiurnus Solis	65 8 26	5 7 9 6 2	*Sinus eius verſus addendus.*
Arcus ei debitus	92 47 33	1 0 4 8 1 4	*Sinus verſus aggregati iam dicti*
Arcus ſemidiurnus ſubtrahendus	65 8 26		
Longitudo crepuſculi	27 37 7		
	H M S		
Tempus correſpondens	1 50 29		

TERTIVS MODVS.

SEd & alia ratione dictus crepuſculi arcus congruens tempori haberi poteſt ex alijs duobus Triangulis ſimilibus dictarum figurarum Analematis; quæ ſunt EYI, ZSO; cùm enim ſit EY Sinus ſecundus Altitudinis Poli ad EI Sinum totum, vt ZS Sinus arcus profunditatis ad ZO Sinum Longitudinis crepuſculi in Aequinoctiali; deinde cùm ſit Sinus ſecundus Altitudinis Poli, vt Sinus totus ad Secantem eiuſdem Altitudinis Poli per primum compendium Magni Canonis: erit etiam vt Sinus totus ad Secantẽ eiuſdem Altitudinis Poli, ita Sinus ZS arcus profunditatis ad Sinum ZO arcus Longitudinis crepuſculi in Aequinoctiali. Verùm cùm illa ZO ſit portio Sinus verſi, reſpectu ſemidiametri QM paralleli, vicem gerentis totius Sinus, & cùm eadem prodeat ex dicta Analogia in iiſdem partibus totius Sinus EI, oportebit ipſam cognoſcere in partibus ſemidiametri QM; quod vtique fiet tali compendio. Cum ratio QM, quę eſt Sinus ſecundus Declinationis Solis reſpectu totius Sinus EI ſit ad eandem QM tanquam Sinum totum, vt eſt ZO cognita reſpectu totius Sinus EI ad eandem ZO tanquam Sinum reſpectu totius Sinus QM; ſi loco Sinus ſecundi Declinationis Solis deſumpſerimus eiuſdem Declinationis Secantem, per vnicam multiplicationem dictam ZO Sinus verſi portionem conquiremus. Sic itaq; modum hunc ad praxin reducemus.

Multiplicetur primò Secans Altitudinis Poli in Sinum arcus profunditatis, & procreatus numerus diuidatur in Sinum totum, & colligetur numerus, quem dicimus Inuentum primum, ſicque eſt recta ZO in partibus ſemidiametri EI totius Sinus cognita, quæ ZO Sinus eſt Longitudinis crepuſculi in Aequatore, cuius etiam arcus patefaciet Magnitudinem crepuſculi in ipſo Æquinoctiali. Deinde primum illud Inuentum ducatur in Secantem Declinationis paralleli, & natus inde numerus diſtribuatur in Sinum totum, & prodibit differentia inter Sinum verſum arcus ſemidiurni, & Sinum verſum aggregati ex arcu ſemidiurno, & illo Longitudinis crepuſculi.

Exemplum primum congruens cum Primo ſuperiorum modorum de Sole in initio Cancri.

Altitudo Poli	44 0 0	1 3 9 0 1 6	*Secans eius.*
Arcus profunditatis Solis	18 0 0	3 0 9 0 2	*Sinus eius.*
		4 2 9 5 9	*Primum Inuentum, i. Sinus crepuſ. Aequin.*
Declinatio paralleli Solis	23 31 30	1 0 9 0 6 5	*Secans eius.*

Differentia

Digitized by Google

	G M S		
Arcus ſemidiurnus Solis	114 51 34	4 6 8 5 3 1 4 2 0 3 9	*Differentia, ſeu portio Sinus verſi.* *Sinus verſus eius addendus.*
Arcus ei debitus	152 44 12	1 8 8 8 9 2	*Sinus verſus aggregati arcum &c.*
Arcus Longitudinis crepuſculi	37 52 38		
	H M S		
Tempus Crepuſculi	2 31 31		

Exemplum Secundum.

Eſt hoc Exemplum de initio ♑, in quo Inuentum primum prodit idem cum ſuperiore, ſic etiam differentia ſeu portio Sinus verſi, vnde reliquum calculi ſic abſoluimus.

	G M S		
Arcus ſemidiurnus Solis	65 8 26	4 6 8 5 3 5 7 9 6 2	*Differentia ſeu portio Sinus verſi.* *Sinus eius verſus addendus.*
Arcus ei debitus *Arcus ſemidiurnus ſubtrahendus*	92 45 33 65 8 26	1 0 4 8 1 5	*Aggregatum ex vtroque.*
Longitudo crepuſculi	27 37 7		
	H M S		
Tempus Crepuſculi	1 50 30		

Non ab re duximus, integram crepuſculorum ſupputationem pro ſingulis ſex gradibus Zodiaci ad Eleuationem Poli graduum 44. hic ſubijcere, vt incrementum & decrementum ipſorum per totum Zodiaci curſum: & in quem Zodiaci locum breuiſſimum incidat crepuſculum, innoteſcat. Sol enim ſub hoc Horizonte, dum eſt in grad.16. ♎ vel 14. ♓ minimum admittit crepuſculum. Præterea ex hac eadem crepuſculorum Tabella pateſiet gradus Zodiaci, in quo Sol efficit crepuſculum Aequinoctiali crepuſculo æquale, qui eſt gr.3. ♏, & 27. ♒. Sed hæc pro diuerſitate cuiuſque Horizontis, vt videre eſt apud Petrum Nonium de Crepuſculis, euariantur. Ecce autem Tabulam.

Digitized by Google

Primi Mobilis

Tabula pro Crepuſculorum magnitudine ad Eleuationem Polarem grad. 44.

Locus Solis	Declinationes			Secantes	Portio Sinus verſi	Arcus ſemidiurnus		Sinus verſus	Aggregatũ Sinuũ verſorum.	Arcus eius		Arc° crepuſculi		Tempus crepuſculi		Locus Solis
	G	M	S			G	M			G	M	G	M	H	M	
♋	23	31	30	109065	46853	114	52	142051	188892	152	44	37	53	2	32	30
6	23	23	19	108953	46805	114	40	141734	188539	152	18	37	38	2	31	24
12	22	58	51	108621	46766	114	11	140966	187732	151	19	37	8	2	29	18
18	22	18	35	108092	46435	113	21	139625	180070	149	24	36	3	2	24	12
24	21	23	7	107395	46136	112	14	137838	183974	147	7	34	53	2	19	6
♌	20	13	23	106570	45781	110	51	135592	181373	144	28	33	37	2	14	♊
6	18	50	23	105661	45391	109	15	132969	178360	141	35	32	20	2	9	25
12	17	15	17	104712	44983	107	28	130015	174998	138	35	31	7	2	5	18
18	15	29	26	103769	44578	105	31	126752	171330	135	30	29	59	2	0	12
24	13	34	4	102871	44192	103	30	123345	167537	132	29	28	59	1	56	6
♍	11	30	42	102053	43841	101	21	119680	163521	129	26	28	5	1	52	♉
6	9	20	35	101344	43556	99	8	115873	159429	126	28	27	20	1	49	24
12	7	5	6	100769	43289	96	53	111985	155279	123	33	26	40	1	47	18
18	4	45	37	100346	43108	94	36	108020	151128	120	45	26	9	1	45	12
24	2	23	28	100087	42996	92	18	104013	147009	118	2	25	44	1	43	6
♎	0	0	0	100000	42959	90	0	100000	142959	115	26	25	26	1	42	♈
6	2	23	28	100087	42996	87	42	95887	138983	112	57	25	15	1	41	24
12	4	45	37	100346	43108	85	24	91980	135088	110	32	25	8	1	40	18
18	7	5	6	100769	43289	83	7	88015	131304	108	15	25	8	1	40	12
24	9	20	35	101344	43556	80	52	84127	127683	106	4	25	12	1	41	6
♏	11	30	42	102053	43841	78	39	80320	124161	103	58	25	19	1	41	♓
6	13	34	4	102871	44192	76	30	76655	120847	102	2	25	32	1	42	24
12	15	29	26	103769	44578	74	29	73248	117826	100	16	25	47	1	43	28
18	17	15	17	104712	44983	72	32	69985	114968	98	36	26	4	1	44	12
24	18	50	23	105661	45391	70	45	67031	112422	97	8	26	23	1	45	6
♐	20	13	23	106570	45781	69	9	64408	110189	95	51	26	42	1	47	♒
6	21	23	7	107395	46136	67	46	62162	108298	94	46	27	0	1	48	24
12	22	18	35	108092	46435	66	39	60365	106800	93	54	27	15	1	49	18
18	22	58	51	108621	46766	65	49	59034	105800	93	9	27	30	1	50	12
24	23	23	19	108953	46805	65	20	58266	105071	92	54	27	35	1	50	6
♑	23	31	30	109065	46853	65	8	57949	104802	92	45	27	37	1	51	♑

Si crepuſculi tam matutini quàm veſpertini magnitudinem ex Tabella ſuperiore colligere optas ad Eleuationem Polarem gr.44. qualis eſt huius Vrbis Bononiæ, fac in ea lateralem introitum cum loco Solis ex Ephemeridibus ſumpto, à latere quidem ſiniſtro, ſi Sol fuerit in Zodiaci medietate deſcendente, ſed à dextro latere ſi reliquam medietatem Aſcendentem occupauerit, & in vltimis duobus columnis patebit tibi magnitudo crepuſculi in gradibus Aequatoris, vel in horis vſualibus.

Appendix

Appendix ad hoc Decimumquartum Problema:

NOn omittendum cenſemus, nos eadem ratione poſſe percipere differentiam, quàm in diebus artificialibus ſuggerit refractio Solis, ac eiuſdem parallaxis, ſicut monuimus Problemate primo huius; cum arcu enim profunditatis Solis dimidij gradus, ſeu minutorum 31. operabimur, ſicut ſupra, in collectione arcus compoſiti ex ſemidiurno & crepuſculino. Quòd ſi etiam diametrum Solis apparentem eodem etiam modo conſiderare voluerimus (quæ propemodum quartam gradus partem de Cœlo aufert) augebimus dictum profunditatis arcum vſque dum excreſcat ad minuta 46: tuncq; artificialem diem exordiemur à prima apparitione ſupremi limbi Solis ſupra Horizontem: terminabimus, cùm extremus eius limbus ab oculis noſtris euaneſcit, ac ſub Horizonte demergitur.

Primum Exemplum in Tropico Aeſtiuo.

SIt exploranda differentia temporis ob dictas cauſas conſurgens in diei artificialis auctione ad diem 22. Iunij, quo Sol ingreditur Tropicum Aeſtiuum ad Eleuationem Poli grad. 44. penes hunc tertium modum ſuperius datum, ideſt ſit inquirendus arcus ſemidiurnus apparens.

	G M S		
Eleuatio Poli	44 0 0	1 3 1 9 2 6	*Secans eius.*
Arcus profunditatis	0 46 0	1 3 3 8	*Sinus eius.*
Arcus ei congruus	1 3 56	1 8 6 0	*Inuent. 1. ideſt Sinus crepuſculi Aequinoct.*
Declinatio Solis	23 31 30	1 0 9 0 6 5	*Secans eius.*
		2 0 2 9	*Differentia ſeu portio Sinus verſus.*
Arcus ſemidiurnus Solis	114 51 34	1 4 2 0 3 9	*Sinus eius verſus addendus.*
Arcus ſemidiurnus apparens	116 8 51	1 4 4 0 6 8	*Sinus verſus.*
Diff. inter arcũ ſemidiurnũ verum & appar.	1 17 17		
	H M S		
Tempus ei correſpondens	0 5 10		

Eſt autem ſemidiurnus arcus apparens vero prolixior minutis 5′.10″. & totus arcus diurnus excreſcit min. 10′.18″. vt ſit quidem horarum 15.29′.12″. apparens dies, ſed verus hor. 15.18′.22″, nox verò artificialis apparens horarum 8.30′.48″. vera autem hor. 8.41′.38″. In Aequinoctijs verò dies non eſt præciſè ad apparentiam horarum 12, ſed horarum 12.m.8′. ſic etiam nox horarum 11.min.52. intelligo autem diem & noctem artificialem.

Exemplum Secundum.

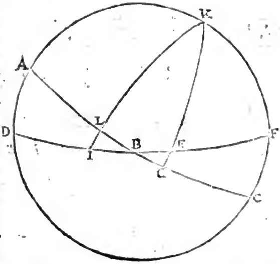
SOle autem Tropicum Cancri percurrente adinuenitur arcus ſemidiurnus facilè ex ſupradictis, differentia enim ſeu portio Sinus verſi, quam ſupra elicuimus, addenda eſt Sinui verſo arcus ſemidiurni Solis, & prodibit Sinus verſus arcus ſemidiurni apparentis, vt hic.

	G M S		
		2 0 2 9	*Differentia Sinuum verſorum iam dicta*
Arcus ſemidiurnus Tropici ♑	65 8 26	5 7 9 6 1	*Sinus eius verſus.*
Arcus ſemidiurnus apparens	66 24 55	5 9 9 9 0	*Sinus verſus proueniens.*
Differentia inter ſemidiurnum verum, &	1 16 29	*apparentem.*	
	H M S		
Tempus ei correſpondens	0 1 6		

Arcus itaque ſemidiurnus apparens eſt Hor. 4.25′.40″. & totus diurnus hor. 8.51′.20″: ſed verus ſemidiurnus arcus eſt horarum 4.23′.34″. & integer arcus diurnus Hor. 8.47′.8″.

Digitized by Google

cum Aequatoris Altitudine, vt per ſubtractionem pateat differentia vtraque, id eſt defectus Altitudinis centri Solis Meridianæ infra Aequatorem in vna, & exceſſus eiuſdem ſupra Aequatorem in altera: & hic quidem defectus erit Declinatio Solis Meridiana; at exceſſus Borea; ſiquidem dum Sol obtinet circulum Meridianum, Meridianus ille congruet cum circulo Declinationis Solis. Vtraque autem hæc Solis Declinatio per Problema ſecundum Quinti huius referatur ad ſuum congruum Eclipticæ punctum, vt conſtent ambo Eclipticæ arcus Diſtantiæ Solis ante & poſt Aequinoctium; & hi quidem coniuncti dabunt motum diurnum Solis apparentem, quo cognito cognoſcemus etiam tempus, quo Sol peragat arcum Eclipticę, tam ante, quam poſt Aequinoctium. Et vt facilius prædicta intelligantur, ponamus eſſe in ſubiecta figura Aequinoctialis portionem L G, & Eclipticę portionem I E ſeſe interſecantes in B, quod erit Aequinoctij punctum. Ponamus autem paulò ante Aequinoctium vernum obſeruatam fuiſſe Meridianam Solis Altitudinē minorem complemẽto Eleuationis Poli, ſeu Eleuatione Aequatoris, vt vtriuſq; differentia ſit penes arcum Meridiani L I, qui à Mundi Polo K deducitur, & euadit etiam circulus Declinationis, eritq; Solis Declinatio Auſtrina. In ſequentis verò diei meridie ſit obſeruata Altitudo Solis Meridiana excedere Eleuationem Aequatoris, quantus eſt arcus E G, qui intelligetur eſſe Solis Declinatio Borealis. Per Problema itaq; ſecundum Quinti habebitur tam arcus Eclipticæ I B Diſtantiæ Solis à puncto Aequinoctij, quàm arcus B E Diſtantiæ Solis vltra Aequinoctij punctum, qui coniuncti manifeſtant arcum Eclipticæ I E diurni motus Solis. Quam igitur proportionem habet totus arcus Eclipticæ I E diurni motus ad horas 24. eandem habet arcus I B ad horas poſt Meridiem præcedentis diei, quo contingit Aequinoctium; ſiue etiam eandem habet B E ad horas ante meridiem ſequentis diei, quibus Sol dictum Aequinoctij punctum ingreditur. Cæterùm oportet vtramq; Solis Altitudinem Meridianam ob parallaxin & refractionem ſedulò, prout Problemate primo ſequentis Libri docebimus, corrigere, vbi peculiarem pro hac re praxin adferemus.



PROBLEMA XVII.

Ex binis Amplitudinibus ortiuis duorum proximorum dierum inter ſe diuerſis, per obſeruationem datis, tempus ingreſſus Solis in punctum Aequinoctij exquirere.

ESto in ſequente figuratione Meridianus A D C F, cum dimidio Aequatore A B C, & dimidio Horizonte D B F. Sint verò datæ per obſeruationem duæ Amplitudines Solis ortiuæ vel occiduæ; I B quidem Auſtrina, & B E Borea, quarum vna ſit vnius diei, altera ſequentis. Ex his poterit inueſtigari momentum temporis, quo Sol Aequinoctij punctum ingreditur: conſtat enim intra hoc temporis ſpatium, quo ambæ hæ obſeruationes inſtitutæ ſunt, Solem pertranſiſſe Aequatorem, cùm variatio Amplitudinis ad variationem ab Aequatore Declinationis ſequatur, hoc eſt, ſicut alibi diximus, vt Amplitudo cum dicta Declinatione ab Aequatore ſemper ſit eiuſdem affectionis. Exploretur itaque ad vtramque obſeruationem per decimum Problema Sexti huius verus locus Solis in Zodiaco, vt haberi poſſit tum eius motus diurnus apparens, tum etiam Diſtantia ipſius ab Aequatore vel ante, vel poſt: & ad eundem modum, ſicut in præcedente Problemate, colligetur tempus numerandum poſt inſtans primæ obſeruationis, vel ante inſtans ſecundæ, vt prodeat hora ingreſſus Solis in dictum Aequinoctiale punctum.

Digitized by Google

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI, MATHEMATICARVM

In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris,

PRIMI MOBILIS LIBER VNDECIMVS,

CONTINENS PROBLEMATA GEOGRAPHICA.

Præfatio.

PROPOSITVRI hoc Libro Problemata Geographica, videmur non inutiliter hanc tractationem ab illarum rerum explicatione auſpicari, quæ aditum nobis ad reliqua patentiorem faciliorémq; præſtent. Primò itaq; terræ Globo, quem ex primis Elementis Sphæricis rotundum eſſe ſcimus, nonnullos ex Cœleſtibus circulis accommodabimus; & horum aliqui maiores erunt, vt Aequinoctialis, Meridiani, & Horizontes; alij verò minores, vt paralleli reſpectu Aequinoctialis, qui innumeri propemodum ſunt non tam intra quàm extra Tropicos ad vtrumq; Polum; horum verò præcipui ſunt Tropicus Cancri, Tropicus Capricorni, Circulus Arcticus; & Circulus Antarcticus.

Aequinoctialis circulus terrenus eſt is, qui medium tenet locum in terreſtri Globo inter ipſius Globi Polos, & hi ſanè determinantur ab axe Mundi excurrente ad Mundi Polos in cœlo configuratos; ita vt terreſtres illi Poli ſubiaceant Cœleſtibus Mundi Polis. ſicut Aequinoctialis cœleſtis alteri terreno directè imminet. Præterea per terreſtres Polos diuerſi tranſeunt Meridiani per ſingula terræ loca, quibus ſingulis adiuncti ſunt proprij Horizontes: atq; omnium horum circulorum eadem eſt partiendi ratio in 360. partes, ſicut cœleſtium. Habet enim vnuſquiſque locus in ſuperficie terræ ſumptus ſuum Meridianum in Cœlo, imminentem terreſtri eiuſdem Meridiano, in quo ſanè Meridiano Cœleſti accipimus Verticem ipſius loci, qui directè ſuprapoſitus eſt dicto loco, vnde ſi recta linea à centro terræ eiecta, & per dictum locum traiecta terra excurreret, perueniret vſq; ad illud Verticale punctum. Cuius ſanè Verticalis puncti ad Aequinoctialem habitudo attendenda eſt, vt paulò infra dicemus: eſtq; idem punctum tanquam Polus Horizontis illius loci, accipiendo ſcilicet Horizontem ipſum in cœleſti Sphæra, ſicut idem locus vicem gerit Poli Horizontis terreſtris ad eum pertientis.

Dimenſio porrò terræ duplex accipitur, vna quidem in Longitudine, quæ procedit ab occaſu in ortum, altera verò in Latitudine, quæ accipitur reſpectu Aequinoctialis verſus alterutrum Polum; & vtraque dimenſio ſimilis eſt dimenſioni motuum Planetarum, horum enim progreſſio ab occaſu ad ortum motus ſecundum Zodiaci Longitudinem, & digreſſio eorundem ab Ecliptica ad Polos motus Latitudinis nuncupatur.

Digitized by Google

patur. Cùm autem in omni dimenſione principium aliquod ſtatuendum ſit, à quo numeratio incipiat: Geographi pro initio ſumendæ Longitudinis, terræ extremum ab Occidente acceperunt, ſumpto primo Meridiano à Fortunatis Inſulis, nũc Canarijs vulgò in Oceano Heſperio dictis, neq; enim vltra illas quicquam terræ præter vaſtum aliquod mare eſſe antiqui ſuſpicabantur. Eſt itaque terræ Longitudo ſecundum Ptolemæum ac Græcos omnes Geographos tractus illius ab Inſulis Fortunatis verſus ortum. Sic & locorum terreſtrium Longitudo dicitur arcus Aequinoctialis interceptus inter Meridianum primum dictarum Inſularum & Meridianum loci; ſeu etiam arcus proprij paralleli illius loci inter dictos Meridianos comprehenſus: cùm enim quilibet circulus ſiue maximus, ſiue minimus in 360. partes diuidatur, tot obtinebit hæc paralleli portio, quam dicti duo Meridiani claudunt, quot Aequatoris arcus ab ijſdem concluſus; ſunt enim analogi inter ſe omnes arcus parallelorum, quos duo Meridiani abſcindunt. Neque verò me latet, Arabes Geographos diuerſum à Græcis Longitudinis terræ initium poſuiſſe, vt qui primum Meridianum illum ſtatuere, qui per Occidentale extremum Hiſpaniæ & Mauritaniæ littus tranſit: ſed is decem gradibus primo Græcorum imo communi Meridiano Orientalior eſt.

Latitudo autem totius terræ eſt ſecundum Geographos ſpatium eius à Borea ad Auſtrum, quod ab Aequinoctiali terreno tanquam à medio ipſius terræ tramite verſus alterutrum Polum deducitur ac in Meridianis computatur. Vnde Latitudo alicuius loci eſt arcus Meridiani illius inter Aequinoctialem terrenum & ipſum locum; & in Cœlo accipitur pro arcu Cœleſtis Meridiani, qui illi loco imminet, ac inter Aequatorem & verticem loci cadit, qui arcus æqualis eſt ſemper Eleuationi Poli Mundi ſupra Horizontem ipſius loci, vt in primis Elementis Sphæricis demonſtratur.

Cæterùm duo terrena loca adinuicem comparantur reſpectu Longitudinis; Latitudinis & Diſtantiæ: reſpectu quidem Longitudinis dicitur vnus altero Orientalior vel Occidentalior, at Latitudine alter altero Borealior eſt vel Auſtralior. Verũ quando Diſtãtia inter duo quæuis loca quæritur, hæc vtiq; accipienda eſt ſecundum maximum circulum terreſtrem per dicta loca tranſeuntem penes aſſumptam aliquam terreſtrem menſuram, puta ſtadiorum ſiue milliarium. Diſcrepant verò Geographi in aſsignatione diuerſa milliarium pro ſingulo gradu terreſtris circuli; idq; vtrum ab incertis eorum obſeruationibus, an potiùs à varia pedis quantitate, ex quibus milliaria conſtant, proueniat, non facilè dixerim. Subijciemus nihilominus nunc Tabellam conuerſionis graduum terreſtris circuli in milliaria tam ſecundum opinionem Ptolemæi, qui vni gradui terreſtris circuli tribuit ſtadia quingenta, quæ faciunt milliaria communia 62. cum dimidio; quàm ſecundum opinionem illorum, qui præcisè 60. milliaria pro ſingulo gradu accipiunt; & hanc ſequuntur Scriptores Germani, dum quindecim milliaria germanica vni gradui adſcribunt: quæ faciunt 60. milliaria Italica maiora: Tum etiam in eadem Tabella conuerſionem graduum terreſtris circuli in milliaria exhibebimus Italica mediocria, quorum 65. dantur vno gradui, quæ milliaria Italica mediocria nobis videtur, vt plurimum eſſe in vſu, comperimus enim ex quamplurimi ſcalis milliarium Italicorum in noſtra Italiæ Geographica deſcriptione (quam propediem Deo volente dabimus) conuenire vni gradui terreſtris magni circuli milliaria communia 65. nec omninò hunc numerum ceu abundantiorem reſpuendum iudico, cùm & grauiſſimi quidam viri maiorem multò pro ſingulo gradu aſſumant: Enimuerò Doctiſſimus Vir Ioannes Fernelius Ambianas pro ſingulo gradu 68. milliaria in ſua Coſmotheoria ſumere non dubitauit, & Gerardus mercator in ſua orbis mappa uniuerſali milliaria minora habet, quorum 72. ferè complent vnum gradum. Arabes autem Abilfedeam ſuum primi nominis apud ipſos Geographum ſecuti, pro vnius gradus menſura milliaria tantummodò 56. cum duobus tertijs accepére, ſed is numerus, cùm nemo hucuſq; inferiorem illo aſsumpſerit, iure merito negligendus eſt. Sed nunc Tabellam à nobis ſic conſtructam accipe.

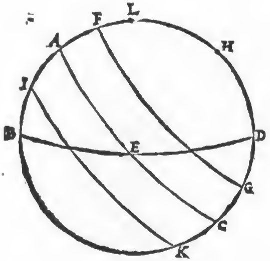
Tabula

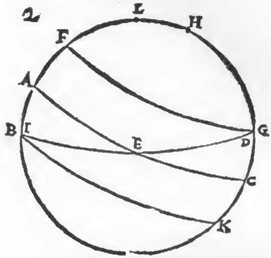
Digitized by Google

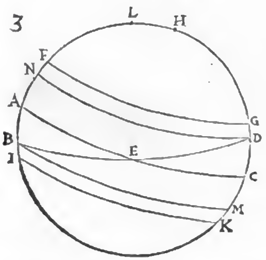
PROBLEMA I.

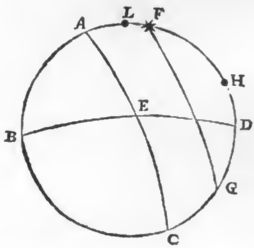
Eleuationem Poli Regionis dato Solis loco, ac Meridiana eius Altitudine ſupra Horizontem cognoſcere.

ESto Meridianus circulus A D C, in quo aptetur dimidius Horizon B E D, & dimidius Aequator A E C. Sit verò Vertex Regionis ſeu Polus Horizontis L, & Mundi Polus H, cuius Eleuatio ſupra Horizontem metiatur ab arcu Meridiani G H, qui æqualis eſt arcui eiuſdem Meridiani A L Diſtantiæ ſcilicet verticis ab Aequinoctiali, qui nuncupari ſolet Latitudo Regionis. Iam verò oportet alterutrum horum arcuum inquirere, ex data per obſeruationem Altitudine Solis Meridiana, nam vno dato, datur & alter. 3 H









Primò itaque ſi Sol verſabitur in alterutro Aequinoctiali puncto facilè Poli Eleuatio obtinebitur ex Altitudine ipſius Meridiana per obſeruationem exquiſitè data, nam cùm hæc repræſentet Aequinoctialis Eleuationem, complementum eius ad Quadrantem erit Eleuatio Poli. Vt ſi daretur notus arcus A B Meridiani per obſeruationem, dum Sol exiſtit in ipſo Aequinoctialis puncto A complementum huius Eleuationis ad Quadrantem eſt arcus A L, qui dicitur Latitudo Regionis, & æqualis eſt, vt diximus, arcui H D Eleuationis Poli. Veruntamen cùm Sol parallaxi & refractioni ſit obnoxius, non eſt ſimpliciter eius ſupra Horizontem Eleuatio accipienda, qualem obſeruatio præſtat, ſed duplici ratione corrigenda eſt. Enimuerò certum eſt ex præſtantium artificum obſeruationibus, Solem ſubire parallaxin quandam, ex qua ipſe in circulo Verticali iuſtò decliuior

appareat,

Digitized by Google

appareat, vt ſit quidem maxima prope finitorem, quæ prope Verticem extenuatur, & in nihilum abit. Quantam autem parallaxin Sol ad ſingulos gradus Altitudinum à terra efficiat, habetur apud Tychonem in Primo Progymnaſmatum tomo pagina 80: vbi ponit Tabulam ad maximam, mediam, & minimam Solis à terra remotionem, atque ad ſingulos gradus Altitudinis Solis ſupra Horizontem, & nos de eadem agimus Probl. 10. duodecimi libri huius.

Præterea idem Sol ſi intra dimidium Quadrantis à terra eleuatur, refractè quidem ob vapores interpoſitos apparet, ac propterea altiùs ſupra finitorem eleuatur, quàm reuera in ipſo Cœlo contingat, vt teſtatur Tycho Brahe in dicto primo Progymnaſmatum tomo; quo fit, vt ratione huius refractionis nimium ipſe Sol attollatur, ſicut è diuerſo parallaxis ipſum iuſtò decliuiorem reddat: atque hæc Solaris refractio prope Horizontem maxima ſit, ibiq; ſubitò multùm alteratur, & dum altiùs Sol attollitur, pedetentim variat, ac circa Quadrantis dimidium penè deficit. Nos autem Refractionum Solarium Tabulam ex Tychone huc tranſtulimus, quam ipſe ex innumeris obſeruationibus conſtruxit. Vtramque verò correctionem Altitudinis Solis ſubindicaſſe videtur Ioannes VVernerus in annotationibus tertij capitis Primi libri Geographiæ Ptol: atque in Stellis Fixis Io: Baptiſta Benedictus Capite Primo ſuæ Gnomonicæ. Quod innuere voluimus, vt tenacius duplex hæc correctio à ſtudioſis obſeruetur.

Tabula Refractionum Solarium ex Tychone.

Altitu. Solis	*Refractio*		*Altitu. Solis*	*Refractio*		*Alti. Solis*	*Refractio*		*Altit. Solis*	*Refr.*		*Altit. Solis*	*Refrac.*		*Altit. Solis*	*Refra.*	
Gradus	*M*	*S*	*Gradus*	*M*	*S*	*Grad.*	*M*	*S*	*Gradus*	*M*	*S*	*Grad.*	*M*	*S*	*Grad.*	*M*	*S*
0	34	0	8	11	15	16	7	0	24	2	50	32	1	5	40	0	10
1	26	0	9	10	30	17	6	30	25	2	30	33	0	55	41	0	9
2	20	0	10	10	0	18	5	45	26	2	15	34	0	45	42	0	8
3	17	0	11	9	30	19	5	0	27	2	0	35	0	35	43	0	7
4	15	30	12	9	0	20	4	30	28	1	45	36	0	30	44	0	6
5	14	30	13	8	30	21	4	0	29	1	35	37	0	25	45	0	5
6	13	30	14	8	0	22	3	30	30	1	25	38	0	20	46	0	4
7	12	45	15	7	30	23	3	10	31	1	15	39	0	15	47	0	4

Exemplum. *Demus Exempli gratia die 20. Martij anni 1601. fuiſſe alicubi obſeruatam Meridianam Solis Altitudinem gr. 45. 48'. quo momento ex Tychonis calculo Sol reperitur præcisè ferè in Aequinoctiali, cum locus illius in Meridie ſit grad. 29. 59'.* ♓.

	G	M	S
Altit. Solis exiſtentis in Aequinoctio ♈ Meridiano	45	48	0
Parallaxis eius addenda		2	4
Refractio ſubtrahenda		0	4
Altitudo Solis correcta, ideſt Aequinoctialis	45	50	0
Complementum eius, ideſt Eleuatio Poli	44	10	0

Quòd ſi Sol fuerit in alterutro Solſtitio, dum Altitudo eius Meridiana ſumitur, oportebit tunc in conſilium adhibere Maximam Zodiaci Obliquitatē illius æui, nam hæc quidem Altitudini Meridianę Solis ratione parallexeos, & refractionis correctæ addenda eſt in Solſtitio Hyberno, ſed in Aeſtiuo contrà auferenda eſt, vt relinquatur Aequatoris Eleuatio, cuius complementum, vt diximus, eſt ipſamet Poli Mundi Eleuatio. Et hoc ſanè intelligitur, cùm Verticale punctum interciderit inter Solem, & Polum Mundi conſpicuum, vt videre licet in primis tribus figuris, quod contingit quando Poli Eleuatio ſeu Latitudo loci ſuperat Maximam Solis Obliquitatem. Verùm ſi contrà Sol ceciderit inter Polum, & Verticale punctum, fueritque in Solſtitio æſtiuo, complementum Maximæ Declinationis auferendum eſt ab Altitudine eius Meridiana, & reſiduum erit Eleuatio Poli Borealis ſupra finitorem, vt patet in quarta figura, in qua intelligimus Solem Tropicum Cancri obtinentem reperiri in F, inter Verticem & Polum H, nam tunc complementum Maximæ Declinationis F H aufertur ab Altitudine Solis F D ſupra Horizontem, vt remaneat arcus H D Eleuationis Poli Borealis.

Quòd ſi exiſtente, vt diximus, Sole inter Polum & Verticale punctum, ipſe obtinebit alterum Tro-

picum

Digitized by Google

picum nempe hybernum, complementum etiam tunc Maximæ Obliquitatis Zodiaci reiectum à Solis Meridiana Altitudine, dabit Eleuationem Poli ſupra finitorem, atq; ſupra ipſum finitorem extolletur Polus Auſtrinus.

Poſtremò ſi daretur terræ tractus, in quo dum Sol in Tropico Aeſtiuo eſſet, non contingeret ipſum occidere, ſed continuò ſupra Horizontem extare, tunc vel per duas Solis Altitudines Meridianas, nempe Maximam & minimam, Eleuationem Poli obtinebimus, vel etiam per alterutram tantùm. Per duas quidem Altitudines ſic operabere; coniunges complementa ambarum Altitudinum correctarum, vt aliàs diximus, & aggregati capies dimidium pro diſtantia Solis à Polo conſpicuo, eamq; addes Maximæ Eleuationi, & emerget Altitudo Poli quæſita. Contingit autem hoc in locis valdè Borealibus, quorum Zenith ſeu Verticale punctum reperitur inter Polum Mundi & circulum articum, vel Antarcticum; nam in his quidem, dum Sol eſt in Signis Borealibus dies aliquot neque exoritur, neque occidit, ſed intra 24. horarum ſpatium duas Altitudines Meridianas conficit, vnam minimam, alteram maximam, & ambas quidem ad diuerſas Meridiani partes, nempe vnam ad Boream, alteram ad Auſtrum. Cui poſitioni accommodatur tertia figura, in qua Tropicus ♋ intelligitur eſſe parallelus F G, qui ſolus ſupra terram extat, vnde Sole in ipſo conſtituto maximam facit ſupra Horizontem Altitudinem F B ad Meridiem, alteram verò minimam G D ad Septentrionem: atq; in eadem figura complementum Maximæ Altitudinis eſt F L, quod additum L G complemento minimæ, dat notum totum arcum F G cuius dimidium eſt F H, Diſtantia ſcilicet Solis à Polo Mundi conſpicuo H, ideſt complementum maximæ Declinationis Solaris. Hic verò arcus G H additus Eleuationi Solis minimæ D G manifeſtat Eleuationem Poli H D; & hæc quidem ratio locum habet, cùm Declinatio Zodiaci Maxima tunc temporis contingens ignoratur. Sed cognita Maxima Zodiaci Declinatione ſufficit vna tantùm Meridiana Solis Altitudo, dum tamen ea fuerit ratione refractionis & parallaxis correcta, vt ſuperiùs diximus; nam complementum Maximæ Declinationis Altitudini Solis minimæ additum patefacit Eleuationem Poli ſupra Horizontem. Ab eodem verò Maximæ Declinationis complemento ablato complemento Altitudinis Solis Maximæ, prodibit Diſtantia Poli Mundi à Vertice cuius complementum ad Quadrantem dabit ipſam Poli Eleuationem.

Cæterùm cognoſcemus, vt ait Petrus Nonius, vtrum Sol ſit inter Polum Mundi arcticum, & Verticale punctum, an è contrario Verticale punctum inter Solem & eundem Polum; ſi conuerſa facie ad Solem ipſo obſeruationis tempore, quando viciniſſimus eſt Verticali puncto, videris eum cum Mundo circumuolui à ſiniſtro in dextram, certò ſcies Verticale punctum poſitum eſſe inter ipſum Solem & Polum Arcticum; ſed ſi à dextra in ſiniſtram, Solem inter Verticale punctum & eundem Polum Arcticum conſtitutum eſſe non dubitabis. Sed ne Exempla deſiderentur, mutuabimus hæc duo à Præſtantiſſimo Aſtronomiæ inſtauratore Tychone Brahe, è ſuo Progymnaſmatum tomo primo.

Exemplum Primum. *Refert Tycho fuiſſe obſeruatam Altitudinem Solis Maximam à Chriſtophoro Rothmanno Mathematico eximio Caſſelis graduum 62.11'. exactè, minimam verò grad. 15.14'. Si verò vtrobique adhibeatur parallaxis Solis erit vera Tropici æſtiui Altitudo Meridiana grad. 62.12'.20". Hyberni grad. 15.17'. Aeſtiua autem Altitudo à refractionis alteratione immunis eſt: quare ſi Maxima Zodiaci Obliquitas ab ipſa tollatur, quæ eſt grad. 23.31'.30". prodibit Aequatoris Eleuatio gr. 38.40'.50". cuius complementum ad Quadrantem eſt grad. 51.19'.10". nimirum ipſa Poli Eleuatio.*

Ex hyberna autem Altitudine ſic indagatur: cum illa ex correctione parallaxis ſit definita gr. 15.17'. ab ipſa aufero minuta 7'. ob refractionem euariantia, & remanet dicta Altitudo correcta grad. 15.9'.40". ad quam adiecta Maxima Zodiaci Obliquitate prodit Aequatoris inclinatio ibidem grad. 38.41'.10". & complementum eius eſt grad. 51.18'.50". Poli ſcilicet Eleuatio parum ab altera diſcrepans.

	G	M	S		G	M	S
Altitudo Solis Maxima in ♋	62	11	0	*Altitudo Solis minima in ♑*	15	14	0
Parallaxis Solis addenda		1	20	*Parallaxis Solis addenda*		3	0
Altitudo Solis correcta	62	12	20	*Altitudo Solis correcta*	15	17	0
Refractio nulla		0	0	*Refractio auferenda.*		7	20
Altitudo Solis correcta	62	12	20	*Altitudo Solis correcta*	15	9	40
Maxima obliquitas ſubtrahenda	23	31	30	*Maxima Obliquitas addenda*	23	31	30
Eleuatio Aequatoris	38	46	50	*Eleuatio Aequatoris*	38	41	10
Altitudo Poli	51	19	10	*Altitudo Poli*	51	18	50

Exemplum Secundum. *Recenſet idem Tycho Brahe à Ioanne Homelio obſeruatam fuiſſe Solis Altitudinem Lipſiæ in Solſtitio Aeſtiuo gr. 62.11'. & in Hyberno grad. 15.15'. & ex vtraque prodit ipſius loci Eleuatio in hunc modum.*

Digitized by Google

	G	M	S		G	M	S
Altitudo Solis Maxima in ♋	62	11	0	*Altitudo Solis minima in ♑.*	15	15	0
Parallaxis Solis addenda		1	20	*Parallaxis Solis addenda.*		1	28
Refractio nulla		0	0	*Refractio auferenda.*		7	20
Altitudo Solis correcta	62	12	20	*Altitudo Solis correcta.*	15	9	8
Obliquitas Maxima auferenda	23	31	30	*Obliquitas Maxima addenda.*	23	31	30
Altitudo Aequatoris	38	40	50	*Altitudo Aequatoris.*	38	40	38
Eleuatio Poli Lypſiæ	51	19	10	*Eleuatio Poli Lypſiæ.*	51	19	22

Ad extremum ſi Sol neq; in Aequinoctiali, neq; in alterutro Tropico fuerit, nihilo ſecus indagari poterit ex eius Meridiana Altitudine Eleuatio Poli, dum tamen præſciatur verus eius locus, vt Declinatio eius innoteſcat. Eſt enim vna eademq; ratio operandi per Declinationem Solis Borealem, perinde ac cum Maxima Obliquitate, dum Sol eſt in Tropico ♋. Pariter etiam ad idem vergit calculus cum Declinatione Auſtrina, vt diximus de Poli Eleuatione elicienda per Altitudinem Solis minimam Borealem, mediante Obliquitate Maxima: quod his Exemplis declarabimus.

Exemplum Primum. *Ponamus alicubi obſeruatam fuiſſe in Meridie vndecimi diei Auguſti Meridianam Solis Altitudinem gr. 61. 40′, quo die ex Tychonis calculo obtinet grad. 18. 1′. ♌, cuius Declinatio datur gr. 15. 29′. 23″. Quibus datis prodit talis Altitudo Poli.*

Altitudo Solis Meridiana	61	40	0	
Parallaxis eius addenda		1	23	
Refractio nulla		0	0	
Altitudo Solis correcta	61	41	23	
Declinatio Solis Borealis auferenda	15	29	23	
Altitudo Aequatoris	46	12	0	
Eleuatio Poli	43	48	0	

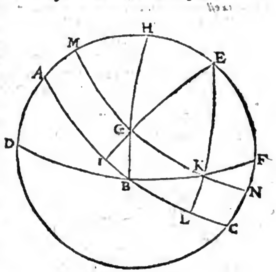
Exemplum Secundum. *Demus eodem anno die 12. Februarij fuiſſe eodem in loco deſumptam Solis Altitudinem Meridianam grad. 32. 26′. quo quidem Sol obtinet ex Tychonis calculo grad. 23. 30′. ♒ cuius Declinatio prodit grad. 13. 44′. Auſtrina, vnde Altitudo Poli ex datis ſic prodit.*

Altitudo Solis Meridiana	32	26	0	
Parallaxis eius addenda		2	35	
Refractio minuenda		1	0	
Altitudo Solis Meridiana correcta	32	27	35	
Declinatio Solis Meridiana addenda	13	44	0	
Eleuatio Aequinoctialis	46	11	35	
Eleuatio Poli	43	48	25	

PROBLEMA II.

Altitudinem Poli ex Altitudine Solis in circulo Verticali, ac eiuſdem Declinatione exquirere.

Problema hoc conuerſum eſt Problematis decimiquarti libri Septimi, cuius figuram huc tranſtulimus, in qua Meridianus intelligitur eſſe A D C F; medietas Aequatoris A B C, cuius Polus conſpicuus eſt punctum E, medietas autem Horizontis eſt D B F, cuius Polus eſt Vertex H ipſius loci, à quo deſcendit Quadrans circuli Verticalis primarij H G B, in cuius puncto G ſtatuitur Sol, qui neceſſariò verſatur in medietate Eclipticæ Boreali, vt in dicto Problemate decimoquarto diximus. Nunc autem ex data Altitudine Solis B G in circulo Verticali cum Declinatione ipſius G I Borea cognoſcere proponimus Eleuationem Poli, quam repræſentat arcus Meridiani A H, qui propriè Latitudo loci vocatur, ac determinat angulum G B I Triang. Rectang. B I G. Quare per quartum Problema Tertij obtinebimus dictum angulum his modis.



I. MODVS Per Sinus, & Secantes.

Fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Altitudinis Solis in circulo Verticali, ita Sinus Declinationis eiuſdem ad Sinum Eleuationis Poli.

Exemplum.

Digitized by Google

Exemplum.

Detur per obſeruationem Altitudo Solis in circulo Verticali grad.35.4′.20″. dum fuerit in Tropico Aeſtiuo, cuius Declinatio eſt ipſa Maxima Zodiaci Obliquitas grad.23.31.30″. Colligo itaque Eleuationem Poli in hunc modum.

	G M S		
Altitudo Solis in Verticali	35 4 20	1 7 4 0 3 2	*Secans eius ſecunda.*
Declinatio Solis exiſtentis in ♋	23 31 30	3 9 9 1 2	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli quæſita	44 0 0	6 9 4 6 5	*Sinus proueniens.*

Appendix.

EAndem quoq; Analogiam obtinebis ex figura Analematis, quam ad dictum Decimumquartum Problema Septimi poſuimus. Nam in Triangulis Rectilineis Rectangulis E Z I, L M I proportio I L Sinus Altitudinis Solis in Verticali ad I M Sinum Declinationis Solis eſt ſicut E I Sinus totus ad Z I Sinum Altitudinis Poli, & permutatim eſt I L Sinus Altitudinis in Verticali ad E I Sinum totum: ideſt per compendium Magni Canonis, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Altitudinis Solis in Verticali, ita I M Sinus Declinationis ad Z I Sinum Altitudinis Poli.

II. M O D V S *Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.*

DEbet commutari Altitudo Solis in circulo Verticali in arcum arealem Quarti ordinis Magni Canonis, facto tamen ingreſſu in calce & à latere dextro; & cum hoc numero commutato, ac cum Solis Declinatione peracta operatione Proſtaphæretica, obtinebitur Sinus Eleuationis Poli quæſitæ. Sed Exemplum idem accipe.

	G M S		
Declinatio Solis	23 31 30		
Altitudo Solis in Verticali commutata ex	10 1 20	*quarto ordine.*	
Differentia	13 30 10	9 7 2 3 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	33 32 50	8 3 3 4 3 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 3 8 9 2 8	*Differentia Sinuum.*
Altitudo Poli quæſita	44 0 0	6 9 4 6 4	*Dimidium, ideſt Sinus prodiens,*

III. M O D V S *Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

ACcipe in fronte Tabulæ Generalis Altitudinem Solis in circulo Verticali, & in area Declinationem eius, & à dextro latere habebis Altitudinem Poli. Aut ſumpta ſimiliter Declinatione Solis in area, & à ſiniſtro latere Altitudine Solis in Verticali, habebitur in fronte Eleuatio Poli.

Vt in eodem Exemplo compertis in fronte gr.35.4′.20. Altitudinis Solis in Verticali, & in area grad.23.31′.30″. Declinationis eius, reſpondet à ſiniſtro latere Eleuatio Poli grad.44.

IV. M O D V S *Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.*

QVòd ſi ſumes Altitudinem Solis in Verticali grad.35.4′. in calce ſecundæ Tabulæ, & à ſiniſtro latere Declinationem eius grad.23.31′.30″. habebis in area Altitudinem Poli grad.44, vt ſupra.

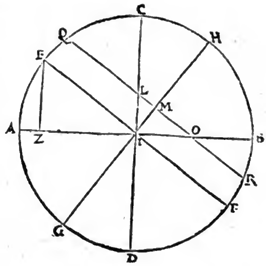
PROBLEMA III.

Eleuationem Poli ex Amplitudine ortiua, vel occidua, & Altitudine Solis in circulo Verticali addiſcere.

COnfugiendum eſt ad nonum Problema Sexti huius, vbi ſchema hoc expoſuimus ex figura Analematis, in quo quidem L I Sinus eſt Altitudinis Solis in circulo Verticali, & O I Sinus eſt Amplitudinis ortiuæ vel occiduæ: E Z verò Sinus eſt ſecundus Eleuationis Poli, & Z I Sinus eſt eiuſdem primus. Cùm itaque ſit L I Sinus Altitudinis Solis in Verticali ad I O Sinum Am-

Digitized by Google

plitudinis ortiuæ, vt eſt E Z Sinus ſecundus Eleuationis Poli ad Z I Sinum primum eiuſdem, ideſt ſicut Sinus totus ad Tangentem Eleuationis Poli, vt in dicto Problemate nono diximus, erit (ex permutatione) Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali ad Sinum totum, vt eſt Sinus Amplitudinis ortiuæ ad Tangentem Eleuationis Poli. Eſt autem vt Sinus Altitudinis Solis in Verticali ad Sinum totum, ita Sinus totus ad Secantem ſecundam eiuſdem Altitudinis per primum compendium Magni Canonis. Quarè fiat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Altitudinis Solis in circulo Verticali, ita Sinus Amplitudinis ortiuę ad Tangentem Eleuationis Poli, vt in hoc Exemplo.



Exemplum.

DAta ſit Altitudo Solis in circulo Verticali grad. 35. 4′. 20″. & Amplitudo ortiua eiuſdem gr. 33. 42′. 10″. ex his ſic prodit Poli Eleuatio.

	G M S		
Altitudo Solis in circulo Verticali	35 4 20	1 7 4 0 3 2	*Secans eius ſecunda.*
Amplitudo eiuſdem ortiua	33 42 10	5 5 4 8 8	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli quæſita.	44 0 0	9 6 5 6 7	*Tangens proueniens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

ALtitudo Solis in circulo Verticali permutetur in arcum arealem Quarti ordinis Magni Canonis ingrediendo in calce, & à latere dextro, & cum hoc numero commutato, & Amplitudine ortiua, abſolues Proſtaphæreſin, vt emergat Tangens Eleuationis Poli. Vt ex hoc exemplo patet.

Amplitudo ortiua data	33 42 10		
Altitudo Solis in Verticali comm. ex quarto	10 1 20	*ordine.*	
Differentia	23 40 50	9 1 5 7 9 9	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	43 43 30	7 2 2 6 6 6	*Sinus eius ſecundus.*
		1 9 3 1 3 3	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita	44 0 0	9 6 5 6 7	*Dimidium, ideſt Tangens.*

Nota. Ex hoc Prolemate poterit quiſpiam per omnem æſtatem, dum Sol permeat ſemicirculum Zodiaci Borealem, Altitudinem Poli obſeruare, licet & locum Solis, & eius Declinationem ignorauerit: dum tamen per idoneum aliquod Inſtrumentum Amplitudinem Solis ortiuam vel occiduam, & Altitudinem eius in circulo Verticali exploratam habuerit, & Amplitudinem quidem ortiuam à parte Orientis, occiduam à parte Occidentis acceperit.

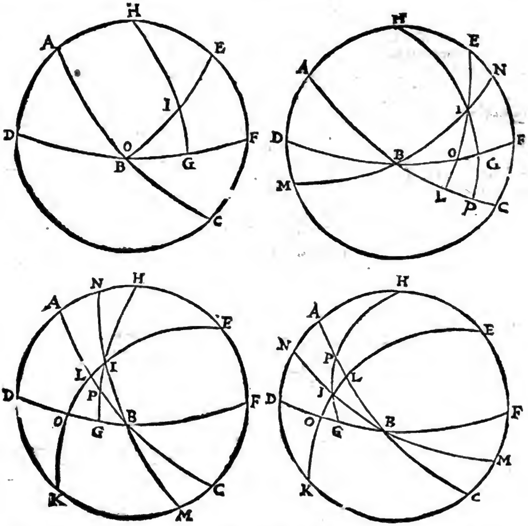
PROBLEMA IV.

Eleuationem Polarem ex Altitudine Solis ad horam datam ex Azimuth eius colligere.

PEtrus Apianus ponit hoc Problema Enunciato 69. vbi dum illud conatur ſoluere redit ad principia; quòd manifeſtum fiet, ſi eius modum ad figuras Problematis Vndecimi libri Septimi hic repetitas transferemus; in quibus intelligitur Sol in puncto I eleuatus ſupra Horizontem penes arcum I G circuli Altitudinis. Primò itaque Apianus ex 39. Pron. inquirit Diſtantiam Solis in circulo maiori ab interſectione Æquinoctialis & Horizontis, & hoc ſanè ope Declinationis Solis, & eiuſdem à Meridiano Diſtantiæ; & eſt quidem hæc Diſtantia in noſtris figuris arcus I B. Deinde
41. ex quarto colligit angulum, quem facit iſte circulus maior cum Aequatore, ideſt angulum I B P, quem vocat ſuperiorem. Tertiò inquirit ex 41. angulum, quem idem circulus per Solem, & punctum veri ortus ductus facit cum Horizonte, videlicet angulum I B G, quem vocat inferiorem: atq; hunc non abſque

Digitized by Google

abſque cognitione Eleuationis Poli cognoſcit. Quarè fruſtra tractatur ab eo inuentio Altitudinis Poli ex his tribus enunciatis, cum in 41. ab ipſo præſupponatur Altitudo Poli. Nos itaque conuenientius hoc Problema tractabimus, confugiendo ad Triangulum Sphæricum Obliquangulum H E I, in quo quidem dari intelligitur latus H I, tanquam complementum Altitudinis Solis ad horam datam, atque etiam latus E I, complementum nempe Declinationis Stellæ cum angulo I H E vni ex dictis lateribus oppoſito: quem angulum definit arcus G F Horizontis, qui complementum eſt Azimuth Solis G B ab ortu dati. Igitur ex his non latebit per Problema Septimum Quarti huius latus H E, quod eſt complementum Altitudinis Poli E F: nec in æquiuocationem vllam incidere poteris, vbi



præſciueris ſpeciem anguli I E H, qui congruit horæ datæ; & neceſſaria omninò eſt hora data non tam ob ſpeciem anguli ad E cognoſcendam, quàm vt Declinatio Solis pateat, licet ob paucam Declinationis illius ad ſingulas horas euariationem non ſit opus tanta præciſione. Memineris etiam, poſſe accipi vno eodemq; Inſtrumento Altitudinem Solis ſupra Horizontem & Azimuth; quale eſt Quadrans Tychonis, quem in ſua Aſtronomię Mechanica Azimuthalem nuncupat.

PRIMVS MODVS.

Fiat primò, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Altitudinis Solis ſupra Horizontem, ita Sinus ſecundus Azimtuh ipſius ad Sinum primi Inuenti, nempe arcus perpendicularis I N. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Secantem primi Inuenti, ita Sinus Altit. Solis ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi, ex quo ipſum ſecundum Inuentum prodibit, ideſt arcus H N. Tertiò fiat, vt Sinus totus ad eandem Secantem primi Inuenti, ita Sinus Declinationis Solis ad Sinum ſecundum Inuenti tertij; vnde ipſum tertium Inuentum, quod eſt arcus E N, innoteſcet. Hoc ſubtractum à ſecundo Inuento, ſi tempus à Meridie datum fuerit maius ſex horis, ſeu gradibus Aequatoris 90, vt in ſecunda figura, & relinquetur comple-

complementum Altitudinis Poli H E, vnde & ipſa Altitudo Poli E F non ignorabitur. Sed ſi tempus datum fuerit ſex horis minus, quę Quadrantem Aequatoris adimplent; ſecundum Inuentum H N contrà ſubducendum eſt à tertio Inuento, vt relinquatur idem complementum Eleuationis Poli, ſicut ſupra, vt patet in tertia & quarta figuris.

Exemplum Primum.

Sit Solis locus ad horam ſeptimam poſt Meridiem grad. 6. ♊, cuius Declinatio datur grad. 21. 23′. 8″. & deſumpta ſit ad dictum tempus eius Altitudo ſupra Horizontem grad. 5. 1′. 1″. in Azimuth. grad. 25. 27′. 45″. quibus datis ſic depromo Eleuationem Poli.

	G M S		
Altit. Solis ad horam ſeptimam poſt Merid.	5 1 1	9 9 6 1 7	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Solis ad idem momentum	25 27 45	9 0 2 8 7	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum	64 4 51	8 9 9 4 1	*Sinus prouenîens.*
		2 2 8 7 7 9	*Secans primi Inuenti.*
Eadem Altitudo Solis	5 1 1	8 7 4 4	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	78 27 35	2 0 0 0 4	*Sinus ſecundus prodiens.*
		2 2 8 7 7 9	*Eadem Secans primi Inuenti.*
Declinatio Solis	21 23 8	3 6 4 6 4	*Sinus eius.*
Inuentum tertium ſubtrahendum à ſecundo	33 27 55	8 3 4 2 2	*Sinus ſecundus prouenîens.*
Complementum Altitudinis Poli	44 59 40		
Altitudo Poli quaſita	45 0 20		

Exemplum Secundum.

Sole in Tropico ♋ verſante ponamus ad horam ſecundam poſt Meridiem fuiſſe acceptam eius Altitudinem grad. 58. 3′. in Azimuth. grad. 29. 58′. quare ſic prodibit Eleuatio Poli.

Altitudo Solis ad hor. ſecundam poſt Merid.	58 3 0	5 2 9 1 2	*Sinus eius ſecundus.*
Azimuth Solis	29 58 0	8 6 6 3 2	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum.	27 17 11	8 5 8 4 4	*Sinus prouenîens.*
		1 1 2 5 2 1	*Secans primi Inuenti*
Eadem Altitudo Solis	58 3 0	8 4 8 5 1	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	17 18 7	9 5 4 7 5	*Sinus ſecundus prouenîens.*
		1 1 2 5 2 1	*Eadem Secans primi Inuenti*
Declinatio Solis	23 31 30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Inuentum tertium	63 18 44	4 4 9 1 3	*Sinus ſecundus prodiens.*
Inuentum ſecundum ſubtrahendum	17 18 7		
Complementum Eleuationis Poli	46 0 37		
Eleuatio Poli quaſita	43 59 23		

II. MODVS Per Tabulas Analogiarum.

FAc primò lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam cum Altitudine Solis, & cum Azimuth eiuſdem, ſumendo vnum ex his numeris in calce, & alium à dextro latere, & in area habebis primum Inuentum.

Secundò cape hoc primum Inuentum in calce ſeu à dextro latere eiuſdem Generalis Tabulæ, & in area Altitudinem Solis, atq; in calce ſeu dextro latere dabitur Inuentum ſecundum: Quod elici etiam poteſt ex Tabula Secundæ Analogiæ, obſeruando primum Inuentum in eius capite, & Altitudinem Solis à ſiniſtro latere, ſicq; compertus in area numerus complementum erit dicti ſecundi Inuenti.

Tertiò idem primum Inuentum cape in calce, vel latere dextro Generalis Tabulæ, & in area Declinationem Solis, & à latere ſimiliter dextro, vel in calce habebis Inuentum tertium. Seu ſi expedierit vti Tabula Secundæ Analogiæ, accipies in eius fronte ſæpedictum primum Inuentum, & à ſiniſtro latere Declinationem Solis, & in area habebis complementum tertij Inuenti, ex quo ipſum tertium Inuentum innoteſcit.

Ad extremum verò hoc tertium Inuentum auferatur à ſecundo Inuento, ſi tempus à Meridie datum exceſſerit ſex horas, vt in ſuperiore modo diximus. Sed ſi fuerit ſex horis minus, aufer contrà Inuentum ſecundum à tertio, & vtroq; modo relinquetur complementum Eleuationis Poli.

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Primum. *Detur nunc iterum, ſicut in primo ſuperioris modi Exemplo diximus, locus Solis in gradibus 6. ♊ ad horam ſeptimam poſt Meridiem: cuius Declinatio patet graduum 21.23′.8″. quo temporis momento ſit obſeruata Altitudo Solis ſupra Horizontem grad. 5.1′.1″. in Azimuth grad. 25.27′.45″. Sic igitur ex illis datis Eleuatio Poli, vbi talis obſeruatio facta eſt, indagatur.*

	G	M	S	
Altitudo Solis ad horam datam	5	1	1	*à dextro latere* } *Primæ Tabulæ.*
Azimuth Solis ad idem momentum	25	27	45	*in calce*
Inuentum primum in area compertum	64	4	51	*a dextro latere* } *Primæ Tabulæ*
Eadem Altitudo Solis	5	1	1	*in area*
Inuentum ſecundum in calce compertum	78	27	35	
Idem primum Inuentum	64	4	51	*in calce* } *Primæ Tabulæ.*
Declinatio Solis	21	23	8	*in area*
Inuentum tertium à dextro latere repertum ſubtrahen-	33	27	55	*dum a ſecundo Inuento*
Complementum Altitudinis Poli	44	59	40	
Altitudo Poli quæſita.	45	0	20	

Vel per Tabulam ſecundæ Analogiæ calculus ſic perficiatur.

	G	M	S	
Inuentum primum	64	4	51	
Altitudo Solis	5	1	1	
Numerus in area deſumptus	11	33	0	
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum	78	27	0	
Idem primum Inuentum	64	4	51	
Declinatio Solis	21	23	8	
Numerus in area compertus	56	33	0	
Complementum eius, ideſt tertium Inuentum	33	27	0	
Complementum Eleuationis Poli	45	0	0	
Eleuatio Poli quæſita	45	0	0	

Exemplum Secundum.

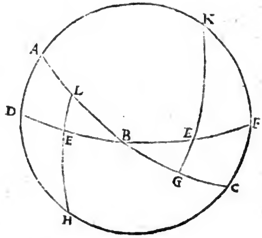
Sit Sol in Tropico ♋; cuius ad horam ſecundam poſt Meridiem accepta ſit Altitudo graduum 58.3′. in Azimuth graduum 29.58′. & ſit Declinatio Solis graduum 23.31′.30″. Quibus datis inquiremus Altitudinem Poli tali calculo.

	G	M	S	
Altitudo Solis ad horam datam	58	3	0	*in calce* } *Primæ Tabulæ.*
Azimuth Solis	29	58	0	*à dextro latere*
Inuentum primum ex area deſumptum	27	17	11	*in calce* } *Primæ Tabulæ.*
Eadem Altitudo Solis	58	3	0	*in area*
Inuentum ſecundum à dextro latere ſumptum	17	18	7	
Idem primum Inuentum	27	17	11	*à dextro latere* } *Primæ Tabulæ.*
Declinatio Solis	23	31	30	*in area*
Inuentum tertium in calce ſumptum	63	18	44	
Inuentum ſecundum ſubtrahendum	17	18	7	
Complementum Eleuationis Poli	46	0	37	
Eleuatio Poli quæſita	43	59	23	

PROBLEMA V.

Altitudinem Poli ex Declinatione dati puncti, & Latitudine ortus eiuſdem deprehendere.

Problema hoc conuerſum eſt Sexti Problematis libri Sexti, vbi ex Eleuatione Poli, & dati puncti Declinatione adinuenitur Amplitudo ortiua. Sumpta itaque figura illius Problematis conuerſa intelligamus in Triangulo Rectangulo B G E notam eſſe Declinationem E G dati puncti



puncti E cum Amplitudine eiuſdem ortiua B E vel occidua. Igitur per quartum Problema Tertij ex his datis obtinebimus angulum B inclinationis Æquatoris ad Horizontem, quem determinat arcus Meridiani C F, cuius complementum F K eſt Altitudo Poli.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Amplitudinis ortiuæ, vel occiduæ datæ, ita Sinus Declinationis datæ ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli.

Exemplum.

DAta ſit Amplitudo ortiua alicuius puncti gr.31. 2'.20".cum Declinatione eiuſdem grad.21.23.' ex quibus ſic colligo Eleuationem Poli.

	G M S		
Amplitudo ortiua data	31 2 20	1 9 3 9 4 2	*Secans eius ſecunda.*
Declinatio data	21 23 0	3 6 4 6 1	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli quæſita	45 0 0	7 0 7 1 2	*Sinus ſecundus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

CVm Amplitudine ortiua data ingreſſus Magnum Canonem in calce, & à dextro latere excipies arealem numerum quarti ordinis; cum quo & cum Declinatione data facta operatione Proſtaphæretica erues Sinum ſecundum Eleuationis Poli. Idem Exemplum nunc accipe.

Declinatio Solis data	21 23 0		
Amplitudo ortiua data comm.ex quarto ord.	11 10 58		
Differentia	10 12 2	9 8 4 1 9 3	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	32 33 58	8 4 2 7 7 1	*Sinus eius ſecundus.*
		1 4 1 4 2 2	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita	45 0 0	7 0 7 1 1	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Primam Tabulam.*

ACcipe à ſiniſtro Tabulæ latere Amplitudinem ortiuam, & arcatim Declinationem datam, & in calce habebis Polarem Altitudinem: ſeu etiam ſume in fronte Amplitudinem ortiuam, & in area Declinationem, atq; à dextro latere dabitur quæſita Poli Eleuatio.

Vt in dato Exemplo adinuenio Amplitudinem ortiuam grad.31.2'.20". in fronte, & in area Declinationem gr.21.23'. atq; à dextro latere colligo Eleuationem Poli grad.45.

IV. MODVS *Per lateralem ingreſſum in ſecundam Tabulam.*

SVme Amplitudinem ortiuam in calce ſecundæ Tabulæ, nempe grad.31.2'.& Declinationem datam grad.21.23'. à ſiniſtro latere, & in area habebis complementum Eleuationis Poli grad.45. vnde conſtabit Eleuationem Poli eſſe grad.45.

PROBLEMA VI.

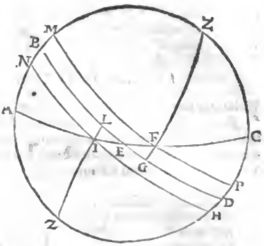
Dato puncti Eclipticæ ſemidiurno arcu, ſeu differentia Aſcenſionali, cum Declinatione Eiuſdem, Altitudinem Poli deprahendere.

PEtatur hic ab vndecimo Problemate Sexti huius figura; in qua præſupponamus cognitum eſſe arcum ſemidiurnum M F puncti Eclipticæ F, cui ſimilis eſt Aequatoris arcus B G cum Declinatione eiuſdem F G: ſeu notam eſſe differentiam eius Aſcenſionalem E G cum eadem Declinatione F G. Ex his enim ope Trianguli Rectanguli E G F, cognoſcetur per nonum Problema

Tertij

Digitized by Google

Tertij angulus G E F, quem determinat arcus Meridiani C D inclinationis Aequatoris ad Horizontem, cuius complementum eſt Eleuatio Poli Z C quæſita.



I. MODVS Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum differentiæ Aſcenſionalis, ita Tangens ſecunda Declinationis ad Tangentem Eleuationis Poli quæſitæ.

Exemplum.

DEtur arcus ſemidiurnus grad. 122.30'. cum Declinatione grad. 21.23'. accipio igitur Aſcenſionalem grad. 32.30. & ſic adinuenio Poli quæſitam Altitudinem.

	G M S		
Differentia Aſcenſionalis	32 30 0	5 3 7 3 0	*Sinus eius.*
Declinatio data	21 23 0	2 5 5 3 8 8	*Tangens eius ſecunda.*
Eleuatio Poli quæſita	36 5 0	1 3 7 2 2 0	*Tangens proueniens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtapheresin.

FActo ingreſſu in Magni Canonis calce, & latere dextro, excipe ex tertio ordine arcum arealem, cum quo, & cum differentia Aſcenſionali perficies operationem Proſtaphæreticam, & emerget Tangens Eleuationis Poli. Vt in eodem exemplo cernes.

Differentia Aſcenſionalis	32 30 0		
Numerus ſumptus cum Declinatione ex ter-	14 47 48	*tio ordine Magni Canonis.*	
Differentia	17 42 12	9 5 2 6 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	47 17 48	6 7 8 2 0 3	*Sinus eius ſecundus.*
		2 7 4 4 4 1	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita	36 5 0	1 3 7 2 2 0	*Dimidium, ideſt Tangens prodiens.*

III. MODVS Per tertiam Primi Mobilis Tabulam.

ACcipe in fronte Tabulæ Tertiæ differentiam Aſcenſionalem grad. 32.30'. & à latere dextro Declinationem grad. 21.23. & in area obtinebis complementum Declinationis Poli grad. 53.55'. vnde patet, Eleuationem Poli eſſe, ſicut ſupra graduum 36.5'.

PROBLEMA VII.

Eleuationem Poli Mundi ex noto arcu ſemidiurno, ſeu differentia Aſcenſionali, & Latitudine ortus adinuenire.

MAnente eademmet figura ſuperioris Problematis, ſupponamus notum eſſe arcum ſemidiurnum F M, ideſt B G puncti Eclipticæ F, cum Amplitudine ortus eiuſdem E F. Vt autem ex his poſſit colligi Altitudo Poli, vtemur eodem Triang. Rectang. E F G, in quo datur Baſis E F, ideſt Amplitudo ortiua, & latus E G, ideſt differentia Aſcenſionalis. Igitur per Decimumquartum Problema Tertij adinuenietur angulus G E F, ideſt arcus C D inclinationis Æquatoris ad Horizontem, & ex conſequenti patebit Eleuatio Poli Z C, vt eiuſdem complementum.

I. MODVS Per Sinus, & Tangentes.

FIat, vt Sinus totus ad Tangentem ſecundam Amplitudinis ortiuæ, ita Tangens differentiæ Aſcenſionalis ad Sinum Altitudinis Poli.

Exemplum.

ESto arcus ſemidiurnus grad. 106.30'. ex quo patet differentia Aſcenſionalis grad. 16.30'. ſitq; Latitudo ortus grad. 25. quibus datis ſic inueſtigo Polarem Eleuationem.

	G M S		
Amplitudo ortiua	24 0 0	2 1 4 4 5 1	*Tangens eius ſecunda.*
Differentia Aſcenſionalis	16 30 0	2 9 6 2 1	*Tangens eius.*
Eleuatio Poli quæſita	39 26 12	6 3 6 2 3	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

Fiat commutatio Amplitudinis ortiuæ, & differentiæ Aſcenſionalis in arcus areales tertij ordinis hac conditione, vt cum Aſcenſionali differentia ingrediaris dictum Canonem in fronte, & à latere ſiniſtro, & cum Amplitudine ortiua in calce, & à dextro latere. Ambos autem hos commutatos numeros locabis ad operationem Proſtaphæreticam, & prodibit ex ea Sinus Eleuationis Poli quæſitæ. Vt hic reſumpto eodem Exemplo cernis.

Amplitudo ortiua commutata, ex 3. ordine.	12 23 0	/	
Diff. Aſcenſionalis commutata ex 3. ordine.	1 41 50		
Differentia	10 41 10	9 8 2 6 7 8	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	14 4 50	9 6 9 9 5 4 6	*Sinus eius ſecundus.*
		1 2 7 0 3 2	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita	39 26 0	6 3 6 1 6	*Dimidium, ideſt Sinus proueniens.*

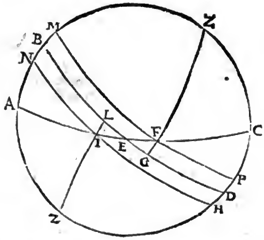
III. MODVS *Per lateralem ingreſſum in Tabulam Quartæ Analogiæ.*

SVme in calce Quartæ Tabulæ Amplitudinem ortiuam, & à ſiniſtro latere differentiam Aſcenſionalem; vel ſume in fronte eiuſdem differentiam iam dictam, & à dextro latere Amplitudinem ortiuam, atq; vtroq; modo dabitur tibi in area Eleuatio Poli quæſita.

Vt in dicto Exemplo comperiendo in calce grad. 25. Amplitudinis ortiuæ; & à ſiniſtro latere gr. 16.30'. Differentia Aſcenſionalis, reſpondebit in area Eleuatio Poli graduum 39.27'.

PROBLEMA VIII.

Data die longiſſima alicuius Regionis Altitudinem Poli inquirere.



VTamur figura duorum ſuperiorum Problematum; in qua intelligamus punctum F in Horizonte eſſe loco exortus Solis in Solſtitio Aeſtiuo, per quod à Mundi Polo Z tranſeat Quadrans Z F G magni circuli, qui vicem coluri Solſtitiorum præſtabit. Cùm itaq; data ſit maxima dies æſtiua, dabitur eius dimidium, nempe arcus ſemidiurnus Solis M F ſui paralleli, cui ſimilis eſt arcus B G Aequinoctialis; cuius differentia à ſemidiurno arcu Aequinoctialis B E eſt E G, quæ etiam differentia Aſcenſionalis ſolet vocari; cumq; hæc ſit cognita, ac inſuper F G maxima Zodiaci obliquitas, dabitur per idem nonum Problema Tertij, quo in ſexto ſuperiore Problemate vſi fuimus, angulus G E F, cuius complementum adæquat Altitudinem Polarem quæſitam: ideoq; parùm differt hoc Problema à ſuperioribus, vt non ſit opus exemplari calculo.

PROBLEMA IX.

Data continua luce ſupra horas 24. Solis ſemper ſupra terram exiſtentis, ſeu dato Zodiaci arcu ſemper apparente, Latitudinem Regionis adinuenire.

COntingit hoc in terræ quopiã tractu, in quo Zenith ſeu Verticale punctũ inciderit inter Mundi Polũ conſpicuũ & circulum Arcticum, quando ſcilicet Poli Eleuatio fuerit maior cõplemento Maximę obliquitatis Solaris; ibi.n. Sol vltra 24. horas ſupra terram extat, & cõtinuã plurium dierum

Digitized by Google

dierum lucem interdum efficit, præſertim vbi Zenith magis ad Mundi Polum acceſſerit. Quamobrem ſi ex obſeruatione dabitur tempus huius continuæ lucis, poterimus Eleuationem Polarem huius loci cognoſcere. Sed diſſimulandum non eſt, hunc modum errori non exiguo ſubeſſe, niſi diligenter præcaueatur aſpectus diuerſitas, & refractio ipſius Solis prope Horizontem. Obſeruetur itaque inſtans temporis, cùm Sol verſatur in Horizonte ad initium illius continuæ lucis, ſupputando diligenter locum Solis ex Ephemeridibus, vel ex Tabulis motuum. Similiter & ad vltimam Solis diſparitionem, cùm ſcilicet in Horizontem inciderit, verum eius locum in Zodiaco ad illud inſtans diligenter inquires, ita vt duo hæc Solis loca a Cancri initio, ſeu Tropico æſtiuo æquali propemodum ſpatio diſtent. Tum cum alterutro Solis loco excipies eius Declinationem per Primum Problema Quinti, cui adiectis 31. minutis pro exceſſu refractionis reſpectu parallaxis Solis, conficies Eleuationem Aequatoris ſupra illius loci Horizontem, cuius reliquum ad Quadrantem eſt ipſa Poli Eleuatio quæſita. Parui tamen intereſt, ſi initium tantùm arcus apparentis, vel finem obſeruaueris, ſiquidem vtriuſque termini eadem eſt Declinatio.

Exemplum. *Sit alicubi obſeruata continua lux dierum 42. & horarum ſex, & lubeat cognoſcere Polarem huius terræ Eleuationem. Ponamus tum Solem fuiſſe obſeruatum ad diem primum Iunij in contactu Horizontis, dum eſſet in grad.10. ♊, & ab hoc momento continuò extitiſſe ſupra terram vſque ad diem Iulij 12. quo ipſe Sol obtinuit grad.20. ♋. Capio itaque Solis Declinationem cum gradibus 10. ♊, vel cum grad.20. ♋, & prodit ex vtroq; grad.22.2'. pro Declinatione, cui addo minuta 31. pro refractione Solari correcta reſpectu diuerſitatis aſpectus, & conflatur complementum Eleuationis Poli gr.22.33'. vnde ipſa Polaris Eleuatio prodit grad.67.27'.*

PROBLEMA X.

Data proportione Gnomonis, & vmbræ Altitudinem Poli inuenire.

MAgnus fuit huius Problematis vſus apud veteres Geographos, & Aſtronomos, qui ſitus quamplurium Vrbium, & Oppidorum iuxta hanc vmbrarum rationem determinarunt, vt ex Strabone, & Plinio apparet. Recurre itaque ad Problema Decimumtertium Septimi huius, per quod ex data proportione Gnomonis ad ſuam vmbram obtinebis Altitudinem Solis Meridianam, qui ſi expers fuerit Declinationis, cum ſcilicet in alterutro Aequinoctiorum puncto reperitur, complementum ipſius Altitudinis ad Quadrantem erit Latitudo Regionis ſeu Poli Eleuatio. Sed ſi Sol aliqua præditus fuerit Declinatione, inquires eam per primum problema Quinti huius; & ſi Meridiana fuerit, addes; ſi Borealis auferes ab Altitudine Solis Meridiana, ſic enim naſcetur Aequatoris Eleuatio, vnde Poli altitudo dabitur.

Exemplum primum. *Aſſumamus hic illud Plinij Exemplum, quòd de vrbe Roma Libro Secundo Capite 72. commemorat; vbi ait, die Aequinoctij nonam partem Gnomonis defuiſſe vmbræ. Per Problema ſuperiùs citatum adinuenta fuit Altitudo Solis Meridiana grad.48.7'. reſpectu ſcilicet ſupremi limbi Solis, quam in hoc caſu oporteret corrigere ob parallaxin ipſius Solis, atque ob refractionem, niſi ad illam Altitudinem altera alteram eliminaret, ſiquidem parallaxis tunc eſt min.2'.45". addenda; & refractio min.2'.15". ſubtrahenda. Complementum itaq; huius Meridianæ Altitudinis Solaris eſt ipſius vrbis Polaris Eleuatio, nimirum gr.41.53'.*

Exemplum ſecundum. *Idem Plinius loco citato affirmat, Venetijs vmbram Aequinoctialem Gnomonem adæquaſſe. Erat itaq; Altitudo ſupremi limbi Solis grad. præcisè 45. à qua ſi auferatur ſemidiameter Solis apparens min.15. euadet Altitudo centri Solis grad.44.m'.45. cui addo parallaxin Solis m'.2. non exiſtente vlla refractione, & prodit Altitudo centri Solis correcta grad.44.47'. & tanta eſt Aequatoris ibidem Declinatio ab Horizonte, cuius reliquum de Quadrante erit Altitudo Poli Venetiarum, nimirum grad.45.min.13'. ex hac Plinij obſeruatione.*

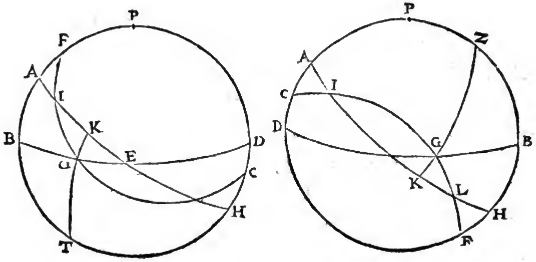
Exemplum tertium. *Ponamus obſeruatam eſſe vmbram particularum 715. qualium Gnomon eſt 1000. in Meridie, cum Sol datur ex calculo in grad.15.32'. ♉ cuius Declinatio reſpondet gradibus 16.50'. Borealis. Ingreſſus itaque Tangentium Canonem arealiter, congruit ipſi numero in calce, & à latere dextro Altitudo Solis grad. 54.26'. à quà aufero ſemidiametrum Solis min.15. & relinquitur correcta Solis Altitudo grad.54.11'. cui addo min.1'.46". pro parallaxi Solis ad hanc Altitudinem, ad quam nulla fit refractio, & prodit correcta Altitudo Solis grad.54.12'.46". Tum verò ab hac aufero Declinationem ipſius Solis gr.16.50'. & remanet Altitudo Aequatoris gr.37.22'.46". cuius reliquum de Quadrante gr.52.37'.14". eſt ipſa Poli Altitudo quæſita.*

Digitized by Google

PROBLEMA XI.

Dato Medij Cœli gradu, & Amplitudine Ortiua Aſcendentis, Eleuationem Poli definire.

ACcipiantur hic figuræ vigeſimiſexti Problematis Sexti huius cum earum expoſitione, in quibus ſtatuamus notum eſſe Eclipticæ punctum F, quod in medio Cœli incidit, ac prætereà cognitam eſſe Amplitudinem ortiuam G E puncti Aſcendentis G ignoti, quibus datis obtineri poteſt Poli Eleuatio Z B, vel T B duplici forma.



PRIMA FORMA.

COllige ex dicto Vigeſimoſexto Problemate gradum G Orientis, & per primum Problema Quinti eius Declinationem G K, cuius complementum eſt arcus Z G exiſtente Declinatione Borea, vt in ſecunda figura, vel eſt arcus T G exiſtente Declinatione Auſtrina, vt in prima figura. In Triangulo itaque Rectangulo Z G B, ſiue T G B cùm detur Baſis Z G, vel T G complementum Declinationis puncti exorientis cum latere G B, quod eſt complementum ortiuæ Amplitudinis datæ, obtinebis per octauum Problema Tertij aliud latus Z B, vel T B manifeſtans Eleuationem Poli.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Amplitudinis ortiuæ, ita Sinus Declinationis puncti Exorientis ad Sinum ſecundum Eleuationis Poli.

Exemplum. *Data ſit Amplitudo ortiua graduum 31.2'. & punctum Medij Cœli nempe gr.8.38'. ♒. Ex quibus per Problema 26. Sexti huius innotuit Aſcendentis punctum grad.6.2'. ♊ cuius declinatio ex primo Problemate Quinti colligitur grad.21.23'. Borea, ex quibus prodit Eleuatio Poli tali calculo.*

	G M S		
Amplitudo ortiua	31 2 0	1 9 3 9 7 3	*Secans eius ſecunda.*
Declinatio puncti exorientis.	21 23 28	3 6 4 7 4	*Sinus eius.*
Eleuatio Poli quæſita	44 58 0	7 0 7 5 0	

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

CVm Amplitudine ortiua Aſcendentis ingreſſus magnum Canonem in calce, & à dextro latere, excipies ex area arcum arealem quarti ordinis, cum quo & cum Declinatione puncti exorientis facta operatione Proſtaphæretica exibit Sinus ſecundus Eleuationis Poli. Vt in eodem Exemplo.

Declinatio

	G M S		
Declinatio puncti exorientis	21 23 28		
Amplitudo ortiua commutata ex quarto or-	11 11 5	*dine.*	
Differentia	10 12 23	9 8 4 1 7 5	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	32 34 33	8 4 2 6 7 8	*Sinus eius ſecundus.*
		1 4 1 4 9 7	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli quæſita.	44 58 0	7 0 7 4 9	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Generalem Tabulam.*

QVære in fronte dictæ Tabulæ Amplitudinem ortiuam, & in area Declinationem puncti exorientis, & à latere dextro habebis Eleuationem Poli. Siue etiam quære à latere ſiniſtro Amplitudinem ortiuam iam dictam, & in area eandem declinationem, ſicq; in calce patebit Poli Eleuatio.

Vt in dato Exemplo compriendo frontaliter grad.31.2'. & arealiter grad.21.23'.18". reſpondet à latere dextro Eleuatio Poli grad.44.58'. vt priùs.

IV. MODVS *Per Tabulam Secundæ Analogiæ.*

SVme in calce Secundæ Tabulæ Amplitudinem ortiuam grad.31'.2". & à latere ſiniſtro Declinationem puncti exorientis grad.21.23'.28". & in area habebis Eleuationem Poli grad.44.58'. vt priùs.

SECVNDA FORMA.

RElicta Declinatione puncti exorientis excipies per Vigeſimumſextum Problema Sexti Longitudinem eiuſdem à puncto Medij Cœli in Ecliptica numeratam, ideſt FG; cum qua & cum complemento BG Amplitudinis ortiuæ datæ vnaberis arcum FB Meridiani per idem Problema Octauum Tertij, qui declarat Eleuationem puncti Eclipticæ Medij Cœli ſupra Horizontem, vel depreſſionem puncti imi Cœli infra Horizontem; cui poſtremò adde Auſtrinā Medij Cœli, vel Boreā imi cœli Declinationem, vel ab eadem aufer Borealem Medij ſeu Auſtrinam imi Cœli Declinationem, & emerget Æquatoris Altitudo ſupra, vel depreſſio infra Horizontem, cuius complemētum eſt Poli Eleuatio.

I. MODVS *Per Sinus, & Secantes.*

FIat, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam Amplitudinis ortiuæ, ita Sinus ſecundus Diſtantiæ puncti exorientis à puncto Medij Cœli ad Sinum ſecundum Altitudinis Medij Cœli, ex qua, vt ſupra, prodit Eleuatio Poli.

Exemplum. *Adinuenta ſit exorientis puncti à puncto Medij Cœli Diſtantia grad.62.36'.20". per 26. Problema Sexti huius; cadente nimirum in Medio Cœli grad.8.38'. ♒ & ſit data Amplitudo ortiua grad.31.2. ex quibus adinuenio primò Altitudinem Medij Cœli, deinde Eleuationem Poli, vt ſequitur.*

Amplitudo ortiua data	31 2 0	1 9 3 9 7 3	*Secans eius ſecunda.*
Diſtantia puncti exorientis à medio Cœli	62 36 20	4 6 0 1 1	*Sinus eius ſecundus.*
Altitudo Medij Cęli	26 48 45	8 9 2 4 9	*Sinus ſecundus prodiens.*
Declinatio Medij Cœli addenda	18 10 0		
Altitudo Aequinoctialis	44 58 45		
Altitudo Poli quæſita	45 1 15		

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

COmmutetur vt in præcedente forma Amplitudo ortiua in arcum arealeam quarti ordini, cum quo numero commutato, & cum complento Diſtantiæ puncti exorientis à Medij Cęli puncto abſolues operationem, vt moris eſt, & habebis Sinum ſecundum Altitudinis Medij Cœli, qua cognita proſequeris calculum ſicut priùs, vt emergat Poli quæſita Eleuatio. Vt in eodem Exemplo videre eſt.

Complementum Diſtantiæ puncti exorientis	27 23 40	*à Medij Cœli.*	
Amplitudo ortiua commutata ex quarto or-	11 11 5	*dine.*	
Differentia	16 12 35	9 6 0 2 4 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	38 34 45	7 8 1 7 4 7	*Sinus eius ſecundus.*

Differentia

	G M S		
		1 7 8 4 9 9	*Differentia Sinuum.*
Altitudo Medij Cæli	26 48 45	8 9 2 4 9	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Declinatio Medij Cæli addenda	18 10 0		
Altitudo Aequinoctialis	44 58 45		
Altitudo Poli quæſita	45 1 15		

III. MODVS *Per arealem ingreſſum in Tabulam Generalem.*

QVære in fronte Generalis Tabulæ Amplitudinem ortiuam, & in area complementum Diſtantiæ puncti exorientis à puncto Medij Cœli, & à dextro latere habebis Altitudinem Medij Cœli. Sic etiam ſume dictam Amplitudinem ortiuam à ſiniſtro latere, & in area ſimiliter complementum dictæ Diſtantiæ, atque in calce patebit Altitudo Medij Cœli: qua inuenta, procede ad inquirendam Poli Altitudinem, vt ſupra.

Vt in dicto Exemplo accipiendo in fronte grad.31.2'. Amplitudinis ortiuæ, & in area grad.27.23'.40". complementum ſcilicet Diſtantiæ puncti exorientis à Medio Cæli, patebit à latere dextro Altitudo Medij Cæli grad. 26.49'. cui addo Declinationem ipſius Medij Cæli grad.18.10'. & conflantur gr.44.59'. pro Altitudine Aequinoctialis; vnde Altitudo Poli prodit grad.45.1'. vt prius.

IV. MODVS *Per Tabulam Secundam Primi Mobilis.*

COmperias in calce ſecundæ Tabulę Amplitudinem ortiuam grad.31.2'. & à latere dextro Diſtantiam puncti exorientis à puncto Medij Cœli, quæ eſt gr.62.36'.20". & patet in area complementum Altitudinis Medij Cœli grad.63.11': vnde prodit Altitudo Medij Cœli grad.34.59'. ad quàm addita Declinatione eiuſdem grad.18.10'. fit Altitudo Aequinoctialis grad.44.59'. cuius complementum eſt Altitudo Poli, nempe graduum 45.1'.

PROBLEMA XII.

Dato Medij Cæli gradu cum Aſcendentis puncto, Latitudinem Regionis manifeſtare.

REtentis figuris præcedentis Problematis, propoſitum eſt modò ex noto Medij Cęli puncto F cum gradu Aſcendentis G inquirere Eleuationem Poli ſupra Horizontem. Primò quidem per Probl. nonum Quinti adinueniendus eſt ang. acutus Eclipticæ cum Meridiano ad datum punctum F Medij, vel imi Cœli: deinde perpendendum eſt Triang. B G F, in quo cùm detur latus G F Diſtantiæ puncti exorientis à Medio, vel imo Cęli, cui ſcilicet fuerit propior, vnà cum angulo nuper cognito B F G Eclipticæ & Meridiani, ideo per decimum Problema Tertij non latebit latus B F indicans Altitudinem puncti Medij Cęli ſupra Horizontem, vt in prima figura, vel depreſſionem puncti imi Cęli, vt in ſecunda. Ab hoc autem arcu B F aufer Declinationem puncti Medij Cęli Boream, vel Auſtrinam imi Cęli: vel eidem adde Declinationem puncti Medij Cœli Auſtrinam vel Boream imi, & quod ex additione conflatur, ſeu ſubtractione relinquitur, erit inclinatio Aequatoris ad Horizontem, cuius, vt aliàs diximus, accipe complementum pro Eleuatione Poli quæſita.

I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli Eclipticæ & Meridiani apud punctum Medij Cœli, ita Tangens Diſtantiæ puncti exorięntis à puncto Medij Cœli ad Tangentem Altitudinis puncti Medij Cœli, ex qua & Declinatione dicti puncti, ſicut ſuperiùs diximus, prodibit Altitudo Poli.

Exemplum. *Eſto ſicut ſupra Medij Cæli punctum gr.8.38'. ♒, & Aſcendentis punctum grad.6.2'. ♊ quorum Diſtantia eſt grad.62.36'. Sit autem exploratus angulus Ecliptica & Meridiani, qui fit apud Medij Cæli punctum, nimirum grad.24.49'. ex his autem tali forma prodit Eleuatio Poli.*

Angulus Eclipticę & Meridiani	74 49 0	2 6 1 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia puncti exorientis à Medio Cæli	62 36 0	1 9 2 9 2 0	*Tangens eius.*
Altitudo Medij Cæli	26 48 24	5 0 5 2 8	*Tangens proueniens.*
Declinatio Medij Cæli addenda	18 10 0		
Altitudo Aequinoctialis	44 58 24		
Eleuatio Poli quæſita	45 1 36		

Digitized by Google

II. MODVS *Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.*

COmmutabis Diſtantiam puncti exorientis à Medio Cœli in arcum arealem Tertij ordinis Magni Canonis, atq; cum hoc numero commutato, & cum complemento anguli Eclipticæ & Meridiani apud Medium Cœli proueniente abſoluendo Proſtaphæreſin, prodibit Tangens Altitudinis puncti Medij Cęli; ex qua, & Declinatione puncti ipſius Medij Cęli, ſicut ſupra, conſtabitur quæſita Poli Eleuatio. Vt Exemplum ſuperius hic repetitum demonſtrabit.

	G M S		
Complementum anguli Eclipticę & Merid.	15 11 0		
Diſtantia puncti exorientis à Medio Cęli	11 7 23	*commutata ex tertio ordine.*	
Differentia	4 3 37	9 9 7 4 9 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	26 18 23	8 9 6 4 3 5	*Sinus eius ſecundus.*
		1 0 1 0 5 5	*Differentia Sinuum.*
Altitudo Medij Cęli	26 47 24	5 0 5 2 8	*Dimidium, ideſt Tangens.*
Declinatio Medij Cęli addenda	18 10 0		
Altitudo Aequatoris	44 58 24		
Eleuatio Poli quæſita	45 1 36		

III. MODVS *Per Tabulam Tertiæ Analogiæ.*

CApe in calce Tabulæ Tertiæ Primi Mobilis angulum Eclipticæ & Meridiani apud punctum Medij Cęli prouenientem, & à latere ſiniſtro Diſtantiam puncti exorientis à Medio Cœli, & in area dabitur Altitudo puncti Medij Cœli, cum qua & cum Declinatione ipſiuſmet puncti conficitur Eleuatio Poli, ſicut in ſuperioribus modis.

Vt in dato Exemplo comperiendo in calce gr. 74. 49'. anguli Ecliptica & Meridiani, & à latere ſiniſtro grad. 62. 63'. Diſtantia inter punctum Medij Cæli, & Orientis punctum, & colligitur in area Altitudo Medij Cæli gr. 26. 48'. vt priùs. Vnde reliquum calculi abſoluitur, ſicut in ſuperioribus modis.

PROBLEMA XIII.

Data alicuius arcus obliqua Aſcenſione ab alterutro Aequinoctiorum puncto inchoata, Eleuationem Poli Regionis, ſub qua talis obliqua contingit Aſcenſio, explorare.

AD hoc quoq; Problema expediendum aptantur figuræ præcedentium duorum Problematum, in quibus ſtatuimus punctum I eſſe caput Arietis, & notum eſſe arcum Eclipticæ I G cum Aſcenſione eius obliqua I E. Vt autem ex his datis venari queat Poli ſublimitas, accipiemus Triangulum Sphæricum Rectangulum G K E in quo ſanè datur notum latus K E (nempe differentia inter Rectam Aſcenſionem propoſiti arcus terminantem in K, & obliquam terminantem in E, quæ propriè Aſcenſionalis differentia ſolet vocitari) atque etiam latus G K, Declinatio videlicet puncti Eclipticæ G terminantis datum arcum. Quare per Problema Sextum huius innoteſcet angulus G E K inclinationis Aequatoris ad Horizontem, & proinde eius complementum non ignorabitur, declarans Poli Mundi ſublimitatem ſuper Horizontem, vbi fit talis obliqua Aſcenſio.

Exemplum. *Offeratur aliqua Aſcenſio grad. 60. 32'. pertinens ad grad. 24. ♊, vt haberi poſſit Poli Eleuatio, capio ex Problemate Tertio Quinti huius Rectam ipſiuſmet puncti Aſcenſionem grad. 83. 28'. & per primum Problema eiuſdem Quinti Declinationem eiuſdem grad. 23. 23'. Sublata autem obliqua Aſcenſione à Recta, relinquitur differentia grad. 22. 56'. cum qua, & cum dicta Declinatione prodit ex ſexto Problemate huius Eleuatio Poli grad. 42. ferè.*

PROBLEMA XIV.

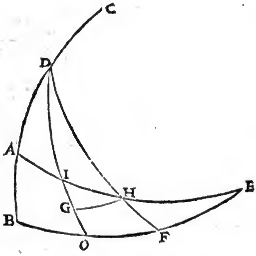
Dato Ecliptica arcu non ab Aequinoctiali ſectione, ſed à quouis alio termino numeratò, vnà cum obliqua eius Aſcenſione, Latitudinem Regionis, vbi talis obliqua Aſcenſio contingit, indagare.

INtelligantur Meridiani portio, Aequator B E, C A B Horizon verò, A E vt aliàs explicuimus. Deinde ſupponamus, initium dati arcus Eclipticæ exoriri in puncto H Horizontis, & finem eſſe in puncto eiuſdem I, ideſt parallelum per initium arcus ductum ſecare Horizontem in H, & parallelum

rallelum per eiuſdem finem ſecare Horizontem in I: per puncta autem H, & I à Mundi Polo D cecidant duo circuli Declinationum D H F, D I O, inter quos ſanè concludetur arcus O F Aequatoris, qui debetur differentiæ inter Rectam Aſcenſionem dicti arcus Eclipticæ oblati, & obliquam eiuſdem Aſcenſionem datam.

Perpendendum itaque primò eſt Triangulum Obliquangulum D I H, in quo ſanè duo latera data ſunt, nimirum D I complementum Declinationis maioris, & D H complementum Declinationis minoris cum angulo compræhenſo I D H, quem determinat arcus Aequatoris O F differentiæ inter Rectam Aſcenſionem dicti arcus & obliquam; vnde per quartum Problema Quarti non latebit angulus D H I, quem circulus Declinationis per vnum propoſiti arcus terminum tranſiens cum Horizonte facit. Poſtremò cum hoc inuento angulo, ac cum latere D H explorabitur per primum Problema Tertij latus A D menſurans quæſitam Poli ſupra Horizontem Eleuationem.

Nota, propoſitum Eclipticæ arcum, cuius duo termini æqualiter ab alterutro puncto Tropico diſtant, per Problema tractari non poſſe, quòd Aſcenſionem ſuam obliquam habeat Aſcenſioni ſuæ Rectæ æqualem, ſic & termini eius æquales ab Aequatore obtinent Declinationes; quare neceſſe eſt ipſos terminos ad Primi Mobilis reuolutionem eidem Horizontis puncto occurrere, nullumque eſſe arcum L G, & angulum Z F C euaneſcere.



Oblato itaq; arcu Eclipticæ, cuius termini à punctis Tropicis inæqualiter recedunt, ſcias vtriuſque termini Declinationes, quæ neceſſariò inæquales erunt, & ambæ quidem Septentrionales vel Meridionales: vel vna quidem erit Septentrionalis, alia verò Meridiana. Deinde conficies Aſcenſionem Rectam arcus dati auferendo Rectam Aſcenſionem ab ♈ numeratam initij dicti arcus, ab Aſcenſione Recta finis eiuſdem, ſicq; reſultabit Aequatoris arcus, qui tanquam Aſcenſioni Rectæ oblato Eclipticæ arcui congruit, & hic quidem conferendus eſt cum arcu Aſcenſionis obliquæ, & ſublato minore de maiore relinquetur differentia Rectæ & obliquæ Aſcenſionis dicti arcus Eclipticæ dati, quæ prodit arcum Aequatoris O F ſeu angulum I D H, cum quo angulo & cum complementis duarum ſimilium Declinationum operandum eſt, vel cum complemento vnius Borealis Declinationis, & cum arcu, qui componitur ex Quadrante, & declinatione contraria alteri, ſcilicet Auſtrina.

I. MODVS *Per Triangula Rectangula, iuxta primum modum Quarti Problematis ſuperiùs citati.*

MVltiplicetur Sinus ſecundus maioris Declinationis duorum terminorum in Sinum differentiæ inter Aſcenſionem Rectam & Obliquam propoſiti arcus, quando ambæ ſunt eiuſdem affectionis; Vel multiplicetur Sinus Declinationis vnius termini in Sinum dictæ differentiæ, quando ſunt diuerſæ: & reiectis quinque notis relinquetur Sinus primi Inuenti, ex quo eius arcus innoteſcit, cuius Secans ducatur in Sinum eiuſdem maioris Declinationis, abiectisq; denuò totidem cifris remanebit Sinus ſecundus inuenti ſecundi, cuius arcus ſublatus à complemento minoris Declinationis alterius termini, ſi fuerit eiuſdem affectionis cum priore, reddet notum arcum, quem vocamus Inuentum tertium. Sed ſi Declinatio huius poſterioris termini fuerit diuerſa ab illa prioris termini, tunc dictus arcus ſubducendus eſt ab aggregato Declinationis poſterioris termini & Quadrantis, vt prodeat itidem Inuentum tertium. Præterea ducatur Sinus huius tertij Inuenti in Tangentem ſecundam primi Inuenti, & poſt abiectionem quinque notarum habebitur Tangens ſecunda quarti Inuenti, ideſt anguli D H I. Ad extremum multiplicandus eſt Sinus huius quarti Inuenti in Sinum ſecundum Declinationis poſterioris termini, & reiectis à producto quinq; notis patebit Sinus Eleuationis Poli quæſitæ.

Exemplum. *Offeratur Ecliptica arcus incipiens à grad.22. ♉ vſque ad grad.3. ♊ cum obliqua eius Aſcenſione grad.8.41′. vt inueſtigari poſſit Altitudo Poli, vbi obliqua huiuſmodi Aſcenſio contingat. Eſt itaq; initij huius arcus nempe grad.22. ♉ Declinatio graduum 18.20. Borealis, & Recta Aſcenſio grad.60.56′. finis autem, nempe grad.3. ♊ Declinatio eſt grad.20.50′. pariter Borea. & Recta Aſcenſio grad.49.34′. vnde recta Aſcenſio dicti arcus eſt grad.11.22′. qua maior eſt obliqua Aſcenſione, & differentia illarum eſt grad.2.41′.*

Declina-

Digitized by Google

	G M S		
Declinatio ſecundi termini	20 50 0	9 3 4 6 2	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia inter rectam Aſcen. et obliquam	2 41 0	4 6 8 2	*Sinus eius.*
Inuentum primum	2 30 30	4 3 7 6	*Sinus prodiens.*
		1 0 0 0 9 6	*Secans primi Inuenti.*
Eadem Declinatio ſecundi termini	20 50 0	3 5 5 6 5	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum	69 8 45	3 5 5 9 9	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complemētum Declinationis primi termini	71 40 0		
Differentia vtriuſq; ideſt tertium inuentum	2 31 15	4 3 9 9	*Sinus eius.*
Idem primum Inuentum	2 30 30	2 2 8 2 7 5 8	*Tangens eius ſecunda.*
Inuentum quartum	44 52 49	1 0 0 4 1 9	*Tangens ſecunda prodiens.*
		7 0 5 6 3	*Sinus quarti Inuenti.*
Declinatio primi termini	18 20 0	9 4 9 2 4	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli quæſita	42 3 0	6 6 9 8 1	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Tabulas Analogiarum.*

PRimò in Generali Tabula abſolue ingreſſum lateralem cum Declinatione maiori duorum terminorum, & cum differentia inter Rectam & obliquam Aſcenſionem, vt ex area eruas Inuentum primum; ita tamen vt Declinationem ſumas in calce & differentiam dictam in latere ſiniſtro, vel Declinationem à dextro latere, & differentiam in fronte. Secundò in eiuſdem Tabulæ calce ſume hoc primum Inuentum, ſeu à latere dextro, & in area eandem Declinationem, atq; à dextro latere ſeu in calce habebis Inuentum ſecundum. Seu etiam cape primum Inuentum in fronte ſecundæ Tabulæ, & à latere ſiniſtro dictam Declinationem, & in area habebis complementum dicti ſecundi Inuenti. Tertiò hoc ſecundum Inuentum auferendū eſt à complemento Declinationis alterius termini, vt relinquatur differentia pro Inuento tertio; & hoc quidem quando ambo termini obtinent Declinationem eiuſdem affectionis, vt in prima & ſecunda figura. Sed ſi dicti termini Declinationem ſortiuntur diuerſam, auferendum erit Inuentum ſecundum ab aggregato ex Quadrante & Latitudine alterius termini, vt prodeat Inuentum tertium; & hoc demùm accipiendum eſt in fronte Tertiæ Tabulæ, & à latere dextro primum Inuentum, atque in area colliges quartum Inuentum. Tum poſtremò cum hoc quarto Inuento & cum Declinatione minori abſolue lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam, comperiendo vnum ex his numeris in calce, & alium à latere dextro, ſicque in area manifeſtabitur Altitudo Poli quæſita. Vt patet ex Exemplo ſuperiore hic reiterato.

Declinatio maior, ideſt ſecundi termini	20 50 0	*à dextro latere*	*Primæ Tabulæ.*
Differentia inter Rectam & obliquam Aſcenſionem	2 41 0	*in fronte*	
Inuentum primum in area collectum.	2 30 30	*à dextro latere*	*Primæ Tabulæ.*
Eadem Declinatio ſecundi termini	20 50 0	*in area*	
Inuentum ſecundum in calce acceptum	69 8 45		
Complementum Declinationis primi termini	71 40 0		
Differentia vtriuſq; ideſt tertium Inuentum	2 31 15	*in fronte*	*Tertiæ Tabulæ.*
Idem Inuentum primum	2 30 30	*à latere dextro*	
Idem quartum Inuentum	45 7 0	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Declinatio primi termini	18 20 0	*à dextro latere*	
Eleuatio Poli quæſita	42 3 0		

PROBLEMA XV.

Eleuationem Poli Mundi per reuolutionem alicuius Stellæ Fixæ ſemper apparentis, vel etiam exorientis, & occidentis, cuius tamen fuerit nota Declinatio, indagare.

NIhil quaſi differt operatio inquiſitionis Poli per Stellas Fixas ab his, quę Problemate primo diximus de Sole; ſciendum enim eſt in omni terræ tractu (præterquam ſub Aequinoctiali, vbi omnes Stellę quotidiè exoriuntur & occidunt) aliquas reperiri Stellas Fixas, quę ſunt ſempiternæ apparitionis, inter quas præcipuè dantur in Septentrionali tractu illæ, quę conſtituuntur in quadrilatero maioris & minoris vrſæ, & hæ ad inuentionem Poli accommodatiſſimæ ſunt. etiamſi earum ſitus neſciatur. Inuenturus ergo Poli Altitudinem per vnam harum Stellarum, obſerua quando illa in maxima & in minima ſua Altitudine ad Meridianum circulum peruenerit, & diligenter per aliquod inſtrumentum idoneum cape vtramq; Altitudinem Meridianam, & minorem de maiore detrahe vt relinquatur earum differentia, quæ dimidiata minimæ Altitudini addenda eſt, vel à maxima auferenda, & conflabitur Altitudo Poli ſupra Horizontem. Memineris tamen præcauendam eſſe refractio-

Digitized by Google

nem in minima Altitudine Meridiana, ſi illa fuerit minor 20. gradibus; nam vt de Sole diximus, ita & in Stellis Fixis continget aberratio viſus ob vapores, qui terram circumſtant, in qua ſidera omnia paulò altius ſupra Horizontem, quàm reuera ſint, eleuata apparent. Itaq; ex Tychone dabimus pro Stellis Fixis tabellam refractionum, in quam fit ingreſſus cum Altitudine Stellæ, & numerus qui in area elicitur, auferendus eſt à data per obſeruationem Altitudine, vt iuſta Altitudo proueniat.

Tabula Refractionum Stellarum Fixarum ex Tychone.

Altitudo Stellæ	*Refractio*		*Altitudo Stellæ*	*Refractio*		*Altitudo Stellæ*	*Refractio*	
Gradus	*M*	*S*	*Gradus*	*M*	*S*	*Gradus*	*M*	*S*
0	30	0	7	8	15	14	3	30
1	21	30	8	6	45	15	3	0
2	15	30	9	6	0	16	2	30
3	12	30	10	5	30	17	2	0
4	11	0	11	5	0	18	1	15
5	10	0	12	4	30	19	0	30
6	9	0	13	4	0	20	0	0

Exemplum. *Vtamur Tychonis Exemplo, qui in primo Progymnaſmatum affirmat Gegginga prope Auguſtam Vindelicorum fuiſſe obſeruatam vtramq; Altitudinem Meridianam aliquot Stellarum circumpolarium, & non occidentium, ex quibus fuit collecta illius loci Latitudo grad. 48. 22′. vt ſequitur.*

	G	M	S
Stellæ Polaris Altitudo in Meridiano maxima	51	22	15
Stellæ Polaris Altitudo in Meridiano minima	45	21	45
Vtriuſque differentia	6	0	30
Dimidium, ideſt Diſtantia Stellæ à Polo	3	0	15
Altitudo Poli quæſita	48	22	0

	G	M	S
Siniſtri cruris vrſæ maioris Altitudo maxima	82	16	30
Siniſtri cruris vrſæ maioris Altitudo minima	14	28	30
Refractio auferenda à minima Altitudine		3	0
Altitudo minima correcta	14	25	30
Differentia vtriuſq; Altitudinis Meridianæ	67	51	0
Dimidium ideſt Diſtantia Stellæ à Polo	33	55	30
Altitudo Poli quæſita	48	21	30

Poteris quoque per vnicam tantùm Altitudinem ſiue Stellæ circumpolaris ſemper ſupra terram extantis, ſiue etiam Stellæ cuiuſcunque exorientis vel occidentis, dum tamen fuerit cognita eius Declinatio, Altitudinem Poli in hunc modum indagare. Accipe Stellæ Altitudinem Meridianam ex obſeruatione, quæ ſi fuerit maxima alicuius videlicet Stellæ circumpolaris ſemper ſupra terram extantis, aufer ab ipſa complementum Declinationis Stellæ, quod ſanè eſt ipſius Diſtantia à Polo, & relinquetur ipſa Poli Altitudo. Si verò fuerit ipſiuſmet Stellæ minima Altitudo, adde eidem dictum Declinationis Stellæ complementum, & conſurgens numerus indicabit quæſitam Poli Altitudinem. Vt in hoc de Stella Polari Exemplo vides.

	G	M	S
Altitudo Maxima Stellæ Polaris	51	22	15
Complementum Declinationis eiuſdem ad annum 1573.	3	0	15
Altitudo Poli quæſita	48	22	0

Poſtremò ſi Stella, cuius Altitudo Meridiana ex obſeruatione datur, fuerit ex illis, quæ oriuntur, & occidunt, tunc ab Altitudine eius Meridiana ratione refractionis correcta, ſi opus fuerit, auferes Declinationem Boream, vel eidem addes Auſtrinam, & vtroque modo produces loci Polaris quæſitam Altitudinem.

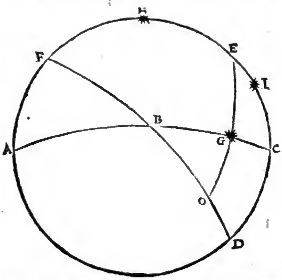
PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XVI.

Duabus propoſitis Stellis, quarum Declinationes dentur, & vna in Meridiano incidat tunc, cum altera exoritur, vel occidit, Altitudinem Poli addiſcere.

DVo hæc Problemata proximè ſubſequentia valdè peropportuna ſunt, ſiquidem per ea quilibet Poli Altitudinem obſeruare quotidie poterit, nullis adhibitis inſtrumentis, dummodò Stellas ad oculum nouerit, ac earum Declinationes & Cœli mediationes ex calculo præſciuerit, perſpecto etiam Meridiani ſitu, & Horizonte nullis obſtaculis impedito. In linea itaq; Meridiana apta tabellam aliquam Horizonti ad rectos angulos incumbentem, & oculo aptato ad eius ſuperficiem ſtude, vt obtineas Stellam aliquam cognitam in Meridiano eodem momento temporis, quo & alia quæpiam Stella Horizontem attingat. Quo facto ſubtrahe minorem Cœli mediationem binarum Stellarum à maiore, vt earum differentia innoteſcat: cum qua & cum Declinatione Stellæ Horizontem contingentis recurrendo ad ſupputationem Triangulorum quæſitum obtinebis in hunc modum. In adſcripta figuratione intellige pro Meridiano circulum ACH cum dimidio Horizonte ABC, & dimidio Aequatore FBD ſibi annexis. Sit autem I Stella in Meridiano incidens, cum alia G Horizontem occupante, per quam à Mundi Polo E deſcendat circulus Declinationis EGO. In Triangulo igitur Rectangulo ECG data Baſe EG, complemento ſcilicet Declinationis Stellæ G cum angulo CEG, quem metitur arcus Aequatoris DO differentiæ Aſcenſionis rectæ vtriuſq; Stellæ, dabitur per decimum Problema Tertij huius latus EC metiens altitudinem Poli mundi ſupra Horizōtem.



Non ignorabis tamen, præcauendam eſſe refractionem Stellæ circa Horizontem, ſiquidem huius vitio dimidio gradu nobis altiores Stellæ apparent, quàm reuera ſint; vnde dum medio gradu infra Horizontem extant, videntur iam illum attigiſſe: quare ab inuenta Poli Altitudine dimidium gradum auferemus, vt iuſta prodeat.

I. MODVS *Per Sinus, & Tangentes.*

FIat vt Sinus totus ad Sinum ſecundum differentiæ rectæ vtriuſq; Stellæ, ita Tangens ſecunda Declinationis Stellæ Horizontalis ad Tangentem Eleuationis Poli.

Exemplum. *Ponamus alicubi fuiſſe obſeruatam in Horizontem Orientali lucidam Vulturis ſeu Aquilæ, dum mediū Cœli occuparet Spica ♍. Vt explorari poſſit Eleuatio Poli, aufero primò rectā Aſcenſionem ſpicæ ♍ gr. 196. 4'. à recta Aſcenſione Vulturis gr. 292. 49'. eſt autem ipſius Vulturis latitudo Borea gra. 7. 54'. vnde ſic prodit calculus.*

	G	M	S		
Differentia recta duarum Stellarum	96	45	0	1 1 7 5 4	*Sinus eius ſecundus.*
Declinatio Stellæ Horizontalis	7	54	0	7 2 0 6 6 1	*Tangens eius ſecunda.*
Eleuatio Poli	40	16	0	8 4 7 0 6	*Tangens prodiens.*
Refractio Stellæ auferenda	0	30	0		
Eleuatio Poli correcta	39	46	0		

II. MODVS *Per ſecundariam Sinuum Proſtaphæreſin.*

CVm Declinatione Stellę Horizontalis ingreſſus magnum Canonem in calce, colliges à latere dextro arealem arcum tertij ordinis Magni eiuſdem Canonis, cum quo & cum complemento differentiæ rectæ duarum Stellarum inſtitues operationem Proſtaphæreticam, & exibit ex ea Tangens Eleuationis Poli: vt Exemplo ſuperiore repetito patebit.

Decli. Stellæ Horiz. commut. ex tertio ord.	46	6	33		
Exceſſus different. rectæ duarum Stellarum	6	45	0		
Differentia	39	21	33	7 7 3 1 8 6	*Secans eius ſecunda.*
Aggregatum	52	51	33	6 0 3 7 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
				1 6 9 4 1 0	*Differentia Sinuum.*
Eleuatio Poli ſicut ſupra	40	16	0	8 4 7 0 5	*Dimidium, ideſt Tangens.*
Refractio Stellæ ſubtrahenda	0	30	0		
Eleuatio Poli correcta	39	46	0		

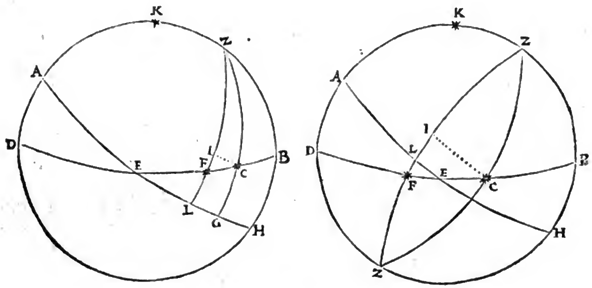
III. MODVS Per Tabulam Tertia Analogia.

CApe differentiam rectam duarum Stellarum in calce Tabulæ & à latere dextro Declinationē Stellæ Horizontalis,& in area habebis Eleuationem Poli quæſitam ; quæ tamen ob refractionem, vt diximus, corrigenda eſt .

Vt in dato Exemplo cùm ſit differentia recta duarum Stellarum gra.96.45'. ſumo complementum eius ad ſemicirculum in calce,ſeu etiam exceſſum ſupra Quadrantem in fronte,nempe gr.6.45'.& à latere dextro grad.7.54'. Declinationis Stellæ HoriZontalis,& in area colligo gra.40.16'. pro Eleuatione Poli quæſita: quæ correcta ob refractionem dimidij gradus ſubtrahendam,relinquit grad.39.46'.vt priùs.

PROBLEMA XVII.

Datis ex obſeruatione ad oculum duabus Stellis notis, ſimul eodem in loco exorientibus vel occidentibus, quanta ſit huiuſce loci latitudo, inquirere.



IN adſcripta figuratione intellige duas Stellas F & C. ſimul eodem temporis momento in Horizonte ſiue Orientali, ſiue Occidentali incidere . Si igitur earundem Declinationes ac Cœli mediationes præſciueris, obtinebis ex doctrina Triangulorum Polarem eleuationem ; nec vllo indigebis inſtrumento,dummodò accuratè oculis vtramq; Stellam obſerues ; neque refert,ſintnè ambæ in plaga Boreali,vel in Auſtrali,vel vna in Auſtrali,in Boreali altera .

In Triangulo itaq; Obliquangulo F Z C data ſunt duo latera C Z, F Z, complementa videlicet Declinationum dictarum Stellarum,& ex arcu Aequatoris L G differentię rectarum Aſcenſionum dictarum Stellarum,manifeſtatur angulus C Z F, quem data latera compræhendunt . Igitur ex quarto Problemate Quarti prodibit angulus ad C. Deinceps verò ex dicto angulo & latere C Z , quod,vt diximus complementum eſt Declinationis Stellæ C, obtinebis per primum Proble. Tertij ob Triangulum Rectangulum C B Z Eleuationem Poli quæſitam B Z , quam per ablationem dimidij gradus corrige ob ipſarum Stellarum refractionem,ſicut in ſuperiore Problemate diximus .

PRIMVS MODVS.

MVltiplicetur primò Secans ſecunda differentiæ rectæ duarum Stellarum Horizōtalium in Sinum ſecundum Declinationis alterius ex illis, dummodò ambæ fuerint eiuſdem affectionis : ſed ſi diuerſæ in Sinum ſecundum Declinationis Stellæ Borealis, & poſt abiectionem quinq; figurarum dabitur Inuentum primum . Deinde multiplicetur Sinus ſecundus eiuſdem differentiæ rectæ in Tāgentem eiuſdemmet Declinationis,& reiectis quinq; notis dextris prodibit Inuentum ſecundum: quod conferas cum Tangente Declinatioois alterius Stellæ,accipiendo aggregatum ex eis vel differentiam,vt admonet ſequens tabella, pro Inuento tertio.

Si ambæ

Digitized by Google

Si ambę Stellę fuerint affectionis
- Eiuſdem, & differentia Recta Stellarum fuerit Quadrante
  - minor; ſumatur differentia inter Tangentem alterius Stellę, & Inuentum ſecundum.
  - maior
- diuerſę, & differentia Recta Stellarum fuerit Quadrante
  - minor
  - maior; ſumatur differentia inter Tangentem alterius Stellę, & Inuentum ſecundum.

(maior … minor) ſumatur aggregatum ex Inuento ſecundo, & ex alterius Stellæ Tangente.

pro Inuento tertio.

Tum hoc tertium Inuentum multiplicabis in primum, & reciſis quinq; cifris dextris prodibit Inuenti quarti Tangens. Ad extremum verò multiplicetur Sinus ſecundus quarti Inuenti in Sinum ſecundum Declinationis prioris Stellæ, & abiectis quinq; cifris remanebit Sinus Eleuationis Poli quæſitę.

Exemplum primum. *Offerantur duæ Stellæ Declinationum Meridianarum ambo incidentes in Horizonte ſub eadem Poli Eleuatione quærenda, & ſit quidem vna ipſarum cor ♏ obtinens Declinationem grad. 24. 55″. & Rectam Aſcenſionem grad. 241. 5′. altera verò ſit dextrum genu Ophiuchi habens Declinationem grad. 15. 4′. & Aſcenſionem Rectam grad. 251. 55′. Vt ſit quidem differentia vtriuſque grad. 10. 55′.*

	G M S		
Cordis ♏ Declinatio Meridiana	24 55 0	90692	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Recta Stellarum	10 55 0	528036	*Secans eius ſecunda.*
		478886	*Primum Inuentum.*
Cordis Scorpij Declinatio eadem	24 55 0	46454	*Tangens eius.*
Differentia Recta, vt ſupra	10 55 0	98190	*Sinus eius ſecundus.*
		45613	*Secundum Inuentum.*
Dextri genu Ophiulchi Declinatio	15 4 0	26920	*Tangens eius ſubtrahenda.*
		18693	*Diff. ſeu Inuent. 3. ducendum in primum.*
Inuentum quartum	41 50 3	89518	*Tangens eius.*
		74508	*Sinus ſecundus quarti Inuenti.*
Cordis ♏ Declinatio	24 55 0	90692	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli prodiens	42 30 40	67573	*Sinus proueniens.*
Refractio ſubtrahenda.	0 30 0		
Eleuatio Poli correcta	42 0 40		

Exemplum ſecundum. *Proponatur modo duæ Stellæ diuerſæ denominationis ſimul in Horizonte incidentes ſub aliqua Polari Eleuatione inquirenda. Vna illarum ſit Pes extremus Corui habens Latitudinem grad. 21. 17′. Meridianam, & Rectam Aſcenſionem graduum 183. 17′. Altera autem ſit lucida Coronæ, cuius Declinatio eſt grad. 28. 33′. Borealis, & Recta Aſcenſio grad. 228. 59′. Differentia igitur Recta vtriuſq; eſt grad. 45. 42′.*

Lucidæ Coronæ Declinatio	28 33 0	87840	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Recta duarum Stellarum	45 42 0	139725	*Secans eius ſecunda.*
		122734	*Primum Inuentum.*
Lucidæ Coronæ Declinatio	28 33 0	54409	*Tangens eius.*
Differentia Recta dictarum duarum Stellarũ	45 42 0	69842	*Sinus eius ſecundus:*
		38000	*Secundum Inuentum.*
Pedis extremi Corui Declinatio Meridiana	21 17 0	38955	*Tangens eius addenda.*
		76955	*Inuent. 3. ſeu aggregatum ſecundũ in primũ*
Inuentum quartum	43 21 55	94450	*Tangens eius.*
		71699	*Sinus ſecundus quarti Inuenti.*
Lucidæ Coronæ Declinatio	28 33 0	87840	*Sinus eius ſecundus.*
Eleuatio Poli prodiens	39 41 13	63859	*Sinus proueniens.*
Refractio ſubtrahenda	0 30 0		
Eleuatio Poli correcta	39 11 13		

II. MO-

II. MODVS *Per Tabulas Analogiarum.*

FAc primò lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem cum differentia Recta vtriuſque Stellæ, & cum Declinatione vnius Stellæ, ita tamen, vt in fronte ſumas dictam differentiam, & à latere dextro Declinationem, vel à latere ſiniſtro differentiam Rectam, & in calce Declinationem, & vtroq; modo patebit in area primum Inuentum.

Secundò cum hoc primo Inuento & cum Declinatione eadem fac arealem ingreſſum in eandem Tabulam, ſumendo ſcilicet in calce primum Inuentum, & arealiter Declinationẽ, & à dextro latere habebis ſecundum Inuentum: Seu etiam ſume à latere dextro primum Inuentum, & in area dictam Declinationem, ſicq; in calce dabitur dictum Inuentum ſecundum. Quod etiam elici poteſt ex Tabula Secundæ Analogię, comperiendo ſcilicet Inuentum primum frontaliter, & à ſiniſtro latere dictam Declinationem, atq; in area habebis complementum ſecundi Inuenti, vnde Inuentum ipſum non latebit.

Tum hoc ſecundum Inuentum conferendum eſt cum complemento Declinationis alterius Stellæ, ſi ambæ habuerint eandem denominationem; ſeu cum aggregato ex Latitudine & Quadrante, ſi diuerſæ fuerint affectionis, & ſublato minore de maiore producetur Inuentum tertium; quod quærendum eſt in fronte tertiæ Tabulæ, & à latere dextro primum Inuentum, & atque in area dabitur quartum Inuentum.

Ad extremum verò cum hoc quarto Inuento & cum Declinatione prioris Stellæ abſolues lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem, accipiendo vnum ex his numeris in calce, & alium à dextro latere, & ex area obtinebis Eleuationem Poli quæſitam, corrigendam ob refractionem, vt in primo modo diximus.

Exemplum Primum.

	G	M		
Cordis Scorpij declinatio Meridiana	24	55	*à latere dextro*	*Prima Tabula.*
Differentia Recta duarum Stellarum	10	55	*in fronte*	
Primum Inuentum in area acceptum	9	53	*à latere dextro*	*Prima Tabula.*
Eadem Declinatio cordis Scorpij	24	55	*in area*	
Inuentum ſecundum in calce ſumptum	64	41		
Declinationis dextri genu Ophiulchi complementum	74	56		
Differentia vtriuſque, ideſt Inuentum tertium	10	15	*in fronte*	*Tertia Tabula.*
Inuentum primum	9	53	*à latere dextro*	
Inuentum quartum ex area	45	35	*in calce*	*Prima Tabula.*
Declinatio dextri genu Ophiulchi	15	4	*à latere dextro*	
Eleuatio Poli in area comperta	42	31		
Refractio ſubtrahenda	0	30		
Eleuatio Poli correcta	42	1		

Exemplum Secundum.

	G	M		
Lucidæ Coronæ Declinatio Borealis	28	33	*à dextro latere*	*Prima Tabula.*
Differentia Recta duarum Stellarum	45	42	*in fronte*	
Inuentum primum in area ſumptum	38	57	*à dextro latere*	*Prima Tabula.*
Eadem lucidæ Coronæ Declinatio	28	33	*in area*	
Inuentum ſecundum	52	4		
Aggregatum ex Quadrante, & Declinatione alterius Stellæ pedis extremi corui.	111	17		
Differentia vtriuſque, ideſt Inuentum tertium	59	13	*in fronte*	*Tertia Tabula.*
Inuentum primum	38	57	*à dextro latere*	
Inuentum quartum ex area ſumptum	46	44	*in calce*	*Prima Tabula.*
Declinatio pedis extremi corui Meridiana	21	17	*à dextro latere*	
Eleuatio Poli proueniens	39	41		
Refractio ſubtrahenda	0	30		
Eleuatio Poli correcta	39	11		

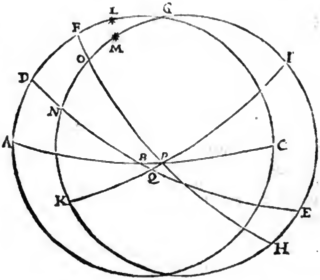
PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XVIII.

Oblatis terreſtris globi duobus locis eundem Aſcendentis gradum eodem inſtanti notum habentibus, ſed puncta Ecliptica in Meridianis ſuis diuerſa, cognita tamen; vtriuſque loci Latitudinem, & Longitudinum differentiam pateſacere.

MEridianus vnius loci ſit A C G cum ſuo Horizonte A B C, & Verticali puncto L, & Eclipticæ punctum dictum Meridianum occupans ſit F. Meridianus verò alterius loci ſit G N E cum proprio Horizonte K P I, & Verticali puncto M, in quo Meridiano incidat Eclipticæ punctum notum O eodem temporis inſtanti, quo punctum Eclipticæ P in vtroque Horizonte reperitur. Dico itaq; ex his notis Eclipticæ punctis, non ſolùm vtriuſq; loci Latitudinem, verùm etiam Longitudinis vtriuſque differentiam cognitam iri. Enimuerò cum dentur duo puncta Eclipticę F & O in dictis Meridianis cadentia, dabitur arcus Aequatoris D N congruens differentiæ Aſcenſionum rectarum, & idem quoque arcus eſt differentia Longitudinum eorundem locorum, vt ab initio diximus. Latitudines porrò vtriuſque loci ex dato Aſcendentis gradu cum punctis Eclipticæ medium Cœli occupantibus obtinentur per decimum Problema huius.

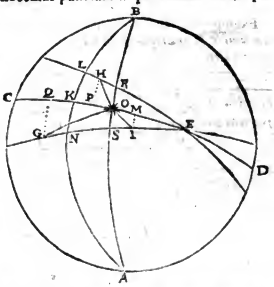


PROBLEMA XIX.

Oblatis duobus in terra locis, quorum vnus notam habeat Longitudinem, ac Latitudinem: alter verò vtramq; ignotam: & ſit data Diſtantia viatoria vtriuſque loci cum angulo poſitionis vnius ad alterum, alterius loci Longitudinem Latitudinemuè determinare.

STatuamus pro Horizonte primi loci notam Latitudinem ac Longitudinem habentis A D B C, cuius Meridianus C O D; atque pro ipſo loco accipiamus Verticale eius punctum O, quod illi directè imminet: in ipſo autem Meridiano collocemus punctum E pro Mundi Polo, ſuper quo deſcribatur dimidius Æquator A K B. Per dictum quoque punctum O tranſeat Verticalis circulus primarius B O A indicans Orientis punctum A, & Occidentis B. Sit verò ipſius loci O cognita Longitudo, ideſt quantũ Meridianus eius C O D diſtet à primo Meridiano, à quo ſumitur initium Longitudinis locorum; eius præterea data Latitudo erit arcus Meridiani O K, qui æqualis eſt arcui E D Eleuationis Poli, vt aliàs diximus.

Iam igitur ſtatuamus alium locum incognitæ Longitudinis & Latitudinis in puncto I, quem locum diſtinctionis gratia ſecundum vocabimus, per quem tranſeat Meridianus E I G, cuius differentia à Meridiano primi loci attenditur in arcu Aequatoris K N metiente angulum K E N, & Latitudo eſt I N, quæ duo nunc inquirenda ſunt ex data primi loci Latitudine, & ex angulo poſitionis E O I, quem etiam dari præſupponimus; atque etiam ex Diſtantia itineraria inter ambo loca, ex qua prodit arcus cœleſtis O I, computando ſcilicet pro ſingulis 62. milliaribus communibus cum dimidio vnum gradum; vel alia etiam ratione, prout aliàs monuimus.



Primò

Primò itaq; in Triangulo obliquangulo O I E, cùm dentur duo latera, O E complementum Latitudinis primi loci,& latus O I intercapedinis locorum, Verticalium,ſ. punctorum vtriuſq;, cum angulo poſitionis ipſorum E O I, quem data latera intercipiunt; non latebit per Tertium Problema Quarti latus tertium E I, quod eſt complementum Latitudinis ſecundi loci.

I. FORMA *Per Triangulorum Rectangulorum leges.*

CVm inſtituenda eſt ſupputatio per Triangula Rectangula, oportet arcum perpendicularem à Vertice loci ignoti in Meridianum loci noti deducere, quò fit, vt caſuū varietas oriatur, tum ob caſum huius perpendicularis, tum etiam ob angulum poſitionis datum, prout verſus Septentrionem rectus fuerit vel acutus, ſiue verſus Meridiem acutus.

Primus Caſus.

Cùm angulus poſitionis fuerit rectus.

DAtur angulus poſitionis rectus, quotieſcunq; ſecundus locus proceſſerit reſpectu primi per lineam, quę ad verum ortum vel occaſum tendit. Vt conſtituto primo loco in puncto O, ſi ſecundus locus obtinebit Verticale punctum in puncto S circuli Verticalis primarij dicti primi loci, fiet angulus poſitionis E O S rectus, & ſecundus locus exponetur præcisè ad Orientem reſpectu primi loci O. Sic quoque cùm datur ſecundus locus in R recedit ad occaſum præcisè à primo loco, conſtituens cum eo angulum poſitionis rectum E O R. Occurrente itaq; hoc caſu facilis eſt inquiſitio Latitudinis ſecundi loci, & differentiæ Longitudinis à primo: vt verbigratia aſſumpto ſecundo loco in R operandum eſt per Triangulum Rectangulum R O E, in quo dantur duo latera circa rectum, nempe O E complementum Latitudinis primi loci, & O R intercapedo vtriuſq; loci ad gradus cœleſtis circuli redacta, vnde per Problema ſecundum Tertij adinuenietur primò Baſis R E, quæ metitur complementum Latitudinis ſecundis loci, ex quo confeſtim patet Latitudo eius L R. Deinde ex ijſdemmet datis cognoſcetur per nonum Problema eiuſdemmet Tertij angulus O E R differentia Longitudinis vtriuſque loci. Vel facilius quidem ex dicto complemento Latitudinis iam inuento E R, & Diſtantia locorum O R habebitur per quartum Problema dicti Tertij angulus O E R differentiæ Longitudinis dictorum locorum.

I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

FIat primò, vt Sinus totus ad Sinum Latitudinis primi loci, ita Sinus ſecundus Diſtantiæ vtriuſq; loci ad Sinum ſecundum Latitudinis ſecundi loci. Deinde fiat, vt Sinus totus ad Sinum Diſtantiæ vtriuſq; loci, ita Secans Latitudinis ſecundi loci nunc inuentæ ad Sinum anguli differentiæ Longitudinis, quæ addita Longitudini primi loci, ſi ſecundus fuerit illi Orientalior, vel ab eadem detracta, ſi Occidentalior, conſtituit ſecundi quoq; loci Longitudinem.

Exemplum. *Datus ſit primus locus O in Longitudine grad. 33. 30'. & in Latitudine grad. 44. Secundus autem locus R ſit præcisè ad occaſum expoſitus millibus paſſuum 375. quæ conficiunt ex Ptolemai opinione gradus ſex cæleſtis circuli.*

	G M S		
Primi loci O { *Longitudo*	33 30 0		
Latitudo	44 0 0	6 9 4 6 6	*Sinus eius.*
Diſtantia vtriuſque loci	6 0 0	9 9 4 5 2	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo ſecundi loci H	46 18 10	6 9 0 8 5	*Sinus ſecundus prodiens.*
		1 4 4 7 4 2	*Secans dictæ Latitudinis loci H*
Diſtantia eadem data	6 0 0	1 0 4 5 3	*Sinus eius.*
Angulus differentiæ Longitudinis ſubtr.	8 42 11	1 5 1 3 0	*Sinus proueniens.*
Longitudo ſecundi loci H	24 47 49		

II. MODVS *Per Sinuum Proſthaphæreſin.*

PRimò itaq; cum complemento Latitudinis primi loci, & cum Diſtantia vtriuſque operaberis per Proſthaphæreſin, vt exeat Sinus ſecundus Latitudinis ſecundi loci. Poſtea cum hac inuenta Latitudine commutata in arcum quarti ordinis, & cum eadem Diſtantia abſolues Proſthaphæreſin ſecundariam, ex qua obtinebis Sinum anguli differentiæ Longitudinis, vt hic patet.

Latitudi-

	G	M	S		
Latitudinis primi loci complementum	46	0	0		
Diſtantia vtriuſque loci	6	0	0		
Differentia	40	0	0	76604	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	52	0	0	61566	*Sinus eius ſecundus.*
				138170	*Aggregatum è Sinibus.*
Latitudo ſecundi loci H	46	18	10	69085	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus.*
Latitudo eadem commutata ex quarto ordi.	8	19	12		
Diſtantia vtriuſque loci	6	0	0		
Differentia	2	19	12	999180	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	14	19	12	968929	*Sinus eius ſecundus.*
				30251	*Relictum è ſubtractione.*
Angulus differentiæ Longitudinis	8	42	0	15126	*Dimidium, ideſt Sinus quaſitus.*
Longitudo ſecundi loci H	24	48	0		

III. MODVS *Per Tabulas Analogiarum.*

P Primò per lateralem ingreſſum in Generalem Tabulam vel frontaliter, vel à latere ſiniſtro ſume Latitudinem primi loci; vel in calce ſeu à latere dextro Diſtantiam vtriuſque loci, excipies ex area complementum Latitudinis ſecundi loci.

Poſtea ſecundò hoc complementum Latitudinis accipe vel in fronte, vel à ſiniſtro latere eiuſdem Generalis Tabulæ; ſeu in calce, vel à dextro latere Latitudinem ipſius ſecundi loci modò exploratam, & in area Diſtantiam vtriuſque loci, atque à latere ſiniſtro, vel in fronte habebis angulum differentiæ Longitudinis.

Vel etiam cape ſecundò in fronte Secundæ Tabulę Latitudinem ſecundi loci, & à latere ſiniſtro iam dictam Diſtantiam vtriuſque loci, atque in area patebit angulus differentiæ Longitudinis, cuius vſus eſt, ſicut ſupra, vt in eodem Exemplo patet.

Primi loci { *Longitudo*	33	30		
Primi loci { *Latitudo*	44	0	*in fronte*	} *Prima Tabula.*
Diſtantia vtriuſque loci	6	0	*à latere dextro*	
Numerus in area compertus, ideſt complementum	43	42		
Latitudo ſecundi loci H	46	18	*in fronte*	} *Secunda Tabula.*
Eadem Diſtantia vtriuſque loci	6	0	*à latere ſiniſtro*	
Angulus differentiæ Longitudinis	8	42		
Longitudo ſecundi loci H	24	48		

Secundus Caſus.

Cùm angulus poſitionis fuerit acutus.

O Peroſior aliquantò eſt forma calculi, cùm datur angulus poſitionis acutus, ac nonnullis inuoluta caſibus, vt nunc patebit. Primò itaq; fiat, vt Sinus totus ad Sinum Diſtantiæ locorum datæ, ita Sinus anguli poſitionis dati ad Sinum primi Inuenti, ideſt perpendicularis arcus. Secundò fiat, vt Sinus totus ad Secantem huius primi Inuenti, ita Sinus ſecundus eiuſdem Diſtantiæ datæ ad Sinum ſecundum Inuenti ſecundi: Huius arcum auferes à complemento latitudinis primi loci: ſi datus angulus poſitionis fuerit acutus verſus Boream, ſiue à parte Orientis ſiue à parte Occidentis, nam tunc indicio eſt ſecundum locum eſſe primo magis Borealem. Sed ſi datus poſitionis angulus fuerit acutus verſus Meridiem, tam inclinante ſecundo loco ad ortum, quàm ad occaſum, addes complemento Latitudinis primi loci Inuentum ſecundum, & vtroq; modo prodibit Inuentum tertium: cum quo demùm & cum priore Diſtantia data ad eundem modum, ſicut in primo caſu diximus, deprehendes per ſecundum Problema Tertij complementum Latitudinis ſecundi loci; ſic etiam ex ijſdem per nonum Problema Tertij habebis angulum differentiæ poſitionis, niſi per Problema quartum calculum expedire volueris; cuius vſum hic omittimus, cum illum in primo caſu ſuperiore dederimus; at nunc Exempla proferemus.

Exemplum primum. *Detur in ſuperiore figura ſecundus locus in puncto I cum angulo acuto poſitionis E O I verſus Boream grad.36. Sit autem Latitudo primi loci O grad.44. & Longitudo gr.33.30'. atque Diſtantia viatoria inter dicta loca ſit milliarium communium 250. quibus congruunt gradus 4. cæleſtis circuli. Sic igitur ex ſubiecto calculo vtrumq; quaſitum eruetur.*

	G M S		
Primi loci O { *Longitudo*	33 30 0		
Latitudo	44 0 0		
Diſtantia locorum data O I	4 0 0	6 9 7 6	*Sinus eius.*
Angulus propoſitionis datus E O I	36 0 0	5 8 7 5 5	*Sinus eius.*
Inuentum primum I M	2 21 0	4 0 9 9	*Sinus prouenienſ.*
		1 0 0 0 8 4	*Secans primi Inuenti.*
Eadem Diſtantia data	4 0 0	9 9 7 5 6	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum O M	3 14 30	9 9 8 4 0	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Latitudinis primi loci O E,	46 0 0		*à quo ſubtrahitur O M.*
Inuentum tertium M E	42 45 30	7 3 4 3 2	*Sinus eius ſecundus.*
Idem primum Inuentum I M	2 21 0	9 9 9 1 6	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo ſecundi loci I	47 11 51	7 3 3 7 0	*Sinus prouenienſ.*
		1 4 7 1 7 4	*Secans Latitudinis ſecundi loci I.*
Inuentum primum I M, vt ſupra	2 21 0	4 0 9 9	*Sinus eius.*
Ang. diff. Longitud. add. Longitudin. primi	3 27 30	6 0 3 3	*Sinus prouenienſ.*
Longitudo ſecundi loci I	36 57 30		

Exemplum ſecundum. *Manente eodem primo loco O, demus alium locum H Occidentaliorem, ac Meridionaliorem, qui ſub angulo H O K grad.75. ſit conſpectus, quorum locorum Diſtantia O H ſit cognita in cæleſti circulo grad.7. Quibus datis ſic procedo.*

Primi loci O { *Longitudo*	33 30 0		
Latitudo	44 0 0		
Diſtantia locorum data O H	7 0 0	1 2 1 8 7	*Sinus eius.*
Angulus poſitionis datus O E H	75 0 0	9 6 5 9 3	*Sinus eius.*
Inuentum primum H P	6 45 37	1 1 7 7 2	*Sinus prouenienſ.*
		1 0 0 7 0 0	*Secans primi Inuenti.*
Eadem data Diſtantia O H	7 0 0	9 9 2 5 5	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum P O	1 49 0	9 9 9 5 0	*Sinus ſecundus prouenienſ.*
Complementum Latitudinis primi loci O E.	46 0 0	6 7 1 5 1	*additionum.*
Inuentum tertium P E	47 49 0	6 7 1 5 1	*Sinus eius ſecundus.*
Idem primum Inuentum H P	6 45 37	9 9 3 0 5	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo ſecundi loci H;	41 49 24	6 6 6 8 4	*Sinus prodiens.*
		1 3 4 1 9 1	*Secans Latitudinis ſecundi loci.*
Primum Inuentum H P, vt ſupra	6 45 37	1 1 7 7 2	*Sinus primi Inuenti.*
Ang. diff. Longitud. ſubtr. a longitud. primi	9 5 22	1 5 7 9 7	*Sinus prouenienſ.*
Longitudo ſecundi loci H	24 24 38		

II. FORMA *Per Triangula Obliquangula, iuxta ſecundum modum Tertij Problematis Quarti libri.*

PRimò pro inquirenda Latitudine ſecundi loci fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Latitudinis primi loci, ita Sinus Diſtantiæ vtriuſque loci in gradus cœleſtis circuli commutatæ ad primum Inuentum. Poſtea fiat, vt Sinus totus ad hoc primum Inuentum, ita Sinus verſus anguli poſitionis dati ad Inuentum ſecundum: hoc ſemper adde Sinui verſo differentiæ inter complementum Latitudinis primi loci, & Diſtantiam vtriuſque loci ſuperiùs memoratam, & prodibit Sinus verſus ſecundus Latitudinis ſecundi loci.

Exemplum. *Eſto ſicut ſupra primus locus O in Longitudine grad.33.30'. & in Latitudine grad.44. Secundus autem I cum angulo poſitionis acuto E O I verſus Boream eſto gr.36. Diſtantia verò inter dicta loca ſit grad.4. cæleſtis circuli, ſicut ſupra diximus. Ex his prodibit Latitudo dicti ſecundi loci ſic.*

Latitudo primi loci O	44 0 0	7 1 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia vtriuſque loci	4 0 0	6 9 7 6	*Sinus eius.*
		5 0 1 8	*Inuentum primum.*
Angulus poſitionis	36 0 0	1 9 0 9 8	*Sinus eius verſus.*
		9 5 8	*Inuentum ſecundum.*
Complementum Latitudinis primi loci	46 0 0		
Diſtantia vtriuſque loci	4 0 0		
Differentia vtriuſque	42 0 0	25 6 8 6	*Sinus eius verſus addendus.*
Latitudo ſecundi loci	47 11 12	2 6 6 4 4	*Sinus verſus ſecundus prodiens.*

Inuentio differentiæ Longitudinis vtriuſque loci.

IN eodem Triangulo Obliquangulo O I E, cùm data ſint, ſicut ſupra, duo latera, nempe O E complementum latitudinis primi loci, & O I intercapedinis punctorum Verticalium dictorum locorum cum angulo poſitionis ipſorum E O I à dictis lateribus compræhenſo, dabitur idcircò per quartum Problema Quarti angulus O E I differentiæ Longitudinis dictorum locorum.

Fiat igitur, vt Sinus totus ad Secantem ſecundam anguli poſitionis duorum locorum, ita Sinus ſecundus Latitudinis primi loci ad Inuentum primum. Poſtea ſecundò fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum eiuſdem anguli poſitionis, ita Tangens Latitudinis primi loci ad Inuentum ſecundum.

Hoc conferas cum Tangente ſecunda intercapedinis punctorum Verticalium dictorum locorum accipiendo aggregatum ex eis, vel differentiam, prout admonet ſubſequens tabella, & prodibit Inuentum tertium. Poſtremò fiat, vt Sinus totus ad primum Inuentum, ita tertium Inuentum ad Tangentem ſecundam differentiæ Longitudinis vtriuſque loci.

Si Diſtantia, ſeu intercapedo pũctorum Verticalium vtriuſq; loci fuerit Quadrante

- maior; & complementum Latitudinis primi loci, atq; angulus poſitionis fuerint affectionis inter ſe
  - diuerſæ; ſumatur aggregatum ex Inuento ſecundo & Tangente ſecunda intercapedinis, & tunc acutus
  - Eiuſdem; ſumatur differentia inter Tangentem ſecundam intercapedinis, & Inuẽtum ſecundum. Quòd ſi ſecundum Inuentum fuerit Tangente ſecunda intercapedinis
    - minus; acutus
    - maius; obtuſus
- maior; & complementum Latitudinis primi loci, & angulus poſitionis fuerint affectionis inter ſe
  - eiuſdem; ſumatur aggregatum ex Inuento ſecundo, & Tangente ſecunda intercapedini, & tunc obtuſus
  - Diuerſæ; ſumatur differentia iam dicta; Et ſi Inuentum ſecundum fuerit Tangente ſecunda dictæ intercapedinis
    - minus; obtuſus
    - maius; acutus

erit ang. differentiæ Longitudinis dictorum locorum.

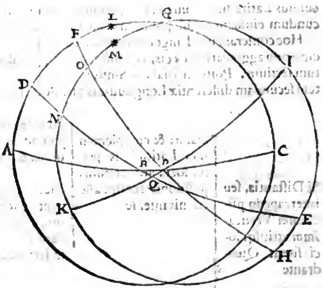
Exemplum. ***Eſto, ſicut ſupra, primi loci Longitudo graduum 33.30'. & Latitudo grad.44.0'. Sit autem ſecundus locus diſtans à priore grad.4. cœleſtis circuli ad angulum poſitionis grad.36. Quibus datis ſic indagatur differentia Longitudinis.***

	G M S		
Angulus poſitionis datus E O I	36 0 0	1 7 0 1 3 0	*Secans eius ſecunda.*
Latitudo primi loci O	44 0 0	7 1 9 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
		1 2 2 3 8 1	*Inuentum primum.*
Idem angulus poſitionis	36 0 0	8 0 9 0 2	*Sinus eius ſecundus.*
Eadem Latitudo primi loci O	44 0 0	9 6 5 6 9	*Tangens eius.*
		7 8 1 2 6	*Inuentum ſecundum.*
Intercapedo vtriuſq; loci O I	4 0 0	1 4 3 0 0 6 7	*Tangens eius ſecunda.*
		1 3 5 1 9 4 1	*Inuentum tertium ducendum in primum.*
Angulus differentiæ Longitudinis addẽdus	3 27 20	1 6 5 4 5 1 8	*Tangens ſecunda prodiens.*
Longitudo primi loci	33 30 0		
Longitudo ſecundi loci I	36 57 30		

Digitized by Google

PROBLEMA XX.

Data duorum locorum Polari Altitudine eundem Eclipticæ arcum in Horoſcopo habentium, vtriuſque Longitudinis differentiam determinare.



REpetita hic figuratione decimi octaui Problematis intelligamus datum eſſe idem Eclipticæ punctum P in Horoſcopo, & notas eſſe Latitudines vtriuſque loci, quæ ſunt L D, M N. Quæritur nunc differentia Longitudinis eorundem locorum. Ex communi itaque Aſcendentis gradu noto, ac Latitudinibus duorum locorum collige per 27. vel 28. Problema Sexti gradus Medij Cęli in dictis Meridianis incidentes, qui ſunt O & F, & Vtriuſq; etiam Aſcenſiones rectas per 5. Problema Quinti deſume; tum minorem harum Aſcenſionum à maiore aufer, & relinquetur arcus Aequatoris D N differentiæ Meridianorum ſeu Lõgitudinum dictorum locorum. Vel etiam per Problema Decimumquartum Sexti deſume cum gradu Aſcendentis obliquas Aſcenſiones vtriuſque loci, & ablata minore de maiore remanebit differentia Longitudinum quæſita; Vt in eadem figura Eclipticæ punctum P commune vtrique Horizonti obtinet Aſcenſionem obliquam in Horizonte primo A B C terminantem in puncto Aequatoris B. Sed in Horizonte altero K P I, eiuſdem obliqua Aſcenſio terminat in puncto Æquatoris Q, ita vt ambarum differentia ſit B Q, qui arcus æqualis eſt arcui differentiæ D N ex communi ſententia. Sunt enim Quadrantes Aequatoris D B, N Q, à quibus ſi abſtuleris communem arcum N B, remanent dicti arcus æquales D N, B Q, vt diximus.

PROBLEMA XXI.

Data Eleuatione Polari duorum locorum ſeorſim cum eorundem intercapedine differentiam Longitudinum ipſorum, & angulum poſitionis ab altero ad alterum explorare.

[illegible] figurationem huius 19. [illegible]

REpetito diagrammate præcedentis Problematis, intelligamus duo loca notas habere Latitudines, hoc eſt puncta ipſorum Verticalia eſſe in O & I, quorum Latitudines ſunt O K, I N, ponamus etiam cognitum eſſe arcum cœleſtis circuli O I reſpondentem intercapedini dictorum locorum. Sit autem propoſitum ex his inquirere tam differentiam Longitudinis ipſorum (quam repræſentat angulus D E I, qui refertur ad Aequatoris arcum K N) quam angulum poſitionis vtriuſque nempe E O I. Sic igitur: angulus differentiæ Longitudinis patefiet.

In Triangulo Obliquangulo O E I data ſunt duo latera O E, I E, tanquam complementa duarum notarum Latitudinum, & datum eſt latus O I intercapedinem vtriuſq; loci metiens; ex quibus dabitur per primum Problema Quarti angulus O E I differentiæ Longitudinis. Præterea ex eodem Problemate primo Quarti datis iiſdem lateribus innoteſcet angulus E O I poſitionis. Exempla, prolixioremque ipſius Problematis deſcriptionem data opera prætermittimus, quòd rariſſimum eius vſum futurum exiſtimamus, ideoque in ſequentibus etiam Problematibus non multum inhærebimus.

PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XXII.

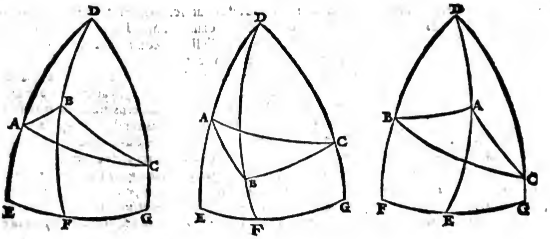
Datis duobus locis notarum Longitudinum & Latitudinum in quam Mundi partem alter ab altero Declinet, hoc eſt angulum poſitionis vnius ab altero exquirere.

Retento eodem diagrammate ſicut ſupra, in quo concipimus duo loca data habere puncta Verticalia O & I, & vtriuſq; loci notas eſſe Latitudines penes arcus OK, IN, vnà cum eorundem Longitudinibus, vt proinde detur notus angulus differentiæ Longitudinis IOE. Itaq; cum in Triangulo Obliquangulo OEI nota ſint duo latera OE, IE, tanquam complementa notarum Latitudinum cum angulo ab ijs comprehenſo, differentiam Longitudinis vtriuſq; loci menſurans, dabitur vtique per quartum Problema Quarti angulus poſitionis EOI, quo locus obtinens Verticem in I recedit à Meridiano COD alterius loci habentis Verticem in puncto O.

PROBLEMA XXIII.

Propoſitis tribus locis, quorum duo notas habeant Longitudines, ac Latitudines, tertij verò data ſit ad eoſdem Diſtantia viatoria, eiuſdem etiam Longitudinem, ac Latitudinem determinare.

Non differt hoc Problema in modo operandi à tertio Problemate Duodecimi Libri huius, vbi ex datis Longitudinibus & Latitudinibus duarum Stellarum perſpectarum, proponimus inueſtigare Longitudinem ac Latitudinem alterius Stellæ incognitæ, cuius Diſtantia ab vnaquaque illarum duarum Stellarum ſit data; in quo Problemate nouem diagrammata, quorum hęc tria ſunt, in rei explicationem adferimus. Intelligamus itaq; hic vice duarum Stellarum cognitarum B, & C dicti Problematis Tertij duo Verticalia puncta duorum locorum cognitorum reſpectu Longitudinis, ac Latitudinis, ita quidem vt punctum D quod ibi vices gerit Poli Eclipticæ ſubſtituatur hic pro Polo Mundi, & arcus Eclipticæ FG differentiæ Longitudinis duarum Stellarum intelligatur eſſe



arcus Aequatoris menſurans differentiam vtriuſq; loci cogniti; complementa verò BD, CD Latitudinum Stellarum intelligatur eſſe complementa Latitudinum eorundem locorum datorum. Punctum præterea A, quod ibidem accipiebatur pro Stella incognita, ſupponatur hic eſſe Vertex loci incogniti, atq; datas eſſe Diſtantias BA: AC magnorum circulorum; quæ innoteſcent, vbi conuerteris Diſtantias viatorias in arcus cœleſtes circuli, vt aliàs præcepimus. Quærendus autem proponitur arcus Aequatoris EF, vel EG differentiæ Longitudinis ipſius loci ignoti A ab alterutro locorum cognitorum; hoc enim cognito nota euadet ipſius loci A Longitudo à primo Meridiano. Deinde & Latitudo eiuſdem loci A indagatur, ab Aequatore ſcilicet, eſtq; AE, & quidem eodem modo quo differentia Longitudinis Stellæ incognitæ, & Latitudo ipſius inueſtigantur in dicto tertio Problemate Duodecimi Libri; itaq; longiori ſermone hîc non eſt opus, dummodò hæc operatio tractetur, veluti ibidem dicimus.

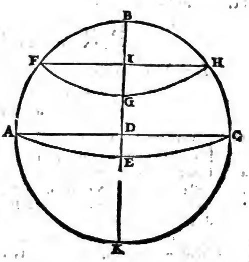
PROBLE-

Digitized by Google

PROBLEMA XXIV.

Proportionem cuiuslibet paralleli ad Aequinoctialem, ſeu ad maximum circulum cognoſcere.

PLurimùm ſanè Geographi intereſt, vt in delineandis Prouinciarum Tabulis ſciat proportionem, quam quilibet parallelus ad Aequinoctialem ſeruet, ſeu ad quemcunque maximum Sphæræ circulum. Licet enim omnes huiuſmodi paralleli ad inſtar maximorum Sphæræ circulorum in partes tricenas & ſexagenas diuidantur (quò etiam locorum Longitudines in illis queant intelligi, ſiquidem quilibet duo Meridiani abſcindunt ſimiles arcus Aequinoctialis & parallelorum) nihilominus partes parallelorum tantò ſunt minores, tantoq; minus in Terræ connexo ſpacium occupant, reſpectu Aequatoris, cuius partes maius Terræ ſpacium comprehendunt, quanto integri paralleli longiùs ab ipſo Aequinoctiali receſſerint. Intelligatur itaq; in appoſita figura Meridianus A B C, ſuper centro D deſcriptus, cui Meridiano ſit annexa medietas Aequinoctialis A E C, eiusque dimetiens ſit A D C & axis B D K. Sit verò parallelus quiſpiam F G H ſuper diametro H I F, & centro I delineatus, eiuſq; proportio ad Aequinoctialem ſit inueſtiganda. Quoniam igitur axis B D K tranſit tam per centrum D maximi circuli A E C nimirum Aequatoris, quàm per centrum I paralleli F G H, & Plano eius inſiſtit ad rectos angulos, atque vtrumque angulorum adiacentium F I B, F I D rectum facit, idcirco ex definitione Sinus recti recta F I à centro I paralleli F G H deducta Sinus erit arcus F B, qui complementum eſt arcus dati A F, Diſtantiæ ſcilicet paralleli iam dicti ab Aequatore. Cùm autem circulorum inter ſe ratio ſit, quæ diametrorum aut ſemidiametrorum, vt diximus in Commentarijs ſupra ſecundum Caput noſtræ in Ptolemæum Geographiæ, erit proportio circumferentiæ Aequatoris A E C ad circumferentiam integram paralleli F G H, quæ ſemidiametri A D Aequatoris, ideſt totius Sinus, ad diametrum F I paralleli, ideſt ad Sinum ſecundum arcus A F cogniti, Diſtantiæ ſcilicet ipſius paralleli ab Aequinoctiali. Quocirca Sinum ſecundum cuiuſuis paralleli multiplicabimus per tercentum ac ſexaginta partes, & productum per totum Sinum diuidemus, & exibit numerus graduum maximi circuli, qui comprehenduntur in dicto parallelo. Similiter quoq; ſi eundem Sinum ſecundum dati paralleli multiplicauerimus per grad. 90. & productum partiemur per integrum Sinum, prodibit in quotiente numerus graduum maximi circuli, qui ſunt in ipſo Quadrante paralleli. Poſtremò vbi etiam duxerimus eundem Sinum ſecundum aſſumpti paralleli in partes ſexaginta, & productum per integrum Sinum diuiſerimus, obtinebimus in numero proueniente portionem maximi circuli, quæ vni gradui dicti paralleli competit.



Exemplum. *Proponatur parallelus 44. graduum, vt eius proportio ad maximum circulum ſit inuenienda. Multiplico itaq; Sinum eius ſecundum 71934. per gradus 360, & producuntur partes 25896240, à quibus ſeparo vltimas quinq; notas, & colligo gradus 258; reliquum verò numerum multiplico per 60, & conficitur numerus 5774400, qui per Sinum totum diuiſus relinquit in quotiẽte m'. 57'. rurſus reſiduum 74400. multiplico in m'. 60, & conficio numerum 4464000, ex quo tandem per integrum Sinum diuiſo emergunt ſecunda 45''. Vnde aio dictum parallelum ab Aequatore gradibus 44. remotum continere gradus 258. 57'. 45''. maximi circuli, hoc eſt ipſum ad maximum circulum illam habere proportionem, quam habent gradus 258. 57'. 45''. ad gradus 360.*

Porrò ſi eundem Sinum ſecundum 71934. duxerimus in 90. producentur partes 6474060, quæ per integrum Sinum diuiſa dabunt primò gradus 64; relictum verò numerum 74060. vbi multiplicauerimus pro 60. producemus particulas 4443600, à quibus ſi reijcio quinque notas, obtineo in quotiente min. 44'. tum verò reiectas notas denuò per 60. multiplicando, fiunt particulæ 2616000, ex quibus reciſis quinque notis proueniunt in quotiente ſecunda 26. Vnde aio in Quadrante dicti paralleli contineri gradus 64. 44'. 26''. maximi circuli, & hic quidem numerus quadruplicatus reſtituit integrum numerum graduum 258. 57'. 45''. quos ſuperiùs diximus complecti ab ipſo integro parallelo.

Ad extremum eundemmet Sinum ſecundum 71934. duco in minuta 60. & conficiuntur minuta 4316040, quibus per integrum Sinum diuiſis producuntur in quotiente minuta 43. reliquum verò numerum 16040. multiplico rurſus per 60, & emergunt ſecunda 962400, ex quibus reciſis quinque notis colliguntur ſecunda 9''. Poſtremò mul-

Digitized by Google

mò multiplicando reſiduum denuo per 60, & diuidendo ipſum per integrum Sinum proueniunt in quotiente tertia 37‴. Vt ſit quidem portio dicti paralleli pro vno gradu, minutorum 43′.9″.37‴. Qualium igitur vnus gradus maximi circuli eſt minutorum 60, talium vnus gradus dicti paralleli eſt minutorum 43′.9″.37‴.

Poſſumus etiam ex Generali Tabula elicere proportionem, quam habet vnus gradus cuiuſcunq; paralleli ad vnum gradum circuli maximi: idq; facillimè. Si enim ingreſſus fueris eam frontaliter ſub gradu vno, & à latere dextro cum parallelo dato, area proferet minuta competentia vnicuique gradui dicti paralleli, & in dicto quidem exemplo colliguntur minuta 43′.10″. quæ ſi fuerint per 360. multiplicata & productum per 60. diuiſum prodibunt gradus, quos integer parallelus complectitur.

Vt in dato Exemplo minuta 43′.10″. faciunt ſecunda 259. quæ multiplico per 360. gradus, & fiunt ſecunda 932400. quibus pro more per numerum ſexagenarium diſtributis colliguntur gradus 259. ſicut ſupra. Quare concludo, circulum Aequinoctialem habere eandem rationem ad dictum parallelum, quam habet 360. ad 259.

PROBLEMA XXV.

De dimenſione Diſtantiæ locorum terreſtrium in genere, & primò quidem de ſola Longitudine, vel ſola Latitudine differentibus,

PRiuſquàm ad Problemata illa accedamus, quæ ope Triangulorum Sphæricorum ad particularem locorum dimenſionem perducunt, nonnulla hic declaranda & proponenda ſunt præter illa, quæ in huius libri procemio diximus, huic negocio admodùm opportuna. Quorum primum eſt, vt ſcias Diſtantias duorum locorum in terra ſumendas eſſe ſecundum maximos circulos ipſius globi terreſtris; quòd is ſit omnium arcuum, qui per eadem loca duci poſſunt, minimus, vt in Commentarijs noſtris in Ptolemæi Geographiam demonſtrauimus. Conſtat enim ex Elementis Sphæricis, terram ipſam vnà cum aqua eſſe figuræ Sphæricæ; Vnde tanta dicitur eſſe Diſtantia vnius loci ab altero, quantus eſt arcus circuli maximi terreſtris globi per vtrumq; verſum deſcripti; ſicq; intelligendum eſt, quemlibet maximum terræ circulum ſecari in 360. partes ad inſtar circulorum cœleſtium, & quamlibet partem compræhendere 60. vel 62. & ſemiſſem, vel etiam 65. milliaria. Alterum eſt, quod in dictis ſupra Ptolemæum Commentarijs demonſtrauimus, arcum ſcilicet circuli cœleſtis maximi, qui inter Vertices duorum locorum interiacet, eſſe analogum illi terreſtri arcui maximi terreſtris circuli, qui inter duo data loca concluditur; Inquiſiturus autem ſpacium terreſtre, quod duo data loca compræhendunt, primò quidem oportet habere in promptu vtriuſq; loci, quorum interuallum ſit dimetiendum, Longitudinem, ac Latitudinem, & hoc ſanè vel ex probatiſſimis Geographis, vel ex accuratiſſimis obſeruationibus, vt cognoſci queat habitudo punctorum Verticalium dictorum locorum adinuicem, reſpectu circulorum Sphæræ, & quomodo inter ſe differant; prout enim varia eſt habitudo vnius ad alium, ſic etiam varia inſtituitur dimetiendi ratio; quam diuerſitatem ſubiecta paulò poſt tabella declarabimus.

Secundò conferendæ ſunt ipſorum locorum longitudines, vt detracto minore de maiore, relinquatur Longitudinis vtriuſque loci differentia; & hoc ſanè quando huiuſmodi Longitudines diſcrepant. Hoc tamen in primis aduertendum eſt, vt ambæ ſint ab eodem initio numeratæ; ſiue illud Longitudinis principium ſumatur à Meridiano Inſularum Canariarum more Ptolemæi ac Græcorum, ſiue ab vltimo termino occidentali littoris Mauritaniæ, & Hiſpaniæ ex mente Arabum.

Tertiò neceſſaria eſt differentia Latitudinis duorum locorum, quæ intelligitur eſſe illa Meridianorum portio, quam paralleli per vtriuſque loci Verticem ducti intercipiunt, eamq; obtinebimus ex ſubtractione minoris Latitudinis à maiore, cùm ambo loca ad eandem Mundi plagam vergunt; vel ex vtriuſque Latitudinis additione cùm ad diuerſas plagas inclinant. Sed ecce omnem duorum locorum varietatem hæc tabella declarabit.

Duo

Digitized by Google

Duo data loca, quorum Diſtãtia quæritur, aut differunt
- Latitudine ſola, quod contingit quando ambo incidunt ſub eodem Meridiano, ſuntq; vel
  - ambo
    - Borealia
    - Auſtralia
    - & tunc ſubtrahẽda eſt minor Latitudo de maiore, vt prodeat
  - Borealis vnus & Auſtralis alter
    - & tunc cõiungendę ſunt vtriuſque Latitudines, & aggregatum erit
- Lõgitudine ſola, quod contingit quando ſunt ambo vel ſub
  - Aequinoctiali circulo, & tunc auſertur minor Longitudo de maiore, vt relinquatur
  - Parallelo eodem ſiue Boreali, ſiue Auſtrali, & tunc indagatur per hoc ipſum Problema
- ſimul &
  - Longitudine, quod euenit quando dicta duo loca ſunt ſub diuerſis Meridianis
  - Latitudine, & hoc ſanè tripliciter, aut enim datur
    - 1. locus
      - vnus ſub Aequinoctiali
      - alter ſub parallelo quocunque ſiue Boreali ſiue Auſtrali
      - & tunc colligitur ꝑ Problema
    - 2. locus vterq; ſub diuerſis parallelis, ſed ad eandem plagam
    - 3. locus
      - vnus ſub Boreali
      - alter verò ſub Auſtrali
    - & tunc obtinetur ꝑ Problema

arcus maximi circuli inter Vertices amborum locorũ, qui cõmutatus in milliaria dabit interuallum ipſorũ locorum in terra.

Iam verò rem ipſam aggrediamur, vbi præmonuerimus inquiſitionem Diſtantiæ inter duo loca terreſtria non differre ab his; quæ pro Diſtantijs Stellarum Problemate 16. Libri Septimi huius tradidimus; & iam quidem primò de locis ſola Latitudine differentibus agamus, quæ ſunt illa, quorum Verticalia puncta idem complectitur Meridiani ſemicirculus inter duos Polos Mundi concluſus, ſed non idem parallelus, vnde æquali ab occaſu interuallo recedunt, eandem obtinentes Longitudinem, inæquali autem ab Aequatore. Differentia autem Latitudinis facilè habetur auferendo minorem de maiore, quando ambo abſunt ab Aequatore verſus eundem Polum ſiue Boreum, ſiue Auſtrinum. Sed ſi inter ea Aequator mediauerit, relinquens vnum è regione Poli Borei, alterum è regione Auſtrini, ambæ Latitudines eorum coniungendæ ſunt. Hæc autem differentia Latitudinis, quæ ex ſubtractione, vel additione prodit, eſt ipſe arcus Diſtantiæ dictorum locorum, qui ſi fuerit in milliaria conuerſus, manifeſtabit Diſtantiam itinerariam eorundem.

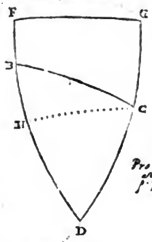
Exemplum. *Inclyta Studiorum Mater Bononia habet in Longitudine gradus 34. ferè, & in Latitudine gradus 44. 12'. Vincentia verò obtinet quaſi eandem Longitudinem, nempe graduum 34. 2'. Sed Latitudinem aliquanto maiorem, nempe graduum 45. 28'. vt ſit quidem differentia Latitudinis graduum 1. 16'. quæ ſecundum opinionem noſtram conficit milliaria 65. cum quarta fermè parte, tantumq; erit interuallum, quod ex directo itinere inter has vrbes inter iacet.*

Quòd ſi duo loca ſub eodem ceciderint Meridiano, ſed in diuerſos eius ſemicirculos, quod fiet quando differentia Longitudinis eorum compræhenderit grad. 180, tunc ſi ambo loca habuerint Latitudines eiuſdem affectionis, nempe Boreas vel Auſtrinas, aggregatum ambarum Latitudinum à ſemicirculo ſublatum relinquet arcum Diſtantiæ eorum; ſed ſi Latitudines habuerint diuerſæ affectionis, vt puta vnus Borealem, alter Auſtralem, quod contingit cùm vnus locus receſſerit ab Aequatore verſus

Polum

Digitized by Google

Polum Boreum, & alter verſus Polum Auſtralem, tunc ſubducta minore de maiore hæc Latitudinum differentia demenda erit à ſemicirculo, vt relinquatur arcus Diſtantiæ eorundem locorum. Sint autem nunc duo loca ſola Longitudine diſcrepantia D & F, idq; eueniet, quotieſcunque ambo occupauerint eundem parallelum ſiue Borealem, ſiue Auſtralem (niſi fortaſſis ambo ſub Aequatore ceciderint, & tunc nullo labore obtinetur arcus Diſtantiæ, eſt enim idem cum differentia Longitudinis) vt ſint quidem arcus ED, EF tanquam dictorum locorum complementa æquales, ac noti cum angulo DEF differentiæ Longitudinis ipſorum, quem determinat arcus AB Aequatoris. Iam igitur ab angulo E, qualiſcunque ille fuerit, cadat arcus perpendicularis EG in aduerſum latus DF, qui profectò ſecabit ipſum bifariam, ſimulq; datum angulum DEF ac triangulum in duo Rectangula conformabit. Per Problema igitur primum Tertij ex data Baſe ED, ideſt complemento Latitudinis vnius loci, cum angulo DEC dato, tanquam dimidio anguli DEF differentiæ Longitudinis, colligetur arcus DC, qui duplicatus pateſaciet totum arcum DF Diſtantiæ dictorum locorum.



I. MODVS Per ſolos Sinus.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum anguli dimidiæ differentiæ Longitudinis, ita Sinus ſecundus Latitudinis communis ad Sinum dimidiæ Diſtantiæ eorum, qua duplicata patet ipſa locorum Diſtantia.

Exemplum. *Aſſumamus Vrbem Venetiarum, quæ obtinet in Longitudine gradus 34.50'. & in Latitudine gradus 45.23'. & Bergomum, cuius Longitudo eſt graduum 31.52'. & Latitudo graduum 45.23'. eadem ſcilicet quæ Vrbis Venetæ. Differentia igitur vtriuſque Longitudinis eſt graduum 2.28'. cuius dimidium eſt grad. 1.29'. Vnde talis erit calculus.*

	G M S		
Dimidia differentia Longitudinis	1 29 0	2 5 8 9	*Sinus eius.*
Latitudo communis	45 23 0	7 0 2 3 6	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus dimidiæ Diſtantiæ duplicandus	1 2 30	1 8 1 8	*Sinus Prodiens.*
Arcus integræ Diſtantiæ inter dictus Vrbes	2 5 0		

II. MODVS Per Sinuum Proſtaphæreſin.

Per Sinuum Proſtaphæreſin prodit ſubiecta operatio; Vt non ſit opus longa verborum ambagine.

Complementum Latitudinis communis	44 37 0		
Dimidia differentia Longitudinis	1 29 0		
Differentia	43 8 0	7 2 9 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	46 6 0	6 9 3 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
		3 6 3 6	*Differentia Sinuum.*
Arcus dimidiæ Diſtantiæ duplicandus	1 2 30	5 8 1 8	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*
Arcus integræ Diſtantiæ.	2 5 0		

III. MODVS Per lateralem ingreſſum in Tabulam Generalem.

Comperias in fronte Generalis Tabulæ dimidiam differentiam Longitudinis, hoc eſt grad. 1.29'. & à dextro latere Latitudinem communem grad. 45.23'. & ex area habebis gradus 1.2'.30". pro arcu dimidiæ Diſtãtiæ; qui duplicatus conficit integrãm Diſtantiã in arcu cœleſtis circuli gr. 2.5'. vt priùs.

Nota Petrum Apianum, & pleroſque alios commutare differentiam Longitudinis in ipſo parallelo acceptam in gradus maximi circuli, & hos rurſus in milliaria, exiſtimant enim perperam ſe hac ratione vera locorum interualla adinueniſſe, ſed aberrant toto cœlo, dum Diſtantiam viatoriam in illo parallelo, & non ſecundum arcum maximi circuli per ambo loca tranſeuntis accipiunt.

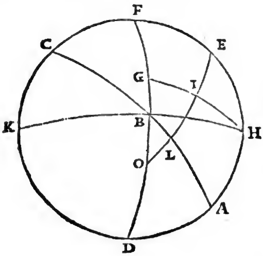
PROBLEMA XXVI.

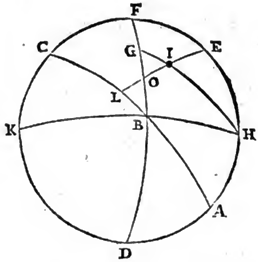
Datis duobus locis Longitudine & Latitudine diſcrepantibus, quorum vnus ſub Aequinoctiali ſitum obtineat, alter verò extra ipſum locetur, eorundem Diſtantiam notam facere.

Sit datorum locorum alter Verticale punctum obtinens ſub Aequatore KBH, nempe in B, alter verò extrà Aequatorem in C, eorumq; Diſtantia quæratur; erit autem data vtrorumq; Longitudo, & proinde earum differentia penes angulum BFK, quem efformant duo Meridiani,

Yyy quorum

quorum vnus C F H ducitur per punctum Verticale C, & per Polum Mundi F; Alter verò per eundem Polum, & per Verticale punctum B ſub Aequatore poſitum. Iam igitur vt Diſtantiam dictorum locorum dimetiamur, recurremus ad Triangulum Rectangulum C K B, in quo ſanè data ſunt duo latera, nimirum K C Latitudo loci C, & K B differentia Longitudinum: quarè non latebit





ex ſecundo Problemate Tertij Baſis C B, quæ menſurat Diſtantiam punctorum Verticalium, ductorum in cœlo propoſitorum locorum, quando angulus differentiæ Longitudinis fuerit acutus, ſed ſi fuerit obtuſus, inuenta Diſtantia auferenda eſt ex ſemicirculo, vt prodeat quæſita C B Diſtantia in milliaria conuertenda. Angulo verò differentiæ Longitudinis exiſtente recto, nulla opus erit ſupputatione, ſiquidem tunc quæſita Diſtantia adæquat Quadrantem.

I. M O D V S Per ſolos Sinus.

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Latitudinis loci exiſtentis extra Aequatorem, ita Sinus ſecundus diffentiæ Longitudinis ad Sinum ſecundum Diſtantiæ punctorum Verticalium ipſorum locorum.

Exemplum. *Eſſina emporij Aethyopiæ ſub Aegypto in Sinu Barbarico Longitudo eſt graduum 70.3'. & Latitudo nulla, cùm ſub Aequatore iaceat. Tyri Longitudo eſt grad.67.0'. & Latitudo graduum 33.20'. Quare differentia Longitudinum eſt graduum 3.3'. & talis calculus.*

	G M S		
Tyri Latitudo	33 20 0	8 3 5 4 8	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis	3 3 0	9 9 8 5 8	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus Diſtantiæ dictorum locorum in milliaria conuertendus	33 27 24	8 3 4 3 0	*Sinus ſecundus prodiens.*

II. M O D V S Per Sinuum primariam Proſtaphæreſin.

Idem ſuperiùs Exemplum per Proſtaphæreſin Sinuum primariam ſic expediendum eſt.

Tyri Latitudo	33 20 0		
Differentia Longitudinis	3 3 0		
Differentia	30 17 0	8 6 3 5 4	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	36 23 0	8 0 5 0 7	*Sinus eius ſecundus.*
		1 6 6 8 6 1	*Aggregatum Sinuum.*
Arcus Diſtantia vtriuſque loci	33 27 24	8 3 4 3 0	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus quæſitus.*

III. M O D V S Per lateralem introitum in Tabulam Generalem.

Fiat lateralis introitus cum Latitudine loci exiſtentis extra Aequatorem, & cum differentia Longitudinis vtriuſq; loci in Tabulam Generalem, accipiendo quem libuerit ex his numeris in calce, & alterum

Digitized by Google

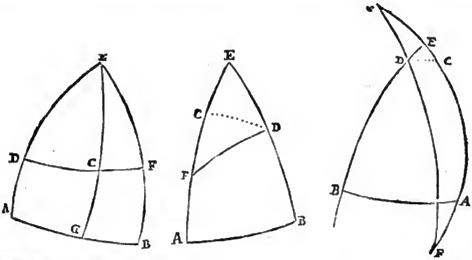
alterum à dextro latere, & in angulo communi habebis arcum Diſtantiæ inter dicta duo loca in milliaria commutandum.

Vt in dicto Exemplo accipiendo in calce gradus 33.20′. Latitudinis Tyri, & à dextro latere, gradus 3.3′. differentiæ Longitudinis patent in area gradus 56.32′.36″. quorum complementum eſt grad. 33.27′.24″. hoc eſt arcus Diſtantiæ vtriuſque oblati loci.

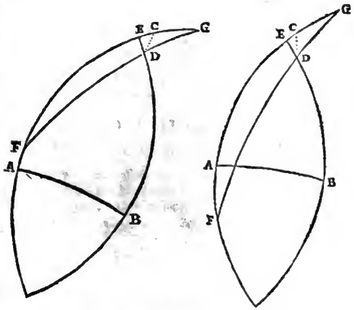
PROBLEMA XXVII.

Datis duobus in terra locis Longitudine ac Latitudine vtcunq; diſcrepantibus, eorum Diſtantiam patefacere:

EOdem penitùs modo explorari poteſt Diſtantia inter duo loca terreſtria in arcu maximi circuli, ſicut Diſtantia inter duas oblatas Stellas (de qua egimus Problemate decimoſeptimo Octaui libri) dummodò terminorum ſimilitudo fuerit obſeruata. Enimuerò pro Longitudine Stellarum, quæ numerantur ab Aequinoctio Vernali, hic intelligenda eſt Longitudo locorum dinumerata à primo Meridiano Inſularum Canariarum; deinde verò Latitudo Stellæ, quæ ſumitur reſpectu Eclipticæ verſus alterutrum Polum traſmutatur hic in Latitudinem locorum, quæ reſpectu Aequatoris ſumitur. Transferemus itaq; huc figuras dicti Problemati decimiſeptimi, in quibus intelligamus Aequatorem eſſe A B. Verticalia puncta duorum locorum, quorum Diſtantia quæritur, erunt D & F,



Polus Mundi conſpicuus E, per quem tranſeant duo Meridiani E A, E B per dicta duo loca. Erit itaq; differentia Longitudinis duorum locorum quorũ Diſtantia quęritur, accepta in arcu Aequinoctialis A B metiente ang. A E B; Latitudo verò loci D erit arcus Meridiani D B, & Latitudo loci F erit arcus A F ſui Meridiani, & dictarum Latitudinum complementa cum arcu Diſtantiæ Verticalium punctorum dictorum locorum efformabunt obliquangulum Triangulum F E D, quod in hoc negocio perpendendum eſt. Vnde ad imitationem eorum, quæ diximus Problemate decimoſeptimo ſuperiùs citato, exquiremus Diſtantias duorum quorumcunq; locorum terreſtrium, vt nulla alia repetitione hic ſit opus præterquam exempla aliquot afferre, vt omni varietati ſatisfiat, quæ quouis modo in huius Problematis enodatione poſſit occurrere.



Exemplum Primum de duobus locis inæqualem ſortientibus Latitudinem ab eadem plaga, quorum differentia Longitudinis deficit à Quadrante.

Mutuemus ſequentia ſex Exempla ab Auctore illo, qui libellum ſuum de dimenſione Terræ inſcripſit, quò magis calculi conſenſus percipiatur; & primò quidem accipiamus illud Exemplum pagina 133. vbi pro inquirenda duorum locorum Diſtantia accipit Trapezum Cappadociæ, cuius Longitudinem ponit grad. 70.30'. & Latitudinem grad. 43.5'. ac Romam, cui tribuit in Longitudine gradus 36.40'. & in Latitudine gr. 41.40'. Erit itaq; differentia Longitudinis graduum 33.50'. Atque hoc quidem Exemplum adaptabimus nos ſecunda figura, in qua intelligemus eſſe Trapezum in D, & Latitudinem eius eſſe B D, & Romam locatam eſſe in F, eiuſq; Latitudinem F A: Differentiam autem vtriuſque Longitudinis metitur arcus Aequatoris A B, ſiue angulus A E B. Quæritur autem nunc arcus F D correſpondens Diſtantiæ vtriuſque loci, & primò quidem per Triangulorum Rectangulorum leges, iuxta Primum modum dicti decimiſeptimi Problematis Octaui libri.

	G M S		
Trapezij Latitudo	43 5 0	73036	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis vtriuſq; loci	33 50 0	55677	*Sinus eius.*
Inuentum primum, ideſt arcus C D	23 59 38	40664	*Sinus prodiens.*
		109457	*Secans primi Inuenti.*
Eiuſdem Trapezij Latitudo	43 5 0	68306	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum C E	41 37 0	74766	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Latitudinis Romæ, i. F E	48 20 0		
Differentia ſeu Inuentum tertium C F	6 43 0	99314	*Sinus ſecundus.*
Inuentum primum C D	23 59 38	91359	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia inter Trapezum & Romam ſecundum maximum circulum	24 52 0	90732	*Sinus ſecundus proueniens.*

Exemplum Secundum eiuſdem generis.

Repetamus & aliud eiuſdem Auctoris Exemplum, in quo inquirit Diſtantiam inter Hieroſolymam & VVitembergam. Notat autem Longitudinem Hieroſolymæ graduum 66. & Latitudinem graduum 31.40'. Sic Longitudinem VVitebergæ graduum 30.30'. & Latitudinem graduum 51.50'. Sic igitur prodit calculus.

VVitebergæ Latitudo	51 50 0	61795	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis vtriuſque Vrbis	35 30 0	58070	*Sinus eius.*
Inuentum primum C D	21 1 44	35884	*Sinus prodiens.*
		107136	*Secans primi Inuenti.*
Eadem Latitudo VVitebergæ	51 50 0	78622	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum C E	32 36 50	84232	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Latitudinis Hieroſolymæ	58 20 0		
Differentia, ideſt tertium Inuentum	25 43 10	90092	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum C D	21 1 44	93340	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia quæſita duarum Vrbium	32 46 0	84092	*Sinus ſecundus prodiens.*

Ponit autem dictus ille Auctor in illo ſuo de Terra dimenſione Libello Diſtantiam hanc graduum tantummodo 30. & minutorum 5'. an per incuriam, an verò ex falſa calculi forma alij viderint.

Exemplum Tertium de duobus locis ſimiliter ad eandem Mundi plagam diſpoſitis, & obtinentibus differentiam Longitudinis Quadrante maiorem.

Referemus huc Exemplum ab eodem Auctore ſumptum, qui ponit pagina 146. Antiochiæ Margianæ Longitudinem graduum 106 0'. & Latitudinem graduum 40.40'. Toleto verò Longitudinem aſcribit grad. 7.4'. ac Latitudinem grad. 37.50'. Quare differentia vtriuſq; Longitudinis erit graduum 98.56'. Atque hoc quidem Exemplum conueniet quartæ figuræ, in quo datarum vrbium Diſtantia tali calculo inueſtigabitur

Antiochiæ Latitudo	40 40 0	75851	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis vtriuſq; vrbis	98 56 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	81 4 0	98789	*Sinus eius.*
Inuentum primum C D	48 31 51	74931	*Sinus prodiens.*
		151008	*Secans primi Inuenti.*
Eadem Antiochiæ Latitudo.	40 40 0	65166	*Sinus eius.*

Inuentum

Digitized by Google

	G	M	S		
Inuentum ſecundum C E	10	14	36	9 8 4 0 6	Sinus ſecundus prodiens.
Compl. Latitud. Toleti addend. ideſt I C	52	10	0		
Aggregatum ex vtroq; facit F C	62	24	36	4 6 3 1 4	Sinus eius ſecundus.
Inuentum primum C D	48	31	51	6 6 2 2 1	Sinus eius ſecundus.
Diſtantia quæſita inter dictas Vrbes	72	8	22	3 0 6 7 0	Sinus ſecundus prodiens.

Exemplum Quartum ſimile cum tertio.

TRansferamus huc Exemplum dicti Auctoris, vbi inquirit Diſtantiam inter Lyſibonam Luſitaniæ, & Calecuthum Indiæ, & prioris Longitudinem facit grad. 112.0'. Latitudinem grad. 5.0'. alterius verò, hoc eſt Lyſibonæ Longitudinem ait eſſe graduum 4.18'. & Latitudinem graduum 39.38'. ſicq; Longitudinis vtriuſq; Vrbis differentia erit graduum 107.42'. & talis calculus.

	G	M	S		
Lyſibonæ Latitudo	39	38	0	7 7 0 1 4	Sinus eius ſecundus.
Differentia Longitudinis	107	42	0		
Complementum eius ad ſemicirculum	72	18	0	9 5 2 6 6	Sinus eius.
Inuentum primum.	47	11	45	7 3 3 6 8	Sinus proueniens.
				1 4 7 1 6 7	Secans primi Inuenti.
Eiuſdem Lyſibonæ Latitudo	39	38	0	6 3 7 8 7	Sinus eius.
Inuentum ſecundum	20	9	36	9 3 8 7 3	Sinus ſecundus prodiens.
Complementum Latitudinis Calecuthi	85	0	0		
Inuentum tertium.	105	9	36		
Complementum eius ad ſemicirculum	74	50	24	2 6 1 5 1	Sinus eius ſecundus.
Inuentum primum, vt ſupra	47	11	45	6 7 9 4 9	Sinus eius ſecundus.
Arcus ei congruus	79	45	54	1 7 7 6 9	Sinus ſecundus proueniens.
Compl. ad ſemicirculum, i. Diſtantia quæſita	100	14	6		

Exemplum Quintum conueniens tertiæ figuræ de duobus locis terreſtribus ad diuerſas plagas vergentibus, reſpectu Aequatoris, quorum differentia Longitudinis fuerit Quadrante minor.

PRoponamus illud Exemplum, quod ponit dictus Auctor pagina 165, vbi inquirit Diſtantiam inter Thyle Inſulam ad Septentrionem poſitam, atq; inſulam Diui Thomæ ſitam vltra Aequatorem ad Auſtrinam plagam, & illi quidem aſcribit Longitudinem grad. 33. & Latitudinem gr. 63. Borealem; huic verò Longitudinem graduum 27.20'. & Latitudinem graduum 16. Auſtrinam; eritq; hac ratione Longitudinis vtriuſque differentia graduum 5.40'.

	G	M	S		
Thyle Inſulæ Latitudo Borealis	63	0	0	4 5 3 9 9	Sinus eius ſecundus.
Differentia Longitudinis	5	40	0	9 8 7 4	Sinus eius.
Inuentum primum C D	2	34	8	4 4 8 2	Sinus prodiens.
				1 0 0 1 0 0	Secans primi Inuenti.
Eadem Latitudo Inſulæ Thyle	63	0	0	8 9 1 0 1	Sinus eius.
Inuentum ſecundum C E	26	53	10	8 9 1 9 0	Sinus ſecundus prodiens.
Complementum eius ad Quadrantem C A	63	6	50		
Latitudo Auſtr. Inſulæ D. Thomæ, i. A F	16	0	0		
Aggregatum, ideſt Inuentum tertium C F	79	6	50	1 8 8 8 5	Sinus eius ſecundus.
Inuentum primum, vt ſupra C D	2	34	8	9 9 8 9 0	Sinus eius ſecundus.
Diſtantia inter dictas Inſulas F D	79	7	30	1 8 8 6 6	Sinus ſecundus proueniens.

Exemplum Sextum vltimæ figuræ accommodatum de duobus locis ad diuerſas ab Aequatore plagas diſpoſitis, quorum differentia Longitudinis fuerit maior Quadrante.

HViuſmodi loca ſunt Baſſa Taprobanæ obtinens in Longitudine gradus 126. & in Latitudine grad. 6.30'. ad Auſtrum; Et Erphordia Turingiæ, cuius Longitudo graduum 28.30'. & Latitudo graduum 51.10'. Boreæ. Quo Exemplo vtitur ſæpedictus Auctor pagina 171. Eſt autem Longitudinis vtriuſque loci differentia graduum 97.30'.

Erphordia

Digitized by Google

	G M S		
Erphordiæ Latitudo	51 10 0	6 2 7 0 6	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis	97 30 0		
Complementum eius ad ſemicirculum	82 30 0	9 9 1 4 4	*Sinus eius.*
Inuentum primum C D	38 26 22	6 2 1 6 9	*Sinus proueniens.*
		1 2 7 6 7 1	*Secans primi Inuenti.*
Eadem Erphordiæ Latitudo	51 10 0	7 7 8 9 8	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum C E	5 59 40	9 9 4 5 3	*Sinus ſecundus prodiens.*
Lat. Baſſa Toprobanæ aucta Quad.i.ar. EF	96 30 0		
Aggregatum, ideſt Inuentum tertium C F	102 29 40		
Complementum huius aggregati ad ſemicirculum	77 30 20	2 1 6 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum ſicut ſupra C D	38 26 22	7 8 3 2 7	*Sinus eius ſecundus.*
Arcus ei debitus	80 15 0	1 6 9 4 5	*Sinus ſecundus proueniens.*
Compl. ad ſemicirculum, i. diſt. quæſita F D	99 45 0		

Eadem ſex Exempla per Tabulas Analogiarum repetita, & primum quidem Exemplum quærit Diſtantiam inter duo loca inæqualem ſortientia Latitudinem ab eadem plaga, quorum differentia Longitudinis minor eſt Quadrante; & ſunt Trapezus Cappadociæ, ac Roma.

Trapezi Cappadociæ — *Longitudo*	70 30 0		
Trapezi Cappadociæ — *Latitudo*	43 5 0		
Romæ — *Longitudo*	36 40 0		
Romæ — *Latitudo*	41 40 0		
Differentia Longitudinis	33 50 0	*in fronte*	*Primæ Tabulæ.*
Trapezi Latitudo	43 5 0	*à dextro latere*	
Inuentum primum C D	23 59 40	*à latere dextro*	*Primæ Tabulæ.*
Eadem Trapezi Latitudo	43 50 0	*in area*	
Inuentum ſecundum C E	41 37 0	*in calce ſumptum*	
Complementum Latitudinis Romæ, ideſt E E	48 20 0		
Differentia, ideſt Inuentum tertium C F	6 43 0	*à latere dextro*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum primum C D	23 59 38	*in calce*	
Numerus in area ſumptus	65 8 0		
Complementum eius, ideſt Diſtantia quæſita	24 52 0		

Poteſt etiam compendioſius obtineri Inuentum ſecundum per Tabulam ſecundæ Analogiæ, relicto ingreſſu areali in Primam Tabulam, ſicut in præcedentibus Exemplis.

Exemplum Secundum ad inſtar primi de Hieroſolyma & VViteberga.

Hieroſolymæ — *Longitudo*	66 0 0		
Hieroſolymæ — *Latitudo*	31 40 0		
VVitebergæ — *Longitudo*	30 30 0		
VVitebergæ — *Latitudo*	51 50 0		
Differentia Longitudinis	35 30 0	*in fronte*	*Primæ Tabulæ.*
VVitebergæ Latitudo	51 50 0	*à latere dextro*	
Inuentum primum C D in area ſumptum	21 1 46	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eadem VVitebergæ Latitudo	51 50 0	*à latere dextro*	
Numerus in area ſumptus	57 23 0		
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum C E	32 37 0		
Complementum Latitudinis Hieroſolymæ, ideſt F E	58 20 0		
Differentia, ideſt Inuentum tertium C F	25 43 0	*à latere dextro*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum primum C D	21 1 44	*in calce*	
Numerus in area collectus	57 14 0		
Complemenum eius, ideſt Diſtantia quæſita F D	32 46 0		

Exemplum

Digitized by Google

Exemplum Tertium de duobus locis ſimiliter ad eandem plagam obtinentibus differentiam Longitudinis Quadrante maiorem, quæ ſunt Antiochia Margiana, & Toletum.

		G	M	S		
Antiochia	*Longitudo*	106	0	0		
	Latitudo	40	40	0		
Toleti	*Longitudo*	7	4	0		
	Latitudo	37	50	0		
Differentia Longitudinis		98	56	0		
Complementum ad ſemicirculum		81	4	0	*à latere dextro*	*Primæ Tabulæ.*
Antiochiæ Latitudo		40	40	0	*in calce*	
Inuentum primum C D in area ſumptum		48	31	51	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eadem Antiochiæ Latitudo		40	40	0	*à latere ſiniſtro*	
Numerus in area collectus		79	45	0		
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum C E		10	15	0		
Complementum Latitudinis Toleti add. ideſt E F		52	10	0		
Aggregatum, ſeu Inuentum tertium F C		62	25	0	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum primum C D		48	32	0	*à latere dextro*	
Numerus in area collectus		17	52	0		
Complem. eius, ideſt Diſtantia inter dictas vrbes F D		72	8	0		

Exemplum Quartum ſimile tertio Exemplo de Lyſibona, & Calecutho.

Lyſibona	*Longitudo*	4	18	0		
	Latitudo	39	38	0		
Calecuthi	*Longitudo*	112	0	0		
	Latitudo	5	0	0		
Differentia Longitudinis		107	42	0		
Complementum eius ad ſemicirculum		72	18	0	*à latere dextro*	*Primæ Tabulæ.*
Lyſibonæ Latitudo		39	38	0	*in calce*	
Inuentum primum in area collectum		47	11	15	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eiuſdem Lyſibonæ Latitudo		39	38	0	*à latere ſiniſtro*	
Numerus in area collectus		69	50	0		
Complementum eius, ideſt ſecundum Inuentum		20	10	0		
Complementum Latitudinis Calecuthi		85	0	0		
Aggregatum, ideſt tertium Inuentum		105	10	0		
Complementum eius ad ſemicirculum		74	50	0	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum primum, vt ſupra		47	12	0	*à latere dextro*	
Numerus in area ſumptus addendus Quadranti		10	14	0		
Diſtantia quæſita inter dictas Vrbe		100	14	0		

Exemplum Quintum de duobus locis in diuerſis plagis diſpoſitis habentibus differentiam Longitudinis Quadrante minorem, & ſunt Thyle Inſula ad Septentrionem, & D. Thomæ ad Auſtrum.

Thyle Inſula	*Longitudo*	33	0	0		
	Latitudo Borealis	63	0	0		
Inſula Diui Thomæ	*Longitudo*	27	20	0		
	Latitudo Auſtralis	16	0	0		
Differentia Longitudinis		5	40	0	*in fronte*	*Primæ Tabulæ.*
Thyle Latitudo eadem		63	0	0	*à latere dextro*	
Inuentum primum C D ſumptum in area		2	34	10	*in fronte*	*Secundæ Tabulæ.*
Eadem Latitudo Thyle		63	0	0	*à latere ſiniſtro*	
Numerus in area acceptus, i. Inuentum ſecundum C A		63	7	0		
Latitudo Inſulæ D. Thomæ Auſtrina		16	0	0		
Aggregatum, ideſt Inuentum tertium C F		79	7	0	*in calce*	*Primæ Tabulæ.*
Inuentum primum vt ſupra C D		2	34	8	*à latere dextro*	
Numerus in area compertus		10	53	0		
Complementum ad Quadrantem, i. Diſtantia quæſita		79	7	0		

Exemplum

Exemplum Sextum & vltimum de duobus locis ad diuerſas plagas diuergentibus, quorum Longitudinis differentia excedit Quadrantem, & ſunt Baſſa Taprobanæ, & Erphordia Turingiæ.

	G	M	S		
Baſſæ Taprobanæ Longitudo	126	0	0		
	6	30	0		
Erphordiæ Longitudo	28	30	0		
Erphordiæ Latitudo Auſtralis	51	10	0		
Differentia Longitudinis	97	30	0		
Complementum eius ad ſemicirculum	82	30	0	à latere ſiniſtro	Primæ Tabulæ.
Erphordiæ Latitudo Borealis	51	10	0	in calce	
Inuentum primum C D in area ſumptum	38	26	23	in fronte	Secundæ Tabulæ.
Eadem Erphordiæ Latitudo	51	10	0	à latere ſiniſtro	
Numerus in area collectus	84	0	0		
Complementum eius, ideſt Inuentum ſecundum C E	6	0	0		
Baſſæ Latitudo aucta Quadrante, ideſt arcus E F	96	30	0		
Aggregatum, ideſt tertium Inuentum C F	102	30	0		
Complementum eius ad ſemicirculum	77	30	0	in calce	Primæ Tabulæ.
Inuentum primum	38	26	0	à latere dextro	
Numerus in area collectus	9	45	0		
Quadrans ei addendus.	90	0	0		
Diſtantia quæſita F D	99	45	0		

Eadem Sex Exempla per Triangulorum Obliquangulorum leges ſoluta, & primum quidem de Trapezo, & Roma.

Trapezi Cappadociæ Longitudo	70	30	0		
	43	50	0		
Romæ Longitudo	36	40	0		
Romæ Latitudo	41	40	0		
Trapezi Latitudo	43	5	0	73036	*Sinus eius ſecundus.*
Romæ Latitudo	41	40	0	74703	*Sinus eius ſecundus.*
				54560	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis vtriuſq;	33	50	0	16934	*Sinus eius verſus.*
				9239	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Latitudinis vtriuſque				31	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia quæſita	24	52	0	9270	*Sinus verſus proueniens.*

Exemplum ſecundum de Hieroſolyma, & VVueberga.

Hieroſolymæ Longitudo	66	0	0		
VViterbæ Longitudo	30	30	0		
Hieroſolymæ Latitudo	31	40	0	85112	*Sinus eius ſecundus.*
VViteberga Latitudo	51	50	0	61795	*Sinus eius ſecundus.*
				52595	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis.	35	30	0	18588	*Sinus eius verſus.*
				9775	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Latitudinis	20	10	0	6131	*Sinus eius verſus addendus*
Diſtantia quæſita	32	46	0	15906	*Sinus verſus prodiens.*

Exemplum Tertium de Antiochia Margianæ & Toleti.

Antiochiæ Longitudo	106	0	0		
Toleti Longitudo	7	4	0		
Antiochię Latitudo	40	40	0	75851	*Sinus eius ſecundus.*
Toleti Latitudo	37	50	0	78980	*Sinus eius ſecundus.*
				59847	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis	98	56	0	115529	*Sinus eius.*

Digitized by Google

	G	M	S		
				6 9 1 4 1	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Latitudinis	2	50	0	1 2 2	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia quæſita	72	6	0	6 9 2 6 3	*Sinus verſus prodiens.*

Exemplum Quartum de Lyſibona & Calecutho.

Calecuthi Longitudo.	112	0	0		
Lyſibonæ Longitudo	4	18	0		
Calecuthi Latitudo	5	0	0	9 9 6 1 9	*Sinus eius ſecundus.*
Lyſibonæ Latitudo	39	38	0	7 7 0 1 4	*Sinus eius ſecundus.*
				7 6 7 2 1	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis	107	42	0	1 3 0 4 0 3	*Sinus eius verſus.*
				1 0 0 0 4 6	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Latitudinis	34	38	0	1 7 7 1 9	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia quæſita	100	13	0	1 1 7 7 6 5	*Sinus verſus prodiens.*

Exemplum Quintum de Thyle Inſula ad Boream, & Diui Thomæ Inſula ad Auſtrum ſita.

Thyle Inſulæ Longitudo	33	0	0		
Diui Thomæ Inſulæ Longitudo	27	20	0		
Thyle Inſulæ Latitudo Borealis	63	0	0	8 9 1 0 1	*Sinus eius ſecundus.*
D. Thomæ Inſulæ Latitudo Auſtralis	16	0	0	2 7 5 6 4	*Sinus eius ſecundus.*
				2 4 5 6 0	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis	5	40	0	4 8 9	*Sinus eius verſus.*
				1 2 0	*Inuentum ſecundum.*
Aggregatum ex vtraq; Latitudine	79	0	0	8 0 9 1 9	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia duarum Inſularum quæſita	79	4	0	8 1 0 3 9	*Sinus verſus proueniens.*

Exemplum Sextum & vltimum de Baſſa Taprobanæ, & Erphordia Turingiæ.

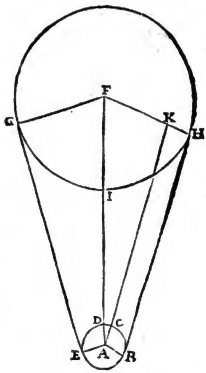
Baſſæ Taprobanæ Longitudo	126	0	0		
Erphordiæ Longitudo	28	30	0		
Baſſæ Taprobanæ Latitudo Auſtralis	6	30	0	9 9 3 5 7	*Sinus eius ſecundus.*
Erphordiæ Latitudo Borealis	51	10	0	6 2 7 0 6	*Sinus eius ſecundus.*
				6 2 3 0 3	*Inuentum primum.*
Differentia Longitudinis	97	30	0	1 1 3 0 5 3	*Sinus eius verſus.*
				7 0 4 3 5	*Inuentum ſecundum.*
Aggregatum ex vtraq; Latitudine	57	40	0	4 6 5 1 6	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia quæſita	99	45	0	1 1 6 9 5 1	*Sinus verſus prodiens.*

PROBLEMA XXVIII.

Quantitatem arcus magni circuli terreſtris à Sole illuminati, data Diſtantia eius à terra, ac ſemidiametro Solis in eadem menſura cognita, manifeſtare.

NOn prætermittendum hoc Problema duximus, quod ab Alhazen de Crepuſculis, & à Vitellione Propoſitione Quinquageſimanona Vndecimi pertractatur; quare intelligamus, G I H eſſe maiorem circulum corporis Solaris, cuius centrum ſit F, & circulum E B C D eſſe maximum circulum, ſecundum quem illuminatur terra à Sole, eiusq; centrum ſit A: atq; hæc duo centra connectantur per rectam lineam A F. Ducantur deinde lineæ contingentes vtrumque circulum, quæ ſint G E, H B, & à centris vtriuſque circuli educantur rectæ F H, A B ad puncta contactuum, quæ perpendiculares erunt ad lineam H B ex Decimaoctaua Tertij Elementorum; & proinde erunt adinuicem parallelæ ex Vigeſimaoctaua Primi Elementorum. Cùm igitur maior ſit circulus Solaris terreſtri circulo, ex communi omnium conſenſu, erit etiam F H ſemidiameter maior ſemidiametro A B. Quare à linea F H reſecetur K H æqualis ipſi A B; & ducatur Recta A K; quæ parallela

erit rectæ BH ex 33. prop. Primi Elementorum, & proinde angulum ad K rectum efficiet cum FH. Iam igitur in Triangulo AKF rectilineo rectangulo data intelligatur Diſtantia centri Solis à terra, quam refert Baſis AF, & nota præſupponatur recta FK tanquam differentia ſemidiametrorum Solis & terræ. Ex his igitur dabitur angulus FAK, quem menſurat arcus DC magni circuli terreſtris, qui additus Quadranti CB ob angulum CAB rectum, reddet notum totum arcum DB; ex cuius duplicatione prodit integra circumferentia terræ EDCB à Sole illuminata.



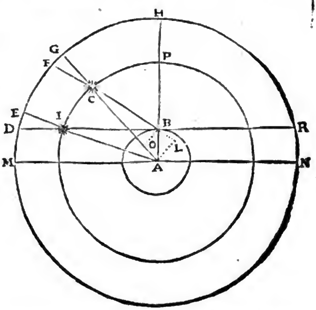
Fiat itaque, vt Diſtantia Solis à terra ad Sinum totum, ita differentia ſemidiametrorum Solis & terræ in eadem menſura ad Sinum anguli quæſiti determinantis arcum duplicandum & addendum ſemicirculo, vt prodeat portio magni circuli terreſtris à Sole illuminata.

Exemplum. *Eſto Diſtantia Solis à terra ſemidiametrorum terræ 1150, prout ſupponit Tycho Brahe in Primo ſuorum Progymnaſmatum tomo, pagina 472: & ſit Solis ſemidiameter ſemidiametrorum terræ 5.41'. vt ibidem à Tychone colligitur; ex qua detracta ſemidiametro terræ relinquitur vtriuſque differentia ſemidiam. 4.41'. quæ reſoluta in minuta facit min. 281. Diſtantia autem Solis à terra redigitur ad minuta 69000. Quare multiplicando dictam differentiam in Sinum totum, & productum per Diſtantiam Solis à terra partiendo, colligitur in quotiente hic Sinus 492, cuius arcus eſt m. 17. ferè. Vnde aio, illuminari à Sole arcum terreſtris circuli gr. 180.34'. Hunc autem aliquantò minorem inuenit Vitellio, videlicet graduum 180.28'. accepit enim Diſtantiam Solis à terra multò maiorem, hoc eſt ſemidiametrorum 1210. & Solis ſemidiametrum ſumpſit ſemidiametrorum terræ quinque cum dimidio.*

PROBLEMA XXIX.

Quantam Cæli portionem auferat à noſtro viſu ſemidiameter terræ.

CONſtat ex primis Sphæræ Elementis, globum terræ & aquæ obtinere medium Mundi locum tanquam centrũ, ac nullius penè magnitudinis eſſe reſpectu immenſitatis Cœli, quod vt euidentius fiat, proponemus huius Problematis demõſtrationem ex fundamentis Geometricis. Eſto itaq; maximus in cõcauitate firmamẽti circulus EHN, cuius ſemidiameter, AH, vel AN, & circulus maximus terreſtris globi maximo illi firmamẽti circulo ſuppoſitus ſit, cuius ſemidiameter AB, ſcilicet terræ. Sit verò MAN per centrum educta diameter Horizontis naturalis, ſcindatq; dictum firmamenti circulum per æqualia in punctis M, & N: Huic parallelus agatur DBR, terræ ſuperficiem ſeu circulum terreſtrem contingens in B puncto, qui profectò Horizontem ſenſibilem ſiue viſualem repræſentabit; ac circulum firmamenti iam dictum per inæqualia ſecabit in punctis D, R, quæ tamen ob immenſam ipſius à terra Diſtantiam vix different à punctis M & N. Eſt autem propoſitum cognoſcere arcum RN, quem ſemidiameter terræ AB ex firmamento aufert; quod fiet, vbi primùm cognouerimus, quanta ſit ſemidiameter AH ipſius firmamenti reſpectu terræ ſemidiametri AB. Licet autem ſcriptores hac in re plurimùm diſſentiant, (vt Alfraganus ex Ptolemaica hypotheſi



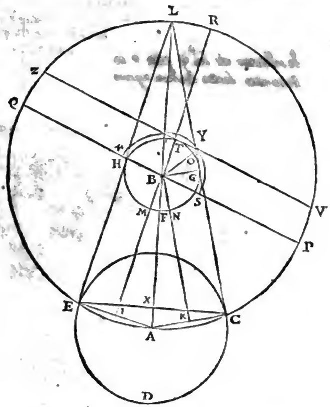
Digitized by Google

theſi ſtatuit A H ſemidiametrorum terræ 20110, Albategnus 19000, & Tycho Brahe ſemidiametrorum tantummodò 14000, vt relinquamus opinionem Copernici aſtruentis,eſſe inter Sphæram Saturni & Octauam adeò immenſam vaſtitatem, vt Octaua Sphæra remoueatur à terra ſemidiametris ad minimum 7850000) nihilominus quamcunque harum opinionum ſequamur, parum aut nihil à ſcopo aberrabimus. Quare ſi ſemidiameter firmamenti ſtatuatur tanquam Sinus totus 10000000; ſemidiameter terræ A B tanquam Sinus arcus firmamenti R N obtinebit 497; ex iiſdem particulis iuxta opinionem Alfragani, quæ oſtendunt gradus 0.0'.10". & ſecundum Albategnum particulas 500, quibus ex firmamenti circulo debentur 11. ſecunda. Ex Tychonis autem ſententia erunt 714, quibus congruunt ſecunda 15, ideſt quarta pars vnius minuti. Tantumq; erit quod ſemidiameter terrę ex concauo Firmamenti auferet, quod nullius eſt conſiderationis reſpectu immenſitatis illius, ſiquidem quilibet maximus Firmamenti circulus complectitur ſecunda 1296000.

PROBLEMA XXX.

Summam vaporum Eleuationem ſupra terram dimetiri.

DIffuſiùs agit de hoc Problemate Petrus Nonius in ſuo de crepuſculis libello,quò lectorem remittimus, qui prolixiorem deſiderabit huius rei demonſtrationem. Sit autem in hac noſtra Triangulari ſupputatione figura ab eodem Nonio ſumpta; in qua maximum terrę circulum intelligemus eſſe F G H ſupra centrum B; & circulum Solaris corporis D C E ſuper A centro: & ad interuallum A B faciemus circulum A P Q R ſuper centro B, in quo R ſit Polus Horizontis; ad quem extendatur recta B R ſecans ſuperficiem terræ in T; quam contingit Horizon viſualis Z T V parallelus Horizonti naturali Q B P. Sit autem Solis profunditas ſub Horizonte ad interuallum crepuſculi matutini arcus A P ſeu angulus A B P grad. 18. ex communi opinione, vel grad. 16.2. ex Nonij, vel etiam gr. 17. ex Tychonis ſententia. Sint deinde extremi Solis radij E L, C L terræ circulum attingentes in punctis G & H; vt arcus terræ G F H à Sole illuſtretur; reliquus verò arcus G T H ſub vmbra delitеſcat. Tum verò concipiamus terminum vaporum à terra mariq; aſcendentium cõcludi ſub circulo R Y S, vlteriùs enim eſt ita purus ac tenuis aër, vt ob reflectionis defectum non ſit viſibilis. Quare cum ante crepuſculum matutinum totus arcus R S lumen Solis recipiat, nullus tamen radius ferri poteſt ad oculum in T ſitum ob terræ tumorem, niſi tantùm ab vltimo puncto R primùm à crepuſculo illuminato. Ducta igitur recta B R à centro terrę, quæ circulum eius ſecet, in O, fiet recta



O R ſumma vaporum Eleuatio,quam nunc inueſtigare animus eſt. Confugiemus itaque ad Rectangulum Triangulum B T R, in quo notum eſt latus B T in milliaribus vel ſtadijs,eſt enim ſemidiameter terræ, quam Geographi cognitam reddiderunt; tum verò & cognoſci poteſt angulus T B R hoc modo. Cùm detur angulus A B P profunditatis Solis ſub Horizonte in initio crepuſculi notus graduum ſcilicet 18. ex communi opinione, auferemus ab hoc angulum A B K, quem Problemate 28. huius adinuenimus eſſe min. 17. & remanebit angulus K B P; ſeu N S B grad. 17.43'. huic autem eſt æqualis angulus T B G (quod patet detracto communi angulo G B S à Quadrantibus N B G, T B S) cuius quidem anguli T B G dimidium eſt angulus T B R, quod ſic demonſtratur. Quoniam anguli ad T & G recti ſunt ex 18. Propoſitione Tertij Elem. quia rectę Z V, C L tangunt circulum terreſtrem in punctis T & G, idcirco erit Quadratum lateris B R vtrumq; angulum rectum ſubtendentis ex 47. Prop. primi Elem. æquale tam Quadratis rectarum B T, T Y, quàm Quadratis rectarum

Digitized by Google

B G, G R. Sunt autem rectæ B T, B G æquales ſemidiameter, igitur & rectæ T V, G V, erunt æquales, & proinde ex octaua Propoſitione primi Elem. erunt æquales anguli T B R, G B R, Quamobrem cùm totus angulus T B G ſit æqualis angulo N B S, quem ſuperiùs diximus eſſe grad. 17.43′. erit eius dimidium angulus T B R graduum 8.52′.30″. & reliquus è recto T B Y erit graduum 81.7′.30″. In Triangulo itaque Rectangulo rectilineo B T Y, dato latere B T cum angulo T Y B, dabitur baſis B Y: à qua ſi detrahatur ſemidiameter terræ B O, remanebit cognita recta O Y patefaciens ſummam vaporum Altitudinem à terra.

Fiat igitur, vt Sinus anguli T Y B graduum 81.7′.30″. ad Sinum totum, ita latus B T, ideſt ſemidiameter terræ milliarium 3580. iuxta Ptolemæum, ad rectam B R milliarium 3623. Vel etiam fiat, vt Sinus totus ad Secantem anguli T B Y graduum 8.52′.30″. nempe 101212, ita ſemidiameter terræ B T milliarium 3580. ad rectam B Y 3623, à qua ſi abſtraxeris ſemidiametrum terræ milliarium 3580. remanent milliaria 43, & tanta eſt ſumma vaporum Altitudo. Sed Petrus Nonius colligit milliaria 48. ideſt ſtadia 381. atque ideò quod ſingulos numeros diuerſos à noſtris ſumit; pro differentia enim dimidij arcus illuminati à terra. & Quadrantis accipit tantummodò min. 14. ſequutus hypoteſin Ptolemæi, deinde arcum profunditatis Solis facit tantum graduum 16.2′. ex quadam ſua, vt ait, obſeruatione; vnde ipſi angulus T B Y eſt graduum 7.54′. Huc accedit, quod in ſemidiametro terræ dinumerando ſequutus eſt Eratoſthenem, dum ait eam eſſe ſtadiorum 39773. quæ faciunt milliaria noſtratia 4978. Vitellio etiam Propoſitione Sexageſima Decimi Libri colligit milliaria 52. ferè, accipiendo gradus 19. pro arcu profunditatis Solis, & ſtatuendo ſemidiametrum terræ milliarium 3245.

IOAN.

IOANNIS ANTONII MAGINI PATAVINI, MATHEMATICARVM In Almo Bononienſi Gymnaſio Profeſſoris,

PRIMI MOBILIS LIBER DVODECIMVS,

DE OBSERVATIONE MOTVVM PLANETARVM, STELLARVM FIXARVM, ET COMETARVM.

Præfatio.

TRanſtulimus in hunc Duodecimum & vltimum Primi Mobilis Librum Problemata illa, quæ nobis pro obſeruatione motuum Planetarum, Stellarum, aut aliorum Phænomenùm perſæpè in Cœlo occurrentium, neceſſaria videbantur. Quæ priuſquam attingamus, nonnulla plurimùm huc facientia, præmonenda cenſuimus, ſine quibus nihil hac in re promoueri, rectéq; fieri poſſe arbitremur; quorum illud primum ac ſummum eſt, vt loci, in quo obſeruatio inſtituenda ſit, Polaris Eleuatio exactiſſima innoteſcat, quam nos aliquot ſuperioris Libri Problematibus exquiſitè docuimus adinuenire. Tum verò Meridiani circuli, hoc eſt ſitus illius ac loci vera cognitio plurimùm huc conducit, vt Inſtrumentis in illo ad libellam poſitis Meridianam Solis, Stellarumuè Altitudinem præcisè conſequamur, de cuius Meridianæ lineæ inueſtigatione fuſiùs nos Propoſitione prima Quinti Libri de dimetiendi ratione tractauimus. Tertium Zodiaci Obliquitas illius temporis, quo obſeruatio facienda ſit, innoteſcat, quam propoſitione Sexta dicti Libri Quinti diſcuſſimus; vbi etiam præmonemus, exactiſſimam Solis parallaxeos ac radiorum eius refractionis rationem habendam eſſe, veluti in Problemate primo Vndecimi huius diximus. Accedit vt verum Solis ingreſſum in alterutrum Aequinoctij punctum ex Decimoſexto vel 17. Problemate Decimi huius habeamus, quo mediante exactam anni tropici quantitatem cognoſcamus, exemplo à Summo Aſtronomiæ reſtauratore Tychone Brahe è primo ſuorum Progymnaſmatum tomo deſumpto. Prætereà & illud in primis aduertendum iudicamus, vt fixarum firmamenti verum locum, pro tempore obſeruationibus illis Planetarum ſiue Cometarum conſtituto, iam in Longitudine, quàm in Latitudine cognoſcamus. Qua in re cùm Aſtronomiæ illud columen ac lumen Tycho Brahe egregiam operam poſuerit, conſultum ducimus, ſequi illum cathalogum, quem ipſe in primo ſuorum Progymnaſmatum tomo dedit elaboratiſſimum; ne dum aliunde loca Planetarum decerpimus, in errorem deuoluamur. Inſtrumentorum etiam Mathematicorum vſus non leuem poterit in obſeruandis Cometis ſiue Planetis errorem nobis conciliare, niſi ſtudioſè inuigilemus, vt Inſtrumenta, quibus vtimur, conuenientis ſint magnitudinis, ac ſummæ perfectionis, ita vt non ſolùm minuta, ſed & minutorum partes, ſi poſſibile erit, demonſtrent, in eoq́; genere excellunt illa, quæ vulgò Sextantes, Quadrantes, & Armillas

dicimus

Digitized by Google

dicimus, de quibus Tycho edidit volumen, quod Aſtronomiæ Mechanicam inſcripſit. Iam verò, vt ad obſeruationem Cœleſtium motuum tandem procedamus, Solis verum locum in Zodiaco, obſeruata Altitudine eius Meridiana, vel in circulo Verticali, ex Primo vel ſecundo Problemate huius inquiremus; vt hinc poſtmodum Eccentricitate illius & Apogæo dato in cognitonem veri ipſius motus deueniamus: Tabulasq; mediorum motuum & Aequationum Solarium, pro more Ptolemæi, Regiomontani, ac Tychonis, poſſimus conſtruere; quæ omnia vt ab hac Primi Mobilis doctrina plurimùm diſcrepant, ita ad illam Secundorum Mobilium propriè pertinent; ideoq; ſuppoſiti illi Eccentricorum ac Epicyclorum circuli huc pertinentes, & cœleſtes, quas dicunt, apparentias ſaluantes, ſtudiosè priùs ac ſedulò ſunt addiſcendi & expendendi. Necnon & Lunæ locus, ſicut & aliorum Planetarum, tam in Longitudine quàm in Latitudine eſt explorandus; qua in re incertus admodùm, facta Lunæ ad Stellas Fixas collatione, & obſtante aſpectus ipſius diuerſitate, inſtrumentorum erit vſus; tum verò maximè quòd ſemidiametrum terræ ſenſibilis, reſpectu Diſtantiæ ipſius à Luna ſit magnitudinis, ideoq; Eclipſes Lunares ſolemus obſeruare, vt ex illarum principio, fine, & medio cognito, ac loco Solis pro illo Eclipſium tempore è calculis ſubducto (quod is tunc è diametro Lunæ opponatur) in verum Lunæ locum incidamus. Neq; tamen omnes abſolutè Eclipſes huic negotio poſſunt ſubſeruire, vt videre eſt apud Ptolemæum, Copernicum, alioſq; qui de Secundis Mobilibus ſcripſère. Nec omninò diſplicet illa artificium inſtitutio, qua Lunam dum 90. Eclipticæ gradibus ab Aſcendente remouetur, ſolent obſeruare, quòd tunc nulla ſit ipſius in Longitudine parallaxis. Vt autem Planetæ alicuius, vel Stellæ Longitudo, vel Latitudo innoteſcat, oportebit ſumere per Inſtrumenta Diſtantiam illius à duabus Fixis cognitis, cum quibus illa Triangulum conſtituat, atque ſic ex Triangulorum doctrina quæſitam Stellæ vel Planetæ Longitudinem, ac Latitudinem cognoſcemus. Iam verò & in hoc duodecimo Libro nonnulla attulimus Problemata quotidiano vſui vt neceſſaria, ſic vtiliſsima, de Lunæ aliorumq; Phœnomenum parallaxibus: in quibus ſtudiosè illa prætermiſimus, quæ Regiomontanus in obſeruationibus ſuis Cometarum, & Digeſseus etiam, ac Tadæus Hagecius, viri ſummi ac de hac noſtra Matheſeos Republica optimè meriti, ſpeculatiuè potiùs quàm practicè attulerunt, ideòq; etiam à Tychone nouam Stellam anni 1572. obſeruante ſunt neglecta. Nihil tamen præteritum eſſe à nobis exiſtimamus, quod ad veram & neceſsariam Cometarum cognitionem facere poſſit: Neque enim ignoramus, quàm diligenti & ſolicita cura obſeruationes Planetarum, vel Cometarum ſint inſtituendæ, vt verus illorum ſitus innoteſcat; cùm præter diuerſitatem aſpectus, cui plerumq; Cometæ ſunt obnoxij, non exiguam ingerat difficultatem habitudo circuli, quem dicti Cometæ tam in Aequatore quàm in Zodiaco conſtituunt; accedit Diſtantia illorum à terra, magnitudo diametri tam viſualis, quàm veri, facta comparatione ad ſemidiametrum terræ, necnon & magnitudo ſiue moles corporis ipſorum reſpectu globi terreſtris. Quæ omnia cùm diligentiſsimè ſint inquirenda, oportebit artifices ipſos, & qui praxi huic inuigilant, nauiter in probatiſsimorum quorumuis Scriptorum, qui in hoc pelago inſuaderunt, carinis ſeu Libris; hoc eſt Ptolemæo, Regiomontano, Copernico, Reinholdo, & imprimis Tychone eſſe verſatos. Præſupponimus enim iam nos adultioribus, vel ſaltem mediocriter in hac nobiliſsima diſciplina verſatis ſcribere, ideoq; etiam in hoc vltimo libro modorum diuerſitatem, & plures quæſita inquirendi vias, data opera, neglecimus; quibus niſi omninò ſatisfactum ſit; nihil moramur, quin ipſos ad fundamenta Tertij, & Quarti libri ablegemus, vt inde alios, quibus oblectentur, modos ac vias conſtruant. Tum etiam & hoc colophonis loco addimus, iam nos meditari Secundum Mobile; cui ſi aliquando, vbi nos ab Italiæ noſtræ Geographicæ aliorumq; nonnullorum ſcriptorum, quæ quotidiè vrgemus, onere exoluerimus, licuerit ex profeſſo inuigilare, omnem mouebimus lapidem, vt per Triangula præcipuè rectilinea, quicquid illud erit operis, & laboris abſoluatur, nunc ad Problemata accedamus.

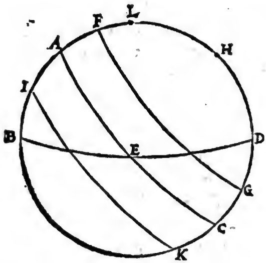
PROBLE-

Digitized by Google

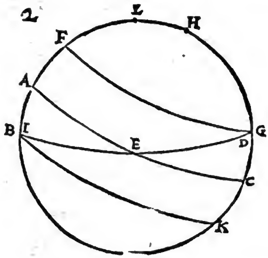
PROBLEMA I.

Data Poli Eleuatione, ac Solis Meridiana Altitudine, verum eius locum in Zodiaco definire.

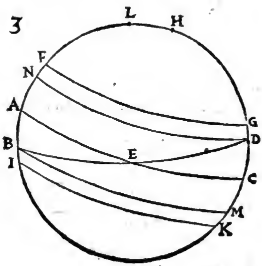
VT Problema hoc exactè pertractetur, oportet tum Altitudinem Poli, tum Altitudinem Meridianam Solis ad amuſſim per Inſtrumentum aliquod ampliſſimum cognouiſſe, præterea debet eſſe cognitus Eclipticæ Quadrans, quem Sol obſeruationis tempore obtinet, ne in operatione decipiaris. Conferas tum datam Solis Altitudinem Meridianam cum complemento Eleuationis Poli, ſumendo vtriuſque differentiam, quæ profectò erit ipſa Solis Declinatio, Borealis quidem ſi Altitudo Solis Meridiana ſuperauerit complementum Eleuationis Poli; Auſtralis verò ſi minor illo fuerit, vt in prima figura. Quod ſanè intelligendum eſt, cum Verticale punctum obtinuerit ſitum inter Solem, & Polum Mundi Borealem, vt in eadem prima ſubiecta figura patet, in qua complementum Eleuationis Poli eſt A B, locus Solis in puncto F, & Vertex L. Sed quotieſcunque è conuerſo



2



3



Sol Meridianus obtinuerit ſitum inter Verticem & Polum Mundi, quod accidit, dum Altitudo Poli minor eſt maxima Solis Declinatione, tunc quidem ab Altitudine Solis Meridianà auferes Eleuationem Poli, & relinquetur Diſtantiam Solis à Polo Mundi, ideſt complementum Declinationis eius Boreæ, ſi Polus Boreus fuerit ſupra terram, vt in quarta figura, vel Auſtrinæ, ſi Polus Auſtrinus fuerit ſupra terram.

Ad extremum ſi contigerit Solem duas facere Altitudines Meridianas aliqua die (quod euenit, vbi loca maiorem obtinuerint Eleuationem Poli, quàm ſit complementum Maximæ obliquitatis, vt in tertia figura) fueritq́; obſeruata minima Meridiana Altitudo G D, tum hanc coniunges cum C D complemento Eleuationis Poli; ſin verò Maxima B F, auferes ab illa dictum complementum A B, & vtroque modo procreabis Declinationem Solis G C, vel A F. Quare inuenta hac ratione Declinatione Solis cum ſuo titulo, obtinebis per illam verum loci Solis punctum, quod tunc poſſidet per Problema ſecundum Quinti huius; dum tamen priùs parallaxin, & refractionem Solis in Meridiana ſui Altitudine, prout aliàs monuimus, correxeris.

Exemplum.

Digitized by Google

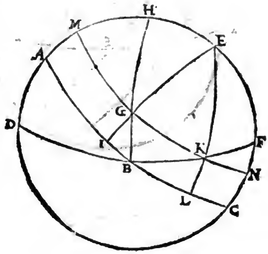
Exemplum.

Accipiemus Exemplum à noſtro Aſtronomiæ reſtauratore Tychone Brahe, qui die penultima Ianuarij anni veteris Iuliani 1588. ſe obſeruaſſe ait Vraniburgi Daniæ Solis Meridianam Altitudinem grad. 19. 17′ 10″. cuius loci Eleuatio Polaris fuit ab eodem diligentiſſimè deprehenſa grad. 55. 54′ 45″. ex his igitur ſic locum Solis exquiro.

	G	M	S	
Eleuatio Poli Vraniburgi	55	54	45	
Complementum eius, ideſt æquatoris Eleuatio	34	5	15	
Altitudo Solis Meridiana ex obſeruatione	19	17	10	
Refractio ſubtrahenda		4	50	
Parallaxis addenda		2	54	
Altitudo Solis correcta ſubtrahenda ab Eleuatione	19	15	14	*æquatoris.*
Declinatio Solis	14	50	1	
Verus locus Solis ♒	20	6	15	

PROBLEMA II.

Altitudine Solis in circulo Verticali, vnà cum Polari Eleuatione cognita, verum eius locum in Zodiaco expeditè definire, ſi modò Sol verſabitur in ſemicirculo Eclipticæ Boreo.



Sit eadem figuratio, quam expoſuimus Problemate quartodecimo Septimi huius; in qua ad aliquem diem datum ſit obſeruata Altitudo Solis G B ſupra Horizontem, dum occupat Verticalem circulum, quod continget dum Sol verſabitur in hemicyclo Eclipticæ Boreo, vt aliàs diximus.

In Triangulo igitur Rectangulo G I B ex data Baſe G B, congruente Altitudinis Solis circulo Verticali cum angulo I B G Latitudinis Regionis, obtinebitur per primum Problema Tertij latus I G Declinationi ipſius Solis deditum. Vnde per Problema ſecundum Quinti punctum Eclipticæ, ad quod dicta Declinatio ſpectat, non ignorabitur.

I. *MODVS Per ſolos Sinus.*

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum Altitudinis Poli, ita Sinus Altitudinis Solis in circulo Verticali ad Sinum Declinationis eiuſdem, qua cognita confeſtim locus Solis in Ecliptica dabitur.

Exemplum. *Sit Altitudo Solis in circulo Verticali grad. 32. 30′. die 21. Maij 1600. ſub Latitudine Regionis graduum 44.*

Altitudo Solis viſa in circulo Verticali	32	30	0		
Parallaxis addenda		1	0		
Refractio ſubtrahenda		2	31		
Altitudo Solis vera in circulo Verticali	32	31	31	53767	*Sinus eius.*
Altitudo Poli	44	0	0	69466	*Sinus eius.*
Declinatio Solis	21	55	54	37350	*Sinus prodiens.*
Gradus Eclipticæ ipſi reſpondens	9	21	♊		

II. *MODVS Per Proſtapheresin.*

Supputatio per Proſtaphæreſin in dicto Exemplo ſe habet in hunc modum, præſuppoſita correctione Altitudinis Solis reſpectu refractionis, & reflexionis.

Altitudo

	G M S		
Altitudo Poli	44 0 0		
Altitudo Solis correcta in circulo Verticali	32 31 31		
Differentia	11 28 19	9 8 0 0 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	76 31 31	2 3 3 0 1	*Sinus eius ſecundus.*
		7 4 7 0 0	*Differentia Sinuum.*
Declinatio Solis	21 55 54	3 7 3 5 0	*Dimidium, ideſt Sinus prodiens.*
Verus locus Solis	9 21 ♊		

III. MODVS *Per Tabulam Generalem.*

CApe in fronte Generalis Tabulæ Altitudinem Solis veram in circulo Verticali, nempe grad.32. 31'.31". & à latere ſiniſtro Altitudinem Poli grad.44. & in area obtinebis Declinationem Solis grad.21.55'.54". cui reſpondet locus Solis grad.9.21'. ♊.

PROBLEMA III.

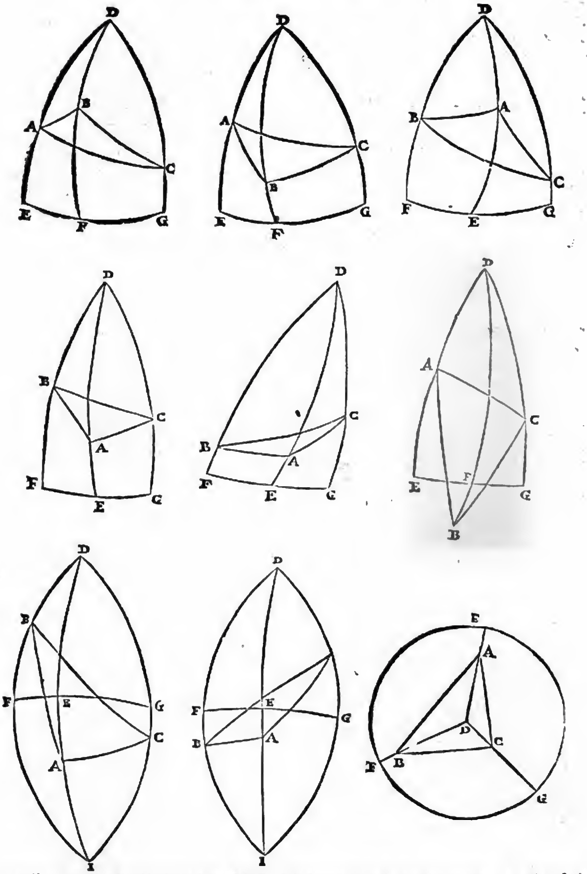
Data ex obſeruatione Diſtantia Planetæ vel Stellæ Fixæ ſeu etiam Cometæ à duabus Stellis notis, cum quibus Trigonum efficiat, Longitudinem ipſius ac Latitudinem ex calculo determinare.

FRequentiſſimum habet vſum hoc Problema, vix enim certi quidpiam abſq; illo in motibus Stellarum colligitur. Primò itaq; oportet dari ex calculo vera loca Stellarum, reſpectu quarum accepta fuerit per obſeruationem exquiſitorum Inſtrumentorum Diſtantia Stellæ incognitæ, vel Planetæ, Cometæuè; hoc eſt vt earum Longitudo ab ♈ initio ſit cognita, cum earundem ab Ecliptica diuagatione.

Deindè cautè aſpiciendum eſt, qualiter dicta Stella incognita ſe habeat ad reliquas cognitas, an ſcilicet illis Septentrionalior, an Auſtralior; an verò reſpectu vnius Borealior,& reſpectu alterius Auſtralior ſit: præterea ſitnè eadem Stella incognita quo ad Zodiaci Longitudinem præcedens reſpectu vtriuſque,an ſequens, ſiue etiam inter vtraſque. Hæc autem varietas partim ſolo viſus intuitu, partim verò ex ipſarum Diſtantijs patebit; atq; vnaquæq; dictarum habitudo ſuam expoſcit figurationem, ſicut ſubiectæ figuræ commonſtrãt: in quibus ſanè omnibus intelligimus duas Stellas datas cognitarum Longitudinum ac Latitudinum eſſe B, & C Stellam verò incognitam A, cuius Longitudo & Latitudo quærenda ſit. A Polo Eclipticæ D intelligamus deſcendere tres Latitudinum circulos per dictas Stellas, nempe DE, DF, DG, qui Eclipticæ EG occurrant in punctis E, F, G. Erit igitur arcus Eclipticæ differentia Longitudinum cognitus propter vtriuſq; Stellæ datam Longitudinem, & proinde angulus FDG. Inſuper quoque noti erunt arcus DB, DC, tanquam complementa Latitudinum datarum Stellarum, quæ Latitudines ſunt BF, CG. Præterea eductis arcubus magnorum circulorum per binas quaſq; Stellas, noti erunt duo ipſum ex obſeruatione, nempe arcus AB Diſtantię Stellæ A ignotæ à Stella cognita B. Et arcus AC diſtantiæ eiuſdem Stellæ A ignotæ ab altera Stella nota C. Quæritur autem nunc arcus Eclipticæ EF, vel EG differentiæ Longitudinis ipſius Stellæ incognitæ ab alterutra ipſarum cognitarum; quo adinuento patefiet Longitudo ipſius à capite ♈; atq; etiam quæritur eiuſdem Stellæ Latitudo AE ab Ecliptica.

Primò itaq; confugiendum eſt ad Obliquangulum Triangulum DBC, quod duo habet latera nota, quæ ſunt DB, DC, complementa datarum Latitudinum duarum Stellarum B & C; ac præterea cognitum habet angulum BDC à dictis lateribus compræhenſum,eſt enim differentia Longitudinum duarum Stellarum. Quare ex decimoſexto Problemate Octaui huius obtinebitur tertium latus BC menſurans Diſtantiam datarum Stellarum.

Secundò in eodemmet Triangulo DBC exquirendus eſt angulus BCD, quem efficit dictus arcus Diſtantiæ Stellarum datarum modò inuentus, cum arcu complementi Latitudinis Stellæ C diſtantioris ab incognita Stella, ſi illa fuerit extra ambas; ſed cùm cadit intra, nihil refert complementum Latitudinis cuiuslibet accipere. Hic autem angulus haberi poteſt, vel per primum Problema Quarti ex tribus lateribus datis, vel per Octauum Problema Quarti ex latere angulo quæſito oppoſito, atq; ex latere nunc inuento; vel etiam per Quartum Proble. eiuſdem Quarti ex duobus lateribus BD, DC prius datis,cum angulo ab eis compræhenſo BDC differentiæ Longitudinis. Quòd ſi per Triangula Rectangula Diſtantiam inter duas Stellas cognoſces, operationem hanc vnica ſupputatione expedies, nempe per quartum Problema Tertij, ex dicta inuenta Diſtantia, ac perpendiculari arcu, qui primò inuenitur,colliges prædictum angulum BCD.



Tertiò progrediendo ad Triangulum A B C ab ipſis propoſitis Stellis efformatum, ex tribus datis lateribus, quæ ſunt ſingulæ Diſtantiæ inter ipſas Stellas, nempe duæ A B & A C ex obſeruatione datæ, & tertia, quam ex prima operatione inquiſiuimus B C, per primum Problema Quarti cognoſcendus

Digitized by Google

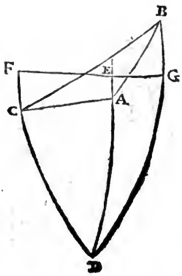
ſcendus eſt angulus A C B apud eandem Stellam C, qui deinceps conferendus eſt cum ang. B C D prima operatione adinuento, auferendo hunc ab illo, ſi Stella incognita fuerit ſupra lineam vel arcum cognitas Stellas coniungentem, earumq; Diſtantiam metientem, vt in ſecunda, tertia, & ſexta figuris patet; ſed ambo ſimul addendi ſunt, dum Stella extiterit incognita infra lineam Diſtantiæ datarum Stellarum, vt in prima quarta, quinta, ſeptima, & octaua figuris conſpicere licet, & vtroq; modo prodibit angulus A C D. Quòd ſi fortè Polus Eclipticæ intra datum Triangulum, quod Stellæ ipſæ efficiunt, compertus fuerit, quod vtiq; cognoſcitur cùm Diſtantiæ ſingulæ Stellę ignotę à Stellis cognitis fuerint maiores, quàm ſint complementa Latitudinum dictarum Stellarum, tunc ſanè contrà angulus B C D ex ſecunda operatione Inuentus auferendus eſt ab angulo A C B modò inuento, vt remaneat angulus A C D, velut conſpicitur in nona figura. Et hæc quidem, quæ dicta ſunt, locum habent deducendo arcus Latitudinum Stellarum à Polo Boreali per ipſas ad Eclipticam. Quòd ſi verſus Polum Auſtrinum Triãgulum concluſerimus cum complementis Latitudinum Stellarum, contrarium his, quę diximus, obſeruandum eſt; nam fit angulorum additio, ſi Stella incognita fuerit ſupra lineam Diſtantiæ Stellarum cognitarum, ſed ſubtractio, ſi infra.

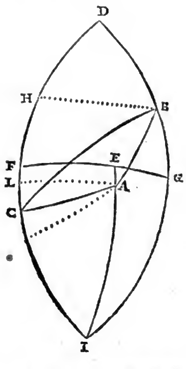
Quartò aſſumpto Triangulo A D C, quoniam in eo dantur duo latera A C, C D, comprę̄hendentia angulum notum A C D, dabitur per Problema tertium Quarti huius latus tertium A D, quod eſt complementum Latitudinis Stellæ A quæſitæ.

Poſtremò in eodemmet Triangulo A D C obliquangulo ex latere A C primò Inuento, & ex alio latere dato A D, quod angulo A C D ſuperiùs inuento opponitur, elicietur per octauum Problema eiuſdem Quarti angulus A D C congruens differentiæ Longitudinis Stellæ A ignotę à Stella C cognitæ Longitudinis. Sed ſi ſuperiorem quartam operationem exercueris per Triangula Rectangula, hac vltima operatio euadet facilior, & per quartum Problema Tertij expediri poterit, vt in Exemplis patebit. Quoniam verò Problema hoc multiplicem habet numerorum tractationem ex Triangulorum doctrina conſultiùs duximus, abſq; alia narratione Exemplis omnem hanc praxin perluſtrare, ita vt vniuerſum calculum in quinque operationes partiamur, quò meliùs percipiatur.

Exemplum Primum.

ANno 1591. die 20. Iunij hora tertia noctis Patauij, in patria mea dulciſſima, vnà cum Gellio Saſceride Mathematico ſingulari, & in primis D. Tychoni Brahe familiari, quo cum diu multumq; paucis abinde annis in obſeruandis Stellarum motibus nauiter ſe exercuit; necnon præſente & operam ſuam adhibente Gaſpare Pignano Patauino Viro in Mathematicis, Inſtrumentiſuè tractandis, ac fabricandis apprimè verſato, & mihi etiamnum amiciſſimo, obſeruaui per Sextantem Tychonicum ſingula minuta oſtendentem, & à me iam temporis factum, Martem Acronychum ad Stellas duas præſtantes, quarum vna erat Cor Scorpij, à qua ille diſtabat gradibus 21.51': altera, verò Lucida vulturis, à qua recedebat gradib. 44.3'. idq; iterata multoties operatione ita ſe habere comperimus. Quare ex datis harum duarum Stellarum locis in Longitudinem, et Latitudinem, & ex dictis Diſtantijs per obſeruationem deprahenſis, proponimus nũc explorare locum Martis tam in longum quàm in latum. Eſt autem Cordis Scorpij Longitudo iuxta Tychonis verificationẽ ad dictum tempus in gr. 4.5'. ♐ & Latitudo grad. 4.27'. Meridiana. Lucida verò vulturis Longitudo eſt grad. 26.1'. ♍: Latitudo 29.21'. Borea. Vt in adiecta figuratione locus Martis eſt A, Stella Cordis Scorpij C, & lucida Vulturis B, efformantes Triangulum Obliquangulum B A C, in quo datur notum latus A C grad. 44.3'. & A B grad. 21.55'. Tertium verò latus B C primò inquirendum eſt referens Diſtantiam inter dictas binas Stellas, quod obtinebitur ope Trianguli B C D, in quo latus B D datur pro complemento Latitudinis





Lucidæ Vulturis, nimirum grad. 60.39'. Latus autem C D grad. 94.27'. componitur ex Latitudine C F Stellæ Cordis Scorpij Auſtrina grad. 4.27'. & Quadrante F D, & Angulus B D C, quem dicta latera comprehendunt, eſt differentia Longitudinum dictarum Stellarum, nempe gr. 51.56'. Iam itaq; ſic inſtituimus calculum.

Prima operatio ex decimoſeptimo Problemate Octaui, ideſt Inuentio Diſtantiæ B C.

	G	M	S		
Latitudo Cordis Scorpij	4	27	0		
Latitudo Stellæ B, ideſt Lucidæ vulturis	29	21	0	8 7 1 6 4	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis Stellarum B D C	51	56	0	7 8 7 2 9	*Sinus eius.*
Arcus perpendicularis B H, i. Inuentum 1.	43	20	0	6 8 6 2 3	*Sinus proueniens.*
				1 3 7 4 8 1	*Secans Inuenti primi.*
Latitudo eiuſdem Vulturis	29	21	0	4 9 0 1 4	*Sinus eius.*
Inuentum ſecundum D H	47	38	0	6 7 3 8 5	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complem. Latitudinis Cordis Scorpij, i. D C	94	27	0		
Differentia vtriuſque, i. Inuen. tertium C H	46	49	0	6 8 4 3 4	*Sinus eius ſecundus.*
Idem B H Inuentum primum	43	20	0	7 2 7 3 7	*Sinus eius ſecundus.*
Diſt. B C quaſita inter dictas duas Stellas	60	9	0	4 9 7 7 7	*Sinus ſecundus prodiens.*

Secunda operatio per Quartum Problema Tertij, ideſt inquiſitio anguli B C D.

Idem primum Inuentum D H	43	20	0	6 8 6 2 3	*Sinus eius.*
Idem quartum Inuentum, vt ſupra B C	60	9	0	8 6 7 3 3	*Secans eius ſecunda.*
Angulus B C D	52	18	0	7,9 1 2 0	*Sinus prodiens.*

Tertia operatio per Primum Problema Quarti, ideſt inuentio anguli A C B, ex quo conſtabit etiam angulus A C D.

Latus A B primum	44	3	0	2 8 1 2 7	*Sinus eius verſus.*
Latera ambientia quaſitum angulum B C	60	9	0	1 1 5 2 9 6	*Secantes eorum ſecunda.*
A C	21	51	0	2 6 8 6 8 6	
				3 0 9 7 8 7	*Primum Inuentum*
Differentia laterum ambientium	38	18	0	2 1 5 2 2	*Sinus verſus ſubtr. à Sinu verſo lateris A B*
				6 6 0 5	*Inuentum ſecundum ducendum in primum.*
Angulus quaſitus A C B	37	18	30	2 0 4 6 1	*Sinus verſus proueniens.*
Angulus B C D ſuperius inuentus	52	18	0		
Totus angulus A C D	89	36	30		

Quarta operatio manifeſtans Latitudinem Martis per tertium Problema Quarti per Triangulum I C A Obliquangulum.

Complementum Latitudinis Cordis Scorpij	85	33	0		
Diſtan. C A inter Martem & Cor Scorpij	21	51	0	3 7 2 1 8	*Sinus eius.*
Angulus A C D	89	36	30	9 9 9 9 8	*Sinus eius.*
Primum Inuentum, i. A L perpendicularis	21	50	58	3 7 2 1 7	*Sinus prodiens.*
				10773946	*Secans primi Inuenti.*
Idemmet latus C A	21	51	0	9281579	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum C L	0	13	20	9999923	*Sinus ſecundus prodiens.*
Complementum Latitudinis Cordis Scorpij C I	85	33	0		
Inuentum tertium L I	85	46	20	736883	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum A L	21	50	58	9281651	*Sinus eius ſecundus.*
Vera Latitudo Martis E A	3	55	20	683949	*Sinus proueniens.*

Vltima operatio pro inquiſitione differentiæ anguli Longitudinis Martis à Corde Scorpij per Quartum Problema Tertij.

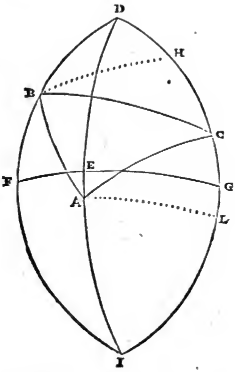
Latitudo Martis	3	55	20	1 0 0 2 3 5	*Secans eius.*
Latus A L	21	50	58	3 7 2 1 7	*Sinus eius.*
Angulus A I C	21	54	0	3 7 3 0 4	*Sinus proueniens.*
Longitudo Cordis Scorpij in ♐	4	5	0		
Verus locus Martis in ſigno ♐	25	59	0		

Exemplum

Exemplum Secundum. *Aſſumamus hic aliam obſeruationem, quàm itidem veſperi ſubſequente fecimus circa Stellam Martis, ideſt die 21. Iunij, hora tertia noctis, qua adinuenimus Martem Acronichum diſtare a Lucida vulturis gradib.44.20'. & à Boreali lance grad.43.43'. Dantur autem Longitudines & Latitudines harum Stellarum ex Tychonico calculo, & obſeruationibus ad dictum tempus ſic.*

Lucidæ vulturis Longitudo eſt grad.26.1'. ♑ —— Latitudo grad.29.21'. Borealis
Lancis Borealis Longitudo eſt grad.13.40'. ♏ —— Latitudo grad.8.36'. Borealis.
Differentia Longitudinum vtriuſq; Stellæ eſt gr.72.21'.

Ad hanc autem ſupputationem aptetur hæc figura, in qua intelligimus portionem Eclipticæ FG, Polum Mundi Arcticum D, à quo per ſingulas Stellas ducuntur portiones circulorum Latitudinum, ſicut in altera Delineatione: & ponimus eſſe Martem in A, Lucidam vulturis in B, & Lancem Borealem in C: deinde à lucida Vulturis B maiorem obtinente Latitudinem cadat perpendicularis BH in circulum Latitudinis alterius Stellæ C. Datur autem BD complementum Latitudinis Lucidæ Vulturis grad.60.39'. DC complementum Latitudinis Boreæ lancis gr.81.24'. & angulus BDC differentia Longitudinis prodit gr.72.21'. Vnde tandem patet Diſtantia vnius Stellæ ab altera gradnum 44.20'. quæ eſt AB, & AC graduum 43.43'. Iam verò ex his datis calculum hac ratione inſtituo.



Prima operatio, ex qua datur Diſtantia inter Lucidam Vulturis, & Lancem Borealem per Decimumſeptimum Problem. Octaui.

	G. M. S.		
Latitudo Borea Lancis Borealis	8 36 0		
Latitudo Stellæ B, ideſt Vulturis	29 21 0	87164	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis Stellarum	72 21 0	95293	*Sinus eius.*
Inuentum primum BH	56 9 42	83061	*Sinus proueniens.*
		179581	*Secans eius.*
Latitudo eiuſdem Vulturis	29 21 0	49014	*Sinus eius;*
Inuentum ſecundum DH	28 20 0	88020	*Sinus ſecundus proueniens.*
Complementum Latitudinis Borealis Lancis	81 24 0		
Differentia, ideſt CH Inuentum tertium	53 4 0	60089	*Sinus eius ſecundus.*
Primum Inuentum, vt ſupra, BH	56 9 42	55687	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia BC inter duas Stellas	70 27 0	33462	*Sinus ſecundus prodiens.*

Secunda operatio pro inuentione anguli BCD per Quartum Problema Tertij.

Idem primum Inuentum BH	56 9 42	83061	*Sinus eius.*
Idem quartum Inuentum BC	70 27 0	106118	*Secans eius ſecunda.*
Angulus BCD	61 48 0	88143	*Sinus prodiens.*

Tertia operatio ex qua innoteſcit per primum Problema Quarti angulus ACB, & ex conſequenti prodit angulus ACD.

Latus AB primum	44 20 0	28471	*Sinus eius verſus.*
Latera ambientia { *BC*	70 27 0	106118	} *Secantes eorum ſecundæ.*
{ *AC*	43 43 0	144698	
		153551	*Primum Inuentum.*
Differentia laterum ambientium	26 44 0	10689	*Sinus verſus ſubtr. à Sinu verſo lateris AB*

Inuen-

	G M S		
		1 7 7 8 2	*Inuen. ſecundum multiplicandum in primū.*
Ang. A C B quæſitus addendus ang. B C D	43 22 0	2 7 3 0 4	*Sinus verſus proueniens.*
Idem angulus B C D ſupra inuentus	61 48 0		
Totus angulus A C D	105 10 0		

Quarta operatio, quæ per Tertium Problema Quarti pandit Martis Latitudinem, recurrendo ad Triangulum Obliquangulum D C A.

Latitudo Boreæ Lancis	8 36 0		
Diſtantia C A	43 43 0	6 9 1 0 9	*Sinus eius.*
Angulus A C D	105 10 0	9 6 5 1 7	*Sinus eius.*
Primum Inuentum, id eſt A L	41 50 11	6 6 7 0 2	*Sinus proueniens.*
		1 3 4 2 1 8	*Secans primi Inuenti.*
Idemmet latus C A	43 43 0	7 2 2 7 7	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum ſecundum C L	14 3 0	9 7 0 0 8	*Sinus ſecundus prodiens.*
Aggreg. I C ex Latit lateris Borea.& Qua.	98 36 0		
Diff. vtriuſque, id eſt I L Inuentum tertium	84 33 0	9 4 9 8	*Sinus eius ſecundus.*
Inuentum primum A L	41 50 11	7 4 5 0 5	*Sinus eius ſecundus.*
Vera Latitudo Martis Meridiana	4 3 25	7 0 7 6	*Sinus Latitudinis Martis prodiens.*

Quinta & postrema operatio, pro habendo angulo differentiæ Longitudinis Martis à Longitudine alterius Stellæ, ſcilicet Lancis Boreæ.

Declinatio Martis	4 3 25	1 0 0 2 5 0	*Secans eius.*
Latus A L ſuperius inuentum	41 50 11	6 6 7 0 2	*Sinus eius.*
Angulus A I C	41 58 0	6 6 8 6 9	*Sinus proueniens.*
Longitudo Lancis Boreæ addenda ♏	13 40 0		
Longitudo Martis in ſigno ♐	25 38 0		

Exemplum idem Secundum per Triangula Obliquangula ſola.

Prima operatio per Secundum Modum Tertij ad definiendam Diſtantiam inter duas Stellas datas.

Latitudo Lucidæ Vulturis	29 21 0	8 7 1 6 4	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo Boreæ Lancis	8 36 0	9 8 8 7 6	*Sinus eius ſecundus.*
Differentia Longitudinis dictarum Stellarum, id eſt angulus B D C	72 21 0	8 6 1 8 4	*Primum Inuentum.*
		6 9 6 8 0	*Sinus eius verſus.*
		6 0 0 5 3	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Latitudinum	20 45 0	6 4 8 6	*Sinus eius verſus addendus.*
Diſtantia B C inter dictas Stellas	70 27 0	6 6 5 3 9	*Sinus verſus quæſitus.*

Secunda operatio per Triangulum Obliquangulum D B C ex Octauo Problemate Quarti.

Latitudo Vulturis	29 21 0	8 7 1 6 4	*Sinus eius ſecundus, i. Sinus primus lat. B D.*
Differentia Longitudinis Stellarum	72 21 0	9 5 2 9 3	*Sinus eius.*
		8 3 0 6 1	*Primum Inuentum.*
Latus B C Diſtantiæ Stellarum	70 27 0	1 0 6 1 1 8	*Secans eius ſecunda*
Angulus quæſitus B C D	61 48 0	8 8 1 4 3	*Sinus prodiens.*

Tertia operatio eſt eadem cum tertia ſuperioris Exempli, ex qua prodit angulus A C D gr. 105: 10'.

Quarta operatio per Triangulum Obliquangulum A D C ex Tertio Problemate Quarti.

Latus D C, i. compl. lateris Lancis Boreæ	81 24 0	9 8 8 7 6	*Sinus eius.*
Latus A C Diſtan. Martis à Lance Borea	43 43 0	6 9 1 0 9	*Sinus eius.*

Primum

Digitized by Google

	G M S		
		6 8 3 3 2	*Primum Inuentum.*
Angulus ACD	105 10 0	1 2 6 1 6 3	*Sinus eius verſus.*
		8 6 2 1 0	*Inuentum ſecundum.*
Differentia laterum DC, AC	37 41 0	2 0 8 6 0	*Sinus eius verſus addendus.*
Latus DA, à quo ſutrahitur quadrans	94 3 15	1 0 7 0 7 0	*Sinus verſus prodiens.*
Latitudo Martis relicta Meridionalis	4 3 15		

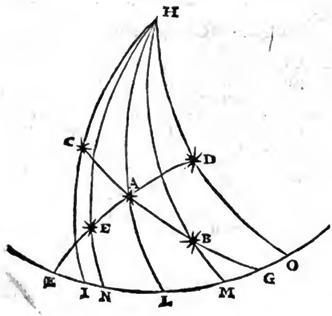
Quinta & vltima operatio per idem Triangulum Obliquangulum ADC ex Octauo Problemate Quarti.

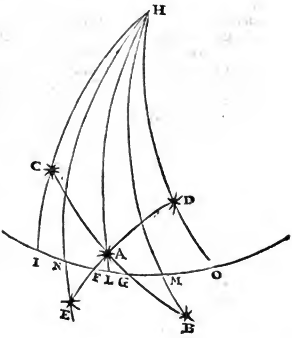
Latus AB	43 43 0	6 9 1 0 9	*Sinus eius.*
Angulus ACD	105 10 0	9 6 5 1 7	*Sinus eius.*
		6 6 7 0 2	*Primum Inuentum.*
Latus AD	94 3 15	1 0 0 2 5 0	*Secans eius ſecunda.*
Angulus ADC	41 58 0	6 6 8 6 9	*Sinus prodiens.*
Longitudo Boreæ Lancis addenda	13 40 0		
Verus locus Martis in ♐	25 38 0		

PROBLEMA IV.

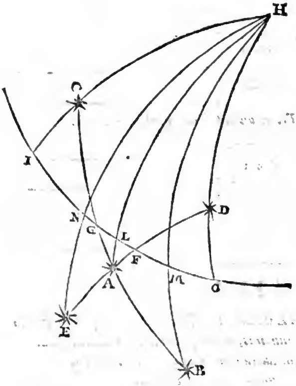
Verum locum Stellæ tam in Longitudine quàm in Latitudine inueſtigare, atq; hoc quidem auxilio quatuor Stellarum, quæ cognitas habeant Latitudines, ac Longitudines, dum tamen Stella ipſa incognita reperiatur in interſecatione duorum magnorum circulorum, quorum vnus incedat per duas quaſcunque ex illis Stellis notis, alter verò per reliquas duas,

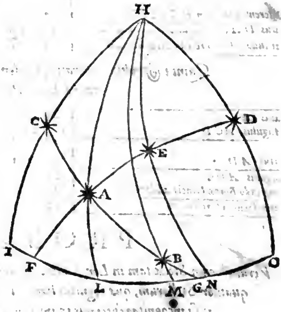
PRoblema hoc adinuentum fuit a Michaele Mæſtlino, eiusq; praxis ab illo traditur in deſcriptione Cometæ anni 1577. Capite Quinto, ſed per ſupputationes longas admodùm ac tædioſas; quod tamen nos ad expeditiorem calculum reducimus, licet plures in illo requirantur operationes, priuſquam ad Longitudinis ac Latitudinis cognitionem deueniamus: eſtq; hoc Problema iucundum, cuius adminiculo poſſumus abſque Inſtrumentis in cognitionem loci alicuius Cometæ vel Stellæ deuenire, idq; propè verum, imò etiam exactiùs, quàm per quoduis Inſtrumentum mediocris magnitudinis, nec adeò ſubtiliter diuiſum. Neque tamen præfero hunc modum obſeruationibus per exquiſitiſſima organa Tychonica ad ſingula ſcrupula elaboratis, quæ collimatiorem præſtare poterunt veri loci alicuius aſtri inuentionem.





Cùm





Cùm igitur cuiuſpiam Stellæ, Aſtriuè locum in Zodiaco in longum ac latum definire volueris, comparabis ipſum ad quatuor Stellas cognitarum Longitudinum ac Latitudinum, attendendo præcipuè, vt tam cum duabus his, quam cum reliquis duabus Stellis comperiatur in recta linea, ideſt in eodem magno circulo: idq; commodiſſime fiet, adhibita linea recta ſeu regula, ſeu etiam tenui filo extenſo, manibusq; verſus ipſas Stellas expanſis, ſic enim facilè cognoſces, ſitnè Stella in vna eademq; recta linea cùm duabus Stellis cognitis, necnè; hique duo arcus, qui dictas Stellas cum incognita copulant, ſeſe mutuò interſecent, quod nullibi niſi in ipſius incognitæ Stellæ centro poterit euenire; & quo poſterior circulus fuerit priore rectior, hoc eſt minus obliquatus, eò propinquior verò elicietur calculus. Conſtat autem in cœlo hos magnos circulos apparere tanquam rectas lineas, adeò vt inde hæc operatio in dubium reuocari non poſſit; dummodò ritè cognoſcatur, an linea illa recta per centra omnium trium Stellarum tranſeat; ſicque an centrum viſus, fili protenſio, vel regulæ applicatio ſint cum dictis Stellis ad amuſſim in vno plano. Quibus omnibus ita accuratè obtentis, ex Longitudinibus & Latitudinibus illarum quatuor Stellarum cognitarum, Longitudinem ac Latitudinem incogniti ſyderis, vel Stellæ obtinebis in hunc, qui ſequitur, modum.

Eſto in ſequentibus figurationibus A locus Stellæ Ignotæ vel Cometæ; quatuor autem Stellæ cognitæ ſint B, C, D, E; ita quidem vt duæ illarum nempe B & C, ſint in eadem recta linea, ſeu circulo magno cum Stella A; & reliquæ duæ D, E ad eundem etiam modum ſe habeant cum Stella A; ita quidem vt duo hi circuli CB, DE, qui Stellas haſcè coniungunt, ſeſe interſecent in centro ipſius Stellæ A, quacunq; ratione id fiat, ſiue Stella ignota media ſit inter binas quaſque, ſiue ſitum extra illas obtineat. Ducatur poſtea Zodiaci arcus OI, & ab eius Polo H per ſingulas haſce Stellas deſcendant arcus ad Eclipticam, & hi earum Longitudinem, ac Latitudinem determinabunt. Continuentur quoq; duo illi circuli Stellas coniungentes vſq; ad Eclipticam; ita vt alter eorum CB Eclipticam ſecet in G, & alter DE ſecet eandem in F. Quibus ita præſtructis oportebit ſeptem operationes per doctrinam Triangulorum adhibere, priuſquàm ad Triangulum Rectangulum AFL perueniamus, cuius ope obtinebimus Latitudinem ac Longitudinem ignoti ſyderis A. Sunt autem binæ quæq; harum operationum inter ſeſe ſimiles, atq; eodem innituntur fundamento; conuenit enim prima cum ſecunda, tertia cum quarta, quinta cum ſexta, eodemq; ordine nunc proponuntur.

Prima operatio.

ASſumpto Triangulo Obliquangulo CBH dantur in eodem duo latera, vnum nempe CH, quod complementum eſt Latitudinis Stellæ C, & BH complementum Latitudinis Stellæ B; & hæ quidem duæ Stellæ in eodem magno circulo cum ignota Stella comperiuntur: datur etiam angulus ab his

his lateribus comprænſus CHB, quem metitur differentia Longitudinis dictarum Stellarum; Vnde ex his patebit angulus HCB per quartum Problema Quarti, quem vocabimus productum primæ operationis.

Secunda operatio.

AD eundem prorſus modum recurrendo ad Triangulum Obliquangulum EHD, ex datis duobus complementis EH, DH, Latitudinum reliquarum duarum Stellarum, quæ cadunt in eodem magno circulo cum Stella incognita, nimirum E & D, cum angulo comprænſo differentię Longitudinis dictarum Stellarum obtinebitur per idem Problema quartum Quarti angulus HDE pro producto ſecundæ operationis.

Tertia operatio.

IN Triangulo Rectangulo CIG, ex angulo ICG complemento videlicet ad ſemicirculum producti ex prima, & ex latere CI Latitudinis Stellæ C, habebitur per tertium Problema Tertij angulus G, quem circulus magnus per priores duas Stellas ductus cum Ecliptica facit.

Quarta operatio.

SImiliter etiam in Triangulo FDO Rectangulo ex angulo ODF, complemento ad ſemicirculum anguli HDE ſecundæ operationis, & ex latere DO Latitudinis Stellæ D, colligetur per idem Problema Tertium Tertij angulus ad F; quem alter circulus magnus per poſteriores duas Stellas ductus cum Ecliptica efficit.

Quinta operatio.

IN Triangulo Rectangulo CIG tertiæ operationis ex iiſdemmet datis, hoc eſt ex angulo ICG & latere CI prodibit per decimumtertium Problema Tertij latus IG, quod vocetur productum quintæ operationis, eſtq; Diſtantia puncti G, à Longitudine Stellæ C, terminantis in I, vnde facilè Longitudo dicti puncti G ab ♈ initio innoteſcet.

Sexta operatio.

IN Triangulo altero Rectangulo FDO, quo vſi fuimus in quarta operatione, ex iiſdemmet datis, vtpote angulo ODF, & latere DO, per idem Problema decimumtertium exploretur latus FO; quod dicetur productum ſextæ operationis, & erit Diſtantia puncti F in Ecliptica à puncto O Longitudinis Stellæ D, quare facilè erit Longitudinem eiuſdem ab initio ♈ computare.

Septima operatio.

HIs cognitis tranſeundo ad Obliquangulum Triangulum AFG, quoniam in eo dantur duo anguli G & F, ex tertia & quarta operatione, cum latere eis interiacente FG, ex quinta & ſexta operatione (cognita enim Diſtantia vtriuſq; termini F & G, ab initio ♈, non latebit Longitudo dicti arcus FG) dabitur ex his, per ſextum Problema Quarti, latus AF.

Octaua operatio.

AD extremum verò accepto Triangulo Rectangulo ALF ex latere AF è ſeptima operatione prodeunte, & ex angulo F tertiæ operationis, patebit per primum Problema Tertij latus AL, hoc eſt Latitudo Stellæ A incognitæ.

Deinde ex iiſdemmet datis habebitur per decimum Problema Tertij latus LG differentię Longitudinis eiuſdem Stellæ à puncto G, cuius Longitudo ab Arietis initio explorata fuit ex quinta operatione; Vnde Longitudo quoq; dictæ Stellæ non ignorabitur ab eodem Arietis initio. Vel etiam per octauum Problema eiuſdem Tertij ex latere ſeu baſe AG ex ſeptima operatione prodeunte, & latere AL Latitudinis ſuperiùs inuentæ, colligetur latus idem LG differentię Longitudinis Stellę à puncto

Vt autem nimiam prolixitatem euitemus, non duximus neceſſarium multiplicem hanc operationem in vnam ſummam redigere; Sed potiùs exemplari calculo ipſam dilucidare. Aſſumemus itaque eandem obſeruationem, quam de noua Stella, quæ in aſteriſmo Caſſiopeæ anno 1572. apparuit, idem ſupradictis Mæſtlinus fecit; qui dictæ Stellæ locum, facta ipſius comparatione ad quatuor alias Stellas, inquirere elaborauit; comperitq; ignotam Stellam expoſita ſuperiùs conditione, in duobus ma-

Bbbb gnis

Digitized by Google

gnis circuli ſeſe mutuò interſecantibus reperiri. Erant enim in vno circulo cum dicta noua Stella binæ aliæ, nempe Genu Caſſiopeæ, & ſiniſtrum bracchium Cephei; & in altero Lucida cathedræ eiuſdem Caſſiopeæ; & Lucida in pede Vrſæ maioris; quarum omnium Longitudines, ac Latitudines ſic à Tychone ex proprio ipſius calculo aſſignantur in Primo tomo Progymnaſmatum.

Nomina Stellarum.	*Longitudo*				*Latitudo*			
	G	*M*	*S*		*G*	*M*	*S*	
Genu Caſiopeæ B	11	57		♌	46	22		*B*
Cephei ſiniſtrum Brachium C	27	30	30	♈	62	35	30	*B*
Caſsiopeæ lucida cathedræ E	29	11	30	♈	51	14	30	*B*
Lucida in pede Vrſæ maioris	13	34		♌	29	51	30	*B*

Ex his dedomenis Longitudinem ac Latitudinem nouæ Stellæ hac methodo colligo.

Prima operatio per Obliquangulum Triangulum C B H ex quarto Problemate Quarti.

	G	M	S		
Latus H C, ideſt compl. Latitud. Stellæ C	27	24	30	46033	*Sinus eius.*
Ang. C H B diff. Longitud. Stellarum C, B	14	26	30	400916	*Secans eius ſecunda.*
Idem latus H C	27	24	30	192851	*Tangens eius ſecunda.*
Idem angulus C H B	14	26	30	96840	*Sinus eius ſecundus.*
				186757	*Inuentum ſecundum.*
Latus aliud B H, ideſt compl. Latit. Stellæ B	43	38	0	104888	*Tangens ſecunda ſubtrahenda.*
				81869	*Inuentũ tertium multiplicãdum im primum.*
Compl. ang. B C H ad ſemic. ideſt ang. I C G	33	39	56	151093	*Tangens ſecunda prodiens.*

Secunda operatio per Obliquangulum Triangulum E H D ex eodem quarto Problemate Quarti.

	G	M	S		
Latus H D, ideſt compl. Latitud. Stellæ D	60	8	30	86726	*Sinus eius.*
Ang. E H D differentiæ Longit. Stellarum	104	22	30	103232	*Secans eius ſecunda.*
				89529	*Inuentum primum.*
Idem latus H D	60	8	30	57406	*Tangens eius ſecunda.*
Idem angulus E H D	104	22	30	24827	*Sinus eius ſecundus.*
				14252	*Inuentum ſecundum.*
Latus aliud E H, ideſt compl. Lat. Stellæ E	38	45	30	124560	*Tangens ſecunda.*
				138812	*Aggreg. ſeu Inuentum 3. multipl. in primũ.*
Angulus E D O, ſeu F D O	38	49	20	124277	*Tangens ſecunda prodiens.*

Tertia operatio per Triangulum Rectangulum C I G ex tertio Problemate Tertij.

	G	M	S		
Angulus I C G primæ operationis	33	29	56	55192	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ C, ideſt latus C I	62	35	30	46033	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus G	76	16	54	25407	*Sinus ſecundus prodiens.*

Quarta operatio per Triangulum Rectangulum F D O ex eodem Tertio Problemate Tertij.

	G	M	S		
Angulus F D O ſecundæ operationis	38	49	20	62691	*Sinus eius.*
Latitudo Stellæ D, ideſt latus D O	29	51	30	86726	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus F	57	3	48	54369	*Sinus ſecundus prodiens.*

Quinta

Digitized by Google

Quinta operatio per Triangulum Rectangulum tertiæ operationis C I G. ex Decimotertio Problemate Tertij.

	G M S		
Angulus ICG	33 29 56	6 6 1 8 6	*Tangens eius.*
Latitudo Stellæ C, id eſt latus CI	62 35 30	8 8 7 7 5	*Sinus eius.*
Latus IG addendum Longitudini Stellæ C	30 26 14	5 8 7 5 7	*Tangens proueniens.*
Longitudo Stellæ C ab Aequinoctio ♈	27 30 30		
Longitudo puncti G ab Aequinoctio ♈	57 56 44		

Sexta operatio per Triangulum Rectangulum F D O quartæ operationis ex eodem Decimotertio Problemate Tertij.

	G M S		
Angulus FDO	38 49 20	8 0 4 6 6	*Tangens eius.*
Latitudo Stellæ D, id eſt latus DO	29 51 30	4 9 7 8 6	*Sinus eius.*
Lateris FO complementum ad ſemicirculu	21 49 53	4 0 0 6 1	*Tangens proueniens.*
Latus FO ſubtrahendum à Long. Stellæ D	158 10 7		
Longitudo Stellæ D aucta integro circulo	493 34 0		
Longitudo puncti F ab ♈ *initio*	335 23 53		

Septima operatio per Triangulum Obliquangulum AFG ex ſexto Problemate Quarti huius.

	G M S		
Longitudo puncti G aucta integro circulo	417 56 44		
Longitudo puncti F ſubtrahenda	335 23 53		
Latus FG	82 32 51	1 0 0 8 5 2	*Secans eius ſecunda.*
Angulus F adiacens quæſito lateri AF	57 3 48	8 3 9 2 7	*Sinus eius.*
		8 4 6 4 2	*Inuentum primum.*
Idem latus FG	82 32 51	1 2 9 6 9	*Sinus eius ſecundus.*
Idem angulus F	57 3 48	6 4 7 8 4	*Tangens eius ſecunda.*
		8 4 0 2	*Inuentum ſecundum.*
Angulus G oppoſitus quæſito lateri AF	75 16 54	2 6 2 6 9	*Tangens eius ſecunda addenda.*
		3 4 6 7 1	*Inuentum tertium multiplicandum in primũ.*
Latus AF	73 38 42	2 9 3 4 6	*Tangens ſecunda prodiens.*

Octaua & vltima operatio per Triangulum Rectangulum ALF ex Primo Problemate Tertij.

	G M S		
Latus AF ex ſeptima operatione	73 38 42	9 5 9 5 3	*Sinus eius.*
Angulus F	57 3 48	8 3 9 2 7	*Sinus eius.*
Latitudo AL nouæ Stellæ quæſita	53 38 20	8 0 5 3 0	*Sinus prodiens.*

Deinde ex decimo Problemate Tertij manente ALF ſic operare.

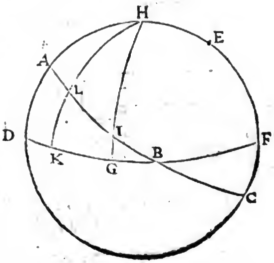
	G M S		
Idem Latus AF	73 38 42	3 4 0 7 5 8	*Tangens eius.*
Idem angulus F	57 3 48	5 4 3 7 1	*Sinus eius ſecundus.*
Latus FL ſeu differentia Longitudinis nouæ Stellæ à puncto F	61 38 33	1 8 5 2 7 3	*Tangens proueniens.*
Longitudo puncti F addenda	335 23 53		
Aggregatum vtriuſque Longitudinis totus	397 2 36	*circulus.*	
Longitudo Stellæ nouæ ab ♈ *initio A*	37 2 26		

Digitized by Google

PROBLEMA V.

Inclinationem viæ Cometæ ſeu circuli, quem ſuo motu deſcribit, ad Eclipticam patefacere, & quo in loco fiat vtriuſque interſecatio.

OPortet ad hanc inquiſitionem duo loca Cometæ ſecundum Longitudinem & Latitudinem in promptu habere, quæ ſint aliquantiſper ab inuicem remota, quorum ope ad vtriuſq; quæſiti inuentionem per Triangulorum Sphæricorum ratiocinia deueniamus in hunc modum. Eſto in hac figuratione Eclipticæ medietas D B F, cuius Polus H, arcus, quem Cometa ſuo motu deſcribit, ſit A B C ſecans Eclipticam in B puncto, quod adinuenire ſtatuimus vnà cum angulo inclinationis A B D, quem facit dictus circulus Cometæ cum Ecliptica, dum tamen dentur duo loca diuerſa in ipſo arcu, L, & I, per quæ ab Eclipticæ Polo H ducantur duo Quadrantes, H K, H G. Sumpto itaq; nunc Triangulo Obliquangulo H L I ex duobus lateribus datis, quæ ſunt H L, H I, complementa ſcilicet Latitudinum duorum locorum ex obſeruatione datorum; cum angulo ab eis compræhenſo L H I differentiæ Longitudinis vtriuſque loci, quam refert arcus K G, colligetur per Quartum Problema Quarti angulus H L I, quo cognito dabitur angulus ei adiacens K L B, vt reliquus duorum rectorum.



Secundò per Triangulum Rectangu. L K B ex angulo K L B modò inuentò cum latere L K Latitudinis loci L, obtinebitur ex Tertio Problemate Tertij angulus L B K. Poſtremò vel ex duobus angulis K L B, L B K, ſupra elicitis habebitur per ſextum Problema Tertij latus K B indicans Diſtantiam puncti B interſecationis à Longitudine puncti K. Vel ex ijſdem datis, ſicut ſupra, videlicet angulo K L B prius inuento, & Latitudine puncti L colligetur per decimumtertium Problema eiuſdem Tertij latus idem K B, Diſtantiæ puncti B interſecationis à Longitudine puncti L.

Nunc afferamus calculum mutuantes à Tychone noſtro binas obſeruationes, in quarum vna adinuenit die 23. Nouembris puncti I Longitudinem in grad. 3.31′. ♒, quæ repræſentatur in puncto G, & Latitudinem grad. 20.45′. Boream, quam indicat arcus I G. In altera verò, quam fecit die 2. Ianuarij anni 1578, adinuenit puncti L Longitudinem terminantem in K graduum 10.54′. ♓ cum Latitudine eiuſdem L K grad. 28.51′. Borea. Eſt autem vtriuſque puncti I. & I differentia Longitudinis grad. 37.23′. & tantus eſt angulus L H I.

	G	M	S		
Latus H L, ideſt compl. Latitud. puncti L	61	9	0	8 7 5 8 9	*Sinus eius.*
Angulus L H I differentiæ Longitudinis	37	23	0	1 6 4 7 0 5	*Secans eius ſecunda.*
				1 4 4 2 6 3	*Inuentum primum.*
Idem latus H L	61	9	0	5 5 0 8 9	*Tangens eius ſecunda.*
Idem Angulus L H I	37	23	0	7 9 4 5 9	*Sinus eius ſecundus.*
				4 3 7 8 3	*Inuentum ſecundum.*
Latus aliud H I, ideſt compl. Latit. puncti I	69	15	0	3 7 8 8 7	*Tangens ſecunda ſubtrahenda.*
				5 8 9 6	*Inuentum tertium multiplicandū in primum.*
Angulus H L I	94	51	44	8 5 0 6	*Tangens exceſſus ſupra Quadrantem.*
Compl. anguli ad ſemic. ideſt angulus K L B	85	8	0	9 9 6 3 9	*Sinus eius.*
Latus K L Latitudinis	28	51	0	8 7 5 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus L B K	29	13	20	8 7 2 7 3	*Sinus ſecundus prodiens.*
Idem angulus K L B primò Inuentus	85	8	0	8 4 8 4	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus L B K ſecundò Inuentus	29	13	20	2 0 4 8 3 5	*Secans eius ſecunda;*
Latus K B, i. Diſtan. puncti B à puncto K	79	59	32	1 7 3 7 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

Vel

Digitized by Google

Vel vltimum hoc inuentum exploretur per Decimumtertium Problema Tertij ſic.

	G M S		
Angulus K L B ſicut ſupra	85 8 0	1174478	*Tangens eius.*
Latus idem K L Latitudinis	28 51 0	48252	*Sinus eius.*
Latus idem K B vt ſupra.	79 59 46	566909	*Tangens prodiens.*

Eſt igitur ex ſuperiore ſupputatione angulus inclinationis via Cometa ad Eclipticam grad. 29.13′.20″. & punctum interſecationis eſt in grad. 20.54′. ♐, quod patet ſubducendo hoc latus K B grad. 80.0′. a Longitudine puncti terminante in gradibus 10.54′. ♓.

PROBLMA VI.

Habitudinem circuli, quem ſuo motu deſcribit Cometa, ad Aequinoctialem inueſtigare, & quo in loco eum interſecet.

EAdem quaſi eſt huius Problematis ſoluendi ratio, quæ ſuperioris, dummodò vice duarum Longitudinum duas rectas Aſcenſiones, vice Latitudinum duas Declinationes eorundemmet locorum acceperis: quod per præcedentis Problematis figurationem oſtendemus; in qua dimidius æquator eſt D B F, eius Polus H; circulus, quem deſcribit ſuo motu Cometa eſt A B C, ſecans Aequatorem in B. Dari autem præſupponuntur in eo duo loca L & I, & primi quidem I Declinatio eſt I G, cuius recta Aſcenſio deſinit in G; Alter locus datus eſt L obtinens Declinationem K L, & Rectam Aſcenſionem terminantem in K. Quæritur nunc Aequatoris punctum B, in quo contingit interſecatio viæ Cometæ cum ipſo, atq; inſuper angulus A B D.

Primò igitur in Triangulo Obliquangulo H L I ex duobus lateribus datis H L, H I, quæ ſunt complementa Declinationum duorum locorum L & I, cum angulo L H I differentiæ rectæ vtriuſque loci, quem metitur arcus Æquatoris K G, obtinebitur ex quarto Problemate Quarti angulus H L I, & proinde eius conſequens K L B notus euadet.

Secundò in Triangulo Rectangulo K L B ex angulo K L B prius inuento, & latere K L Declinationis loci L patefiet per tertium Problema Tertij angulus K B L.

Tandem verò vel ex duobus angulis K L B, K B L per ſextum Problema Tertij, vel ex angulo K L B, & latere K L per decimumtertium Problema Tertij colligetur latus K B, hoc eſt Diſtantia quæſita. Tum patebit ex ſequenti ſupputatione Problema hoc non differre à præcedente, niſi immutatis terminis; vnde reſumemus binas Tychonis obſeruationes, quibus in illo ſuperiore vſi fuimus, in quarum vna diei 23. Nouembris collegit Declinationem gradum 0′.50″.30‴. Boream, & Rectam Aſcenſionem gr. 301.3′; in altera diei 2. Ianuarij adinuenit Declinationem gr. 19.11′. Boream, & Rectam Aſcenſionem grad. 332.26′. Vnde vtriuſq; obſeruationis differentia Recta erit grad. 31.23′. & tantus eſt angulus B A C. His itaq; datis ſic prouenit calculus.

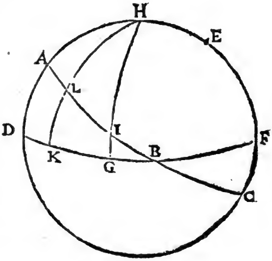
Latus H L, ideſt compl. Declina. puncti L	70 49 0	94447	*Sinus eius.*
Angulus L H I differentiæ Rectæ	31 23 0	192027	*Secans eius ſecunda.*
		181364	*Inuentum primum.*
Idem latus H L	70 49 0	34791	*Tangens eius ſecunda.*
Idem angulus L H I	31 23 0	85370	*Sinus eius ſecundus.*
		29701	*Inuentum ſecundum.*
Latus aliud H I, ſeu compl. Declin puncti I	89 9 30	1469	*Tangens ſecunda ſubtrahenda.*
		28232	*Inuentum 3. multiplicandum in primum.*
Angulus H L I	117 6 50	51203	*Tangens exceſſus ſupra Quadrantem.*
Compl. ang. H L I ad ſemic. ideſt ang. K L B	62 53 10	89010	*Sinus eius.*
Latus K L Declinationis	19 11 0	94447	*Sinus eius ſecundus.*
Angulus quæſitus K B L	32 47 20	41045	*Sinus ſecundus prodiens.*
Angulus K L B, vt ſuprà	62 53 10	195300	*Tangens eius.*
Latus K L Declinationis	19 11 0	32859	*Sinus eius.*
Latus K B, ideſt Diſtãtia puncti à puncto K	32 41 0	64174	*Tangens prodiens.*

Eſt itaq; K B Diſtantia graduum 32.41′. quæ ſublata à Recta Aſcenſione puncti L terminante in K ad gradus 332.26′, relinquit locum interſectionis in Aequatore in gradibus eiuſdem 299.45′. exiſtente angulo inclinationis via Cometa ad Aequatorem graduum 32.47′.20″.

PROBLEMA VII.

Data Longitudine Planetæ, vel Cometæ in Ecliptica ab interſecatione viæ ipſius cum Ecliptica, quam Caput vel Caudam Draconis vocant, vnà cum eiuſdem ab Ecliptica Latitudine, verum ipſius locum in ſuo circulo definire.

VSum habet hoc Problema, vt ex locis Cometæ vel Planetæ in Ecliptica, quæ ad aliquot dies per Inſtrumenta, facta collatione ad Stellas Fixas, cum quibus Trigonū efficit, colliguntur, poſſimus cognoſcere verum motum ipſius Planetæ vel Cometæ in ſuo proprio circulo. Quarè neceſſe eſt, vt ex Quinto Problemate huius cognoſcas inclinationem viæ Cometę ad Eclipticam, & locum inclinationis ipſius. Quamobrem repetita hic figura dicti Quinti Problematis, intelligemus in Triangulo Rectangulo I G B dari nota duo latera circa rectum, nimirum B G Longitudinis loci Cometæ G à puncto interſecationis B, & I G Latitudinis eiuſdem. Ex Problemate itaque ſecundo Tertij, dabitur baſis I B, ideſt Diſtantia cometæ I à dicto interſecationis puncto B in ſuo proprio circulo A B C.



I. *Modus per ſolos Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum Longitudinis Planetæ vel Cometæ à Capite Draconis, ita Sinus ſecundus Latitudinis eiuſdem ad Sinum ſecundum Diſtantiæ ipſius ab eodem Capite Draconis in ſuo circulo.

Exemplum. *Accipiamus obſeruationem Cometæ Tychonicam diei ſecundæ Ianuarij, quando cognita fuit illius Cometæ Longitudo in grad. 10.54'. ♓, & Latitudo grad. 28.51'. Borea. Per Problema autem quintum fuit deprahenſa Longitudo ipſius Cometæ à proxima interſecatione circuli cum Ecliptica grad. 79.59'.32". exiſtente interſecatione ipſa in grad. 20.54. ♓. Nunc autem tali ſupputatione definiemus Diſtantiam loci Cometæ à dicta interſecatione in proprio circulo numeratam.*

	G M S		
Longitudo Cometæ à ☊ in Ecliptica	79 59 32	1 7 5 7 8	*Sinus eius ſecundus.*
Latitudo Cometæ Borealis	28 51 0	8 7 5 8 9	*Sinus eius ſecundus.*
Diſtantia Cometæ à ☊ in ſuo ductu	81 14 30	1 5 2 2 1	*Sinus ſecundus proueniens.*

II. MODVS *Per Sinuum Proſtaphæreſin.*

Longitudo Cometæ à ☊ in Ecliptica	79 59 32		
Latitudo Cometæ Borealis	28 51 0		
Differentia	51 8 32	6 2 7 3 9	*Sinus eius ſecundus.*
Agregatum	108 50 32	3 2 2 9 6	*Sinus exceſſus.*
		3 0 4 4 3	*Differentia Sinuum.*
Diſtantia Cometæ à ☊ in ſuo circulo	81 14 30	1 5 2 2 1	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus quæſitus.*

III. MODVS *Per Tabulam Generalem.*

SI in Generali Tabula ſumes in calce Longitudinem Cometæ grad. 79.69'.32". & à dextro latere Latitudinem eius grad. 28.51'. habebis in area grad. 8.45'.30". cuius numeri complementum eſt Diſtantia ipſius Cometæ à ☊ grad. 81.14'.30". Vt priùs.

PROBLE-

PROBLEMA VIII.

Reductio loci Planetæ, vel Cometæ in ſuo circulo ad Eclipticam.

COnuerſum eſt hoc Problema præcedentis, & vſus eius pernecceſſarius eſt, quotieſcunq; ex calculo datur verus locus Planetæ in proprio circulo, qui reducendus ſit ad Eclipticam. Oportet autem habere veram Diſtantiam Planetæ à Capite Draconis, quam artifices coæquatum motum Latitudinis vocant, ac veram eius Latitudinem; ex quibus per Problema Octauum Tertij licebit colligere Diſtantiam veri loci ipſius Planetæ à Capite in Ecliptica numeratam.

I. MODVS Per Sinus, & Secantes.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem Latitudinis, ita Sinus ſecundus Diſtantiæ Planetæ à Capite Draconis in ſuo circulo ad Sinum ſecundum Diſtantię eiuſdem ab eodem Capite Draconis in Ecliptica numeratam.

Exemplum.

DAta ſit Diſtantia Cometæ à Capite Draconis in ſuo circulo grad. 81. 14′. 30″. & eius Latitudo ſit graduum 28. 51′.

	G M S	–	
Latitudo Cometæ	28 51 0	1 1 4 1 7 0	*Secans eius.*
Diſtantia Cometæ à ☊ in ſuo circulo.	81 14 30	1 5 2 2 1	*Sinus eius ſecundus.*
Longitudo Cometæ à ☊ in Ecliptica.	79 59 32	1 7 3 7 8	*Sinus ſecundus prodiens.*

II. MODVS Per Sinuum ſecundariam Proſtaphæreſin.

FActa commutatione Latitudinis Planetæ, vel Cometæ in arcum arealem Quarti Ordinis Magni Canonis, & accepto complemento Diſtantiæ ipſius à Capite Draconis in ſuo circulo, abſolues operationem, vt ex hoc Exemplo repetito conſtat.

Complem. Diſt. Planetæ à ☊ in ſuo circulo	8 45 30		
Latitudo Cometæ commutata ex 4. ordine	6 33 21		
Differentia	2 12 9	9 9 9 2 6 1	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	15 18 51	9 6 4 4 9 1	*Sinus eius ſecundus.*
		3 4 7 7 0	*Differentia Sinuum.*
Longitudo Cometæ à ☊ in Ecliptica	79 59 20	1 7 3 8 5	*Dimidium, ideſt Sinus ſecundus prodiens.*

III. MODVS Per arealem introitum in Generalem Tabulam.

VEl in calce, vel in latere dextro, prout expedierit, cape Latitudinem Stellæ, & in area complementum Longitudinis Planetæ vel Cometæ à Capite Draconis in ſuo circulo; & à latere dextro vel in calce habebis Diſtantiam eiuſdem à dicto Capite Draconis in Ecliptica numeratam.

Exemplum.

VT in ſuperiore dato Exemplo, comperiendo gradus 28. 51′. à dextro latere, & in area complementum Diſtantiæ à Capite Draconis grad. 8. 45′. 30″. reſpondent in calce grad. 79. 59′. 20″. vt prius, pro Longitudine Cometæ à Capite Draconis in Ecliptica accepta.

IV. MODVS Per Tabulam ſecundæ Analogiæ.

SVme in fronte Tabulæ ſecundæ Latitudinem Cometæ graduum 28. 51′. & Diſtantiam ipſius à Capite Draconis in ſuo circulo numeratam, quæ eſt grad. 81. 14′. 30″. inquiras à latere dextro; & in area patebit complementum Diſtantiæ quæſitæ in Ecliptica acceptæ grad. 10. ferè, vnde ipſa Diſtantia erit grad. 80.

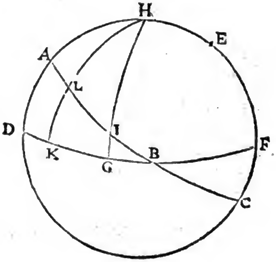
PROBLEMA IX.

Data Maxima Planetæ Latitudine, aut potiùs inclinatione viæ ſeu circuli ipſius ad Eclipticam vnà cum Diſtantia ipſius à Capite Draconis, veram eius Latitudinem inueſtigare.

REſumpta hic figura Quinti Problematis huius, datus ſit angulus I B G inclinationis circuli, quem ſuo motu deſcribit Planeta, ad Eclipticam, & nota ſit etiam Longitudo ipſius in ſuo circulo,

Digitized by Google

culo, quæ magis vſu venit, & eſt B L; ex his dabitur per primum Problema Tertij huius Latitudo quæſita K L.



I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

Fiat, vt Sinus totus ad Sinum anguli inclinationis viæ ſeu circuli Planetæ vel Cometę ad Eclipticam, ita Sinus Diſtantiæ eiuſdem à Capite Draconis in ſuo circulo numeratæ ad Sinum Latitudinis eius.

Exemplum Primum.

Eſto ſicut ex Quinto Problemate huius collegimus inclinatio viæ Cometæ ad Eclipticam graduum 29.13′.20″. & Diſtantia Cometæ in ſuo circulo à Capite Draconis ſit graduum 81.14′.30′. qualem ex ſeptimo Problemate huius collegimus, ex quibus conſtabit Planetæ Latitudo tali calculo.

	G M S		
Angulus inclinationis viæ Cometæ ad Eclip.	29 13 20	4 8 8 2 0	*Sinus eius.*
Diſtantia cometæ à ☊ in ſuo circulo	81 14 30	9 8 8 3 4	*Sinus eius.*
Latitudo Cometæ quæſita	28 51 0	4 8 2 5 1	*Sinus proueniens.*

Exemplum Secundum.

Data ſit Latitudo Lucæ maxima graduum 5.17′.30″. & Diſtantia eius à ☊ grad.65. ex his dabitur Latitudo Lunæ ſic.

	G M S		
Latitudo Lunæ maxima	5 17 30	9 2 2 3	*Sinus eius.*
Diſtantia Lunæ à nodo Boreo ſeu ☊	65 0 0	9 0 6 3 1	*Sinus eius.*
Vera Latitudo Lunæ	4 47 42	8 3 5 9	*Sinus proueniens.*

II. MODVS *Per Proſtaphæreſin.*

Per Proſtaphæreſin elicitur quoque eadem Latitudo ex iiſdem datis more conſueto, vt è [illegible] unde Exemplo hic repetito cernere licet.

	G M S		
Latitudo Lunæ maxima	5 17 30		
Diſtantia Lunæ à ☊	65 0 0		
Differentia	59 42 30	5 0 4 4 0	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	17 17 30	3 3 7 2 3	*Sinus eius ſecundus.*
		1 6 7 1 7	*Differentia Sinuum.*
Vera Lunæ Latitudo	4 47 42	8 3 5 9	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS *Per Tabulam Generalem.*

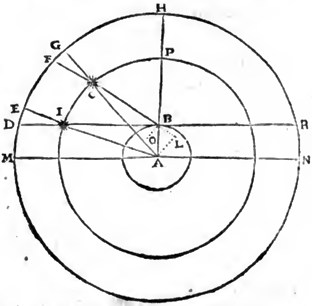
Ingredere in fronte dictæ Tabulæ cum Latitudine Lunæ maxima, vt pote in dicto Exemplo cum gradibus 5.17′.30″. & à latere ſiniſtro cum grad.65. Diſtantiæ Lunæ à Capite Draconis, & in area colligetur vera Lunæ Latitudo grad.4.47′.42″. ſicut ſupra.

PROBLE-

PROBLEMA X.

Parallaxin ſeu diuerſitatem aſpectus Lunæ, Aſtri, vel Cometæ in circulo Altitudinis indagare, data ſcilicet ipſius à terra Diſtantia & Altitudine ſupra Horizontem.

PArallaxis ſeu diuerſitas aſpectus nil aliud eſt, quàm hallucinatio ſeu aberratio viſus in deſignando vero Stellæ ſeu Phænomeni loco, & eſt in circulo Altitudinis arcus Verticalis circuli per Zenith & Aſtrum incedentis, quem rectæ duæ lineæ intercipiunt, quarum vna à centro terræ educta per Stellam ipſam deſignat verum eius locum, altera verò à ſuperficie terræ ſimiliter per Stellam determinat viſum ſeu apparentem locum, & hæ quidem lineæ ſeſe in centro Stellæ interſecant. Subeunt verò parallaxin Stellæ illæ ac phœnomena, quorum Diſtantia à terra non eſt tanta, quin ipſius terræ ſemidiameter ad eam collata ſenſibilem habeat magnitudinem. Eſto itaque in adiecto Schemate magnus circulus cœleſtis, cuius reſpectu globus terræ inſenſibilem habeat magnitudinem D H R, cuius centrum A ſit quoq; centrum globi terræ habentis ſemidiametrum A B: ſit præterea circulus P C I penes remotionem Aſtri vel Cometæ. In ſuperficie terræ ſit locus B, per quem tranſeat diameter Horizōtis, qui ſit ſecundum viſum D B R, æquidiſtans diametro à Mundi M A N, à terræ ſeu Mundi centro A tranſeat per B locum terræ ſemidiameter A B H, deſignans Verticem in puncto H.



Si itaque à loco B terræ fuerit obſeruata Stella vel Cometa in P, eius in cœlo erit in puncto H Verticis, nullam efficiens aſpectus diuerſitatem; at illa in puncto Horizōntis I adinuenta, maximam omnium admittit parallaxin, & erit quidem arcus D E magni circuli, quo ad inuicem differunt verus Stellæ ſeu Cometæ locus D, & apparens ſeu viſus E, qui ex angulo A I B innoteſcet. In locis autem intermedijs fiet minor parallaxis, quàm ad Horizontem pro ratione Diſtantiæ à Vertice, vbi prorſus euaneſcit. Patet itaq; locum verum Aſtri & apparentem eſſe in eodem magno circulo Verticali, ſed apparentem propiorem eſſe Horizonti, & verum ipſi Vertici. Nunc autem propoſitum eſt tam parallaxin maximam, quæ ſit ad Horizontem, quàm, quæ ſit ad quemuis gradum Altitudinis Stellæ ſupra Horizontem, adinuenire, ex data ſcilicet Diſtantia ipſius terræ à ſuo centro. Primò igitur in Triangulo rectilineo Rectangulo A B I recta A B, ſemidiameter ſcilicet terræ euadit Sinus anguli A I B maximæ parallaxis, poſito A I Sinu toto. Quare ſi diuidatur Sinus totus per numerum diametrorum terræ, quibus Stella diſtat à centro ipſius, naſcetur in quotiente Sinus maximæ parallaxis ad Horizontem. Sic etiam ſi dictæ Diſtantiæ à terra iuxta ſemidiametros terræ addantur quinque notæ, euadet Secans ſecunda dictæ maximæ parallaxis, ex qua per Magnum Canonem ipſa prodibit.

Exemplum. *Ponamus Lunæ Diſtantiam à centro terræ in ſemidiametris eiuſdem 55. & lubeat ſcire parallaxin eius maximam prope Horizontem. Diuiſo itaq; Sinu toto per hunc numerum, prodit numerus 1818. cuius arcus eſt grad. 1. 2'. 30". & tanta eſt maxima parallaxis Lunæ ad eam Diſtantiam. Vel ipſi numero Diſtantiæ à terra addatur integer Sinus, vt fiat Secans ſecunda 5500000. ad quam ſpectat arcus grad. 1. 2'. vt ſupra.*

Hac maxima parallaxi explorata, facilè quæcunque alia parallaxis ad eandem Stellæ à terra Diſtantiam patefiet, cum ſcilicet eiuſdem à Vertice fuerit data Diſtantia. Eſto itaque Stella in C, cuius Diſtantia C P à Vertice ſit data, cum eiuſdem Diſtantia à centro terræ A C. Intelligamus cadere rectam perpendicularem A L ſuper rectam C B vlterius protractam, vt formetur Triangulum Rectangulum A L B. Pariter etiam à puncto B ſuperficiei terræ cadat alia perpendicularis B O, vt prodeat aliud Rectangulum Triangulum B O A.

Primò igitur in Triangulo Rectangulo B O A datur nota baſis A B, tanquam Sinus maximæ parallaxis ad Horizontem ſupra elicitæ, & cognitus eſt angulus B A O, ideſt P A C Diſtantiæ Stellæ

 à Vertice,

Digitized by Google

à vertice,quæ complementum eſt Altitudinis verę ipſius Stellę ſupra Horizontem ex obſeruatione, vel hypotheſi datæ.Quare non latebit latus B O, quod eſt Sinus anguli A C B, poſito Sinu toto C B, vnde prodibit ipſe angulus,qui aliquantò minor eſt quæſito angulo, eò quia recta A L debebat adinueniri, quæ Sinus eſt dicti anguli in ratione totius Sinus A C vel A I, in qua ratione nota præſupponitur recta A B. Quamobrem addemus inuentum hunc angulum A C B angulo P A C veræ diſtantiæ Stellæ à vertice, & euadet notus angulus externus P B C apparentis diſtantiæ Stellæ à vertice; ſi qui-
BAC, dem duobus angulis internis B O C, A C B Trianguli A B C æquatur externus P B C ex 32. Primi Elem. quo cognito datur etiam ei verticalis A B L. Quare aſſumpto Triangulo A L B ex dato latere A B, Sinu nempe maximæ parallaxis cum dicto angulo indagabitur latus A L, ideſt Sinus anguli A C B, ſecundum rationem totius Sinus A C, vnde & ipſe angulus patebit. Fiat itaque Primò, vt Sinus totus ad Sinum maximæ parallaxis ad datam aliquam à terra diſtātiam; ita Sinus veræ diſtantiæ Stellæ à vertice ad Sinum inuenti primi, cuius angulus addatur dictæ diſtantiæ à vertice, vt prodeat apparens diſtantia Stellæ à vertice. Tum fiat, vt Sinus totus ad eundem Sinum maximę parallaxis, ita Sinus apparentis diſtantiæ à vertice ipſius Stellæ ad Sinum parallaxis eiuſdem ad dictam diſtantiam.

Exemplum. *Propoſita eadem Stella diſtantiæ à terra ſemidiametrorum terræ 55. ex qua prodijt Sinus maximæ parallaxis ad Horizontem 1818. ſit propoſitum adinuenire parallaxin Lunæ ad altitudinem veram ſupra Horizontem gradum 34. ſeu ad diſtantiam à vertice grad. 56. Talis igitur inſtituetur ſupputatio.*

	G M S		
Diſt. Lunæ à terra ſemid. terræ 55. parallaxis maxima.	1 2 38	1 8 1 8	*Sinus eius.*
Diſtantia vera Lunæ à vertice.	56 0 0	8 2 9 0 4	*Sinus eius.*
Inuentum primum addendum.	0 51 50	1 5 0 7	*Sinus prodiens.*
Diſtantia Lunæ apparens à vertice.	56 51 50	8 3 7 3 8 1 8 1 8	*Sinus eius.* *Sinus maximæ parallaxis.*
Parallaxis quæſita.	0 51 20	1 5 2 2	*Sinus proueniens.*

Aliter per Tabulam Generalem Primi Mobilis.

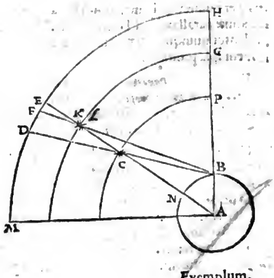
INgredere primò Generalem Tabulam cum parallaxi maxima in fronte, & cum vera diſtantia Lunę à vertice à latere ſiniſtro, & quicquid ex area excerpes dicetur Inuentum primum; quod addendũ erit eidem veræ diſtantiæ Lunæ à vertice vt fiat diſtantia Lunæ à vertice apparens ſeu viſa. Poſtea denuò quære in fronte dictæ Tabulæ parallaxin maximam, & à latere ſiniſtro dictam diſtantiam Lunæ apparentem à vertice, & in area offeretur tibi parallaxis Lunæ quæſita.

Vt in dicto Exemplo comperiendo in fronte gradus 1. 2'. 37". parallaxis maxima, & à latere gradus 56. diſtantia Lunæ à vertice vera, colligetur ex area Inuentum primum graduum 0. 51'. 50". quod additum diſtantiæ ſupradictæ facit diſtantiam Lunæ à vertice apparentem grad. 56. 51'. 50" quam denuò ſumo à ſiniſtro latere & ſub eadem columna grad. 1. 2'. 38". & reſpondet in area parallaxis quæſita grad. 0. 52'. 20".

PROBLEMA XI.

Diuerſitatem aſpectus Lunæ ad Solem in circulo altitudinis diſcernere.

ESto in adiecta figura Quadrans magni circuli cœleſtis H F M ſuper centrum A deſcriptus, ſuper quo etiam delineati ſint duo alij Quadrantes, vnus nempe P C diſtantiæ Lunæ à terra, in cuius puncto C ſtatuatur Luna, & alter G L diſtantiæ Solis à terra, manente Sole in puncto L. Globus verò terræ ſit B N, cuius diameter A B, locus terræ B eſt, ex quo aſpiciuntur duo luminaria, indeq; eductæ duæ lineæ per ipſa determinabunt eorum viſa ſeu apparentia loca, nempe Lunæ in D & Solis in F, recta verò à centro eodem A per ambo luminaria traiecta deſignabit vtriuſq; locũ in idem punctũ E.



Tum ex præmiſſo Problemate inquire tam diuerſitatem aſpectus Lunæ E D, quàm diuerſitatẽ aſpectus Solis E F; nam hac ab illa detracta relinquetur ambarum differentia F D, quæ dicitur diuerſitas aſpectus Lunæ ad Solem.

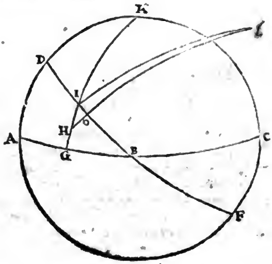
Exemplum.

Digitized by Google

Exemplum. *Eſto amborum Luminarium Diſtantia à Vertice grad.56. & Lunæ Diſtantia à terra ſit ſemidiametrorum 55. vt in Exemplo præcedentis Problematis, vbi parallaxin eius indagauimus min.52'.20". Sit autem Solis mediocris à terra remotio, vbi parallaxin maximam efficit minut.3. Vnde ex præcedente colligitur parallaxin ipſius Solis ad eandem datam Diſtantiam à Vertice min.2'.29". qua detracta à Lunæ parallaxi relinquit eiuſdem Lunæ parallaxin ad Solem min.49'.51".*

PROBLEMA XII.

Parallaxin, ſeu aſpectus diuerſitatem Solis vel Lunæ in Longitudinem & Latitudinem ex data parallaxi in circulo Altitudinis ſeorſim cognoſcere, dum tamen Luna expers fuerit Latitudinis.



MEridiano circulo A K C F adaptetur dimidius Horizon A B C, cuius Polus K dicitur Vertex Regionis, atq; etiam dimidia Ecliptica D B F. Conſtituatur autem Luna Exempli gratia in puncto I, per quod tranſeat Quadrans à Vertice magni rirculi Altitud. K I G, in quo portio I H ſit diuerſitas aſpectus in circulo Altitudinis cognita. Per duo autem puncta I & H educantur arcus magnorum circulorum à Polo Eclipticæ L. Arcus itaque I O Eclipticæ, quem dicti duo arcus intercipiunt, eſt parallaxis in Longitudinem, & arcus H O eſt parallaxis in Latitudinem; hiq; duo arcus nunc ſunt perſcrutandi.

Inquiratur primò angulus Eclipticæ & circuli Altitudinis apud punctum I Eclipticæ datum, vel quidem per Problema Trigeſimumſecundum Sexti huius, vel per aliud quodcunq; Problema immediate ſubſequens. Poſtea ad Triangulum Rectangulum H O I animum aduerte, in quo cùm detur baſis H I, vtpote diuerſitas aſpectus Lunæ in circulo Verticali, & cognitus ſit angulus H I O à Verticali cum Ecliptica in puncto I factus, quem Regiomontanus angulum Latitudinis vocat, cognoſcetur per Primũ Problema Tertij latus H O diuerſitatis aſpectus in Latitudinem. Sed aſpectus diuerſitas in Longitudinem I O dupliciter innoteſcet: vel quidem per octauum Problema Tertij ex eadem baſe H I, quam dicimus aſpectus diuerſitatem in circulo Verticali, & ex latere H O modò inuento diuerſitatis aſpectus in Latitudinem: vel etiam per Problema primum Tertij, capiendo complementum anguli H I O nuper inuenti Eclipticæ & circuli Altitudinis pro angulo I H O, quem Regiomontanus angulum Longitudinis appellat; ſiquidem in paruo hoc Triangulo Rectangulo H O I Sphærico, duo dicti anguli perinde ac in rectilineo Plano Rectangulo adæquant vnum rectum.

Inquiſitio parallaxis in Latitudinem.

I. MODVS *Per ſolos Sinus.*

FIat, vt Sinus totus ad Sinum anguli Eclipticæ & circuli Altitudinis, ita Sinus parallaxis in circulo Altitudinis ad Sinum parallaxis in Latitudinem.

Exemplum. *Sumamus Exemplum ad Eclipſin Solarem anni 1601. diei 14. Decembris, in qua Tycho adinuenit ad tempus viſibilis coniunctionis angulum ab Ecliptica & Verticali grad.64.35'.15". & parallaxin Lunæ in circulo Verticali gr.0.58'.36". Lubeat verò nunc parallaxin in Latitudinem diſcernere; quod vtiq; tali fiet calculo.*

	G M S		
Angulus Eclipticæ & circuli Altitudinis	64 35 15	9 0 3 2 4	*Sinus eius.*
Parallaxis in circulo Altitudinis	0 58 36	1 7 0 4	*Sinus eius.*
Parallaxis in Latitudinem	0 52 54	1 5 3 9	*Sinus prodiens.*

II. MODVS *Per Sinuum Proſthaphareſin.*

Angulus Eclipticæ & circuli Altitudinis	64 35 15		
Parallaxis in circulo Altitudinis	0 58 36		
Differentia	63 36 39	4 4 4 4 6	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	65 33 51	4 1 3 6 8	*Sinus eius ſecundus.*
		3 0 7 8	*Differentia Sinuum.*
Parallaxis in Latitudinem	0 52 54	1 5 3 9	*Dimidium, ideſt Sinus quæſitus.*

III. MODVS Per Tabulam Generalem.

COmperias in fronte parallaxin in circulo Altitudinis min.58′.36″.& à latere ſinitro angulum Ecliptica & circuli Altitudinis grad.64.35′.15″.& in area habebis parallaxin iñ m. Latitudinem minutorum 52′.54″.

Inuentio parallaxis in Longitudinem.

I. MODVS Iuxta octauum Problema Tertij.

FIat, vt Sinus totus ad Secantem parallaxis in Latitudinem, ita Sinus ſecundus parallaxis in circulo Altitudinis ad Sinum ſecundum parallaxis in Longitudinem.

Exemplum. *Eſto ſicut ſupra parallaxis in circulo Altitudinis 58′.36″.& parallaxis in Latitudinem 52′.54″.*

	G M S		
Parallaxis in Latitudinem	0 52 54	10001185	*Secans eius.*
Parallaxis in circulo Altitudinis.	0 58 36	9998547	*Sinus eius ſecundus.*
Parallaxis Lunæ in Longitudinem	0 25 12	9999731	*Sinus ſecundus prodiens.*

II. MODVS Per Tabulam Generalem.

CApe in calce vel à dextro latere Tabulæ parallaxin Lunæ in Latitudinem, & in area complementum parallaxis in circulo Altitudinis, & à latere ſimiliter dextro vel in calce dabitur parallaxis in Longitudinem, & pro hac operatione ſemper continget ingreſſus in vltima pagina dictæ Tabulæ.

Vt in dato Exemplo comperio in calce gr.0.52′.54′. parallaxis in Latitudinem, & in area complementum parallaxis in circulo Verticali graduum 89.1′.24′. & à latere dextro colligo 24′.20″. pro parallaxi Lunæ in Longitudinem, deficiens quidem à ſuperiore 52″. quod ideò contingit, quia Tabula Generalis in duobus illis vltimis gradibus habet citò variabilem differentiam in ſecundis, & oporteret pro hac operatione exactè tractanda ipſam ad ſingula minuta pro illis duobus vltimis gradibus extendere.

III. MODVS Per Problema primum Tertij.

FIat, vt Sinus totus ad Sinum ſecundum anguli Eclipticæ, & circuli Altitudinis, ita Sinus parallaxis in circulo Altitudinis ad Sinum parallaxis in Longitudinem.

Exemplum idem.

Angulus Eclipticæ & circuli Altitudinis	64 35 15	42913	*Sinus eius ſecundus.*
Parallaxis in circulo Altitudinis	0 58 36	1704	*Sinus eius.*
Parallaxis in Longitudinem	0 25 8	731	*Sinus prodiens.*

IV. MODVS Per Proſtaphæreſin.

CVm complemento anguli Eclipticæ & circuli Altitudinis, & cum parallaxi in circulo Altitudinis fit operatio, vt ſequitur.

Complem. Ang. Eclipticæ et circuli Altitud.	25 24 45		
Parallaxis in circulo Altitudinis	0 58 36		
Differentia	24 26 9	92042	*Sinus eius ſecundus.*
Aggregatum	26 23 21	89580	*Sinus eius ſecundus.*
		2462	*Differentia Sinuum.*
Parallaxis in Longitudinem	0 25 8	731	*Dimidium, idest Sinus quæſitus.*

V. MODVS Per Tabulam Generalem.

ACcipe in fronte dictæ Tabulæ parallaxin in circulo Altitudinis grad.0.58′.36″. & à dextro latere angulum Eclipticæ & circuli Altitudinis graduum 64.35′.15″. & in area habebis parallaxin Lunæ in Longitudinem graduum 0.25′.8″.

Scholium.

Digitized by Google

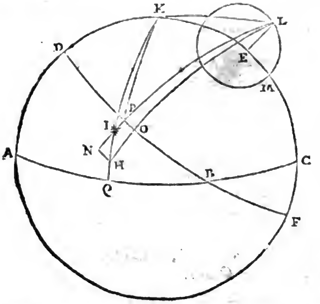
Scholium.

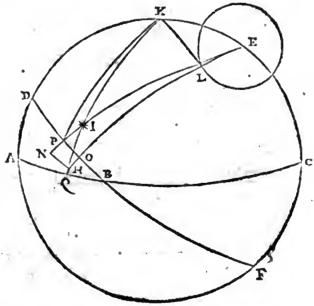
AD eundem modum oblata refractione Lunæ vel Solis, quæ contingit in circulo Altitudinis poteris diſcernere vtramq; refractionem in Longitudinem & Latitudinem. Quod admonuiſſe ſufficiat ex Tychonis doctrina, ſicut habetur apud ipſum in primo ſuo Progymnaſmatum tomo pag. 96.

PROBLEMA XIII.

Data parallaxi in circulo Altitudinis Lunæ Latitudinem ab Ecliptica obtinentis, diſcernere ipſius parallaxes in Longitudinem ac Latitudinem.

Difficilis ac laborioſa hactenus fuit hæc operatio tùm Regiomontano, tùm Copernico viris præſtantiſſimis, ne dicam alijs, & ſummè quidem neceſſaria eſt pro obſeruationibus, vt ſcilicet verus Lunæ locus in apparentem ſeu viſum reducatur, quoties neceſſe fuerit: ſed nos illam ad euidentiorem & minus operoſam praxin nunc reducemus. Eſto itaq; in appoſitis figurationibus Meridianus A E C, Horizon A B C, cuius Polus ſeu Vertex K, Eclipticæ medietas D B F, Sit præterea Polus Mundi Arcticus E, circa quem ſit circulus Arcticus L M, in quo Polus Boreus Eclipticæ ſit L. Statuamus verò Lunam in I, per quam à Polo L ipſius Eclipticæ deducatur circulus Latitudinis L P N, qui veram Lunæ Longitudinem, in puncto P Eclipticæ deſignabit, atq; eiuſ-





dem portio I P veræ eiuſdem Latitudini deputabitur. Per eandem Lunam in I tranſeat à Vertice K magnus circulus Altitudinis K I Q, cuius portio I H ſit parallaxis data, quæ dicitur in circulo Altitudinis, vt per eam poſſit cognoſci, quanta ſit parallaxis in Longitudinem, & quanta in Latitudinem. Per alterum terminum H dicti arcus parallaxis incedat magnus circulus à Polo Eclipticę veniens, & à puncto H educatur arcus H N perpendicularis in circulum Latitudinis Lunæ L N. Erit itaq; arcus I N parallaxis in Latitudinem; & arcus P O in Longitudinem, à quo parum diſcrepat arcus N H, ob paruitatem arcuum P N, O H. Vtramq; verò parallaxin duplici ratione diſcernendi facultas dabitur ex Triangulorum ratiocinijs; quarum primam ab Eximio Aſtronomiæ lumine Tychone Brahe accepimus, alteram nosipſi excogitauimus.

PRIMA FORMA.

Coniunctis primò tribus Polis, nempe K Horizontis, E Mundi, & L Eclipticæ per arcus magnorum circulorum formabitur Triangulum Obliquangulum K E L, in quo nota ſunt duo latera, nimirum E L Diſtantia Poli Eclipticæ à Polo Mundi æqualis Maximæ Obliquitati, & K E complementum Eleuationis Poli, atq; etiam angulus K E L, quem data latera comprehendunt patet, Diſtantię ſcilicet ſeu receſſionis Coluri Solſtitiorum à Meridiano penes arcum Aequatoris, ideſt ab Aſcenſione Recta Medij Cœli ad datum temporis momentum. Ex his itaq; per Tertium Problema Quarti ti addiſcetur tertium latus K L menſurans Diſtantiam Poli Eclipticæ à Vertice, hoc autem vocetur Inuentum primæ operationis.

Digitized by Google

Secundò aſſumpto Triangulo Obliquangulo K I L, quoniam in eo patent ſingula latera (nam K L eſt Diſtantia Poli Eclipticæ à Vertice ex prima operatione prodiens, latus K I eſt complementum Altitudinis Lunæ ſupra Horizontem ad horam datam, & latus L I componitur ex Quadrante L P & Lunæ Latitudine P I Auſtrina, vt in prima figura, vel eſt complementum Latitudinis Boreæ ipſius Lunæ, vt in ſecunda figura.) Igitur ex his per primum Problema Quarti elicietur angulus K I L factus à circulo Latitudinis in centro Lunæ, quem dicimus inuentum ſecundæ operationis.

Tertiò in Triangulo Rectangulo I H N ex nota baſe I H, parallaxi nempe Lunæ in circulo Altitudinis cum angulo N I H æquali angulo K I L Verticali, ex ſecunda operatione, colligetur per decimum Problema Tertij latus I N diuerſitatis aſpectus in Latitudinem.

Quartò retento eodemmet Triangulo I H N ex eadem baſe I H Parallaxis in circulo Altitudinis, & I N parallaxi Latitudinis per Octauum Problema Tertij prodibit arcus N H æqualis fermè arcui P O parallaxis in Longitudinem. Quòd ſi dictum arcum O P adunguem volueris cognoſceres ex arcu N H nuper explorato & latere L N, quod componitur ex complemento Latitudinis I L, & parallaxi Latitudinis I N priùs compertæ, obtinebis angulum P L O, quem arcus ille O P menſurat, idq; per nonum Problema Tertij; Sed nimis curioſa erit hæc calculi repetitio, nec parum labori fructum compenſabit.

Exemplum. *Aſſumamus Exemplum Tychonis, quod habetur in ſecundo Tomo Progymnaſmatum pagina 44. in quo datur Lunæ Longitudo in gradibus 0.56'. ♏. ac Latitudo graduum 4.38'. Meridiana, cuius Altitudo ſupra Horizontem ad horam 4.50'. P. M. Vraniburgi fuit graduum 9.20'. & proinde parallaxis in circulo Altitudinis congruit ei grad. 54'.20". Eſt autem loci Latitudo grad. 55.54'.30". & Recta Medij Cœli Aſcenſio graduum 312.43'. à quo reiecta Tropici Cancri Recta Aſcenſione, quæ perpetuò eſt graduum 270. remanet angulus remotionis Coluri Capricorni à Meridiano. Vnde ex his abſolue calculum prout hic ſequitur.*

Prima operatio per Triangulum Obliquangulum K E L iuxta ſecundum modum Tertij Problematis Quarti.

	G	M	S		
Latus E L obliquitatis maximæ	23	31	30	3 9 9 1 5	*Sinus eius.*
Latus K E ſeu complementum Eleuat. Poli	34	5	30	5 6 0 5 2	*Sinus eius.*
				2 2 3 7 3	*Inuentum primum.*
Angulus Diſtantiæ Tropici ♑ à Meridiano	42	43	0	2 6 5 2 8	*Sinus eius verſus.*
				5 9 3 5	*Inuentum ſecundum.*
Differentia Laterum E L, K E	10	34	0	1 6 9 6	*Sinus eius verſus addendus.*
Inuentum primæ operationis, ideſt latus K L	22	31	45	7 6 3 1	*Sinus verſus prodiens.*

Secunda operatio per Obliquangulum Triangulum K I L, iuxta quartum Modum Primi Problematis Quarti.

	G	M	S		
Latus K I, ideſt complementum Latitudinis D ſupra Horizontem	80	40	0	1 0 1 3 4 2	*Secans eius ſecunda.*
Latus I L, ideſt Latit. Lunæ aucta Quadr.	94	38	0	1 0 0 3 2 8	*Secans eius ſecunda.*
				1 0 1 6 7 4	*Inuentum primum.*
Differentia dictorum laterum	13	58	0	9 7 0 4 4	*Sinus eius ſecundus.*
Latus K L	22	31	45	9 2 3 6 8	*Sinus ſecundus ſubtrahendus.*
				4 6 7 6	*Inuentum ſecundum.*
Inuen ſecundæ operationis, ideſt angu. K I L	17	44	15	4 7 5 4	*Sinus verſus proueniens.*

Tertia operatio per Triangulum Rectangulum I H N, iuxta decimum Problema Tertij.

	G	M	S		
I H parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis	0	54	20	1 5 9 4	*Tangens eius.*
Ang K I L ſecundæ operationis, ideſt N I H	17	44	15	9 5 2 4 8	*Sinus eius ſecundus.*
Diuerſitas aſpectus in Latitudinem I N	0	52	10	1 5 1 8	*Tangens proueniens.*

Quarta

Digitized by Google

Quarta operatio per idem Triangulum Rectangulum IHN, iuxta Octauum Problema Tertij.

	G M S		
Parallaxis in circulo Altitudinis	0 54 20	9998751	*Sinus eius ſecundus.*
Parallaxis in Latitudinem	0 52 10	10001151	*Secans eius.*
Parallaxis Lunæ in Longitudinem NH	0 15 10	9999902	*Secans proueniens.*

SECVNDA FORMA.

FIgurationi ſuperiùs propoſitæ adiungatur arcus K P, qui complementum eſt Altitudinis ſupra Horizontem puncti P Longitudinis veræ ipſius Lunæ. Et primò quidem cùm in Triangulo Obliquangulo KIP dentur ſingula latera, nam K I eſt complementum veræ Altitudinis Lunæ; KP eſt complementum Altitudinis puncti Eclipticæ congruentis Longitudini eiuſdem Lunæ; & IP eſt vera eius Latitudo; idcirco dabitur per primum Problema Quarti angulus KIP à Verticali & circulo Latitudinis in centro Lunæ factus, qui in prima figuratione erit acutus, ſed in ſecunda obtuſus, vt patet: quo exploratò patebit angulus HIN eius conſequens, tanquam complementum ad duos rectos, in Triangulo Rectangulo INH, & reliqua ſicut ſupra explorabuntur.

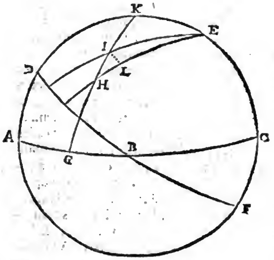
Exemplum idem, vt ſupra, ſecundum hanc formam.

Complemen. Altitudinis veræ D ideſt KI	80 40 0	101342	*Secans eius ſecunda.*
Latitudo vera Lunæ Meridionalis	4 38 0	1237947	*Secans eius ſecunda.*
		1254560	*Inuentum primum.*
Differentia laterum KI, PI	76 2 0	24136	*Sinus eius ſecundus.*
Latus KP, i. compl. Altit. puncti Eclipticæ P	76 15 30	23755	*Sinus eius ſecundus.*
		381	*Inuentum ſecundum ducendum in primum*
Ang. KIP à Vert. & circulo Latit. vt ſup.	17 45 0	4760	*Sinus verſus prodiens.*

Reliquum autem calculi ad inſtar ſuperioris exempli primæ formæ progreditur.

PROBLEMA XIV.

Data parallaxi Lunæ vel Aſtri in circulo Altitudinis, parallaxin ipſius quoad Rectam Aſcenſionem & Declinationem diſcernere.



ESto in adiecta figuratione Horizontis medietas ABC, cuius Polus K, dimidius Aequator DBF, cuius Polus E Boreus. Sit verò in circulo K G Altitudinis parallaxis Altitudinis I H exiſtente ſcilicet vero loco Aſtri in puncto I, & apparente in puncto H. Sit autem propoſitum diſcutere parallaxin tam ſecundum Rectam Aſcenſionem, quàm ſecundum Declinationem. Ducto itaque perpendiculari arcu IL, erit ille parallaxis ſecundum Rectas Aſcenſiones, & HL erit parallaxis in Declinationem, vt iam patebit. In Triangulo primùm Obliquangulo KHE dantur nota tria latera, nempe latus KE per Diſtantiam Poli Mundi à Vertice, quæ adæquat complementum Eleuationis Poli; & latus HK per complementum Altitudinis Aſtri ſupra Horizontem, & latus HE per complementum Declinationis ipſius Aſtri; quare non latebit per Primum Problema Quarti angulus KHE, quem dicemus Inuentum primæ operationis. Secundò accepto Triangulo Rectangulo HLI ex noto angulo IHL ex prima operatione, & baſi IH, parallaxi ſcilicet in circulo Altitudinis data, patefiet per primum Problema Tertij latus IL menſurans parallaxin Aſcenſionis Rectæ quæſitam. Ad extremum verò

verò in eodem Triangulo Rectangulo H L I, ex eadem data baſe H I, quæ eſt parallaxis in circulo Altitudinis, & ex inuenta mox parallaxi I L Rectæ Aſcenſionis, obtinebimus per octauum Problema Tertij latus H L indicans parallaxin ſecundum Declinationem. Aut etiam ex ijſdem datis, nimirum baſe H I parallaxis ſecundum Altitudinem, & angulo I H L primæ operationis, colligemus per decimum Problema Tertij eandem parallaxin H L ſecundum Declinationem.

Exemplum. *Accipiemus obſeruationem à Tychone Brahe factam è Libro ſuorum progymnaſmatum primo, vbi pagina 158. inquirit ſub Eleuatione Poli Vranburgica parallaxin Aſcenſionis Recta Veneris, quam obſeruauit die 26. Februarij anni 1582. horo 3.35'. P. M. habuiſſe Altitudinem ſupra Horizontem graduum 48.30'. & Declinationem graduum 15.21'.40". Boream; dum diſtaret ipſa Venus à Sole gradib.46.10'.30". Colligit autem ipſe Tycho parallaxin Veneris in circulo Altitudinis min.2'.48". Vnde ex his abſoluemus operationem pro inquirenda vtraq; parallaxi Recta Aſcenſionis & Declinationis, prout ſequitur.*

	G M S		
Latus K H, ideſt compl. Altitud. Veneris	41 30 0	1 5 0 9 1 6	*Secans eius ſecunda* } *ideſt Sec. 1.* { *Alti.*
Latus E H, ideſt complem. Decl. Veneris	74 38 20	1 0 3 7 0 2	*Secans eius ſecunda* } *ideſt Sec. 1.* { *Decl.*
		1 5 5 8 0 2	*Primum Inuentum.*
Differentia laterum K H, E H	33 8 20	8 3 7 3 5	*Sinus eius ſecundus.*
Latus K E, ideſt complementum Altit. Poli	34 5 15	8 2 8 1 8	*Sinus eius ſecundus.*
		9 1 7	*Differentia, ideſt ſecundum Inuentum*
Angulus K H E	9 42 0	1 4 2 9	*Sinus verſus proueniens.*

Secunda operatio.

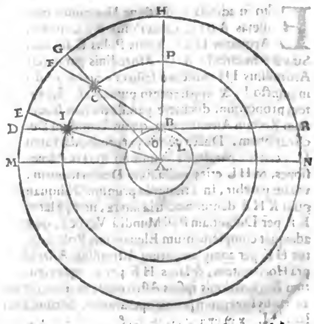
Angulus K H E primæ operationis	9 42 0	1684894	*Sinus eius.*
Parallaxis in circulo Altitudinis Veneris	0 2 48	8145	*Sinus eius.*
Parallaxis I L Recta Aſcenſionis Veneris	0 0 28	1372	*Sinus proueniens.*

Tertia operatio.

Parallaxis in circulum Altitudinis	0 2 48	9999997	*Sinus eius ſecundus.*
Parallaxis Rectæ Aſcenſionis	0 0 28	10000000	*Sinus eius.*
Parallaxis Declinationis Veneris H L	0 2 48	9999.997	*Sinus ſecundus prodiens.*

PROBLEMA XV.

Diſtantiam Lunæ vel Cometæ à terra, parallaxi eius & Altitudine data, dimetiri.



Repetito hic diagrãmate Decimi Problematis huius, intelligamus in eo datam eſſe per viſam Altitudinẽ Lunæ vel Cometę, aut cuiuſpiam Phœnomeni in Elementari Regione exiſtentis, Diſtantiam à Vertice, penes angulum H B F, quem determinat arcus maximi circuli Verticalis H F, qui ad ſenſum non differt ab arcu H E, quemadmodum in Problemate Vigeſimono præcedentis Libri explicauimus, ſicut etiam inſenſibiliter differunt arcus G F, G E diuerſitatis aſpectus datę ex obſeruatione. Ex his autem oporteat ſcire Diſtantiam à centro terræ vel ſuperficie eius, ſeu à loco obſeruatoris, quas Diſtantias referunt rectæ lineæ A C, B C, & hoc quidem penes ſemidiametrum terræ A B, quin etiam penes milliaria. Continuata igitur recta F B in L, vt ipſi occurrat è centro recta A L perpendicularis, habebimus Rectang. Triang. Rectilineum A L B, in quo data eſt Baſis A B cum angulo A B L, qui æqualis eſt ſuo Verticali H B F complementi Altitudinis viſæ per obſeruationem

tionem datæ, ideſt Diſtantiæ à Vertice, vnde non latebunt reliqua eius latera A L, B L per leges Triangulorum Rectangulorum Rectilineorum. Vt enim Sinus totus ad Sinum anguli A B L Diſtantiæ à Vertice viſæ, ita terræ ſemidiameter A B ad B L rectam in eadem menſura: & vt idem Sinus totus ad Sinum anguli B A L altitudinis viſæ datæ, ita eadem terræ ſemidiameter A B ad Rectam A L. Rurſus in Triangulo Rectangulo A C L, quoniam in eo datur angulus A C L parallaxis in circulo Altitudinis, & ex ſuperiore ratiocinatione latus A L, colligetur baſis A C, quæ eſt Diſtantia Stellæ vel Cometæ à centro terræ: atq; etiam colligetur latus L C, à quo ſublata recta B L prius cognita, remanet B C Diſtantia eiuſdem Cometæ vel Lunæ à terræ ſuperficie.

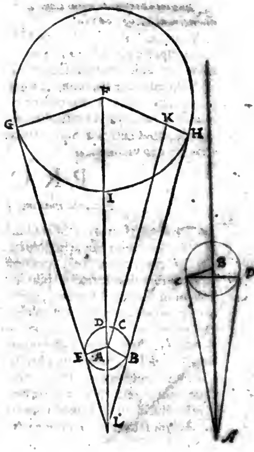
Exemplum. *Oblata ſit Diſtantia Lunæ à Vertice apparens ſeu viſa graduum 56.51'.50". dum obtinet parallaxin in circulo Altitudinis graduum 0.52'.20". Tum ſic explorabitur Diſtantia eius à centro terræ, & ab eius ſuperficie.*

	1	2	3	4
Primò.	Vt Sinus totus 100000	ad Sinum Diſtantiæ Lunę viſę à Vertice gr. 56.51'.50". 83737.	ita ſemidiameter terræ A B velut minuta 60.	ad A L Rectam 50'. ferè.
Secundò.	Vt Sinus totus 100000	ad Sinum Altitudinis viſę Lunę gr. 33.8'.10. 54663.	ita ſemidiameter terræ A B, velut 60'.	ad B L Rectam 33'. ferè.
Tertiò.	Vt Sinus anguli A C L parallaxis 0.52'.20". 1522.	ad Sinum totum A L C, 100000.	ita recta A L, 50'.	ad Rectam A C, ſeu Diſtan. Lunæ à centro terræ. 3285 minut.
Quartò	Vt Sinus anguli ACL, gr. 0.52'.20". nempe 1522.	ad Sinum anguli L A C gr. 89.7'.40". 99989.	ita recta A L 50'.	ad rectam m C L 3285. min.

Iam à recta C L 3285. aufero rectam B L 33'. & remanet recta B C minutorum 3252. quæ faciunt ſemidiametros terræ 54. cum quinta parte, & tanta eſt Diſtantia Lunæ à terræ ſuperficie. Recta verò A C fuit adinuenta minutorum 3285. quæ faciunt ſemidiametros terræ 55. minus quarta parte, atq; tanta eſt Diſtantia Lunæ à centro terræ.

Verum ſi libuerit ſcire, quot milliaribus Luna vel Cometa à centro terræ, aut ab eius ſuperficie remoueatur, multiplicanda erit prędicta Diſtantia inuenta in milliaria ſemidiametro terrę conuenientia, ſicq; patebit eadem dicta Diſtantia in milliaribus.

Vt in dato Exemplo multiplico Diſtantiam Lunæ à terræ centro, quam diximus eſſe ſemidiametrorum terræ 55. in milliaria 3580. quæ ſecundum Ptolemæum continet ſemidiameter terræ, producentur milliaria 196900, & tanta eſt Diſtantia Lunæ à centro terræ in illo ſitu.



PROBLEMA XVI.

Data diametro viſuali Stellæ vel Cometæ cum eiuſdem à centro terræ Diſtantia, diametrum corporis eius in eadem menſura, atque etiam quanta ſit ipſius craſſities ſeu ſoliditas definire.

QVomodo accipiatur per Inſtrumenta diameter apparens Stellæ vel Cometæ, referunt Ptolemæus, Ariſtarchus, Regiomontanus, Tycho Brahe & alij; Diſtantiæ verò à terra menſurandæ modus docetur à nobis Problemate præcedente, necnon & ab alijs nonnullis. Nunc autem in adlecta figuratione intelligamus eſſe notam Diſtantiam Stellæ vel Cometæ C D à centro terræ A; atq; etiam notum eſſe angulum C A D, ſub

quo Stella conſpicitur: à centro itaq; Stellę B ad puncta C & D radiorum viſualium contingentium circulum ipſius Stellæ educantur rectæ B C, B D; quæ profectò ex decimaſexta Tertij Elem. Euclidis perpendiculares erunt ad ipſas A C, A D. In Triangulo igitur Rectangulo A C B datur baſis A B, hoc eſt Diſtantia Stellæ à centro terræ cum angulo C A B, qui dimidium eſt totius ang. C A D noti; ideò non latebit ſemidiamter C B in eadem menſura, in qua fuit accepta Diſtantia A B. Vt enim Sinus totus ad Sinum anguli C A B ſeu ſemidiametri viſualis Stellæ, ita Diſtantia A B Stellæ à centro ad ſemidiametrum ipſius Stellæ C B.

Exemplum Primum.

L Lubeat nunc inueſtigare diametrum Solis ſecundum vſitatam menſuram ſemidiametrorum terræ. Quare cum Solare corpus ſubtendat in Cœlo minuta 31′. vt aſſerit Tycho Brahe pagina 473. ſui primi tomi Progymnaſmatum, dum remouetur à terra ſemidiametris terræ 1150. colligemus ſemidiametrum eius in eadem menſura ſic.

1	2	3	4
Vt Sinus totus 100000.	ad Sinum ſemidiametri viſualis Solis min. 15′. 30″. nempe 451.	ita Diſtantia Solis à terra ſemidiametrorum terræ 1150.	ad ſemidiametrum Solis ſemidiametrorū terræ 5. 11′.

Tota igitur diameter Solis continet ſemidiametros terræ 10. 22″.

Exemplum Secundum.

A Sſumamus Cometam anni 1577. quem Tycho Brahe obſeruauit habuiſſe diametrum viſualem minutorum 7. & Diſtantiam à terra ſemidiametrorum terræ 210. Sic igitur nota reddetur eius diameter ſecundum menſuram diametrorum terræ.

1	2	3	4
Vt Sinus totus 100000.	ad Sinum ſemidiametri viſualis Cometæ m. 3′. 30″. nempe 102.	ita Diſtantia Cometę à terra ſemidiametrorum terrę 210. hoc eſt minutorum 12600.	ad ſemidiametrum eius minut. 26. 30. ferè.

Vnde tota diameter huius Cometæ erit minutorum 53′. vnius terreni ſemidiametri, hoc eſt ſe habebit ad terræ diametrum, vt 53′. ad 120.

Vt autem Solis, Stellæ, vel Cometæ craſſities ſeu ſoliditas poſſit cognoſci ex ipſius diametro apparente reſpectu globi terræ, oportebit cubicè vtrumq; numerum multiplicare, & maiorem cubum per minorem diuidere; conſtat enim ex vltima Duodecimi Euclidis, Sphæras eſſe inter ſe triplicata proportione ſuarum dimetientium. Redigendo igitur diametrum Solis ſemidiametrorum terræ 10. 22′. ad minuta, fient m. 622. quę cubicè multiplicata euadunt minuta 240641848. diameter autem terræ minutorum 120. cubicè multiplicata excreſcit in minuta 1728000. per quem numerum cubicum partiendo numerum cubicum Solis, emergunt in quotiente 139. Vnde pronuncio Solare corpus eſſe maius terreſtri 139 vicibus.

PROBLEMA XVII.

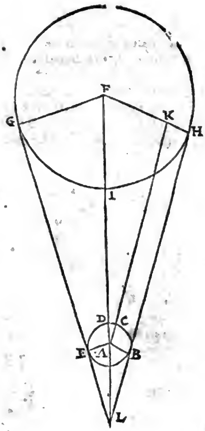
Quanta maximi Lunaris corporis circuli portio à Sole illuminetur.

CORpus Lunare à Sole plus hemiſphærio lumine irradiari, non eſt quod ambigamus, cùm Solis corpus Lunaris globi quantitatem plurimùm excedat; & Vitellio Libro Secundo Propoſitione 27. probet, luminoſum corpus Sphæricum cùm fuerit maius corpore luminoſo opaco Sphærico, illuſtrare illud plus hemiſphærio, vmbramq; poſt opacum corpus è regione luminoſi porrectam in conum extenuari. Eſto itaq; circulus maximus globi Solaris H I G, cuius centrum F, & circulus maximus Lunaris globi B E D, eiuſque centrum A. Sint autem duæ rectæ lineæ eductæ vtrumque circulum contingentes, quæ ſint H B L, G E L, concurrentes in L, vt conus vmbræ ſit H L G. Sed à centris amborum circulorum educantur rectæ lineæ ad puncta contactuum, quæ ſint F H, F G in Solari circulo, & A B, A E in Lunari; & hæ ſint perpendiculares ad rectas H L, G L. Per centra quoq; vtriuſq; circuli extendatur diameter ipſius coni F A L. Sit autem nunc propoſitum inueſtigare, quanta ſit portio B C D E ipſius circuli Lunaris; quare auferatur à ſemidiame. Solis portio H K æqualis Lunari ſemidiametro A B, vt pateat ambarum ſemidiametrorum differentia penes rectam F K, & ducatur linea A K, vt proferatur Triang. rectilineum Rectangulum A K F ad hanc inquiſi-

Digitized by Google

inquiſitionem opportunum; cùm enim detur Diſtantia Luminarium A F, vtpote baſis ipſius Trianguli, cum latere FK differentiæ vtriuſque luminarium ſemidiametri, non latebit angulus F A K per doctrinam Planorum Triangulorum, qui patefacit arcum C D Lunaris circuli addendum Quadranti C B, vt prodeat arcus D B, cuius duplum eſt arcus E D B quæſitus, quem Sol illuminat.

Fiat igitur, vt interuallum Solis & Lunæ ad Sinum totum, ita differentia ſemidiametrorum Solis ac Lunæ in eademmet menſura ad Sinum anguli, qui determinat arcum duplicandum, & ſemicirculo addendum, vt prodeat portio magni circuli Lunaris à Sole illuſtrata: & hoc quidem Problema perſimile eſt Vigeſimooctauo Vndecimi Libri huius.



Exemplum Primum.

Ponamus Lunam verſari in Apogæo; huius autem Diſtantia à terra traditur à Tychone ſemidiametrorum terræ 58. ferè, & ſemidiameter eiuſdem minutorum 18. vnius ſemidiametri terreſtris. Aſſumamus autem Solis à terra Diſtantiam earundem ſemidiametrorum 1150. ſicut aſſumpſit idem Tycho, ac eiuſdem Solis ſemidiametrum ſit ſemidiametrorum terræ 5.41'. ferè ex eodem. Erit igitur Diſtantia luminarium A F ſemidiametrum terræ 1092. vt ſemidiametrorum earundem differentia ſit ſemidiametrorum terræ 5.23'. pro rectâ F K. Quare.

1	2	3	4
Vt A F 1092.	ad Sinum totum 100000.	ita F K nempe 5.23'.	ad 491. Sinum anguli F A K.

Cui angulo congruunt minuta 27'. ferè: quibus duplicatis & ſemicirculo additis prodit portio magni Lunaris circuli à Sole perluſtrata graduum 180.34'. ferè. Huius arcus ſubtenſa inſenſibiliter differt à diametro Lunaris corporis.

Exemplum Secundum.

Aſſumamus Lunam eſſe Perigæam in Solis coniunctione, cuius à terra Diſtantia datur per Tychonem Brahe Semidiametrorum terræ 55. Quare

1	2	3	4
Vt A F 1095.	ad Sinum totum 100000.	ita F K nempe 5.23'.	ad 491. Sinum anguli F A K.

Hic autem angulus F A K inſenſibiliter differt ab illo ſuperiore.

PROBLEMA XVIII.

Portionem maximi circuli Lunaris corporis, quæ ſub aſpectum noſtrum cadit, definire.

Facillima eſt hæc operatio, dummodò detur cognita diameter apparens ipſius Lunæ, ideſt quantum arcum maximi cœleſtis circuli compræhẽdat diameter viſibilis ipſius Lunæ, nam reliquum ipſius ad ſemicirculum competit portioni maximi Lunaris circuli, quæ ſub noſtrum viſum cadit. Quod in ſuperiore figuratione luce clarius conſpicitur, in qua intelligamus eſſe maximum circulum

Digitized by Google

lum Lunæ BCE, & viſum noſtrum in K, à quo emanent radij LB, LE, ſicque compræhendemus ſub viſu Lunarem ipſum circulum. Nam ſi fuerint eductæ ſemidiametri AB, AE ad puncta contingentiæ dictorum radiorum, formabitur Quadrilaterum ABLE, cuius cùm duo anguli ad B, & E ſint recti, æquales erunt duobus rectis duo reliqui anguli BLE, BAE; Sed angulus BLE datur, igitur & angulus BAE determinans circumferentiam BE cadentem ſub noſtrum aſpectum. Itaque cùm diameter viſualis Lunæ Apogæę ſit minutorum 32. iuxta Tychonem, Lunaris circulus à nobis conſpectus erit graduum 179.28′. Et cum eadem Lunaris diameter viſualis in Perigæo ſit minut. 36. erit portio circuli Lunaris ſub noſtro viſu cadens grad. 179.24′. Quare non immeritò negligenda eſt variatio, quàm efficere poteſt ſemidiameter corporis Lunæ à ſubtenſa huius arcus conſpecti, ſicut etiam nullius conſiderationis eſt euariatio, quam ingerere poteſt præcedens Problema, vnde altera alteram compenſat.

F I N I S.



BIBL. NAZ. ROMA VITT. EMANUELE

BONONIAE.

Apud Io. Bapt. Bellagambam. Ad inſtantiam Auctoris.
Anno MDCIX. Superiorum Permiſſu.

Digitized by Google

gle